



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

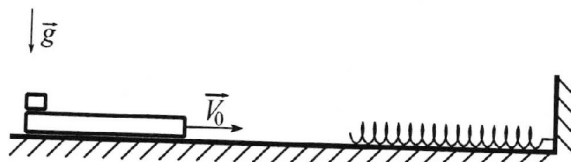
Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 1$ м/с.

В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 36$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

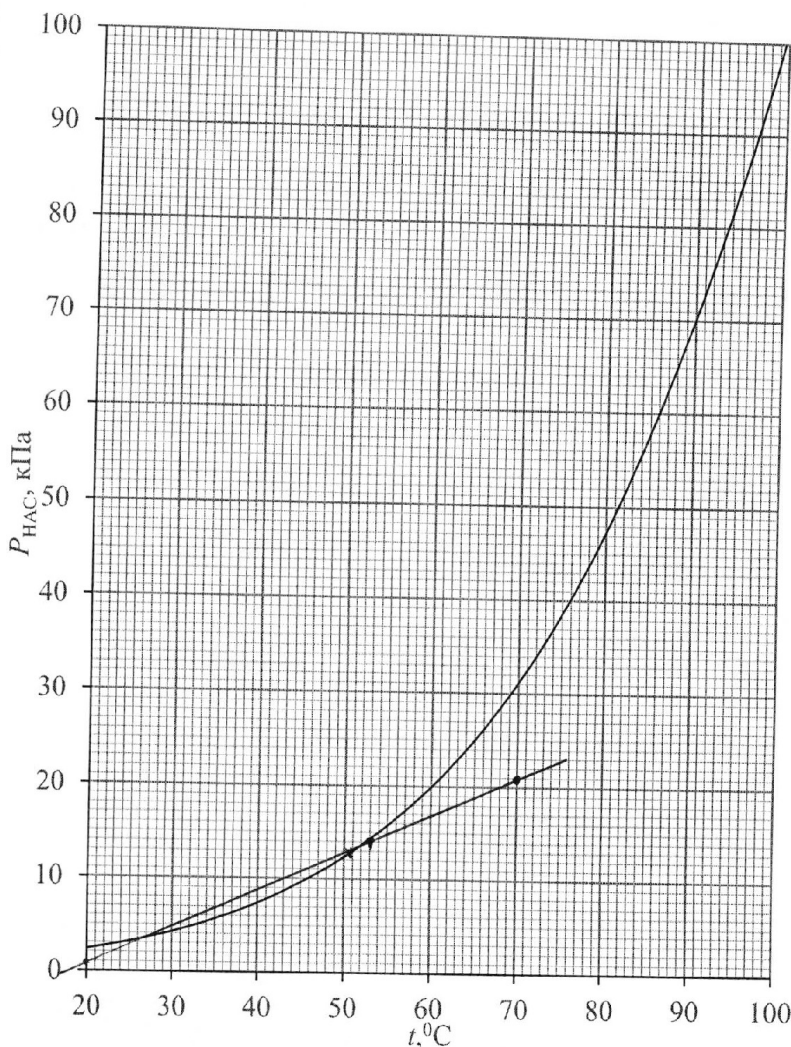


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 105$ кПа, температуре $t_0 = 97$ °С и относительной влажности $\phi_0 = 1/3$ (33,3%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 33$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 97 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





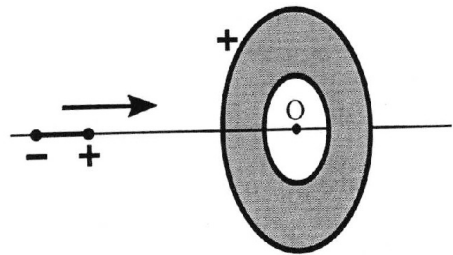
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2025

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

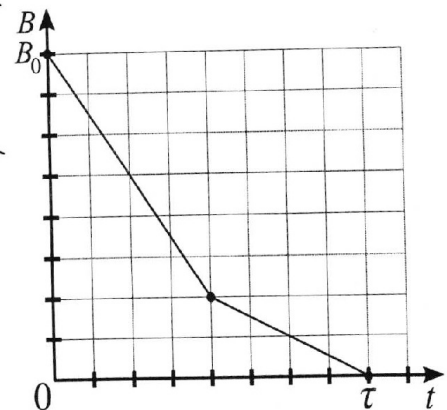
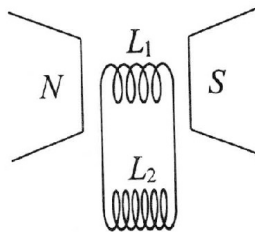


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполь сообщают начальную скорость $\frac{3}{2}V_0$.



