



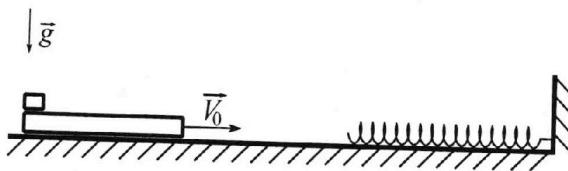
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025



Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брускок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 1$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жесткости $k = 36$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

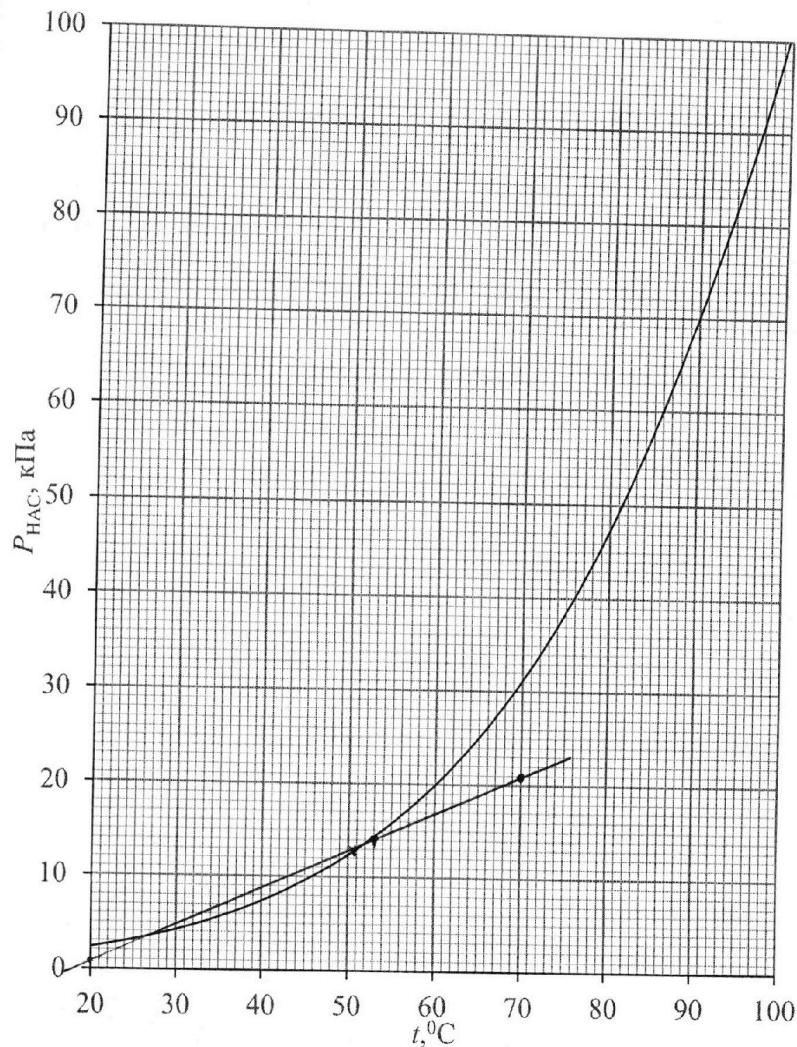


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 105$ кПа, температуре $t_0 = 97$ °C и относительной влажности $\varphi_0 = 1/3$ (33,3%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 33$ °C. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 97 °C.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

Объёмом жидкости по с равнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





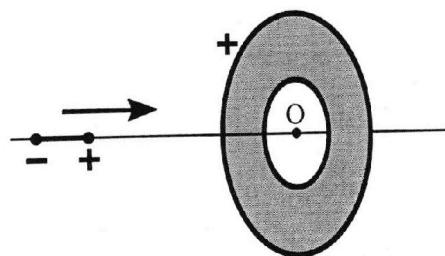
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

