



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab : 3^{14} \cdot 7^{13} &= 7 \quad ab^2c : 3^{33} \cdot 7^{30} \\ bc : 3^{19} \cdot 7^{17} &\quad ab^2c : ac : 3^{23} \cdot 7^{42} \\ ac : 3^{23} \cdot 7^{42} &\Rightarrow ab^2c : 3^{33} \cdot 7^{42} \\ &\Rightarrow ab^2c \geq 3^{33} \cdot 7^{42} \cdot \frac{1}{8} \\ \Rightarrow abc \geq \frac{3^{33} \cdot 7^{42}}{b} &\Rightarrow abc - \min \text{ при } ac \text{ min и } b - \max \\ \text{Таким } \text{же } \text{закономериями} &\Rightarrow \text{если } ac \text{ возрастают} \\ \text{тогда } abc = \frac{3^{33} \cdot 7^{42}}{b} &\text{то } b \text{ уменьшается} \\ ac = \frac{3^{33} \cdot 7^{42}}{b^2} &\Rightarrow b^2 = \frac{3^{33} \cdot 7^{42}}{ac} \\ \text{или } &\text{если } ac \text{ возрастает} \\ 3^{23} \cdot 7^{42} &\text{то } b \text{ уменьшается} \\ \Rightarrow 3^{10} = b^2 &\Rightarrow b = 3^5 \\ \Rightarrow abc = 3^{28} \cdot 7^{42} &\Rightarrow ac - \min \text{ при } \sqrt{21} \text{ раз} \\ \min \text{ значение.} &\text{значит } b \text{ будет.} \end{aligned}$$

Ответ: $abc_{\min} = 3^{28} \cdot 7^{42}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

известно, что $\text{НОД}(a, b) = 1$; $\text{НОД}(a+b; a^2 - ab + b^2)$

значит

Найти m .

m

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b, a^2 - ab + b^2) = \text{НОД}(c, d) = \text{НОД}(c, \text{окн. остаток})$$

$$= \text{НОД}(a+b, 11b^2)$$

Пок рдк $a+b$ взаимно простое, но $a+b$ не делится ни на один простой множитель b или

$$(\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a+b, b) = \text{НОД}(a, b+d))$$

Известно, что для

всех чисел c и d :

$$\text{НОД}(c, d) = \text{НОД}(c, d)$$

$$\begin{array}{r} d^2 - 9ab + b^2 \mid a+b \\ \hline a^2 + ab \mid a-10b \\ \hline -10ab + b^2 \\ \hline -10ab - 10b^2 \\ \hline 11b^2 \text{ (ост.)} \end{array}$$

Число $(a+b)$ и

b^2 взаимно простые \Rightarrow

$$\text{НОД}(a+b, 11b^2) \leq 11$$

(достаточно 11 находит

при $a=6; b=5$ можно

$$\frac{6}{5} - \text{делит} \mid \frac{6+5}{36-270+25} = \\ = \frac{11}{-209} \text{ (делит на 11)} = \\ = \frac{1}{-19} \cdot$$

Ответ: $m=11$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

При помощи подстановки можно показать,
что $x = \frac{5}{6}$ будет корней уравнения:

$$\sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} - \frac{25}{6} + 6} - \sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} + \frac{5}{6} + 1} = 5 - 5$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} + 1 \frac{5}{6}} - \sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} + 1 \frac{5}{6}} = 0$$

$\frac{0}{0} = 0$
Верно.

$$\sqrt{(x - \frac{5}{6})(3x - \frac{5}{2}) + 3\frac{17}{36}} -$$

Ответ: $x = \frac{5}{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

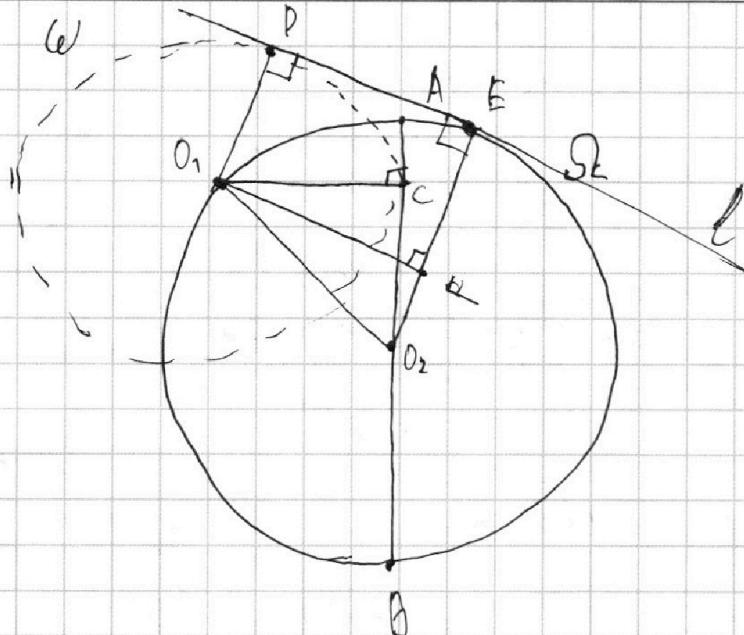
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $O_1 F$ -
точки касания
 $\Rightarrow O_1 F$ - радиус O_1
окружности ω