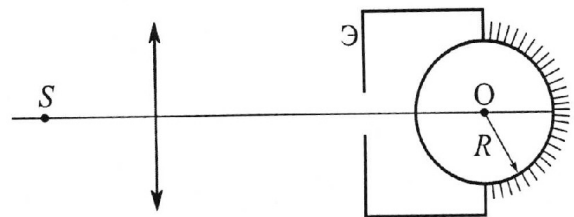
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 3L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,1F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 10,5F$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 5,5F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от на ружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.

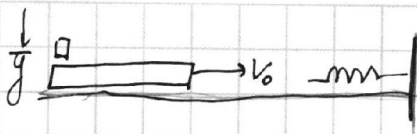


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

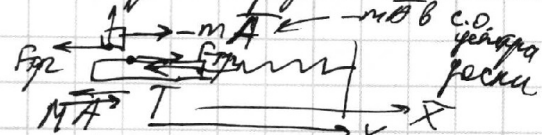
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим движение груза:



В с.о. центра доски груз начнет двигаться, когда сила трения достигнет максимального значения покоя. В д.с.о.:

2-й з. Ньютона для доски: ох: $M\ddot{x} = -kx + F_{тр}$ (х каннбрую (1) с медетрн. пружинной)

В с.о. центра доски:

п.1: ох: $m\ddot{x} = -m\ddot{x} - F_{тр}$ (2) - условие $F_{тр} = \mu mg$ ($N = mg$ и верт. все) (трения между доской и поверхностью стола отсутствует, поскольку в условии про это ничего не сказано)

$m\ddot{x} = -\mu mg$; (3) подставим (3) в (1): $-\mu Mg = -kx + \mu mg$

п.2: В этом случае ур-е (2) принимает вид:

$$x_0 = \frac{\mu g (M+m)}{k} = \frac{0,3 \cdot 10 \cdot 3}{36} = 0,25 \text{ м.}$$

$m\ddot{x} = -F_{тр}$ подставлено в (1): $M\ddot{x} = -kx - m\ddot{x}$;

$$\ddot{x}(M+m) + kx = 0 \quad \ddot{x} + \frac{k}{M+m}x = 0 \leftarrow \text{ур-е гарм. колебания } x, \text{ где } \omega^2 = \frac{k}{M+m}$$

$$\begin{cases} x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \\ \dot{x}(t) = -A \omega \sin \omega t + B \omega \cos \omega t \end{cases} (*) \quad \text{где } \dot{x} = \frac{d}{dt}x$$

Нач. условия: $x(0) = 0 \Rightarrow A = 0$

$$\dot{x}(0) = v_0 \Rightarrow B \omega = v_0 \Rightarrow x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{из (4)} \Rightarrow \text{для этого пункта } \tau = \arcsin\left(\frac{x_0 \omega}{v_0}\right) &= \arcsin\left(\frac{\mu g (M+m)}{k v_0} \sqrt{\frac{k}{M+m}}\right) = \\ &= \arcsin\left(\frac{\mu g}{v_0} \sqrt{\frac{M+m}{k}}\right) = \arcsin\left(\frac{0,3 \cdot 10}{1} \sqrt{\frac{3}{36}}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{9}{2}}\right) = \\ &= \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \approx 0,785 \text{ с.} \end{aligned}$$

п.3: из (*) $\Rightarrow \ddot{x}(t) = -B \omega^2 \sin \omega t$, при x_0 : $\ddot{x}(0) = -B \omega^2 \frac{x_0 \omega}{v_0} = -\frac{v_0 \omega^2}{k} =$
 $= -\frac{k}{M+m} \cdot \frac{\mu g (M+m)}{k} = -\mu g = -0,3 \cdot 10 = -3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Ответ: 1) $x_0 = 0,25 \text{ м}$; 2) $\tau \approx 1 \text{ с}$; 3) $a = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, направлено от стены,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

