



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] При каком наименьшем натуральным  $n$  число  $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$  делится на 289?
- [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа  $N$ , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 45]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению
$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $y^2 - 4y - a$  равно 6.
- [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача №1

Разложим 289 на простые множители:  $289 = 17^2$

Преобразуем данное выражение:

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! (1+n+n(n+1)) = (n-1)! (n^2+2n+1) = (n-1)! (n+1)^2$$

Поскольку 17 простое, то при  $n < 16$  в разложении выражения на простые множители 17 не будет.

Таким образом, выражение равно  $(16-1)! \cdot (16+1)^2 = 15! \cdot 17^2 \vdots 17^2 \Leftrightarrow \vdots 289$

Ответ: при  $n=16$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 2

Пасчитаем сумму как  $(a-3)^2 + (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2$ , где  $a \in \mathbb{Z}$   
 $a > 3$

$$(a-3)^2 + (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 = \\ = a^2 + 3^2 + a^2 + 2^2 + a^2 + 1^2 + a^2 + a^2 + 1^2 + a^2 + 2^2 + a^2 + 3^2 = 7a^2 + 2(3^2 + 2^2 + 1^2) = 7a^2 + 28$$

Получим  $N^5 = 7a^2 \Rightarrow N \geq 7$   $\downarrow$   
 $\downarrow$   $N = 7k$ , где  $k > 1$ ,  $k \in \mathbb{N}$

$$7^5 \cdot k^5 = 7a^2 \quad \begin{matrix} \downarrow \\ a \in \mathbb{N} \end{matrix}$$

$7^4 \cdot k^5 = a^2 \Rightarrow k$ - нечетный квадрат

$$\text{минимальное } k = 2^2 = 4 \quad \begin{matrix} \downarrow \\ k > 1 \end{matrix}$$

$$\text{минимальное } N = 7 \cdot 4 = 28$$

Ответ: 28

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.










СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 3

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |x - 6|$$

$\Downarrow$  так как  $\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq 0$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq |x - 6| + |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1|$$

Ограничение на  $x$ :  $x^2 - x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$

Рассмотрим случаи:

①  $x \geq 6 \Rightarrow x - 6 \geq 0$   
 $\Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq x - 6 + \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$   
 $\Downarrow$   
 $\underline{x = 6} \Leftrightarrow x \leq 6 \Leftrightarrow 12 \geq 2x$

②  $6 > x \geq 2 \Rightarrow x - 6 < 0$   
 $\Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq 6 - x + \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$   
 $\Downarrow$   
 $\underline{6 > x \geq 2} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 5 \geq 5 + 0x$

③  $-1 \geq x \Rightarrow x - 6 < 0$   
 $\Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 < 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq 6 - x - \sqrt{x^2 - x - 2} - x + 1$   
 $\Downarrow$   
 $2\sqrt{x^2 - x - 2} + 2x - 2 \geq 0$   
 $\Downarrow$   
 $\underline{0} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0$

Поэтому  $x \in [2; 6]$

Ответ:  $x \in [2; 6]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на страници. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача № 4

Найдём все возможные положения таких рёбер. Для этого найдём все такие пары чисел  $a, b$ , что  $a^2 + b^2 = 25^2$ . Это пары 0, 5 и 3, 4.

Тогда существует шесть видов рёбер:  $\overline{5}$ ;  $|5|$ ;  $\overline{3} \overline{4}$ ;  $\overline{3} \overline{3}$ ;  $\sqrt{3} \sqrt{4}$ .

Так как однозначно задаётся форма своими ребрами, а значит существует

$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$  видов ромбов. Нас интересуют их размеры. Внимаем к:

Вид

Размер по гор. оси

Размер по верт. оси

Кол-во возможных положений

Найдём общее кол-во:

|                          |     |     |                       |
|--------------------------|-----|-----|-----------------------|
| <input type="checkbox"/> | 5   | 5   | $(45-5) \cdot (45-5)$ |
|                          | 2·4 | 2·3 | $(45-8) \cdot (45-6)$ |
|                          | 2·3 | 2·4 | $(45-6) \cdot (45-8)$ |
|                          | 4   | 5+3 | $(45-4) \cdot (45-8)$ |
|                          | 4   | 5+3 | $(45-6) \cdot (45-8)$ |
|                          | 5+4 | 3   | $(45-9) \cdot (45-3)$ |
|                          | 5+4 | 3   | $(45-9) \cdot (45-3)$ |
|                          | 4+3 | 4+3 | $(45-7) \cdot (45-7)$ |
|                          | 4+3 | 4+3 | $(45-9) \cdot (45-7)$ |
|                          | 4+3 | 4+3 | $(45-7) \cdot (45-9)$ |
|                          | 5+4 | 3   | $(45-9) \cdot (45-3)$ |
|                          | 5+4 | 3   | $(45-9) \cdot (45-3)$ |
|                          | 5+3 | 4   | $(45-8) \cdot (45-4)$ |
|                          | 5+3 | 4   | $(45-8) \cdot (45-4)$ |

$$10^2 + 2 \cdot 37 \cdot 39 + 4 \cdot 41 \cdot 37 + 4 \cdot 42 \cdot 36 + 4 \cdot 38^2 =$$

$$= 1600 + 2886 + 6068 + 6048 + 5776 =$$

$$= 20000 + 2100 + 250 + 28 =$$

$$= 22378$$

Ответ: 22378



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

Преобразуем уравнение:

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Leftrightarrow 23 \cdot 2^x = y^2 - 45^2 \Leftrightarrow 23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

↑ члены

Левая сторона Удна из скобок имеет вид  $23 \cdot 2^a$ , а другое  $2^{x-a}$  или

$-23 \cdot 2^a$  и  $-2^{x-a}$

$$\begin{cases} y-45 = 23 \cdot 2^a \\ y+45 = 2^{x-a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 2^{x-a} + 23 \cdot 2^a \\ 2 \cdot 45 = 2^{x-a} - 23 \cdot 2^a \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^{x-a} \\ y+45 = 23 \cdot 2^a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 23 \cdot 2^a + 2^{x-a} \\ 2 \cdot 45 = 23 \cdot 2^a - 2^{x-a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-45 = -23 \cdot 2^a \\ y+45 = -2^{x-a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = -23 \cdot 2^a - 2^{x-a} \\ 2 \cdot 45 = -23 \cdot 2^a + 2^{x-a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2|y| = 2^{x-a} + 23 \cdot 2^a \\ 2 \cdot 45 = 2^{x-a} - 23 \cdot 2^a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |y| = 2^{a-1} (2^{x-2a} + 23) \\ 45 = 2^{a-1} (2^{x-2a} - 23) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2|y| = 2^{x-a} + 23 \cdot 2^a \\ 2 \cdot 45 = 2^{x-a} - 23 \cdot 2^a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |y| = 2^{a-1} (2^{x-2a} + 23) \\ 45 = 2^{a-1} (2^{x-2a} - 23) \end{cases}$$

$|2^{x-2a} - 23|$  либо чётное (при  $x-2a > 0$ ) член, тогда  $2^{a-1}$  должно быть

Чётным, значит  $a=1$ , значит  $45 = 2^{x-2} - 23$

$$x-2a \leq 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = 2^{x-2} \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \\ 22 = 2^{x-2} \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

При  $x-2a=0$ :  $45 = 2^{a-1} (\pm 23) \Rightarrow \pm \frac{45}{23} = 2^{a-1} \Rightarrow a \notin \mathbb{Z}$

$$x-2a < 0 \quad (\text{так как } 2^{a-1} (\pm 2^{x-2a} - 23) \text{ член})$$

Поскольку  $2^{x-2a}$  - чётное, а  $2^{x-2a} \cdot 2^{a-1}$  чётное, то  $x-a-1 \geq 0$

(иначе неравенства, получим  $x-a-1 > x-2a \Rightarrow a > 1$ )



