



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (n+1 + (n+1)(n+2)) = n! (n+2)^2$$

Заметим, что $361 = 19^2$, а 19 - простое число, значит либо $n! : 19^2$, либо $(n+2)^2 : 19$, либо $n! : 19$ и $(n+2)^2 : 19$

- 1) Если $n! : 19^2$, то поскольку 19 - простое, то $n! \geq 19^2$
- 2) Если $(n+2)^2 : 19^2$, значит что $n+2 : 19 \Rightarrow n \geq 17$
- 3) Если $(n+2)^2 : 19$ и $n! : 19$, то заметим, что наименьшее n - простое, а $n! : 19$, то $n \geq 19$, при этом если $(n+2)^2 : 19$, то обязательно $(n+2)^2 : 19^2$. Т.е. из условия $n! : 19$, то $n \geq 19$

Получаем, что во 2 случае $n \geq 17$. Значит минимальное значение $n = 17$.

$$\text{Проверка: } n! (n+2)^2 = 17! (19)^2 : 19^2 \text{ и } 19$$

Ответ: 17



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть, наименьшее из чисел $= a$. Тогда сумма:

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3, N > 8$$

т.е. $5a^2 + 20a + 30 - 10 = 5(a^2 + 4a + 4) = N^3$

$N \div 5$
 $(a+2) \div 5$
 $5(a+2)^2 = N^3$, Заметим, что поскольку $5(a+2)^2 = N^3$, то $\Rightarrow$ степень входящая 5 в $(a+2)^2 = 3k-1$, в действительности

будем обозначать степень входящая простого p в число x как $\deg_p x$. Т.е. $\deg_5 (a+2)^2 = 3k-1$, при этом

$$3k-1 = \text{чет}, \text{ поскольку } (a+2)^2 - \text{квадрат} \Rightarrow k = \text{нечет.}$$

Заметим, что если у нас есть простое $p \neq 5$ $\deg_p N = d$, то если $\deg_p (a+2) = b$, то $\deg_p N^3 = \deg_p (a+2)^2$, то $3d = 2b$, $b \div 3$, а $d \div 2$.

Значит $\deg_p (a+2) \div 3$, $\deg_p (N) \div 2$

$$\Rightarrow \deg_p (a+2)^2 \div 6. \text{ Решаем:}$$

1) $\deg_5 (a+2)^2 = 3k-1 \geq 2$, т.е. $(a+2)^2 \div 5^2 = 25$

2) Для любого простого $p \neq 5$ $\deg_p (a+2)^2 \div 6$. Поскольку $N > 6$, то

числа простых ~~хотя бы~~ отличных от 5 входящих в N хотя бы 1, значит, пусть у нас есть какое-то p_1 , где $N \div p_1 \Rightarrow \deg_{p_1} (a+2)^2 \div 6 \Rightarrow (a+2)^2 \div p_1^6$

$$\Rightarrow (a+2)^2 \div 25 \cdot p_1^6 \Rightarrow N^3 \div 125 \cdot p_1^6, \text{ т.е.}$$

$$N^3 \geq 125 \cdot p_1^6 \Rightarrow N \geq 5 \cdot p_1^2, \text{ а } p_1 \geq 2 \Rightarrow N \geq 5 \cdot 2^2$$

$$\Rightarrow N_{\min} = 20. \text{ Проверка: верно при } a=2=40$$

$$5 \cdot 40^2 = 20^3 \Rightarrow 5 \cdot 1 = 20 \text{ верно}$$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

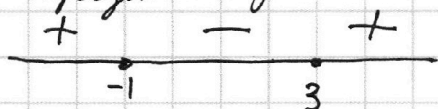
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$1) \sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 0 \quad D = 4+12=16 \quad x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Определим знаки x , по методу интервалов:



$$a) x = -2 \Rightarrow 4^2 + 4 - 3 \geq 0 \quad \checkmark$$

$$b) x = 2 \Rightarrow 4 - 4 - 3 \leq 0 \quad \times$$

$$в) x = 4 \Rightarrow 16 - 8 - 3 \geq 0 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$

$$2) \text{Рассмотрим 2 случая. } A) x \in (3; +\infty) \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 0,$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 + |7-2x|$$

$$\Rightarrow 7 \geq |7-2x| \quad A1) 7-2x \geq 0 \Rightarrow 7 \geq 2x \quad 3,5 \geq x$$

$$\Rightarrow 7 \geq 7-2x \quad 2x \geq 0 \quad x \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 3,5]$$

$$A2) 7-2x \leq 0 \Rightarrow x \geq 3,5 \Rightarrow 7 \geq 2x-7 \Rightarrow x \leq 7$$

$$\Rightarrow x \in [3,5; 7] \Rightarrow x \in [0; 3,5] \cup [3,5; 7] \text{ т.е. } x \in [0; 7]$$

$$\begin{cases} x \in [0; 7] \\ x \in (3; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (3; 7]$$

$$B) x \in (-\infty; -1) \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 0, \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \leq 0, 7-2x \geq 0$$