п.1. Начало процесса: $y = \frac{p_{\text{вп}}}{p}$ $p_{\text{вп}}$ — концентрация водяного пара в смеси
для идеального газа: $p = nkT \Rightarrow$ n — концентрация вещества
 $\Rightarrow$ парциальное давл. пара определяется в смеси
 $\frac{p_1}{p_0} = \frac{p_{\text{вп}}}{p} = y; p_1 = y p_0 = \frac{1}{3} 105 = 35 \text{ кПа}; p_{\text{н}} = p_0 - p_1 = 70 \text{ кПа}$

п.2: Пока пар не конденсировался, его концентрация не изменилась $\Rightarrow p_{\text{вп}} \sim T$ и в начале $p_{\text{вп}} < p_{\text{вп, насыщ}}$
($p_{\text{вп}}$ — парц. давл. паров)

Найдем y из представленного в условии графика зав. насыщ. пара от T , когда $p_{\text{вп}} = p_{\text{вп, насыщ}}$.
Для этого достаточно построить на нем прям. $\frac{p}{p_1} = \frac{T}{T_0}$ $T_0 = 340 \text{ К}$

$$p = p_1 \frac{T + 273}{T_0} = \frac{p_1}{T_0} T + \frac{273}{T_0} = \frac{105}{340} T + \frac{273}{340} \approx \frac{105}{340} T + 0,803$$

при $t = 70^\circ\text{C}$: $\frac{105 \cdot 70}{340} + 0,803 = \frac{735}{340} + 0,803 \approx 2,162$ $\frac{223}{340} = 0,656$

Проведенная прямая пересекет график при $t_0 \approx t^* = 53^\circ\text{C}$. $T^* = 326 \text{ K}$

$$\begin{array}{r} 223 \overline{) 340} \\ 223 \overline{) 117} \\ 110 \overline{) 70} \\ 105 \overline{) 340} \\ 105 \overline{) 235} \\ 105 \overline{) 130} \\ 105 \overline{) 25} \end{array}$$

п.3. В конце остывания $t_{\text{ит}} = 33^\circ\text{C}$
построим график, чтобы определить давл. насыщ. пара (аналогично п.2)

$$t_{\text{н}} = 30^\circ\text{C} \quad t_{\text{н}} = 36^\circ\text{C} \quad p = \alpha t + \beta$$

$$p_{\text{н}} = 4 \text{ кПа} \quad p_{\text{н}} = 6 \text{ кПа}$$

$$\alpha = \frac{2 \text{ кПа}}{6^\circ\text{C}} = \frac{1}{3} \frac{\text{кПа}}{^\circ\text{C}}$$

$$\beta = 6 - \frac{1}{3} 36 = -6 \text{ кПа}$$

$$\frac{p_{\text{н}} - p_{\text{н}}}{t_{\text{н}} - t_{\text{н}}} = \alpha; \beta = p_{\text{н}} - \alpha t_{\text{н}}$$

$$\begin{array}{r} 2142 \overline{) 3400} \\ 2142 \overline{) 1258} \\ 1071 \overline{) 187} \\ 1071 \overline{) 807} \\ 1071 \overline{) 736} \end{array}$$

$$p(33) = \frac{1}{3} \cdot 33 - 6 = 5 \text{ кПа}$$

При $t = 33^\circ\text{C}$ парц. давл. воздуха: $p_{\text{к}} = p_0 - p(33) = 100 \text{ кПа}$. $y_{\text{р}}$ — моль-конт. для воздуха (без пара):

$$pV = \nu RT \Rightarrow \frac{p_{\text{к}}}{p_{\text{н}}} \frac{V}{V_0} = \frac{T_{\text{к}}}{T_{\text{н}}} = \frac{t_{\text{к}} + 273}{t_{\text{н}} + 273} \quad \frac{V}{V_0} = \frac{40}{100} \frac{33 + 273}{74 + 273} = \frac{4}{10} \frac{306}{347} \approx 0,65$$

Ответ: 1) $p_1 = 35 \text{ кПа}$; 2) $t^* \approx 53^\circ\text{C}$; 3) $\frac{V}{V_0} \approx 0,65$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(для 2-10 пункта)

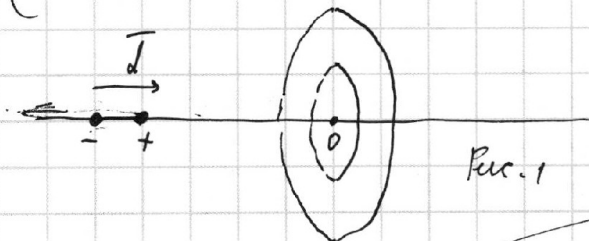


Рис. 1

Рассчитано поле от равномерно заряж. диска на оси симм:

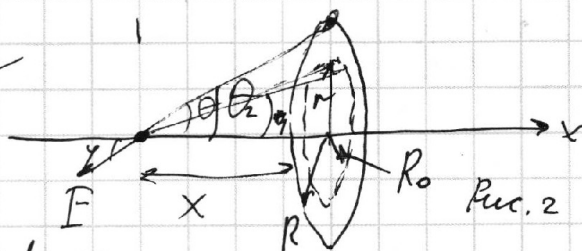


Рис. 2

$$0x: dE_x = \frac{2\pi \delta r dr \cdot k}{r^2 + x^2} \cos \varphi = -k \frac{2\pi \delta r dr \cdot x}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \leftarrow \text{по рис. 2.}$$

для кольца радиуса R

на любой произвольной оси симм. вклад dE в электрическое поле

$$E_x = -k\pi\delta x \int_{R_0}^R \frac{d(r^2)}{(r^2 + x^2)^{3/2}} = -k\pi\delta x \int_{R_0}^R \frac{d(r^2 + x^2)}{(r^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{2k\pi\delta x}{\sqrt{r^2 + x^2}} \Big|_{R_0}^R = 2k\pi\delta x \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + x^2}} \right)$$

Обратимся к рис. 1:

$$(*) \text{ для } E = \int dE = \int \left(\frac{2k\pi\delta x}{\sqrt{R^2 + x^2}} - \frac{2k\pi\delta x}{\sqrt{R_0^2 + x^2}} \right) = d \left(\frac{2k\pi\delta}{\cos \theta_1 - \cos \theta_2} \right) = +4k\pi\delta R \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R^2}$$

для диска ЗСД: $\frac{mv^2}{2} + q\varphi = \text{const}$

$$v^2 + \frac{2q}{m} \int \frac{2k\pi\delta x}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \text{const} \quad v^2 + \frac{4qdk\pi\delta}{m} \cos \theta_1 = \text{const}$$

Если v_0 — минимальная скорость для пролёта диска, то $v_0^2 = \frac{4qdk\pi\delta}{m}$ или $v_0^2 = \text{const} - \frac{4qdk\pi\delta}{m} \cos \theta_0 = W - \frac{4qdk\pi\delta}{m} \cos \theta_0$

п. 1: диск со скоростью $\frac{3}{2}v_0$: $W = \frac{9}{4}v_0^2 + v_0^2 = \frac{13}{4}v_0^2$
при пролёте через отверстие: $v = \sqrt{\frac{13}{4}v_0^2 - \frac{4qdk\pi\delta}{m} \cos \theta} = \frac{\sqrt{13}}{2}v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ (более подробное решение не дано)

Решим. $\varphi = \int \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + x^2}} dx$
 $= \frac{R^2(R^2 + x^2)^{3/2} + R_0^2(R_0^2 + x^2)^{3/2}}{[(R^2 + x^2)(R_0^2 + x^2)]^{3/2}} > 0 \quad \forall x \in R \Rightarrow$
Ответ: 1) $v = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.2. ~~длина волны можно расположить отрицат. к диску.~~

~~Вода по ф-ле (*) он будет ускоряться, и при макс. скорости
путь вода автомашин, рассуждения, получим $\frac{9}{4}v_0^2 = W + \frac{1}{2}mv^2$
(так достигается когда $\vec{v}$ повернуть диаметр
на 180° ; если повернуть по другому, то он уменьшается)
при преломлении $v = \sqrt{\frac{9}{4}v_0^2 + \frac{1}{2}mv^2}$~~

$$\frac{v_{max}}{v_{min}} = \sqrt{\frac{13}{5}}$$

Ответ: 1) $v = \frac{\sqrt{5}}{2} v_0$; 2) $\frac{v_{max}}{v_{min}} \sqrt{\frac{13}{5}}$.

Ответ: 1) $v = \frac{\sqrt{5}}{2} v_0$; 2) $\frac{v_{max}}{v_{min}} \sqrt{\frac{13}{5}}$.

φ -угол $\neq$ имеет экстрем значения.