и $O_2 G$ - радиус O_2
окружности S_2 .

Пусть

O_1 и O_2 сообр.

чайная окр. ω и S_2 .

Пусть радиус окр $\omega - R_1$ и радиус окр $S_2 - R_2$.
М.к. AB гудж., то $R_2 = \frac{AB}{2} = \frac{AC + CB}{2} = 7\sqrt{3}$

$O_1 C \perp AB$ (как касан.)

$O_2 G$ то м-е паралл.:

$O_1 D \perp l$ (как касан.)

$$O_1 C^2 = O_2 G^2 + O_1 O_2^2 - O_2 C^2$$

$O_2 E \parallel l$ (как касан.).

~~$O_2 C = \sqrt{(BC - BO_2)^2 + R_2^2} = R_2$~~

$$R_1 = O_1 C = O_1 D = \cancel{5}$$

~~$\Rightarrow \sqrt{(BC - BO_2)^2 + R_2^2} = \sqrt{144 + 169} =$~~

Очевидно квадр. из O_2 ид

~~$= \sqrt{313}$~~

$O_2 E \Rightarrow O_1 DEF$ - паралл.

~~$O_1 C = \sqrt{R_2^2 - (BC - BO_2)^2} =$~~

$$\Rightarrow O_1 D = FB \Rightarrow O_2 F = DE - FE =$$

~~$= \sqrt{R_2^2 - (BC - R_2)^2} = \sqrt{169 - 144} =$~~

$$O_2 F = DE - R_2 + R_1 = 8$$

~~$= 5$~~

то м-е паралл.:

$$DE = O_1 F = \sqrt{O_1 O_2^2 - O_2 F^2} = \sqrt{R_2^2 - O_2 F^2} = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}$$

Омеги: $\sqrt{105}$.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тусло s - расстояние от A до B ; v_m -
мотоциклистка
~~скорость белосинедистка~~; v_b - скорость
~~белосинедистка~~.

$$\left\{ \frac{s}{v_b} = \frac{s}{v_m} - 1 \quad (1) \right.$$

$$\left\{ \frac{v_m}{v_b} \cdot s = \frac{v_b}{v_m} s = 49 \quad (2) \right. \Rightarrow (2) u(4):$$

$$\left\{ \frac{s}{v_{b+7}} = \frac{s}{v_m+7} - \frac{36}{60} \quad (3) \right. -$$

$$1) \quad s(v_b - v_m) = v_b \cdot v_m$$

$$3) \quad s v_m + 7s = s v_b + 7s - \frac{3}{5}(v_b + 7)(v_m + 7)$$

$$s(v_{b+7} - v_{m+7}) = \frac{3}{5}(v_b + 7)(v_m + 7)$$

$$\Rightarrow 5v_b \cdot v_m = 3v_b v_m + 21v_b + 21v_m + 147$$

$$\therefore v_b v_m = \frac{21v_b + 21v_m + 147}{2}$$

$$\Rightarrow 2s(v_b - v_m) = 21v_b + 21v_m + 147$$

$$(2s - 21)v_b - (2s + 21)v_m = 147$$

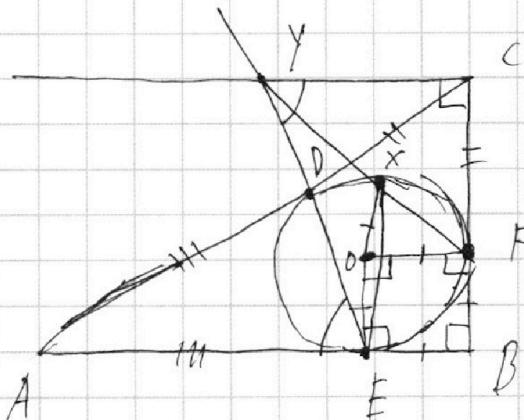
$$v_b = \frac{147 + (2s + 21)v_m}{2s - 21} \quad (4)$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O - центр
окр ω ; r - её радиус.