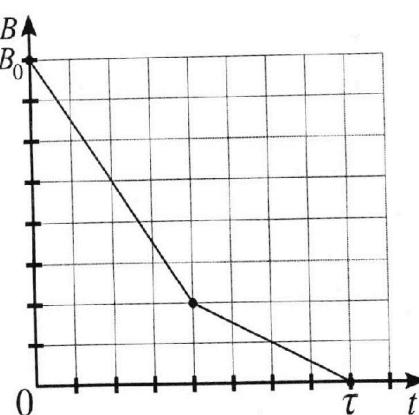
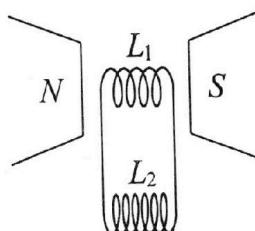
3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполю сообщают начальную скорость $\frac{3}{2}V_0$.



1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.

2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

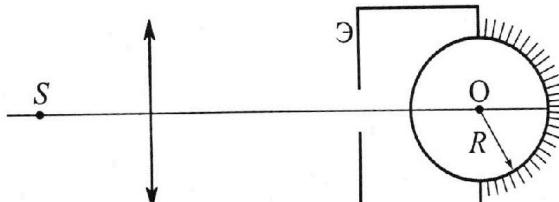
4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 3L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.

2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,1F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран \mathcal{E} с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 10,5F$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 5,5F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран \mathcal{E} обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.

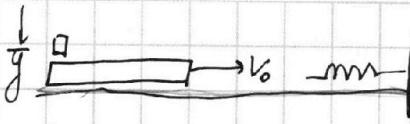


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

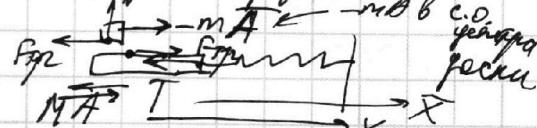
- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим схему пружины:



В е.о. центра доски чрез начній фрагарвся, когда сила инерции преводить максимальну силу трения почат. В д.с.о.:

2-ї з. Механіка дія доски: $ox: M\ddot{x} = -kx + F_{Fr}$ (х камінну (1)
снедеялки.
пружиной)

В д.о. центра доски:

н.1:

$m\ddot{x} = -m\ddot{x} - F_{Fr}$ (2) условие $F_{Fr} = \mu mg$ (μmg чверт. бен)
(трение лесиц доски и поверхности стола отсутствует)
последніу в діяльни про \ddot{x} пішко не складаю)

$m\ddot{x} = -\mu mg$; (3) подставим (3) в(1): $-\mu Mg = -kx + \mu mg$

н.2: В таки супрах үр-е (2) приводить виг:

$m\ddot{x} = -F_{Fr}$ подставим в(1): $M\ddot{x} = -kx - m\ddot{x}$

$$x_0 = \frac{\mu g (M+m)}{k} = \frac{0,3 \cdot 10 \cdot 3}{36} = 0,25 \text{ м.}$$

$$\ddot{x}(M+m) + kx = 0 \quad \ddot{x} + \frac{k}{M+m}x = 0 \leftarrow \text{ур-е гарм. колебанн} x, \quad \text{рж} \omega = \frac{k}{M+m}$$

$$\begin{cases} x_{(t)} = A \cos \omega t + B \sin \omega t \\ \dot{x}_{(t)} = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{рж} \dot{x} = \frac{d}{dt}x$$

$$\text{Нар. условия: } x_{(0)} = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$\dot{x}_{(0)} = v_0 \Rightarrow B\omega = v_0 \Rightarrow x_{(t)} = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{у (4)} &\Rightarrow \text{зак. зовн. пружин} \quad \bar{x} = \text{аксес} \left(\frac{x_{(0)}}{\omega} \right) = \text{аксес} \left(\frac{\mu g (M+m)}{k} \right) \\ &= \text{аксес} \left(\frac{\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}} \right) = \text{аксес} \left(\frac{0,3 \cdot 10}{v_0} \sqrt{\frac{3}{36}} \right) = \text{аксес} \left(\frac{3}{v_0 \sqrt{36}} \right) = \text{аксес} \left(\frac{3}{v_0 \cdot 6} \right) = \text{аксес} \left(\frac{3}{v_0 \cdot 6} \right) = \\ &= \text{аксес} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\pi}{3} \approx 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{n.3: } \text{у} (*) &\Rightarrow \ddot{x}_{(t)} = -B\omega^2 \sin \omega t, \text{ при } x_0: \dot{x}_{(0)} = -B\omega^2 \frac{x_{(0)}}{v_0} = -\frac{v_0 \omega^2 x_0}{v_0} = \\ &= -\frac{k}{M+m} \cdot \frac{\mu g (M+m)}{k} = -\mu g = -0,3 \cdot 10 = -3 \frac{\mu g}{c^2} \end{aligned}$$