при $R^2(R_0^2 + x^2)^{\frac{2}{3}} \neq R_0^2(R^2 + x^2)^{\frac{2}{3}}$

$$R^{\frac{4}{3}}(R_0^2 + x^2)^{\frac{2}{3}} \neq R_0^{\frac{4}{3}}(R^2 + x^2)^{\frac{2}{3}}$$

$$x^2 = \frac{R^{\frac{4}{3}}R_0^{\frac{2}{3}} - R_0^{\frac{4}{3}}R^{\frac{2}{3}}}{1 - R^{\frac{2}{3}}R_0^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}} R^{\frac{4}{3}} R_0^{\frac{2}{3}} - R^2 > 0$$

$$R_0^{\frac{2}{3}} > \frac{R^2}{R^{\frac{2}{3}}} = R^{\frac{4}{3}}$$

$$R_0 > R^{\frac{3}{2}}$$

неверн.
экстремума
не существует
и поэтому
невозможно
вопрос

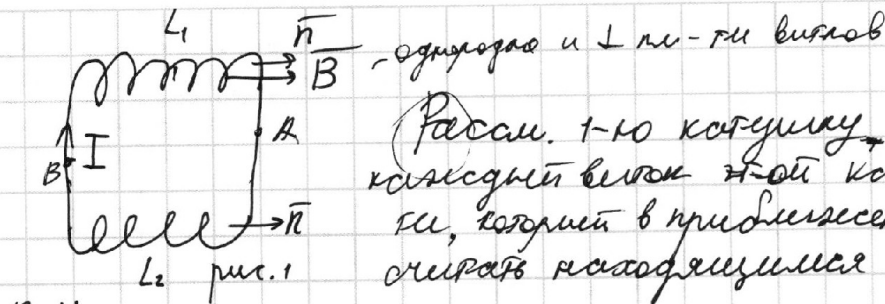


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассм. 1-ю катушку и буду рассм. каждый виток этой катушки по отдельности, который в приближении можно считать находящимся в одной плоскости.

н.1: Для каждого витка по т. Фарадея $\mathcal{E}_i = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} + \mathcal{E}_{\text{инд}i}$. Просуммируем для каждого витка по виткам:

$$\mathcal{E}_{BA} = -\frac{dB}{dt} \cdot n \cdot S_1 - L_1 \frac{dI}{dt} = \varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E} - \mathcal{E}_{BA}$$

$$\mathcal{E}_{BA} = +L_2 \frac{dI}{dt}$$

р-ция, завис. от ч-потенциала

$$-\frac{dB}{dt} n S_1 = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}; \quad dI = -\frac{n S_1}{L_1 + L_2} dB; \quad I_0 = \left| -\frac{n S_1}{L_1 + L_2} (-B_0) \right| =$$

$$= \frac{n S_1 B_0}{L_1 + L_2} = \frac{n S_1 B_0}{4L}$$

решит по рас. отрезке на рис. 1.

$$н.2: I = -\frac{n S_1}{L_1 + L_2} (B - B_0) = \frac{dq}{dt};$$

$$q = -\frac{n S_1}{L_1 + L_2} \left(\int_0^t B dt - B_0 \tau \right) \Rightarrow \int_0^t B dt = \frac{1}{2} (B_0 + \frac{B_0}{4}) \frac{\tau}{2} + \frac{1}{2} \frac{B_0}{4} \frac{\tau}{2} =$$

$$\Rightarrow -\frac{n S_1}{4L} \left(\frac{3}{8} B_0 \tau - B_0 \tau \right) = \frac{5 n S_1 B_0 \tau}{32 L} = q = \frac{\tau}{8} \left(\frac{5}{4} B_0 + \frac{B_0}{4} \right) = \frac{3}{8} B_0 \tau$$

Ответ: 1) $I_0 = \frac{n S_1 B_0}{4L}$ - зависит от среднего к катушке потоку если катушка 1 закручена праввинково, и к северному или южному витку

$$2) q = \frac{5}{32} \frac{n S_1 B_0 \tau}{L}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

6 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

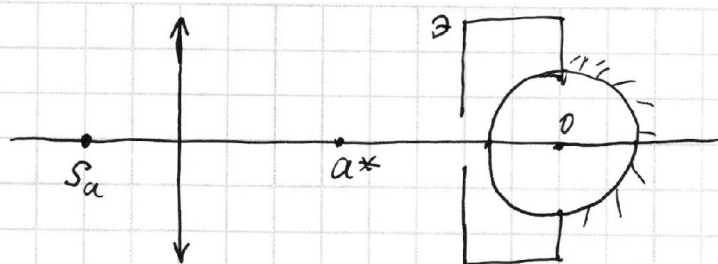


рис. 1.