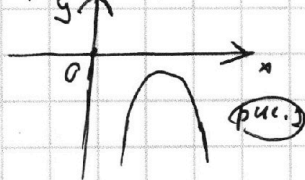
$$\Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3}-2x+1 + |7-2x|$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x+2 \quad \sqrt{x^2-2x-3} \geq -2x+1$$

$$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1 \quad -3x^2+2x-4 \geq 0 \quad \text{Определим по методу интервалов.}$$

$$D = 4 - 12 \cdot 4 \leq 0 \Rightarrow \text{парабола не пересекает ось абсцисс.}$$

Парабола ветвями вниз. Значит график такого вида как на рис. 1



и значит, что условие $-3x^2+2x-4 \geq 0$ никогда не выполняется $\Rightarrow$ такой случай невозможен

$$\Rightarrow \text{Ответ } x \in (3; 7]$$



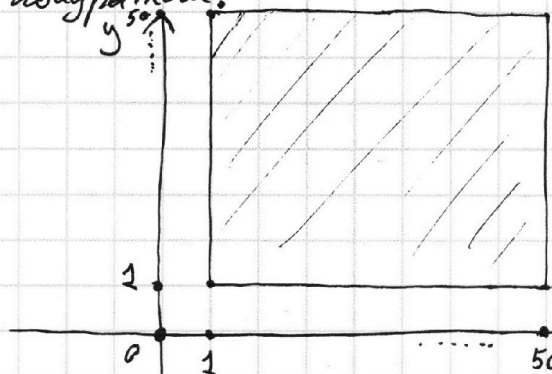
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Давайте рассмотрим какой-нибудь ромб, который является квадратом. Пусть он стоит



Зачем? Пусть он стоит в левом нижнем углу допустимой области.

Назовем квадрат $ABCD$, пусть

A стоит в координате $(1; 1)$. Заметим, что если мы рассмотрим еще один квадрат в другом месте,

то наш квадрат $ABCD$ можно туда "передвинуть". Т.е. чтобы рассмотреть какой-то квадрат, можно сказать, что наш $ABCD$ просто сдвинулся в другое место. Заметим, что если при сдвиге $ABCD$, A перешла в A' , то наш квадрат определяется однозначно (т.е. все точки B, C, D - передвинуты однозначно) (поскольку поворот $ABCD$ мы не делаем, т.е. квадрат движется только вверх-вниз, влево-вправо). Тогда нам достаточно посмотреть всевозможные расположения точки A при сдвиге. Заметим, что по x координата A может принимать только значения от 1 до 45, поскольку иначе, точка D - выйдет за пределы допустимого, аналогично по y , y координата от 1 до 45 иначе B - выйдет за пределы допустимого. Значит способов выбрать абсциссу 45 и ординату 45 $\Rightarrow 45^2$ способов выбрать A при сдвиге $\Rightarrow 45^2$ существующих ромбов-квадратов со стороной 5. Аналогично будет сдвигать ромбы $\neq$ квадраты (без поворота).

2) Теперь заметим, что если ромб $\neq$ квадрат, то сторона ромба входит в "египетский треугольник" со сторонами 3, 4, 5, где 5 - гипотенуза прямоугольного треугольника.