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Поскольку } 7c-2a < 0, \text{ то } 2^{x-2a} < 1 < 23$$

$$23 - 2^{x-2a} > 0 \quad 2^{x-2a} - 23 < 0$$

У уравнения  $y_5 = 2^{a-1} (2^{x-2a} - 23)$  нет корней, будем смотреть только на уравнение  $y_5 = 2^{a-1} (23 - 2^{x-2a})$

$$\text{При } a=2: \quad y_5 = 2(23 - 2^{x-2a}) \Leftrightarrow 22,5 = 23 - 2^{x-2} \Leftrightarrow 0,5 = 2^{x-2}$$

$$|y| = 2(2^{x-2} + 23) = 2 \cdot 23,5 = 47 \quad \text{если } x=1 \Leftrightarrow -1 = x-2$$

$$y = \pm 47$$

$$\text{При } a=3: \quad y_5 = 4(23 - 2^{x-3}) \Leftrightarrow 11,25 = 23 - 2^{x-3}$$

$$23 - 11,25 = 2^{x-3}$$

корень нет

$$\text{При } a \geq 3: \quad y_5 = 2^{a-1} (23 - 2^{x-2a}) \Leftrightarrow \frac{y_5}{2^{a-1}} = 23 - 2^{x-2a}$$

$$2^{x-2a} = 23 - \frac{y_5}{2^{a-1}}$$

, но не склоняется  
корень нет

$$\text{Ответ: } (1; 47) \cup (1; -47)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 6

Найдите значение выражения  $y^2 - 4y - a$  равно 6

$$y^2 - 4y - a \leq 6 \Leftrightarrow y^2 - 4y - (6+a) \leq 0$$

↑

$$2 - \sqrt{10+a} \leq y \leq 2 + \sqrt{10+a}$$

↓

$$D = 16 + 2a + 4a = 4(10+a) \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{10+a}$$

$$y = \frac{a+4}{2} = 2 \pm \sqrt{10+a}$$

↓

Решим вспомогательное уравнение

$$y^2 - 4y - (6+a) = 0$$

$$D = 16 + 2a + 4a = 4(10+a) \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{10+a}$$

$$y = \frac{a+4}{2} = 2 \pm \sqrt{10+a}$$

$$y \in [2 - \sqrt{10+a}, 2 + \sqrt{10+a}]$$

$$a \geq -10$$

В множестве точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$

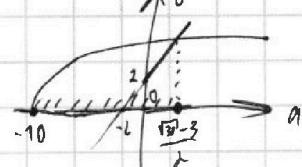
$$y \in [-a; a]$$

Если для каждого элемента этого множества выполняется условие, то

$[-a; a]$  является подмножеством  $[2 - \sqrt{10+a}; 2 + \sqrt{10+a}]$

$$\begin{cases} -a \geq 2 - \sqrt{10+a} \\ a \leq 2 + \sqrt{10+a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \sqrt{10+a} - 2 \\ a \leq \sqrt{10+a} + 2 \end{cases} \Leftrightarrow a \leq \sqrt{10+a} - 2 \Leftrightarrow a + 2 \leq \sqrt{10+a}$$

↑ 8



Решим вспомогательное уравнение  $a + 2 = \sqrt{10+a}$

$$b^2 - b - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 2 \\ a = b^2 - 10 \\ a \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a + 2 \\ b = \sqrt{10+a} \end{cases}$$

↑

$$b = \frac{1 \pm \sqrt{1+4\cdot8}}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{33}-3}{2} \Rightarrow \begin{cases} \text{при } a > \frac{\sqrt{33}-3}{2} : a+2 > \sqrt{10+a} \\ \text{при } a \leq \frac{\sqrt{33}-3}{2} : a+2 \leq \sqrt{10+a} \end{cases}$$

↓

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{2} - 2 \Rightarrow$$

Ответ:  $a \in [-10; \frac{\sqrt{33}-3}{2}]$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 20 \cdot 2^y = y^2 \quad \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix}$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45) \quad \begin{cases} x < 2a \\ x \geq a-1 \end{cases}$$