Рассмотрим преломление параксимальных лучей на поверхности шара.

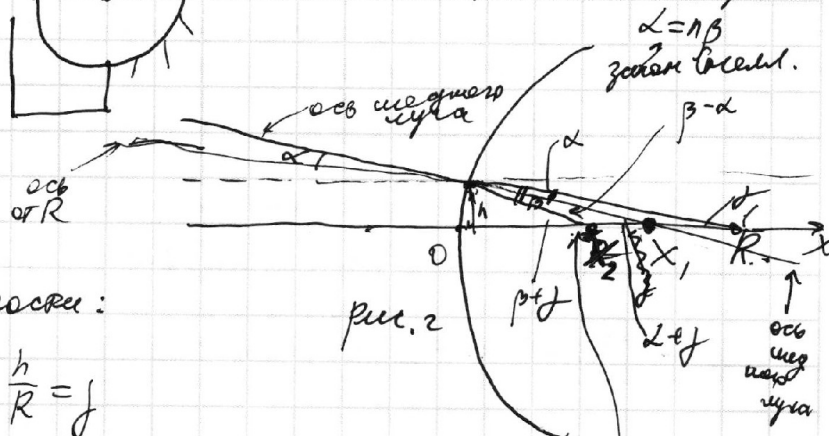


рис. 2

К рис. 2:

В силу параксимальности:

$$\frac{h}{X_2} = \beta + \gamma; \quad \frac{h}{X_1} = \alpha + \gamma; \quad \frac{h}{R} = \gamma$$

$$\begin{cases} \frac{h}{X_1} = n\beta + \gamma \\ \frac{nh}{X_2} = n\beta + \gamma \end{cases} \Rightarrow h \left(\frac{n}{X_2} - \frac{1}{X_1} \right) = \gamma(n-1) = \frac{h}{R}(n-1)$$

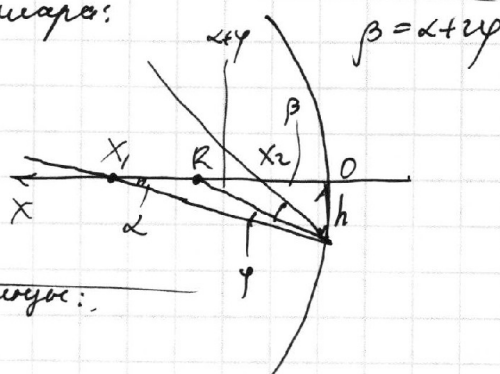
$$\boxed{\frac{n-1}{R} = \frac{n}{X_2} - \frac{1}{X_1}} \leftarrow \text{преломл. на шаре (1)}$$

Рассм. отражение от внутр. пов. шара:

$$\alpha = \frac{h}{X_1}; \quad \alpha + \gamma = \frac{h}{R}; \quad \alpha + 2\gamma = \frac{h}{X_2}$$

$$\frac{2h}{R} - \frac{h}{X_1} = \frac{h}{X_2} \Rightarrow \boxed{\frac{2}{R} - \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2}} \quad (2)$$

← отраж.



1.1 Решение задачи:

1) луч соприкасаясь. линзу: $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a^*}$

2) преломл.: $\frac{n-1}{R} = \frac{n}{X_2} + \frac{1}{b-a^*}$

3) отраж.: $\frac{2}{R} = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{2R-X_2}$

4) преломл.: $\frac{n-1}{R} = \frac{n}{2R-X_1} - \frac{1}{X_2}$

5) луч соприкасаясь. линзу: $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b+\lambda}$

$$a^* = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{1}{a}} = \frac{1}{\frac{1}{F}(1 - \frac{a}{F})} = nF; \quad X_2 = \frac{n}{\frac{n-1}{R} - \frac{1}{b-a^*}} = \frac{nR(b-a^*)}{(n-1)(b-a^*) - R}$$

$$= \frac{-nR, 05F}{-(n-1), 05F - R} = \frac{0,5nRF}{0,5F(n-1) + R}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
7 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение №5.