Офіт: 1) $x_0 = 0,25 \text{ м.}$; 2) $\bar{x} \approx 10$; 3) $a = 3 \frac{\mu g}{c^2}$, исправлено от степеней,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н.1. Начало процесса: $\varphi = \frac{P_{\text{вн}}}{P}$

для седлового изоб.: $P = nkT \Rightarrow P_{\text{вн}} = nkT$

\Rightarrow парциальное давл. пара определяется в сосуде

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{P_{\text{вн}}}{P} = \varphi; P_1 = \varphi P_0 = \frac{1}{3} 105 = 35 \text{ кПа}; P_M = P_0 - P_1 = 70 \text{ кПа}$$

н.2: Река пар не конденсировалась, его концентрация не меняется $\Rightarrow P_{\text{вн}} = T$ и значение $P_{\text{вн}} < P_{\text{воздух}}$
($P_{\text{вн}} = \text{пар. дав. паров}$)

Найду из предложенного в условии графика зависимость пары от T , когда $P_{\text{вн}} = P_{\text{воздух}}$. Для этого достаточно построить на моем графике $\frac{P}{P_0} = \frac{T}{T_0}$

$$P = P_0 \frac{T + 273}{T_0} = P_0 \frac{T + 273}{370} = \frac{105}{370} T + \frac{273}{370} \approx \frac{105}{370} T + 0,73 \text{ кПа}$$

при $t = 70^\circ\text{C}$: $\frac{105 \cdot 70}{370} + 0,73 = \frac{735}{370} + 0,73 \approx 100 - 21$

Проведенная прямая пересекает график при $t_0 \geq t^* = 53^\circ\text{C}$, $T^* = 326 \text{ K}$

н.3. В конце оставшись аркт. -33°C
построим прямую, чтобы определить давление насыщ. пара (аналогично н.2)

$$t_e = 30^\circ\text{C} \quad t_n = 36^\circ\text{C}$$

$$P_e = 1 \text{ кПа} \quad P_n = 6 \text{ кПа}$$

$$\alpha = \frac{\Delta P_e}{\Delta t} = \frac{1 \text{ кПа}}{6^\circ\text{C}} = \frac{1 \text{ кПа}}{3^\circ\text{C}}$$

$$P = \alpha t + \beta$$

$$\frac{P_n - P_e}{t_n - t_e} = \alpha; \beta = P_n - \alpha t_n$$

$$\frac{6 - 1}{36 - 30} = \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \text{ кПа}$$

$$\frac{6 - 1}{36 - 30} = \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \text{ кПа}$$

$$P(33) = \frac{1}{3} \cdot 33 - 6 = 5 \text{ кПа}. \quad \text{При } t = 33^\circ\text{C} \text{ пар. давл. воздуха:}$$

$P_c = P_0 - P_{33} = 100 \text{ кПа}$. P_0 - е. мера. - Кратн. для воздуха (для пара):

$$PV = VRT \Rightarrow \frac{P_c}{P_0} \frac{V}{V_0} = \frac{T_k}{T_0} = \frac{t_n + 273}{t_e + 273}, \quad \frac{V}{V_0} = \frac{40}{100} \frac{33 + 273}{97 + 273} = \frac{4}{10} \frac{306}{370} = 0,65$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(для 2-го пункта)