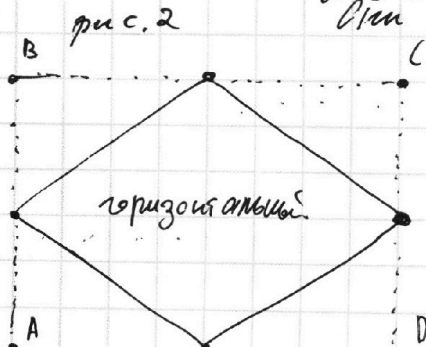


рис. 2

Они тоже своеобразно вписываются

в прямоугольник 8×6 или 6×8 . Назовем 8×6 вертикальным, а другое горизонтальным. Назовем эти прямоугольники тоже $ABCD$





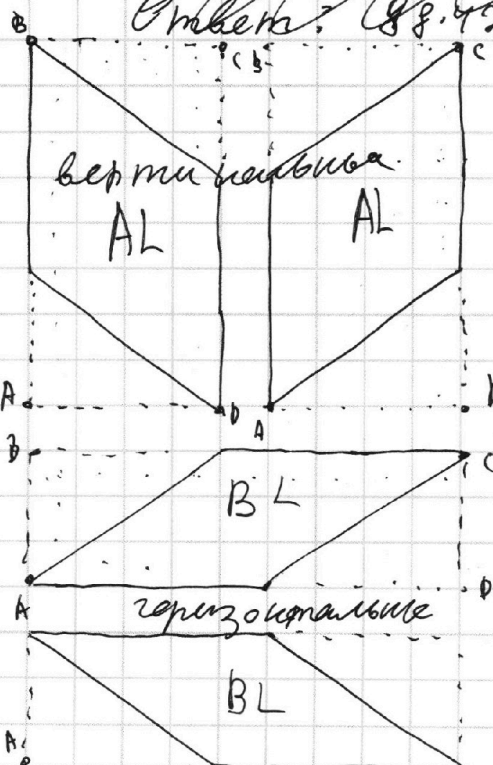
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 из 3

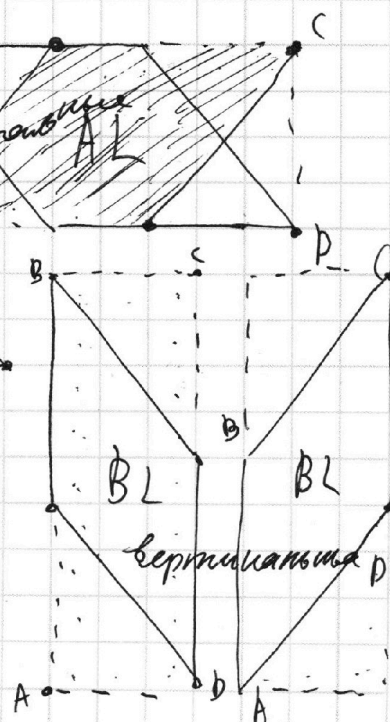
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь заметим, что по точке A , у нас однозначно снова восстановивается прямоугольник, если мы знаем какой он: горизонтальный или вертикальный. Рассмотрим сначала горизонтальный. По оси y координаты A может принимать значения от 1 до 44 иначе B - выйдет за допустимые значения, а по x от 1 до 42, иначе D - выйдет за пределы допустимого, т.е. всего способов задать координаты $A \Rightarrow 44 \cdot 42$, т.е. 44 · 42 возможных горизонтальных прямоугольников. Раскрасим если если покрасить область допустимых значений по x и y , то покрашенная фигура будет квадратом. Теперь заметим, что вертикальный прямоугольник - перевернутый горизонтальный $\Rightarrow$ для него ^{координата} ~~не~~ A по y от 1 до 42, а по x от 1 до 44 т.е. 42 · 44 возможных раскрасок вертикальных. Заметим, что раскраски дублируются еще

3) ~~Всего~~ раскрасок $\Rightarrow 44 \cdot 42 + 44 \cdot 42 + 45 = 8$ типов: (рис 3)
 $= 2 \cdot 44 \cdot 42 + 45 = 3696 + 45 = 3741$
 Ответ: $88 \cdot 42 + 45$ или 3741



Разделим их на подтипы AL и BL.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подтип AL вписывается в прямоугольник 4×8 и 8×4 , а BL в 3×9 и 9×3 .

