



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$  делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа  $N$ , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 50]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $x^2 - 6x + a$  равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n!(n+1+(n+1)(n+2)) = n!(n+2)^2$$

Заметим, что  $361 = 19^2$ , а 19 - простое число, значит либо  $n! : 19^2$ , либо  $(n+2)^2 : 19$ , либо  $n! : 19$  и  $(n+2)^2 : 19$

- 1) Если  $n! : 19^2$ , то наименьшее 19-простое, то  $n! \geq 19^2$
- 2) Если  $(n+2)^2 : 19^2$ , значит что  $n+2 : 19 \Rightarrow n \geq 17$
- 3) Если  $(n+2)^2 : 19$  и  $n! : 19$ , то заметим, что наименьшее  $n$ -простое, а  $n! : 19$ , то  $n \geq 19$ , при этом если  $(n+2)^2 : 19$ , то обязательно  $(n+2)^2 : 19^2$ . Т.е. из условия  $n! : 19$ , то  $n \geq 19$

Получаем, что во 2 случае  $n \geq 17$ . Значит минимальное значение  $n = 17$ .

$$\text{Проверка: } n!(n+2)^2 = 17! (19)^2 : 19^2 \text{ и } 19$$

Ответ: 17



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть, наименьшее из чисел  $= a$ . Тогда сумма:

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3, \quad N > 8$$

т.е.  $5a^2 + 20a + 30 - 10 = 5(a^2 + 4a + 4) = N^3$

$N:5$   
 $(a+2):5$   
 $\Rightarrow$  степень входящая 5 в  $(a+2)^2 = 3k-1$ , в данном случае

будем обозначать степень входящая простого  $p$  в число  $x$  как  $\deg_p x$ . Т.е.  $\deg_5 (a+2)^2 = 3k-1$ , при этом

$$3k-1 = \text{чет}, \text{ поскольк } (a+2)^2 - \text{квадрат} \Rightarrow k = \text{нечет.}$$

Заметим, что если у нас есть простое  $p \neq 5$   $\deg_p N = d$ , то если  $\deg_p (a+2) = b$ , то  $\deg_p N^3 = \deg_p (a+2)^2$ , то  $3d = 2b$ , а  $d:2$ ,  $b:3$

Значит  $\deg_p (a+2):3$ ,  $\deg_p (N):2$

$$\Rightarrow \deg_p (a+2)^2:6. \text{ Решаем:}$$

1)  $\deg_5 (a+2)^2 = 3k-1 \geq 2$ , т.е.  $(a+2)^2:5^2 = 25$

2) Для любого простого  $\deg_p (a+2)^2:6$ . Поскольку  $N > 6$ , то число простое хотя бы одно отличное от 5 входящих в  $N$  хотя бы 1, значит, пусть у нас есть какое-то  $p_1$ , где  $N:p_1 \Rightarrow \deg_{p_1} (a+2)^2:6 \Rightarrow (a+2)^2:p_1^6$

$$\Rightarrow (a+2)^2:25 \cdot p_1^6 \Rightarrow N^3:125 \cdot p_1^6, \text{ т.е.}$$

$$N^3 \geq 125 \cdot p_1^6 \quad N \geq 5 \cdot p_1^2, \text{ а } p_1 \geq 2 \Rightarrow N \geq 5 \cdot 2^2$$

$\Rightarrow N_{\min} = 20$ . Проверка: верно при  $a=2=40$

$$5 \cdot 40^2 = 20^3 \Rightarrow 5 \cdot 1 = 20 \text{ верно}$$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