П.к. $\triangle ABC$ - правильн,
а ω вине окр., то

$$r = O = OF = EB = BF; AE = AD; DC = CF.$$

$XY \parallel AB$, м.к. они перп. BC .

$$\Rightarrow \angle DEA = \angle DYC - \text{как накр.}$$

$$\triangle ADE - \text{пр} \Rightarrow \angle ADE = \angle AED$$

$$\Rightarrow \angle YDC = \angle AED = \angle ADE + \angle EDC = \angle DYC$$

как фиг.

$$\Rightarrow \triangle YDC - \text{пр} \Rightarrow YC = DC = CF \Rightarrow$$

$$\triangle YCF - \text{пр. с подобными катн.} \Rightarrow YF - \text{кан}$$

$\angle CYF = \angle CFY = 45^\circ$

$$= \sqrt{2} CF; \text{ м.к. } \text{окр. } \omega \text{ вине. б. правильн } \triangle$$

$$\Rightarrow \angle EOF = \angle OFB = \angle FBE = \angle BEO \Rightarrow OF \parallel BE$$

$$\Rightarrow OF \parallel AB \text{ и } YC \Rightarrow CYR = \angle XFO - \text{как накр.}$$

$\angle XFO = 45^\circ$

$$XO = OF = r \Rightarrow \triangle XOF - \text{пр} \Rightarrow \angle OXF = \angle XFO = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \text{доказано } XF \geq \sqrt{2} r \Rightarrow YX = YF - XF = \sqrt{2} (r - \sqrt{2} r)$$

$$\angle EOF = 90^\circ (\text{чертеж}) \Rightarrow \angle EXF = 45^\circ (\text{как фиг. окр. } \omega \text{ и фиг. } \triangle EXF)$$

$\angle EXF = \angle OXF \text{ катн.} \Rightarrow EX - \text{диаметр } \omega \Rightarrow EX = 2r$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолжение).

$$\text{По упр } EX = \sqrt{2} \times Y$$

$$\Rightarrow 2r = (\sqrt{2}CF + \sqrt{2}r) \cdot \sqrt{2}$$

$$2r = 2CF - 2r$$

$$2r = CF = CD$$

По т-ме Пифагора:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$(AE+EB)^2 + (BF+CF)^2 = (AD+CD)^2$$

$$(AE+r)^2 + (r+2r)^2 = (AD+2r)^2$$

$$AD^2 + 2ADr + r^2 + 9r^2 = AD^2 + 4ADR + 4r^2$$

$$2ADR = 6r^2$$

$$2AD = 6r$$

$$AD = 3r$$

$$\Rightarrow AD : DC = 3r : 2r = 3 : 2$$

Ответ: 3 : 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$25x^2 = 9z^2 + y^2 + 6yz \quad 25x^2 - 2^2 - y^2 = 8z^2 + 6yz$$

$$8z^2 = 2(4z^2 + 3y^2)$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \quad (\text{всегда ве} \check{c} \text{ квадраты})$$

$$\frac{xy}{8y + 2x} = \frac{3x^2 - 5x + 6 + 3x^2 + x + 1 - 2\sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)}}{2\sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)}} = \frac{25 - 60}{x^2 + 36x}$$

$$-15x^2 + 28x - 9 = \sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} \quad \text{извлекаем}$$

М.к. правильной стороны у нас корень
одного ответа может принадлежать лишь некоторым
затененным зонам \Rightarrow первая зона.

Рассмотрим функцию $f(x) = -15x^2 + 28x - 9$

$$-15x^2 + 28x - 9 = 0$$

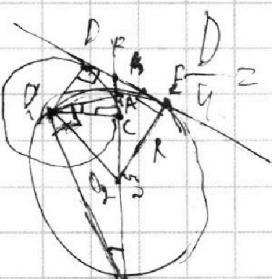
$$-3x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (\text{выражение } \frac{x-5}{3x+6})$$

$$5(V_m - V_B) = V_m V_B 3 \frac{11}{12}$$

$$55(V_m - V_B) = 3(V_B + 7)(V_m + 7)$$

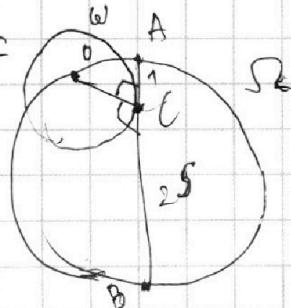
$$2S(V_m - V_B) = 21 V_m + 21 V_B + 147$$