Возьмем сначала AL ~~вертикальный~~ вертикальный, тогда по y координата A от 1 до 42, а по x от 1 до 46. То есть для 1 прямоугольника

$46 \cdot 42$ клеток, а у нас есть такой же и еще два горизонтальных т.е. Для AL $46 \cdot 42 \cdot 4$ клеток всех типов. Для BL возьмем вертикальный, тогда по x от 1 до 44, а по y от 1 до 41. Т.е. $41 \cdot 44$ для одного прямоугольника и $4 \cdot 41 \cdot 44$ для 4 (всех BL)

$$\begin{aligned} \text{Итого, всего: } & 4 \cdot 41 \cdot 44 + 46 \cdot 42 \cdot 4 + 44 \cdot 42 \cdot 2 + 45^2 = \\ & = 4(41 \cdot 44 + 46 \cdot 42 + 22 \cdot 42) + 2025 = 4783 \cdot 4 + 2025 = \\ & = 11157 \end{aligned}$$

Ответ: 11157



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В продолжение) тогда $(19a+12-45)(19a+12+45) = 19 \cdot 2^x$

$$(19a-33)(19)(a+3) = 19 \cdot 2^x$$

$$\Rightarrow (19a-33)(a+3) = 19 \cdot 2^{x-1}$$

Пусть $y+45 \div 2^k \Rightarrow 19(a+3) \div 2^k \Rightarrow a+3 \div 2^k$,
 тогда $19a+12 \div 2^{x-k}$. Покольку
 $a+3 \div 2^k$, то а будет $a = 2^k \cdot b - 3$ т.е.

$$19(2^k \cdot b - 3) - 33 \div 2^{x-k} \quad 19 \cdot 2^k \cdot b - 54 - 33 =$$

$$= 19 \cdot 2^k \cdot b - 87 = 2(19 \cdot 2^{k-1} \cdot b - 45) \div 2^{x-k}$$

взаимно просто с 2, если $k \geq 2$

$$\Rightarrow 2^{x-k} = 2 \Rightarrow x-k = 1 \Rightarrow 19a-33 \div 2, 19a-33 \div 4$$

$$\Rightarrow 19a-33 = 2 \quad 19a-12 \div 2 \Rightarrow y-45 = 2$$

$$y = 49 \Rightarrow 2 \cdot (49+45) = 2^x \cdot 19$$

$$2 \cdot 94 = 2^x \cdot 19, \text{ но } 2 \cdot 94 \not\div 19 \Rightarrow \text{такого больше нет}$$

В пункте А, а также существует случай, когда $k \leq 1$
 сейчас разберу:

А) Тогда $a = 2b+2 = 2(b+1) \Rightarrow 2(b+1) \cdot 19 + 2 \cdot 45 \div 2^{x-k}$

$$\Rightarrow x-k = 1 \text{ и аналогично в пункте В сведется}$$

$$k \quad x-k = 1 \text{ ошибка}$$

Ответ: таких пар нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поря QR-кода недопустима!

1) Прежде всего заметим, что x - нечетное число, потому что в противном случае выражение $19 \cdot 2^x + 2025$ не целое $\Rightarrow y^2$ - не целое $\Rightarrow$ противоречие условию (нецелое т.к. тогда $\frac{19}{2^{-x}} + 2025$, а $\frac{19}{2^{-x}} \notin \mathbb{Z}$ т.к. $19 \nmid 2$).

2) Заметим, что $2025 = 45^2$, тогда $19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$. Поскольку 19 - простое число, то либо $y-45 \div 19$, либо $y+45 \div 19$.

A) $y-45 \div 19$, $45 \equiv 4 \pmod{19}$ $y-45 \equiv y-4 \equiv 0 \pmod{19}$

$\Rightarrow y \equiv 4 \pmod{19} \Rightarrow y$ имеет вид $19a+4 \Rightarrow y = 19a+4$. Предположим, что

$y-45 \div 2^k$ т.е. $y-45 = 19a+4-45 = 19(a-2) \div 2^k$.

Тогда $y+45 \div 2^{x-k}$ т.е. $19a+4+45 = 19a+52 \div 2^{x-k}$

$19(a-2)(19a+52) = 19 \cdot 2^x$ $(a-2)(19a+52) = 2^x$

$a-2 \div 2^k \Rightarrow a = 2^k b + 2 = 2(2^{k-1}b + 1) \Rightarrow 19a+52 =$

$= 19(2^k b + 2) + 52 = 2^k b \cdot 19 + 90 \div 2^{x-k}$

$2(2^{k-1}b \cdot 19 + 45) \div 2^{x-k}$, заметим что $2^{k-1}b \cdot 19 + 45$ - нечетно

$\Rightarrow (2^{k-1}b \cdot 19 + 45, 2^{x-k}) = 1 \Rightarrow 2^1 = 2^{x-k} \Rightarrow x-k=1$

$\Rightarrow 19a+52 \div 2$, $19a+52 \div 4$, не подходит $19a+52$ кратно 2 только степеням 2 , но $19a+52=2 \Rightarrow$