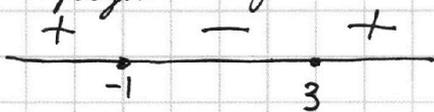
СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$1) \sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 0 \quad D=4+12=16 \quad x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Определим промежутки  $x$ , наметив интервалы:



a)  $x = -2 \Rightarrow 4^2 + 4 - 3 \geq 0 \quad \checkmark$

b)  $x = 2 \Rightarrow 4 - 4 - 3 \leq 0 \quad \times$

в)  $x = 4 \Rightarrow 16 - 8 - 3 \geq 0 \quad \checkmark$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$

$$2) \text{Разберем 2 случая. A) } x \in (3; +\infty) \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 0,$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 + |7-2x|$$

$$\Rightarrow 7 \geq |7-2x| \quad \text{A1) } 7-2x \geq 0 \Rightarrow 7 \geq 2x \quad 3,5 \geq x$$

$$\Rightarrow 7 \geq 7-2x \quad 2x \geq 0 \quad x \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 3,5]$$

$$\text{A2) } 7-2x \leq 0 \Rightarrow x \geq 3,5 \Rightarrow 7 \geq 2x-7 \Rightarrow x \leq 7$$

$$\Rightarrow x \in [3,5; 7] \Rightarrow x \in [0; 3,5] \cup [3,5; 7] \text{ т.е. } x \in [0; 7]$$

$$\begin{cases} x \in [0; 7] \\ x \in (3; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (3; 7]$$

$$\text{B) } x \in (-\infty; -1) \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 0, \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \leq 0, 7-2x \geq 0$$

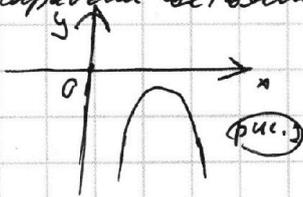
$$\Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3}-2x+1 + 7-2x$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x+2 \quad \sqrt{x^2-2x-3} \geq -2x+1$$

$$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1 \quad -3x^2+2x-4 \geq 0 \quad \text{Определим по методу интервалов.}$$

$$D=4-12 \cdot 4 \leq 0 \Rightarrow \text{парабола не пересекает ось абсцисс.}$$

Парабола ветвится вниз. Значит график такого вида как на рис. 1



и значит, что условие  $-3x^2+2x-4 \geq 0$  никогда не выполняется  $\Rightarrow$  такой случай невозможен.

$$\Rightarrow \text{Ответ } x \in (3; 7]$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

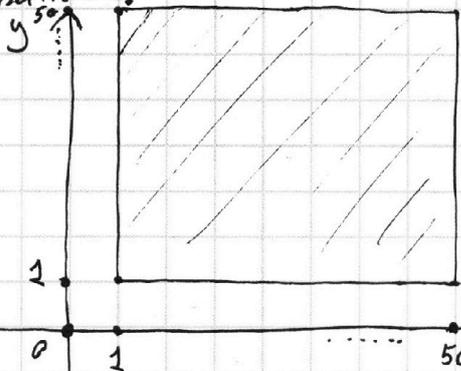


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Давайте рассмотрим какой-нибудь ромб, который является квадратом.

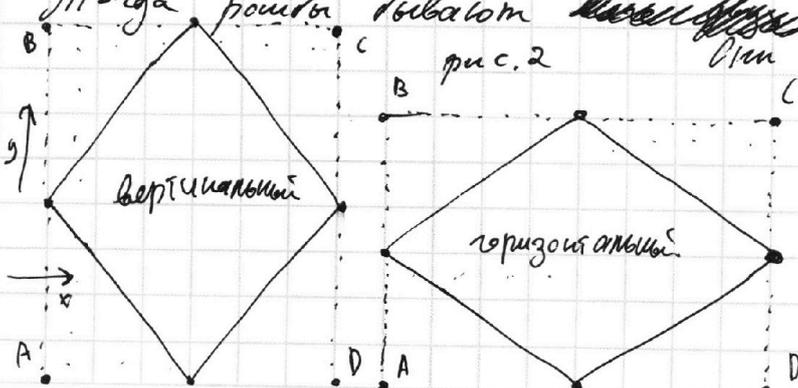


Зачем мы это делаем? Пусть он стоит в левом нижнем углу допустимой области.