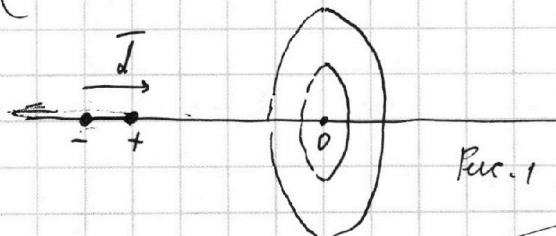


Рис. 1

$$\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)} = \frac{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta} = \frac{\cos(\alpha-\beta) - \sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)}$$

Рассчитано выше от равномерн.
заряжен. диска ма. оси симм:

$$Ox: dE_{x,r} = \frac{2\pi b r dr \cdot k \cos\varphi}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = -k \frac{2\pi b r dr \cdot x}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{для рис. 2.}$$

↑ для каждого
точечного обр

на плоскость, перпендикулярную оси x , вклады dE_r взаимно компенсируются

$$E_x = -k\pi b x \int \frac{d(r^2)}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = -k\pi b x \int \frac{d(r^2+x^2)}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2k\pi b x}{\sqrt{r^2+x^2}} =$$

$$= 2k\pi b x \left(\frac{1}{\sqrt{R^2+x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_0^2+x^2}} \right) = 2k\pi b x \frac{R_0}{\sqrt{R^2+x^2}} - 2k\pi b x \frac{R}{\sqrt{R_0^2+x^2}}$$

Обратимся к рис. 1; на погрешн. заслуг. где дано: v

$$(*) \text{ и } E = \frac{d}{dx} \left(\frac{2k\pi b x}{\sqrt{R^2+x^2}} - 2k\pi b x \frac{R}{\sqrt{R_0^2+x^2}} \right) = \frac{d}{dx} \frac{2k\pi b}{\cos\theta_2 - \cos\theta_1} =$$

момент импульса

$$= +4k\pi b \frac{R}{m} \frac{R_0}{\sqrt{R^2+x^2}} \frac{1}{\sqrt{R_0^2+x^2}}$$

Для цепи 3CJ: $\frac{mv^2}{2} + qy_0 = \text{const}$

пр переписи

ищем заряжен. частицу, дающую $qy_0 = \frac{4q}{m} \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} \cos\theta_1$

$$r^2 \frac{2q}{m} \frac{d}{dx} \left(\frac{2k\pi b x}{\sqrt{R^2+x^2}} \cos\theta_1 - \frac{2k\pi b x}{\sqrt{R_0^2+x^2}} \cos\theta_2 \right) = \text{const.}$$

Если v_0 — минимальная скорость при прохождении дырок, то

$$v_0^2 = \frac{4q^2 k \pi b}{m} \text{ или } v^2 = \text{const} - \frac{v_0^2 \cos^2\theta_0}{2} = w - \frac{v_0^2 \cos^2\theta_0}{2}$$

Н. 1: движущиеся частицы проходят через отверстия:

ночам.

Рассл. гр-члены: $\frac{y}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{x}{(R^2+x^2)^{\frac{1}{2}}} = 0 \quad 0 < R < R_0$

$$f = \frac{1}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{2} \frac{x^2}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{(R_0^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{x^2}{(R_0^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

$$f' = \frac{1}{(R^2+x^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{1}{2} \frac{2x^2}{(R^2+x^2)^{\frac{5}{2}}} + \frac{1}{(R_0^2+x^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{1}{2} \frac{2x^2}{(R_0^2+x^2)^{\frac{5}{2}}} = 0$$

$$f' = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{или} \quad x = \sqrt{\frac{R^2+R_0^2}{2}}$$

— f — один гр-член. \Rightarrow минимальные
значения скорости достигнут при $x=0$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении** каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1.2. ~~диско~~ можно расположиться относительно диску.