~~плюс~~



$$5S(V_m - V_B) = \left(\frac{3}{2} + 1\right)(2V_m + 2V_B + 147) \quad 5V_m V_B = 3V_B V_m + 21V_m + 21V_B + 147$$

$$2S(V_m - V_B) = \frac{5}{2}V_m V_B = \frac{21V_m + 21V_B + 147}{2}$$





- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 \frac{5}{\sqrt{b}} &= \frac{5}{\sqrt{a}} - 1 & \frac{5}{\sqrt{a+7}} &= \frac{5}{\sqrt{a}} - \frac{36}{50} & \frac{55}{\sqrt{a+7}} &= \frac{55}{\sqrt{a}} - \frac{3}{5} \\
 d^2 b &: 3^{14} > 7 & d^2 c &: 3^{23} \cdot 7^{42} = dc \\
 55(\sqrt{a+7}) &= 55(\sqrt{a}) - 3(\sqrt{a+7})(\sqrt{a+7}) \\
 \Rightarrow & d^2 c > 3^{19} \cdot 7^{17} & -8y^2 & & & \\
 d^2 b &: 3^{23} \cdot 7^{42} & d^2 c &: 3^{23} \cdot 7^{42} & = 45xy \\
 ac &: 3^{19} \cdot 7^{17} & ac &: 3^{23} \cdot 7^{42} & x(5x - 6y) &= 8y^2 \\
 -2\sqrt{(3x^2 - 5xy + 6)} & \text{Проверим эти неравенства: } x(5x - 6y) = 8y^2 \\
 \cdot (3x^2 + 6x + 1) & \Rightarrow d^2 b^2 c^2 > \cancel{\frac{356}{3^{19} \cdot 7^{17}}} \cdot 3^{56} \cdot 7^{72} \cdot \frac{32+y}{5} / (32+y) \\
 2 \cdot 25 - 60x + 36x^2 & \text{Нак как мы работаем с натуральными числами: } \\
 \end{aligned}$$

Некоторые неравенства могут быть:

$$\begin{aligned}
 6x^2 - 4x + 7 &- 25 - 60x - 36x^2 = 2 \cdot \frac{(3x^2 - 5xy + 6)(3x^2 + 6x + 1)}{3^{19} \cdot 7^{17}} \\
 -30x^2 + 56x - 18 &= \sqrt{d^2 b^2 c^2} > \sqrt{3^{56} \cdot 7^{72}} & x = \frac{32+y}{5} - \frac{d^2}{d+ab} & - \frac{8y^2}{8y^2} \\
 -15x^2 + 28x - 9 & \geq 0 & d = \frac{32+y}{5} - \frac{8y^2}{8y^2} & \cancel{d+ab} \\
 \frac{d^2 - 9ab + 8^2}{4^2 \cdot 7^{16} - \frac{a+b}{2^{10} \cdot 7^0}} &= d^2 b^2 c^2 & (32+y)(32-5y) &= 40y^2 \\
 \frac{d^2 - 9ab + 8^2}{4^2 \cdot 7^{16} - \frac{a+b}{2^{10} \cdot 7^0}} &= d^2 b^2 c^2 & d = \frac{32+y}{5} - \frac{8y^2}{8y^2} & \cancel{d+ab} \\
 = a - 10b + \frac{118^2}{d+b} & d + b = d^2 - 9ab + 8^2 \pmod{m} & d = \frac{32+y}{5} - \frac{8y^2}{8y^2} & \cancel{d+ab} \\
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{НОД}(118^2, ab) &= m & d + b &= a^2 + b^2 - \frac{56}{a^2 + b^2} & \frac{32(5x+y) - 2^2}{y^2 + 32^2} = \\
 a & \quad \cancel{d+b} + 9ab = a^2 + b^2 - \frac{56}{a^2 + b^2} & d + b &= (a+b)^2 - 11ab & d = \frac{32+y}{5} - \frac{8y^2}{8y^2} \\
 b & \quad \cancel{d+b} = a^2 + b^2 - \frac{56}{a^2 + b^2} & d + b &= (a+b)(a+b-1) & \cancel{d+ab} \\
 \therefore b & \quad \cancel{d+b} = a^2 + b^2 - \frac{56}{a^2 + b^2} & 11ab &= (a+b)(a+b-1) & \cancel{d+ab} \\
 \Rightarrow a+b & \quad \cancel{d+b} = a^2 + b^2 - \frac{56}{a^2 + b^2} & = \frac{2(75x+3y-2)}{y^2 + 32^2} & = \frac{2(82xy)}{y^2 + 32^2} \\
 \therefore b^2 & \quad \cancel{d+b} = a^2 + b^2 - \frac{56}{a^2 + b^2} & z &= \frac{25xy}{8y^2 + 32^2} & = \frac{2(82xy)}{y^2 + 32^2} \\
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b &= p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdots & m &= (d+b)^2 - 9ab + 8^2 & = m \\
 a &= q_1^{b_1} \cdot q_2^{b_2} \cdots & \text{НОД}(a, b) &= 1 & = \frac{25xy}{8y^2 + 32^2} \\
 2 &= \frac{5x-y}{3} & \frac{8y+x}{xy} &= \frac{75}{2} & = \frac{2(82xy)}{y^2 + 32^2} \\
 & (5x-y)(8y+x) & = 45xy & = \frac{2(82xy)}{y^2 + 32^2} & = \frac{2(82xy)}{y^2 + 32^2}
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