Назовем квадрат  $ABCD$ , пусть  $A$  стоит в координате  $(1; 1)$ . Заметим, что если мы рассмотрим еще один квадрат в другом месте,

то наш квадрат  $ABCD$  можно туда "передвинуть". Т.е. чтобы рассмотреть какой-то квадрат, можно сказать, что мы  $ABCD$  просто сдвинули в другое место. Заметим, что если при сдвиге  $ABCD$ ,  $A$  перешла в  $A'$ , то наш квадрат определяется однозначно (т.е. все точки  $B, C, D$  передвигаются одинаково) (поскольку поворот  $ABCD$  нами мы не делаем, т.е. квадрат движется только вверх-вниз, влево-вправо). Тогда нам достаточно посмотреть всевозможные расположения точки  $A$  при сдвиге. Заметим, что по  $x$  значению  $A$  могут принимать только значения от 1 до 45, поскольку иначе, точка  $D$  вылезет за пределы допустимого, аналогично по  $y$ , значение координаты от 1 до 45 иначе  $B$  вылезет за пределы допустимого. Значит способов выбрать абсциссу 45 и ординату 45  $\Rightarrow 45^2$  способов выбрать  $A$  при сдвиге  $\Rightarrow 45^2$  способов существования ромбов-квадратов со стороной 5. Аналогично будет сдвигать ромбы  $\neq$  квадратам. (без поворота)

2) Теперь заметим, что если ромб  $\neq$  квадрата, то стороны ромба входят в "египетский треугольник" со сторонами 3, 4, 5, где 5 - гипотенуза прямоугольного треугольника.



Тогда ромбы бывают ~~вертикальные~~ типов: (рис 2) (если мы или тот же своеобразно вписывается в прямоугольнике  $8 \times 6$  или  $6 \times 8$ . Назовем  $8 \times 6$  вертикальным, а другой горизонтальным. Назовем эти прямоугольники теми  $ABCD$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

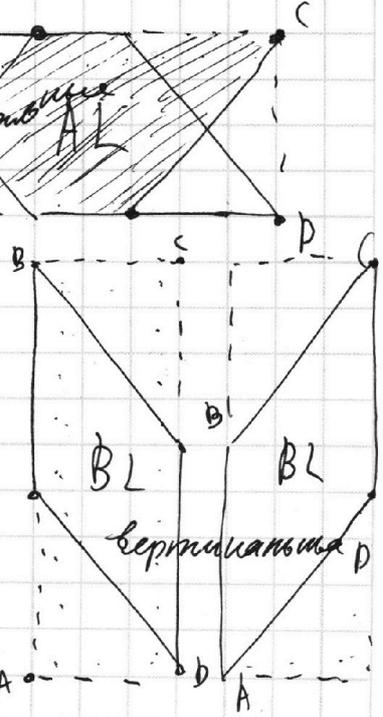
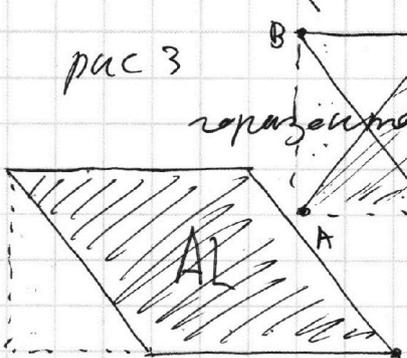
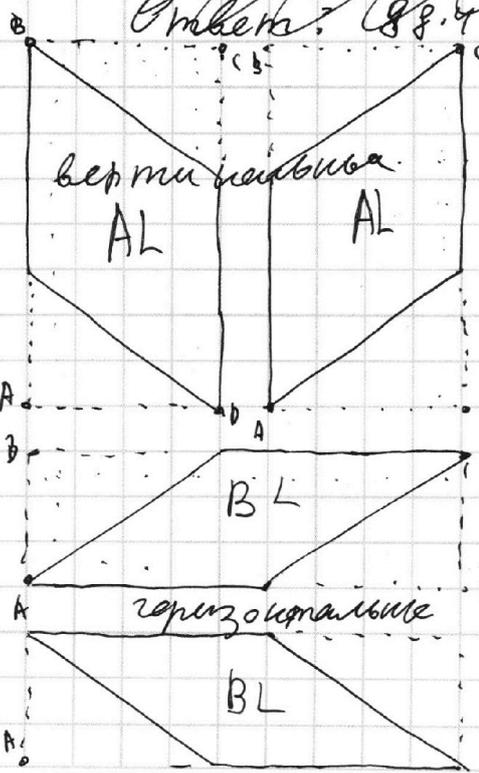
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь заметим, что по точке A, у нас однозначно строка восстанавливается прямоугольником, если мы знаем катет  $AL$ : горизонтальный или вертикальный. Рассмотрим сначала горизонтальный. По оси  $y$  координата A может принимать значения от 1 до 44 иначе B - выйдет за допустимые значения, а по  $x$  от 1 до 42, иначе D - выйдет за пределы допустимого, т.е. всего способов задать координату A  $\Rightarrow 44 \cdot 42$ , т.е.  $44 \cdot 42$  возможных горизонтальных прямоугольников. Раскрасим если  $AL$  покрывает область допустимых значений по  $x$  и  $y$ , то покрашенная фигура будет инвертом. Теперь заметим, что вертикальный прямоугольник - перевернутый горизонтальный  $\Rightarrow$  для него  $AL$  по  $y$  от 1 до 44, а по  $x$  от 1 до 42 т.е.  $42 \cdot 44$  возможных раскрасок вертикальных. Заметим, что рошбы деляют еще