Решаю ~~ко ф-ле~~ (~~*~~) он будет ускоряться, и при нач. скорости, плавающей аксиоматике, рассуждая, получим $\frac{2}{3}v_0^2 = w + \frac{v_0^2}{R_0^2}$ (так достигается когда ~~в~~ поверхность диска ~~на 10%~~, если поворачиваю ~~по другому~~, то ~~закрываю~~). $w = \frac{5}{3}v_0^2$.

$$\frac{v_{\max}}{v_{\min}} = \sqrt{\frac{13}{5}}$$

Ответ: 1) $v = \frac{\sqrt{13}}{2}v_0$; 2) $\frac{v_{\max}}{v_{\min}} = \sqrt{\frac{13}{5}}$.

← ~~Это верно, но забыл про вращение~~
(не забыть залоги)

Ответ: 1) $v = \frac{\sqrt{13}}{2}v_0$; 2) $\frac{v_{\max}}{v_{\min}} = \sqrt{\frac{13}{5}}$

Р-ция f имеет экстремум при $R^2(R_0^2+x^2)^{\frac{1}{2}} \geq R_0^2(R^2+x^2)^{\frac{1}{2}}$

$$R^2 f'(R) = R^2(R^2+x^2)^{\frac{1}{2}} - R_0^2(R_0^2+x^2)^{\frac{1}{2}} = R^2(R^2-x^2)^{\frac{1}{2}} - R_0^2(R_0^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$x^2 = \frac{R^2 R_0^2}{R^2+R_0^2}$$

$$1 - \frac{R^2 R_0^2}{R^2+R_0^2} > 0$$

$$R^2 - R_0^2 > R^2 R_0^2 / (R^2+R_0^2)$$

$$R_0 > R$$

✓ невари.
экспоненциал
не будет
и о-вие
менее
короче

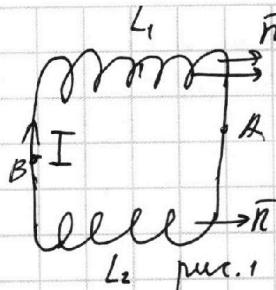
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
5 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



— однодолгий и 1-го гибкого

(Рассмотрим 1-ю катушку, и будем рассмотреть

коаксиальный виток этой катушки по отдельности, который в приближении можно

счищать находящимися в однотипной погрешности

н.1:

для коаксиального витка по т. Радиев $E_i = -\frac{d}{dt} \int B dS + E_{внеш}$.
Представим формулы для коаксиального витка:

$$E_{BA} = -\frac{dB}{dt} \cdot n \cdot S_1 - L_1 \frac{dI}{dt} = \varphi_B - \varphi_B + F_{BA}$$

$$E_{BA} = +L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$-\frac{dB}{dt} n S_1 = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}; \quad dI = -\frac{n S_1}{L_1 + L_2} dB; \quad I_0 = \int_{L_1 + L_2}^{n S_1 (-B_0)} =$$

$$= \frac{n S_1 B_0}{L_1 + L_2} = \frac{n S_1 B_0}{4L}$$

н.2: $I = -\frac{n S_1}{L_1 + L_2} (B - B_0) = \frac{dq}{dt};$

$$q = -\frac{n S_1}{L_1 + L_2} \left(\int_0^t B dt - B_0 t \right) \quad \text{см рис. 1}$$

$$\textcircled{2} \quad -\frac{n S_1}{4L} \left(\frac{3}{2} B_0 t - B_0 t \right) = \frac{5 n S_1 B_0 t}{32 L} = q = \frac{t}{8} \left(\frac{5}{4} B_0 + \frac{B_0}{4} \right) = \frac{3}{8} B_0 t$$

Ответ: 1) $I_0 = \frac{n S_1 B_0}{4L}$ — ток речёт от северного к южному полюсу если катушка 1 закручена правоизнаправо, и к северному если по левому

2) $q = \frac{5}{32} \frac{n S_1 B_0 t}{L}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
6 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

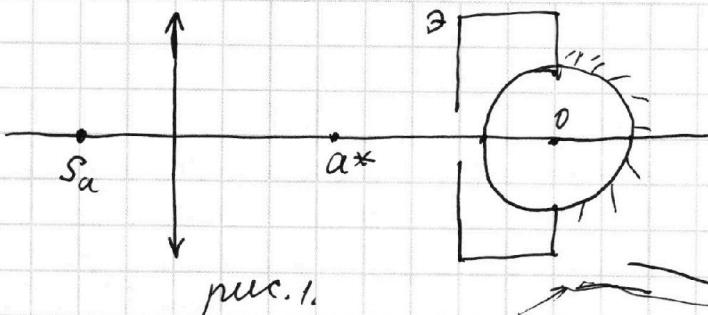


рис. 1.