$$23 \cdot 2^a = y - 45$$

$$2^{x-a} = y + 45$$

$$2 \cdot 95 = 2^{x-a} - 23 \cdot 2^a$$

$$2 \cdot y = 23 \cdot 2^a + 2^{x-a}$$

$$y^2 - 4y - a \leq 6$$

$$y^2 - 4y - (a+6) \leq 0$$

$$\Delta = 16 + 4a + 24 \Rightarrow 40 + 4a$$

$$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{10+a}$$

$$y = \frac{4 \pm 2\sqrt{10+a}}{2} = 2 \pm \sqrt{10+a}$$

$$2 - \sqrt{10+a} \leq y \leq 2 + \sqrt{10+a}$$

$$y \in [2 - \sqrt{10+a}, 2 + \sqrt{10+a}]$$

$$2^x + y^2 = a^2$$

||

$$y \in [a; -a]$$

$$a \leq \sqrt{10+a} - 2$$

$$a^2 + 4a + 4 \leq a^2 + 10a + 100$$

$$-96 \leq 16a$$

$$-48 \leq 8a$$

$$-24 \leq 4a$$

$$-12 \leq 2a$$

$$-6 \leq a$$

$$y^2 = 2^{a-1} (2^{x-2a} - 23)$$

$$y^2 = 2^{a-1} (2^{x-2a} - 2^{x-2a})$$

$$y^2 = -2^{a-1} (2^{x-2a} - 23)$$

$$y^2 = -2^{a-1} (23 - 2^{x-2a})$$

$$y^2 = 2^{a-1} (23 - 2^{x-2a})$$

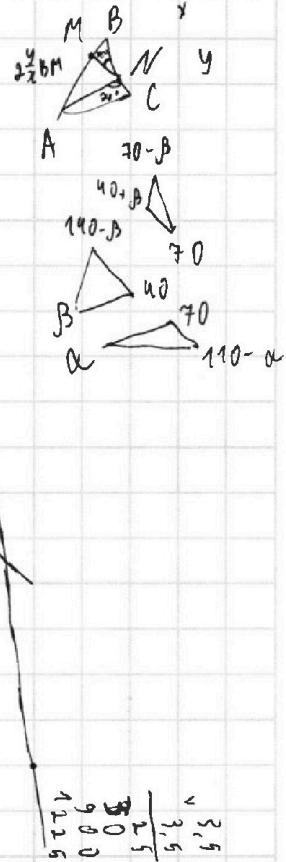
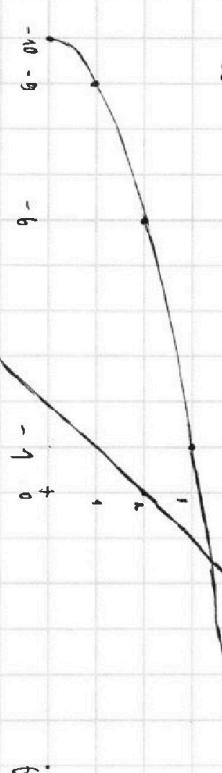
$$y^2 = 90 = 23 - 2^2$$

$$a=2$$

$$y^2 = 2(23 - 2^{x-2})$$

$$22,5 = 23 - 2^{x-2}$$

$$2^{x-2} = 0,5$$



$$\begin{aligned} -a^2 + 4(a+2) &= 10 + 10a + a^2 \\ 2a^2 + 24a + 102 &= 0 \\ a^2 + 12a + 51 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{10+a} \\ y &= 2 \pm \sqrt{10+a} \\ y^2 - 4 &= 0 \\ y^2 - 10 &= -4 \\ y - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{10+a} \\ y &= 2 \pm \sqrt{10+a} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача

$$40^2 + 2 \cdot 37 \cdot 39 + 4 \cdot 41 \cdot 39 + 4 \cdot 42 \cdot 36 + 4 \cdot 38^2$$

$$40^2 + 2 \cdot 38^2 - 2 + 4 \cdot 39^2 - 44 + 4 \cdot 39^2 - 44 + 4 \cdot 38^2$$

$$\begin{array}{r} \cancel{38} \\ \cancel{38} \\ \hline 64 \\ + 64 \\ \hline 96 \\ + 96 \\ \hline 192 \\ - 192 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! (1+n+n(n+1)) = (n-1)! \cdot (n^2 + 2n + 1) =$$

$$= (n-1)! (n+1)^2 \quad (n^2 - 10 \cdot 45 + 25) + 2(n^2 - 14 \cdot 45 + 48) + 4(n^2 - 12 \cdot 45 + 27) +$$

$$+ 4(n^2 - 12 \cdot 45 + 27) + 4(45^2 - 14 \cdot 45 + 49) =$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ 17 \quad | \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 0 \end{array}$$