$19a+4+45=2$ $y+45=2$ $y=-43$, но

$-88 \cdot 2 = -11 \cdot 16 \neq 19 \cdot 2^x \Rightarrow$ такое быть не может. (иначе

B) $y+45 \div 19$ $45 \equiv 4 \pmod{19}$ $y+45 \equiv y+4 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow y \equiv 12$

Тогда y имеет вид $y = 19a+12$

Если $y-45 \div 2^k$, то $y-45$ кратно $19 \Rightarrow$

$\Rightarrow y-45=19$ $y=64 \Rightarrow y+45=109$ ~~$19 \cdot 2^x = 109 \cdot 19$~~ $19 \cdot 109 \neq 19 \cdot 2^x$ либо $19 \cdot 2^x \div 109$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle CAN = \alpha$

Удвоим NC за точку C в точку N'
 $\Rightarrow NN' = 2NC$. Тогда $NC = CN'$.
Нам дано, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$
 $\Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$ поделим обе части
выражения на 2 $\Rightarrow \frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$
 $\Rightarrow \frac{BN}{NN'} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow$ по теореме
о пропорциональных отрезках
 $MN \parallel AN'$
 $\Rightarrow \angle MNB = \angle AN'N = 80^\circ$, но
и $\angle ANN' = 80^\circ \Rightarrow \triangle ANN'$ рав-
нобедренный $\Rightarrow AC$ — медиана,
Значит она и биссектриса
 $\Rightarrow AC$ — биссектриса $\Rightarrow \angle NAC = \angle CAN' = \alpha$. $\angle MNA = 180^\circ - \angle MNB -$
 $\angle ANN' = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$. $\angle MNA = \angle NANN' = 20^\circ$ т.к.
 $MN \parallel AN' \Rightarrow 2\alpha = 20^\circ \Rightarrow \alpha = 10^\circ$
 $\Rightarrow \angle CAN = 10^\circ$ Ответ: 10°