Рассмотрим преломление параллельного луча на поверхности шара.

$\alpha = \beta$
закон всем.

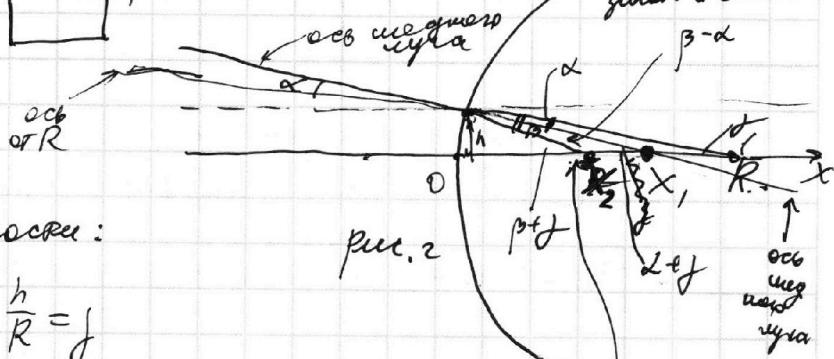


рис. 2

К рис. 2:

В силу параллельности:

$$\frac{h}{x_2} = \beta + f ; \frac{h}{x_1} = \alpha + f ; \frac{h}{R} = f$$

$$\begin{cases} \frac{h}{x_1} = n\beta + f \\ \frac{h}{x_2} = n\alpha + f \end{cases} \Rightarrow h \left(\frac{n}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right) = f(n-1) = \frac{h}{R}(n-1)$$

$$\frac{n-1}{R} = \frac{n}{x_2} - \frac{1}{x_1} \quad \text{преломл. на сфере} \quad (1)$$

осн. преломл. линзы,

осн. паралл. линзы

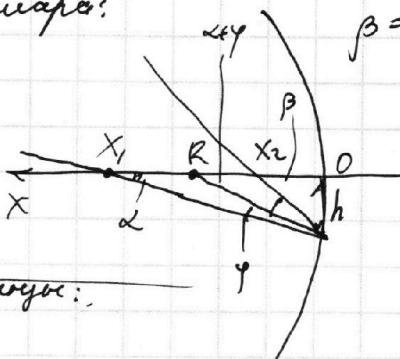
Рассм. отражение от внутр. пов. шара:

$$\alpha = \frac{h}{x_1} ; \alpha + \varphi = \frac{h}{R} ; \alpha + 2\varphi = \frac{h}{x_2}$$

$$\frac{2h}{R} - \frac{h}{x_1} = \frac{h}{x_2} \Rightarrow \frac{2}{R} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \quad (2)$$

отраж.

$$\beta = \alpha + 2\varphi$$



1.1 Решение задачи:

1) через соединяющую линзу: $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a^*}$

$$2) \text{преломл: } \frac{n-1}{R} = \frac{n}{x_2} + \frac{1}{b-a^*}$$

$$3) \text{отраж: } \frac{2}{R} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{2R-x_2}$$

$$4) \text{преломл: } \frac{n-1}{R} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{2R-x_1} \quad \frac{n-1}{R} = \frac{n}{2R-x_1} - \frac{1}{x_2}$$

$$5) \text{через соединяющую линзу: } \frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b+\lambda}$$

$$a^* = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{1}{a}} = \frac{1}{\frac{1}{F} \left(1 - \frac{1}{n} \right)} = nF ; \quad x_2 = \frac{n}{\frac{n-1}{R} - \frac{1}{b-a^*}} = \frac{nR(b-a^*)}{(n-1)(b-a^*) - R} =$$