3) ~~Всего  $44 \cdot 42 + 44 \cdot 42 + 45 = 8$  типов:~~  
 ~~$= 2 \cdot 44 \cdot 42 + 45^2 = 3696 + 2025 = 5721$~~   
 Ответ:  $88 \cdot 42 + 45$  или  $5721$



Разделим их на подтипы AL и BL.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подтип AL вписывается в прямоугольник  $4 \times 8$  и  $8 \times 4$ , а BL в  $3 \times 9$  и  $9 \times 3$ .

Возьмем сначала AL ~~вертикальный~~ вертикальный, тогда по  $y$  координата  $A$  от 1 до 42, а по  $x$  от 1 до 46. То есть для 1 прямоугольника

$46 \cdot 42$  клеток, а у нас есть такой же и еще

два горизонтальных т.е. Для AL  $46 \cdot 42 \cdot 4$  клеток всех типов. Для BL возьмем вертикальный, тогда

по  $x$  от 1 до 44, а по  $y$  от 1 до 41

Т.е.  $41 \cdot 44$  для одного прямоугольника и  $4 \cdot 41 \cdot 44$  для 4 (всех BL)

$$\begin{aligned} \text{Итого, всего: } & 4 \cdot 41 \cdot 44 + 46 \cdot 42 \cdot 4 + 44 \cdot 42 \cdot 2 + 45^2 = \\ & = 4(41 \cdot 44 + 46 \cdot 42) + 2025 = 4783 \cdot 4 + 2025 = \\ & = 11157 \end{aligned}$$

Ответ: 11157



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В продолжение) тогда  $(19a+12-45)(19a+12+45) = 19 \cdot 2^x$

$(19a-33)(19)(a+3) = 19 \cdot 2^x$

$\Rightarrow (19a-33)(a+3) = 2^x$

Пусть  $y+45 \div 2^k \Rightarrow 19(a+3) \div 2^k \Rightarrow a+3 \div 2^k$ ,

тогда  $19a+12 \div 2^{x-k}$   $19a-33 \div 2^{x-k}$ . Покольку

$a+3 \div 2^k$ , то  $a$  вида  $a = 2^k \cdot b - 3$  т.е.