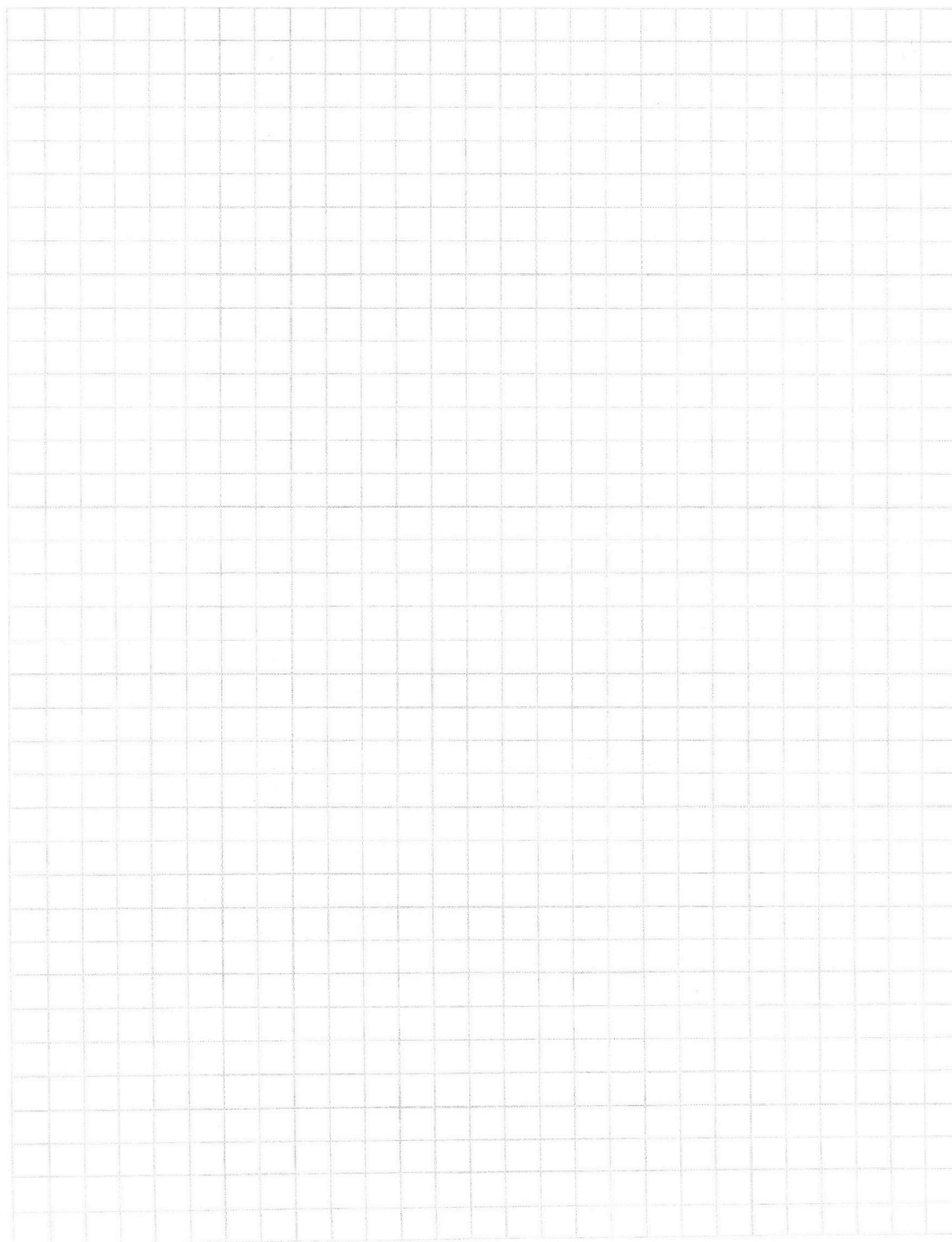


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



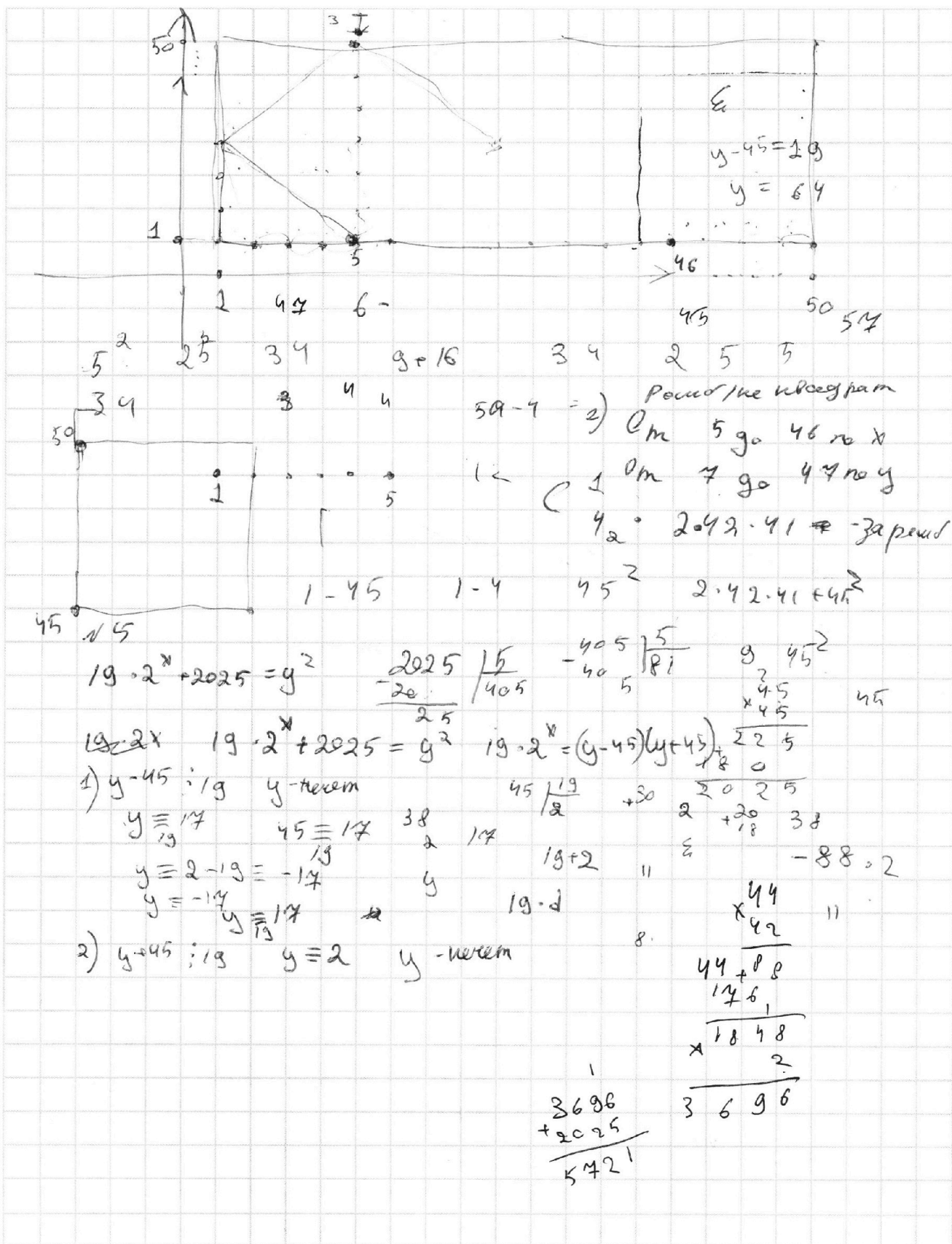


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! : 361$$

$$n! (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! (1 + n+1 + n^2 + 3n+2) = n! (n+2)^2$$

$$361 \quad \frac{n! (n+2)^2}{n!} : 19^2 \Rightarrow n! : n \geq 19^2$$

$$n+2 : 19 \quad n \geq 17$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N \quad N > 6$$

$$5a^2 + 20a + 30 - 10 = N^3 \quad 5(a^2 + 4a + 4) = N^3$$

$$1 + 4 + 9 + 16 = 30 \quad 5(a+2)^2 = N^3$$

$$15 \quad 40 \quad 76 + 49 \quad 110 \quad 125 \quad a+2 : 5 \quad a \geq 3 \quad N = 125$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \quad x^2 - 2x - 3 \geq 0 \quad D = 4 + 12 = 16$$

$$x_1, x_2 = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$

$$1) x \in (3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} - 1 + |7 - 2x|$$

$$2) (-\infty; -1)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + |7 - 2x|$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 2 \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