17-простое

$$= 15 \cdot 45^2 - 45(10 + 6 \cdot 14 + 8 \cdot 12) + 25 + 2 \cdot 48 + 4 \cdot 32 + 4 \cdot 27 + 4 \cdot 49 =$$

$$\underbrace{(16-1)! (16+1)^2}_{17}$$

$$= 45(15 \cdot 45 - 190) + 25 + 96 + 128 + 108 + 196$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 39 \\ \hline 63 \\ + 27 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$(a-3)^2 + (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 =$$

$$\begin{array}{r} 1517 \\ 28 \\ \hline 204 \\ 6968 \\ \hline 1517 \\ 12 \\ \hline 28 \\ 12 \\ \hline 9 \\ 1443 \\ 2886 \end{array}$$

$$= a^2 + 3^2 + a^2 + 2^2 + a^2 + 1^2 + a^2 + 1^2 + a^2 + 2^2 + a^2 + 3^2 = 7a^2 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 7a^2 + 2 \cdot 14 =$$

$$= 7a^2 + 28$$

$$N > 8 \Rightarrow \dots$$

$$\begin{array}{r} \diagup \diagdown \swarrow \searrow \diagup \diagdown \\ \times \quad \textcircled{15} \quad \textcircled{14} \quad \textcircled{12} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{5} \\ \diagup \quad \times \quad \textcircled{13} \quad \textcircled{11} \quad \textcircled{8} \quad \textcircled{4} \\ \diagdown \quad \diagup \quad \times \quad \textcircled{10} \quad \textcircled{7} \quad \textcircled{3} \\ \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \times \quad 6 \quad \textcircled{2} \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \times \quad \textcircled{1} \\ \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{4} \quad \textcircled{5} \quad \textcircled{6} \\ \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \textcircled{7} \quad \textcircled{8} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{10} \quad \textcircled{11} \quad \textcircled{12} \\ \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \textcircled{13} \quad \textcircled{14} \quad \textcircled{15} \quad \textcircled{16} \quad \textcircled{17} \quad \textcircled{18} \\ \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \textcircled{19} \quad \textcircled{20} \quad \textcircled{21} \quad \textcircled{22} \quad \textcircled{23} \quad \textcircled{24} \\ \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \textcircled{25} \quad \textcircled{26} \quad \textcircled{27} \quad \textcircled{28} \quad \textcircled{29} \quad \textcircled{30} \end{array}$$

$$7a^2 = N^5 \Rightarrow N \vdots 7 \Rightarrow N_{\min} = 7$$

$$\begin{array}{c} N > 8 \\ \Downarrow \\ k > 1 \end{array}$$

$$7a^2 = 7^5 \cdot k^5$$

$$\Downarrow$$

$$a^2 = 7^4 \cdot k^5 \Rightarrow k = x^2 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow N = 28$$

$$10 + 6 \cdot 14 + 8 \cdot 12 = 10 + 84 + 96 =$$

$$= 190$$

$$6 - 2x > 0$$

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 1} + 2x - 1 > 0$$

$$x^2 - 2x - 2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$15 \cdot 45 = 450 + 225$$

$$6 > 2x$$

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 1} > 1 - 2x$$

$$0 = 1 + 8 = 9$$

$$x \leq -1$$

$$+ 1444 \quad 4$$

$$\hline 16$$

$$16$$

$$4$$

$$5776$$



$$x^2 - 2x - 2 > (1 - 2x)\sqrt{2x^2 - 2x - 1} > (1 - 2x)^2$$

$$x^2 - 2x - 2 > x^2 - 2x + 1$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x \leq -1$$

$$+ 1444 \quad 4$$

$$16$$

$$4$$

$$5776$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 1} < -2x + 1 \quad x > 3$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x \leq -1$$

$$+ 1444 \quad 4$$

$$16$$

$$4$$

$$5776$$

$$x^2 - x - 2 < x^2 - 2x + 1$$

$$5^2 = 25 = 1 + 24 = 1^2 + x$$

$$= 4 + 21 = 2^2 + x$$

$$= 9 + 16 = 3^2 + x^2$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x \leq -1$$

$$+ 1444 \quad 4$$

$$16$$

$$4$$

$$5776$$

$$x < 3$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x \leq -1$$

$$+ 1444 \quad 4$$

$$16$$

$$4$$

$$5776$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x \leq -1$$

$$+ 1444 \quad 4$$

$$16$$

$$4$$

$$5776$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x \leq -1$$

$$+ 1444 \quad 4$$

$$16$$

$$4$$

$$5776$$