$19(2^k \cdot b - 3) - 33 \div 2^{x-k}$   $19 \cdot 2^k \cdot b - 57 - 33 =$

$= 19 \cdot 2^k \cdot b - 90 = 2(19 \cdot 2^{k-1} \cdot b - 45) \div 2^{x-k}$

взаимно просто с 2, если  $k \geq 2$

$\Rightarrow 2^{x-k} = 2 \Rightarrow x-k = 1 \Rightarrow 19a-33 \div 2, 19a-33 \div y$

$\Rightarrow 19a-33 = 2$   ~~$19a-12 = 2$~~   $y-45 = 2$

$y = 49 \Rightarrow 2 \cdot (49+45) = 2^x \cdot 19$

$2 \cdot 94 = 2^x \cdot 19$ , но  $2 \cdot 94 \not\div 19 \Rightarrow$  такого больше нет

В пункте А, а таме существуют случаи, когда  $k \leq 1$

сейчас разберу:

А) Тогда  $a = 2b+2 = 2(b+1) \Rightarrow 2(b+1) \cdot 19 + 2 \cdot 45 \div 2^{x-k}$

$\Rightarrow x-k = 1$  и аналогично в пункте В вводится

$k \quad x-k = 1$  ответ

Ответ: таких пар нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Прежде всего заметим, что  $x$  - неотрицательное число, поэтому что в противном случае выражение  $19 \cdot 2^x + 2025$  не целое  $\Rightarrow y^2$  - не целое  $\Rightarrow$  противоречие условию (некоторые т.к. тогда  $\frac{19}{2^{-x}} + 2025$ , а  $\frac{19}{2^{-x}} \notin \mathbb{Z}$  т.к.  $19 \neq 2$ ).

2) Заметим, что  $2025 = 45^2$ , тогда  $19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$ . Поскольку  $19$  - простое число, то либо  $y-45 \equiv 19$ , либо  $y+45 \equiv 19$ .

A)  $y-45 \equiv 19$ ,  $45 \equiv 4 \pmod{19}$   $y-45 \equiv y-4 \equiv 0 \pmod{19}$

$\Rightarrow y \equiv 4 \pmod{19} \Rightarrow y$  всегда  $19a+4 \Rightarrow y = 19a+4$ . Предположим, что

$y-45 \equiv 2^k$  т.е.  $y-45 = 19a+4-45 = 19(a-2) \equiv 2^k$ .

Тогда  $y+45 \equiv 2^{x-k}$  т.е.  $19a+4+45 = 19a+52 \equiv 2^{x-k}$

$19(a-2)(19a+52) = 19 \cdot 2^x$   $(a-2)(19a+52) = 2^x$

$a-2 \equiv 2^k \Rightarrow a = 2^k b + 2 = 2(2^{k-1}b + 1) \Rightarrow 19a + 52 =$

$= 19(2^{k-1}b + 2) + 52 = 2^{k-1}b \cdot 19 + 90 \equiv 2^{x-k}$

$2(2^{k-1}b \cdot 19 + 45) \equiv 2^{x-k}$ , заметим что  $2^{k-1}b \cdot 19 + 45$  - нечетно

$\Rightarrow (2^{k-1}b \cdot 19 + 45, 2^{x-k}) = 1 \Rightarrow 2^1 = 2^{x-k} \Rightarrow x-k=1$

$\Rightarrow 19a+52 \equiv 2$ ,  $19a+52 \not\equiv 4$ , не подходит  $19a+52$

Кратное только степеням 2, но  $19a+52 = 2 \Rightarrow$

$\frac{19a+4+45}{y} = 2$   $y+45 = 2$   $y = -43$ , но  $-88 \cdot 2 = -11 \cdot 16 \neq 19 \cdot 2^x \Rightarrow$  такое быть не может. (иногда)

B)  $y+45 \equiv 19$   $45 \equiv 4 \pmod{19}$   $y+45 \equiv y+4 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow y \equiv 12$