$$x_1 = \frac{1}{\frac{2}{R} - \frac{1}{2R-x_2}} = \frac{R(2R-x_2)}{2(2R-x_2)-R} = \frac{R(2R-\frac{nRF}{F(n-1)+2R})}{2(2R-\frac{nRF}{F(n-1)+2R})-R} =$$

$$= R \frac{2RF(n-1) + (2R)^2 - nRF}{4RF(n-1) + 2R^2 - nRF - RF(n-1) - 2R^2} = R \frac{4R^2 + 2RF(n-1) - nRF}{3RF(n-1) + 6R^2 - nRF}$$

$$\lambda = \frac{1}{\frac{n}{2R-x_1} - \frac{n-1}{R}} = R \frac{2R-x_1}{nR - (n-1)(2R-x_1)} = R^2 \frac{2 - \frac{4R^2 + 2RF(n-1) - nRF}{3RF(n-1) + 6R^2 - nRF}}{nR - R(n-1)(2 - \frac{4R^2 + 2RF(n-1) - nRF}{3RF(n-1) + 6R^2 - nRF})} =$$

$$= R^2 \frac{4RF(n-1) + 8R^2 - nRF}{3RF(n-1)n + 6nR^3 - n^2R^2F - R(n-1)(4RF(n-1) + 8R^2 - nRF)}$$

$$\frac{1}{\lambda + b} = \frac{1}{10,5F + R^2 \frac{4RF(n-1) + 8R^2 - nRF}{3R^2F(n-1)n + 6nR^3 - n^2R^2F - R(n-1)(4RF(n-1) + 8R^2 - nRF)}} =$$

$$= \frac{1}{11F};$$

$$11F = \frac{31,5F^2R^2(n-1)n + 63FnR^3 - n^2R^2F^2 + 10,5FR(n-1)(4RF(n-1) + 8R^2 - nRF)}{3R^2F(n-1)n + 6nR^3 - n^2R^2F - R(n-1)(4RF(n-1) + 8R^2 - nRF)}$$

$$\times (4RF(n-1) + 8R^2 - nRF) + 10,5FR(n-1) + 8R^4 - nR^3F =$$

$$= \frac{-42FR^2 + 84FR^3 - 42F^2R^2 + 84FR^3}{-4R^2F + 8R^3} = \frac{p_4}{4} \frac{2FR^3 - F^2R^2}{2R^3 - R^2F} =$$

$$= 21 \frac{2FR - F^2}{2R - F} = 11F;$$

$$42FR - 21F^2 = 22FR - 11F^2;$$

$$R = \frac{10F^2}{20F} = \frac{F}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 8 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $b = 16F$

$$x_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{2R - x_2}} = \frac{4nF}{8n - 9}$$

$$x_2 = ARF$$

$$x_2 = \frac{nF(16F - 11F)}{(n-1)4F - \frac{F}{2}} = \frac{nF \cdot 4F}{F(8n-1) - 1}$$

$$x_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{2R - x_2}} = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{1}{F - \frac{4nF}{8n-9}}} = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{8n-9}{8Fn-9F-4nF}} =$$

$$= \frac{(8Fn-9F-4nF)F}{32Fn-36F-46nF-8nF+9F} = \frac{8Fn-9F-4nF-9F}{(4n-9)F^2} = \frac{(4n-9)F}{8Fn-24F-4n+9}$$

$$x = \frac{1}{\frac{n}{2R-x_1} - \frac{n-1}{R}} = \frac{\frac{F}{2} \left(F - \frac{(4n-9)F}{8n-24} \right)}{\frac{nR}{2} - 2(n-1) \left(F - \frac{(4n-9)F}{8n-24} \right)} =$$

$$= \frac{(8n-24-4n+9)F}{n(8n-24) - 2(n-1)(8n-24-4n+9)} = F \frac{4n-18}{8n^2-22n+(2-2n)(4n+18)} =$$

$$= F \frac{4n-18}{8n^2-22n+8n-39-8n^2+39n} = F \frac{4n-18}{4n-20n-39}$$

$$16F + F \frac{4n-18}{20n-39} = 11F;$$

$$360n - 624 + 4n - 18 = 220 - 429$$

$$364n = 220 + 642 - 429 = 220 + 413 = 633$$

$$n = \frac{633}{364} \approx 1,71$$

Ответ: $1/R = \frac{F}{2}$; $n = \frac{633}{364} \approx 1,71$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 39 \\ \hline 144 \\ + 576 \\ \hline 624 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 633 \overline{) 364} \\ 364 \\ \hline 0 \\ 2690 \\ 2690 \\ \hline 0 \\ 2548 \\ 2548 \\ \hline 0 \\ 420 \\ 364 \\ \hline 560 \end{array}$$