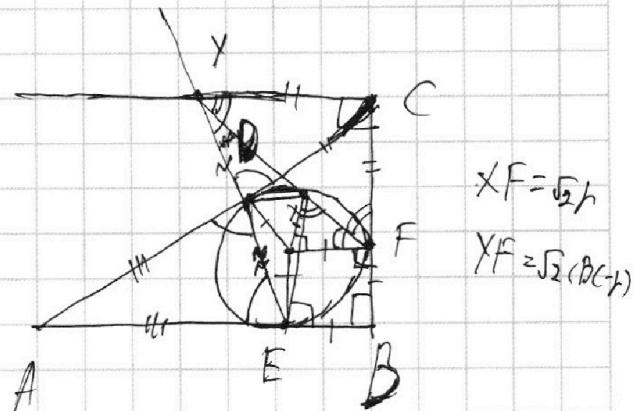
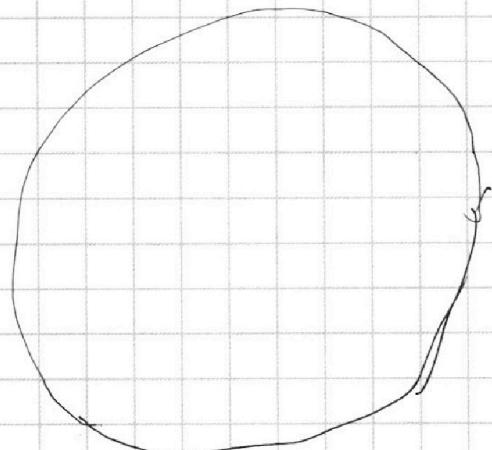
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{CF} = \frac{AB - r}{BC - r}$$

$$\frac{EX}{XY} = \frac{\sqrt{2}}{1} \quad EX = d = 2r$$

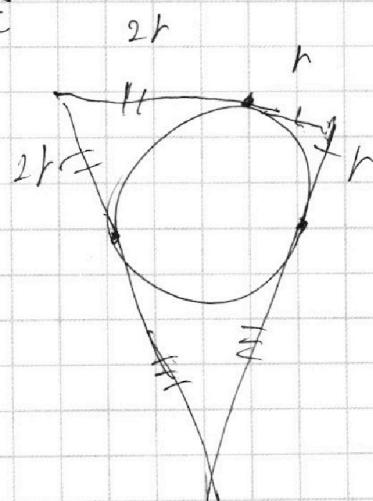
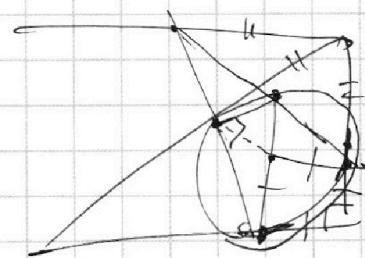
$$\sqrt{2}(YF - XF) = 2r$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{2}(BC - r) - \sqrt{2}r) = 2r$$

$$2(BC - r) - 2r = 2r$$

$$BC - r = 2r$$

$$BC = 3r$$



$$(3r)^2 + (r+x)^2 = (2r+x)^2$$

$$9r^2 + r^2 + 2rx + x^2 =$$

$$= 4r^2 + 4rx + x^2$$

$$2rx = 9r^2 + r^2 - 4r^2$$

$$2rx = 6r^2 \quad 2x = 6r^2$$

$$x = 3r$$