$$= \frac{-nR_0.5F}{-(n-1)0.5F - R} = \frac{0.5nRF}{0.5F(n-1) + R} ;$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
7 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уравнение 15.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{1}{\frac{2}{2R} - \frac{1}{2R-x_1}} = \frac{R(2R-x_1)}{2(2R-x_1)-R} = \frac{R(2R-\frac{nRF}{F(n-1)+2R})}{2(2R-\frac{nRF}{F(n-1)+2R})-R} = \\
 &= R \frac{2RF(n-1)+(2R)^2-nRF}{4RF^2(n-1)+8R^2-nRF-RF(n-1)-2R^2} = R \frac{4R^2+2RF(n-1)-nRF}{3RF(n-1)+6R^2-nRF} \\
 \lambda &= \frac{1}{\frac{n}{2R-x_1} - \frac{n-1}{R}} = R \frac{2R-x_1}{nR-(n-1)(2R-x_1)} = R^2 \frac{2}{2 - \frac{4R^2+2RF(n-1)-nRF}{3RF(n-1)+6R^2-nRF}} = \\
 &= R^2 \frac{4RF(n-1)+8R^2-nRF}{3RF(n-1)n+6nR^3-n^2R^2F-R(n-1)(4RF(n-1)+8R^2-nRF)} \\
 \frac{1}{\lambda+b} &= \frac{1}{10,5F + R^2 \frac{4RF(n-1)+8R^2-nRF}{3R^2F(n-1)n+6nR^3-n^2R^2F-R(n-1)(4RF(n-1)+8R^2-nRF)}} = \\
 &= \frac{1}{11F}; \\
 11F &= 31,5R^2R^2(n-1)n+63FR^3-n^2R^2F^2 \quad (10,5+10,5FR(n-1)) \cancel{+n} \\
 &\cancel{+} \frac{3R^2F(n-1)n+6nR^3-n^2R^2F-R(n-1)(4RF(n-1)+8R^2-nRF)}{3R^2F(n-1)n+6nR^3-n^2R^2F-R(n-1)(4RF(n-1)+8R^2-nRF)} \\
 &\times (4RF(n-1)+8R^2-nRF) + 4R^2F(n-1) + 8R^4 - nR^3F = \\
 &\cancel{-42FR^2+84FR^3-42F^2R^2+84FR^3} = \frac{p_4}{q} \frac{2FR^3-F^2R^2}{2R^3-R^2F} \\
 &= 21 \frac{2FR-F^2}{2R-F} = 11F; \\
 &21FR-21F^2 = 22FR-11F^2; \quad \boxed{R = \frac{10F^2}{20F} = \frac{F}{2}}
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
8 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Генер } b = 16F$$

$$x_1 = \frac{\frac{1}{R} - \frac{1}{2R-x_2}}{\frac{1}{F}} = \frac{\frac{1}{R} - \frac{1}{F - \frac{4nF}{8n-g}}}{\frac{1}{F}} = \frac{\frac{1}{R} - \frac{8n-g}{8F_n - 4F}}{\frac{1}{F}}$$

$$x_1 = \frac{1}{\frac{2}{R} - \frac{1}{2R-x_2}} = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{1}{F - \frac{4nF}{8n-g}}} = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{8n-g}{8F_n - 4F - 4nF}} =$$

$$= \frac{(8Fn - 8F - 4nF)F}{32Fn - 36F - 16nF - 8nF + 9F} = \frac{8Fn - 8F - 4nF - 9F}{(4n-9)F^2} = \frac{(4n-9)F}{8Fn - 24F} =$$

$$x = \frac{1}{\frac{n}{2R-x_1} - \frac{n-1}{R}} = \frac{\frac{F}{2} \left(F - \frac{(4n-9)F}{8Fn-24F} \right)}{\frac{nF}{2} - (n-1) \left(F - \frac{(4n-9)F}{8Fn-24F} \right)} =$$