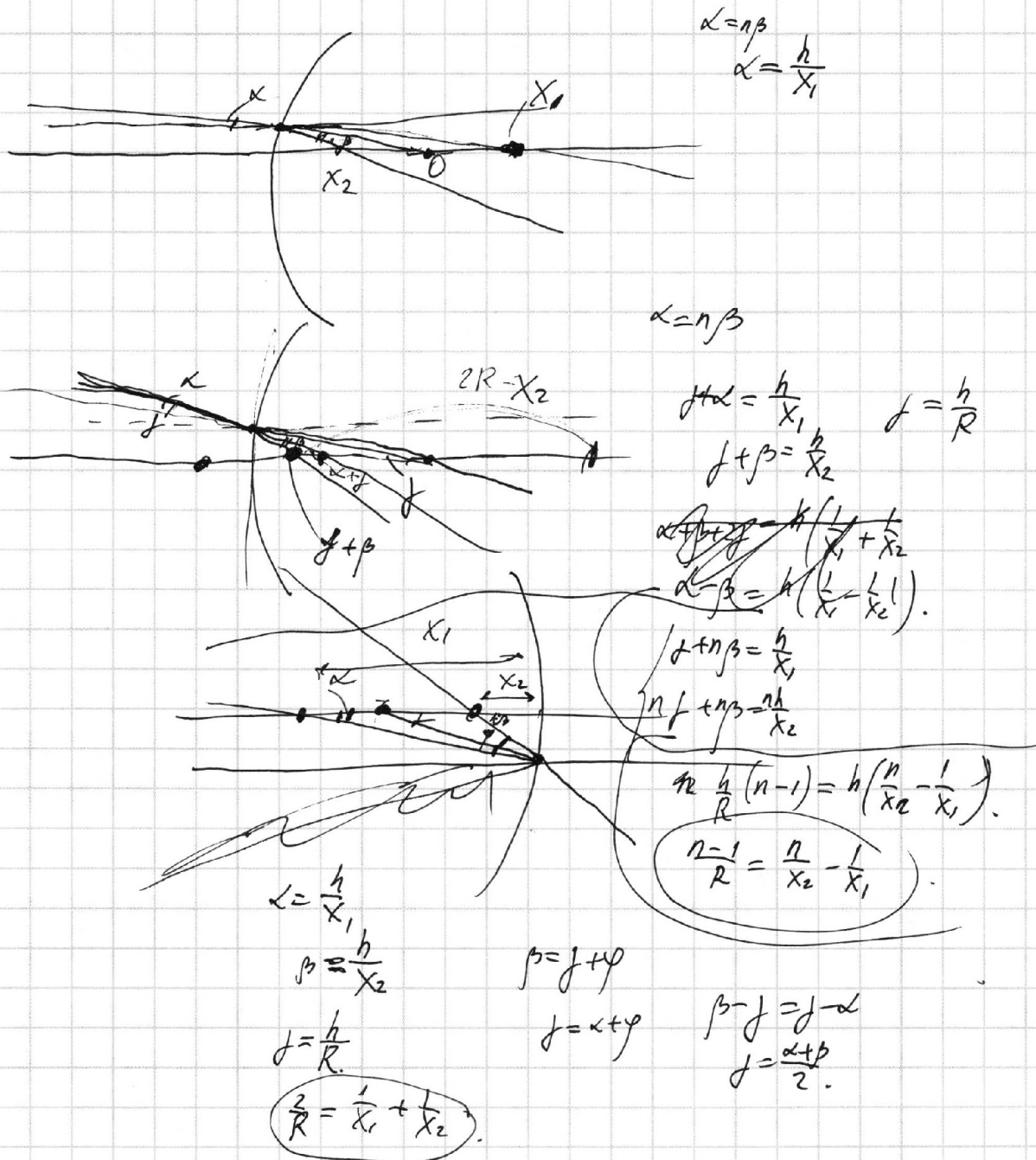


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