Тогда  $y$  всегда  $y = 19a+12$

Если  $y-45 \equiv 2^k$ , то  $y-45$  кратное только 19  $\Rightarrow$

$\Rightarrow y-45 = 19$   $y = 64 \Rightarrow y+45 = 109$  ~~не делится на 2~~

~~и не делится на 19~~  $19 \cdot 109 \neq 19 \cdot 2^x$  и  $19 \cdot 2^x \not\equiv 109$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $\angle CAN = \alpha$

Удобнее  $NC$  за точку  $C$  в точку  $N'$   
 $\Rightarrow NN' = 2NC$ . Тогда  $NC = CN'$ .  
Нам дано, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$   
 $\Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$  поделит обе части  
вырешим на 2  $\Rightarrow \frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$   
 $\Rightarrow \frac{BN}{NN'} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow$  по теореме  
о пропорциональных отрезках  
 $MN \parallel AN'$   
 $\Rightarrow \angle MNB = \angle AN'N = 80^\circ$ , но  
и  $\angle ANN' = 80^\circ \Rightarrow \triangle ANN'$  рав-  
нобедренный  $\Rightarrow AC$  — медиана,  
Значит она и биссектриса  
 $\Rightarrow AC$  — биссектриса  $\Rightarrow \angle NAC = \angle CAN' = \alpha$ .  $\angle MNA = 180^\circ - \angle MNB -$   
 $\angle ANN' = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$ .  $\angle MNA = \angle N'AN = 20^\circ$  т.к.  
 $MN \parallel AN' \Rightarrow 2\alpha = 20^\circ \Rightarrow \alpha = 10^\circ$   
 $\Rightarrow \angle CAN = 10^\circ$  Ответ:  $10^\circ$