$$= \frac{(8n-24-4n+9)F}{n(8n-24) - 2(n-1)(8n-24-4n+9)} = \frac{4n-18}{8n^2-22n+(2-2n)/4n-18} =$$

$$= F \frac{4n-18}{8n^2-22n+8n-39-8n^2+39n} = F \frac{4n-18}{4n-20n-39}$$

$$16F + F \frac{4n-18}{20n-39} = 11F$$

$$360n - 624 + 4n - 18 = 220 - 429$$

$$364n = 220 + 642 - 429 = 220 + 413 =$$

$$= 633$$

$$n = \frac{633}{364} \approx 1,74$$

$$\text{Отв-свг: } 1/R = \frac{F}{2}; \quad n = \frac{633}{364} \approx 1,74$$

$$\begin{array}{r} x_{39} \\ \times 16 \\ \hline x_{39} \\ \times 39 \\ \hline 7239 \\ \hline 624 \end{array}$$

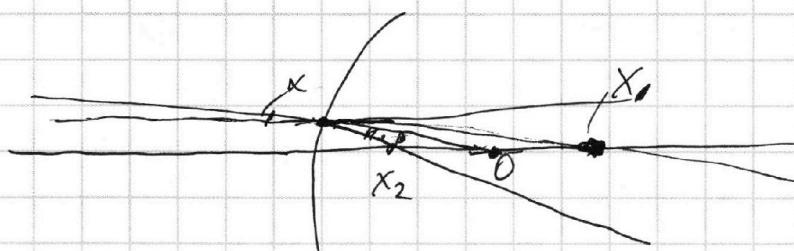
$$\begin{array}{r} 633 \\ \times 364 \\ \hline 2521 \\ 2690 \\ \hline 2284 \\ -506 \\ \hline 2548 \\ \hline 360 \\ \hline 560 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

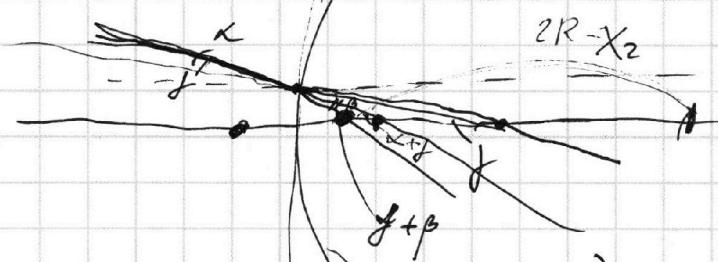
 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\alpha = \beta$$

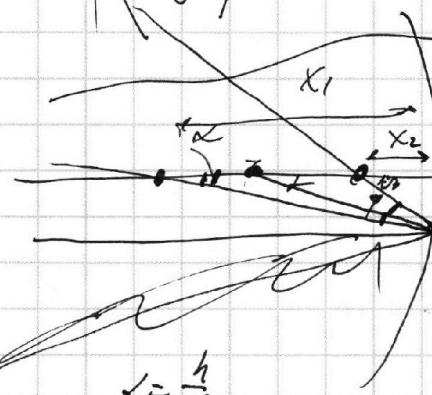
$$\alpha = \frac{h}{x_1}$$



$$\alpha = \beta$$

$$f + \alpha = \frac{h}{x_1} \quad f = \frac{h}{R}$$

$$f + \beta = \frac{h}{x_2}$$



~~$$\alpha = \beta = \frac{h}{x_1 + x_2}$$~~

$$\alpha - \beta = h \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$$

$$\alpha + \beta = \frac{h}{x_1}$$

$$n\alpha + n\beta = \frac{nh}{x_2}$$

$$n \frac{h}{R} (n-1) = h \left(\frac{n}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right)$$

$$\frac{n-1}{R} = \frac{n}{x_2} - \frac{1}{x_1}$$

$$\beta = \frac{h}{x_2}$$

$$f = \frac{h}{R}$$

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

$$\beta = f + \varphi$$

$$\beta = \alpha + \varphi$$

$$\beta - f = f - \alpha$$

$$f = \frac{\alpha + \beta}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!