$$a+2 : 5 \cdot 2 \cdot 40 = 400 \quad 12800 \cdot 38 \quad a = 40 \cdot 5 = 200 \quad 10 \cdot 20 = 40 \cdot 5$$

$$a = 6x + r$$

$$a = 2^u 6 + 2 \quad 19(a-2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

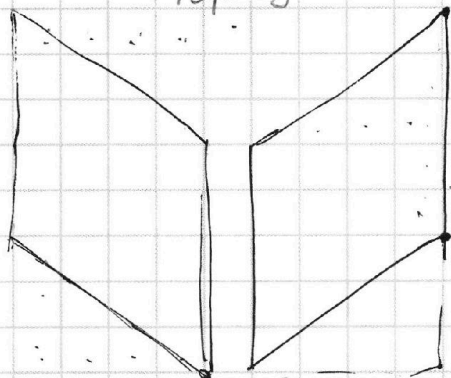
$$19 \cdot 2^x + 25 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45), \quad y - \text{нечёт}$$

1)

$$1) \quad y-45 \equiv 0 \pmod{19} \quad y \equiv 14$$

первый - 18 степеней



$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 2 \ 4 \ 8 \ 16 \ 32 \ 64} \\ 19 \overline{) 2 \ 4 \ 8 \ 16 \ 32 \ 64} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20 \\ 19 \overline{) 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20} \\ 19 \overline{) 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20} \end{array}$$



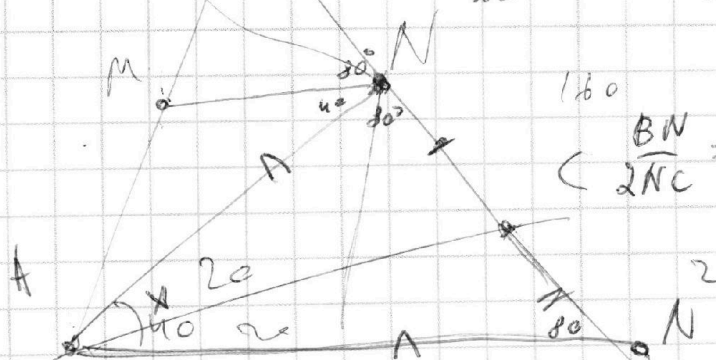
$$15 \equiv y+45 = 2^k \Rightarrow k \equiv 11$$

$$k = 11 + 18a$$

$$y+45 = 2^k$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BM}{2BM} = \frac{NC}{MA} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{NC}{MA}$$



$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BM}{MA}$$