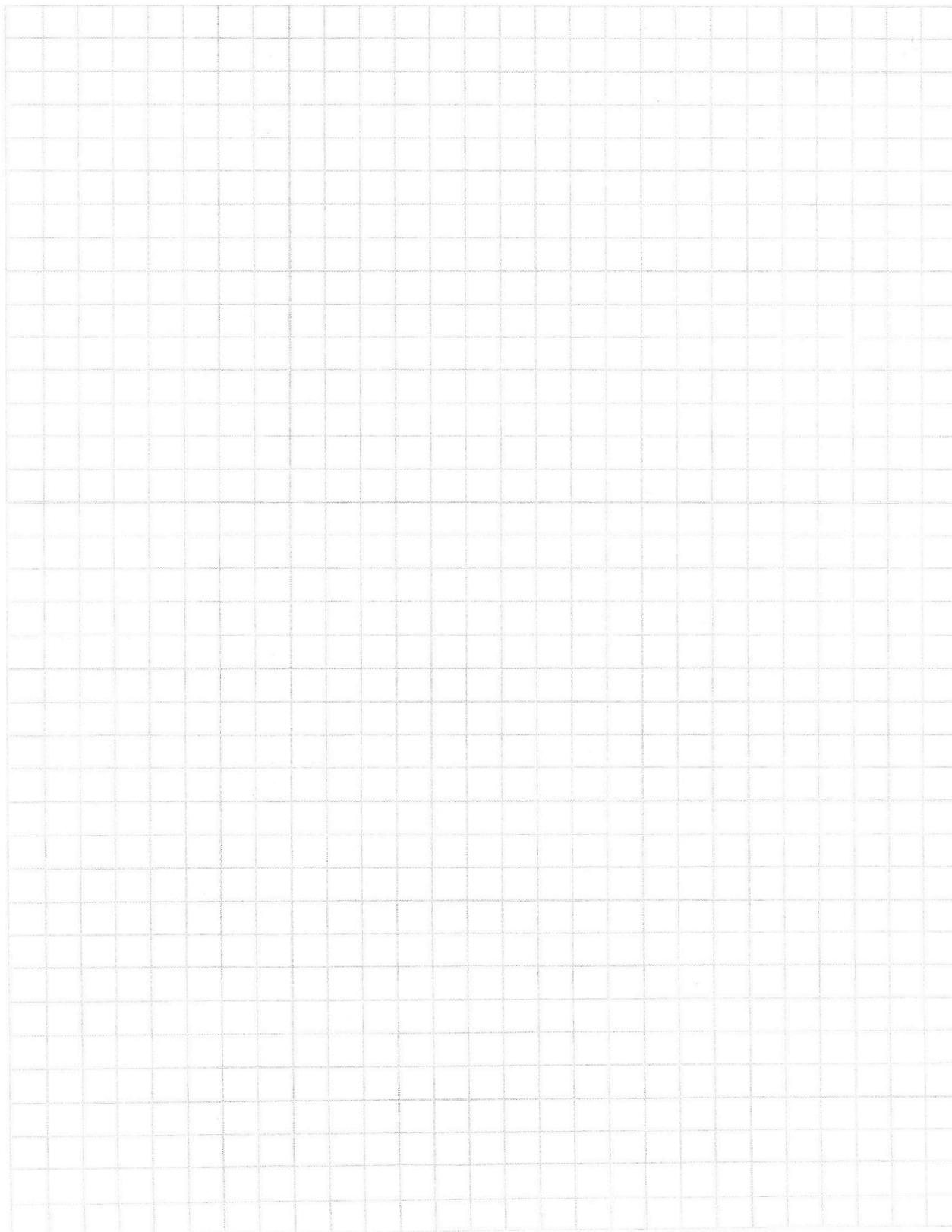


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1     2     3     4     5     6     7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$   
 $y - 45 = 19$   
 $y = 64$

$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$   
 $19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$   
 $19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$

$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 41$   
 $2^x = 41$  (невозможно)

$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2$   
 $2^x = 2$   
 $x = 1$

$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$   
 $19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$   
 $19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$

$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 41$   
 $2^x = 41$  (невозможно)

$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2$   
 $2^x = 2$   
 $x = 1$

$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$   
 $19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$   
 $19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$

$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 41$   
 $2^x = 41$  (невозможно)

$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2$   
 $2^x = 2$   
 $x = 1$

$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$   
 $19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$   
 $19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$

$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 41$   
 $2^x = 41$  (невозможно)

$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2$   
 $2^x = 2$   
 $x = 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! : 361$$

$$n! (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! (1 + n+1 + n^2 + 3n+2) = n! (n+2)^2$$

361

$$n! (n+2)^2 : 19^2 \Rightarrow n! \quad n \geq 19^2$$

$$n! (n+2)^2 : 19^2$$

$$n \geq 19 \quad n \geq 19$$

$$n+2 : 19 \quad n \geq 17$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N$$

$$5a^2 + 20a + 30 - 10 = N^3$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = N^3$$

$$5(a+2)^2 = N^3$$

$$\begin{matrix} 1 & 4 & 9 & 16 \\ \hline 5 & 14 & 30 & \end{matrix}$$

$$5 + 16 + 25 + 36 + 49 + \dots$$

$$15 \quad 40 \quad 76 + 49 \quad 110 \quad 125$$

$$a+2 : 5 \quad a \geq 3 \quad N = 125$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

$$x_1, x_2 = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{matrix} 3 \\ -1 \end{matrix}$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$

$$1) x \in (3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} - 1 + |7 - 2x|$$

$$2) (-\infty; -1)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + |7 - 2x|$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

$$\begin{matrix} 64000 & \overset{5}{12800} & \overset{9}{12800} & \overset{38}{12800} \\ \hline 2 & 19 & 19 & 19 \\ \hline 32000 & 6400 & 6400 & 6400 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} n^2 + 2n + 2 + n + 1 \\ \hline n^2 + 3n + 3 \\ \hline 4 \cdot 5 = 20 \\ 10 \cdot 20 = 40 \cdot 5 \end{matrix}$$

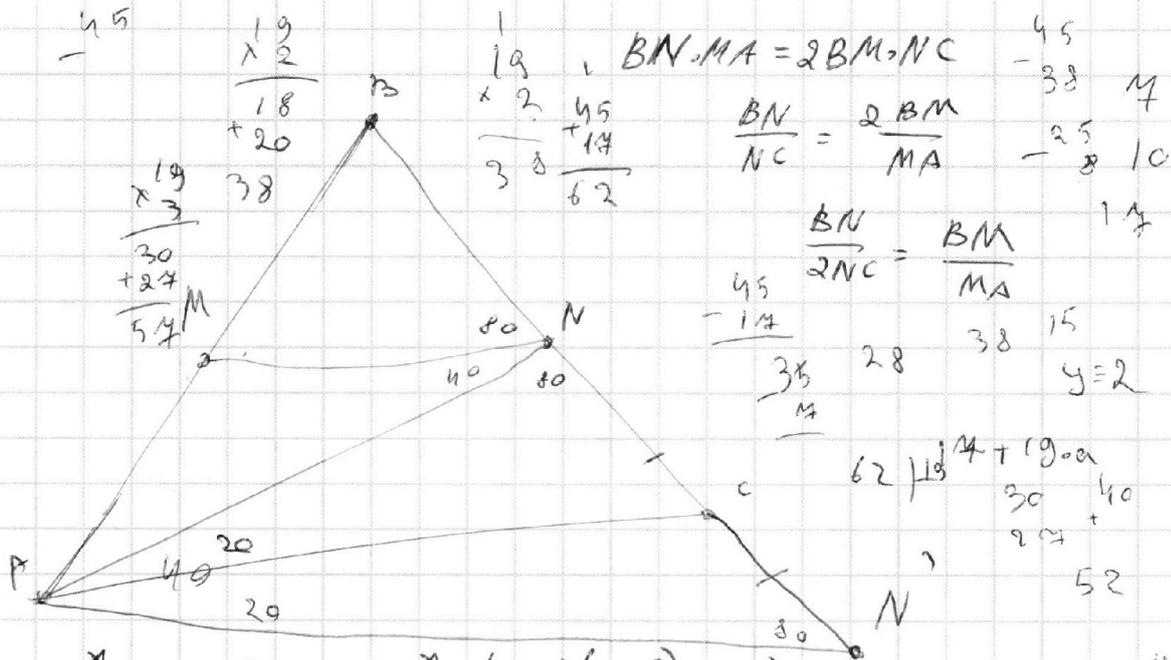


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$19 \cdot 2 + 2025 = y^2 \quad 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45) \quad 1) \quad y+45; 19 \Rightarrow y \equiv 2 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow y = 2 + 19a \quad 19 \cdot 2^x = (17 + 19a - 45)(19a + 17 + 45) =$$

$$= (19a - 28)(19a + 62) \quad y = 2 + 19a \quad (2 + 19a - 45)(19a + 44) =$$

$$= (19a - 43)(19a + 52) \quad y = 4 + 19a \quad 19 \cdot 2^x = (19a - 38)(19a + 52) =$$

$$= 19(a-2)(19a+52) \Rightarrow (a-2)(19a+52) = 2^x$$

$$a-2 = 2^k \Rightarrow a = 2(2^{k-1} + 1) \quad 19a + 52 = 2^{x-k} \quad a = \frac{2^{x-k} - 52}{19}$$

$$\frac{2^{x-k} - 4 \cdot 13}{19} = 2(2^{k-1} + 1) \quad 2^{x-k} = 52 + 2 \cdot 19 \cdot 2^{k-1} + 38 =$$

$$= (90 + 2 \cdot 19 \cdot 2^{k-1}) = 2^{x-k} \quad 90 + 2 \cdot 19 \cdot 2^{k-1} = 2^{x-k}$$

$$\frac{a}{b} = x \text{ (or } r) \quad \frac{19}{38}$$

$$a = bx + r$$

$$a = 2^k b + 2 \quad 19(a-2)$$

19    38  
 14    2    +60  
       +18  
       +76  
       +90    186 | 4

