



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 10

1. [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?

2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .

3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Нацомним, что квадрат также является ромбом.

5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.

7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289 \quad 289 = 17^2$$

$$+ 2 \quad 6 \quad 24 \quad 120 \quad 720 \quad 5040$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! (n+n \cdot (n+1) + 1) = (n-1)! (n^2 + 2n + 1) = \\ = (n-1)! (n+1)^2$$

Заметим, что 17 - простое число \Rightarrow чтобы $(n-1)! : 17$,
а чтобы $(n+1)^2 : 17$, нужно чтобы $(n+1) : 17$
нужно, чтобы $(n-1) \geq 17 \Rightarrow$ чтобы $(n+1) : 17 \Rightarrow$

$n \geq 18$. Заметим, что если $(n+1) : 17$, то $(n+1)^2 : 17^2$, т.е. на 289 .

\Rightarrow достаточно делимости числа $n+1$, чтобы делилась сумма факториалов. \Rightarrow достаточно рассмотреть два случая:

$$(n+1)^2 : 17^2 \text{ и } (n+1) \mid (n-1)! : 17^2. \quad (k = (n+1) : 17)$$

$$1) (n+1)^2 : 17^2 \Leftrightarrow n+1 : 17 \Rightarrow n+1 = 17k \Rightarrow n = 17k-1$$

Заметим, что n - натуральное число \Rightarrow наименьшее значение

$$k=1 \Rightarrow$$
 наименьшее значение $n = 17 \cdot 1 - 1 = 16$

$$2) (n-1)! : 17^2 \Rightarrow (n-1)! : 17 \Rightarrow (\text{см. выше}) \quad n \geq 18, \text{ что уже}$$

больше, чем 16 (см. случай 1) \Rightarrow наименьшее подходящее значение n для этого случая больше, чем наименьшее значение

и другого случая \Rightarrow его можно больше не рассматривать

Ответ: $n = 16$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6 Пусть x - ~~некоторое~~ четвёртое по величине число, из 7, без единиц ~~без единиц~~ квадрат. Тогда ~~сумму~~ квадратов можно записать так:

$$(x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 - 28 = N^5$$

$$\underline{x^2 - 6x + 9} + \underline{x^2 - 4x + 4} + \underline{x^2 - 2x + 1} + x^2 + \underline{x^2 + 2x + 1} + \underline{x^2 + 4x + 4} + \underline{x^2 + 6x + 9} - 28 = N^5$$

$$7x^2 + (9+4+1+9+4+1) - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 28 - 28 = N^5$$

$$7x^2 = N^5$$

$$\Rightarrow N^5 : 7, \text{ а т.к. } 7 \text{ - простое число, то } N : 7. \Rightarrow N^5 : 7^5 \Rightarrow x^2 : 7^4$$

$\Rightarrow x : 7^2$. Разложим x на простые множители:

$$x = 7^{2+k} \cdot p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdots p_n^{k_n}, \text{ где } p_i \text{ - простой множитель числа } x,$$

k_i - степень вхождения множителя p_i в число x , а $2+k$ - степень вхождения 7 в число x , а n - количество простых делителей от 7

$$\Rightarrow x^2 = 7^{2(2+k)} \cdot p_1^{2k_1} \cdot p_2^{2k_2} \cdots p_n^{2k_n} \Rightarrow N^5 = 7^{2(2+k)} \cdot p_1^{2k_1} \cdot p_2^{2k_2} \cdots p_n^{2k_n} =$$

$= 7^{5+2k} \cdot p_1^{2k_1} \cdot p_2^{2k_2} \cdots p_n^{2k_n}$. Т.к. N - натуральное число, то степень вхож-

дения каждого простого множителя в N^5 : 5 $\Rightarrow 5+2k : 5 \Leftrightarrow$

$2k : 5 \Leftrightarrow k : 5$ (2 и 5 взаимно просты). Рассмотрим случай, когда $k=0, k_1=0, \dots, k_n=0 \Rightarrow N^5 = 7^5 \Rightarrow N=7$.

По условию $N > 8 \Rightarrow$ этот случай не подходит $\Rightarrow N = 7a$, где

$a = N : 7$ (a - натуральное число > 1) \Rightarrow наименьшее N достигается



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При наименьшем ~~a~~ а, наименьшее значение $a=2 \Rightarrow$ наименьшее значение $N = 2 \cdot 7 = 14 \Rightarrow N^5 = 7^5 \cdot 2^5$. Запишем, что $a = 7 \cdot p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdots p_n^{k_n} \Rightarrow a^{2kn} = (7 \cdot p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdots p_n^{k_n})^2 \Rightarrow$ ~~наименьший~~ a^5 -точный квадрат некоторого натурального числа, а т.к. 5-нечёт., то и a тоже.

\Rightarrow наименьшее значение $a=2^2=4 \Rightarrow N=7 \cdot 4=28 \Rightarrow N^5=28^5$

$$\Rightarrow x^2 = 28^5 : 7$$

$$x^2 = 7^4 \cdot 2^{10}$$

$$x = 7^2 \cdot 2^5$$

Ответ: $N=28$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-x-2} + 5| \geq |\sqrt{x^2-x-2} + x - 1| + |6 - x| \quad x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$$

Заметим, что $x^2 - x - 2 \geq 0$, иначе значение выражения не определено. $\Rightarrow (x+1)(x-2) \geq 0$

$$\begin{array}{c} + \\ - \\ \hline \end{array} \leftarrow \begin{array}{c} - \\ \bullet \\ + \end{array} \rightarrow \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

Пусть $k = \sqrt{x^2 - x - 2}$. Тогда перепишем неравенство:

$$|k+5| \geq |k+x-1| + |6-x| \quad \text{Заметим, что } k \geq 0 \text{ по ОДЗ} \Rightarrow$$

$$k+5 \geq |k+x-1| + |6-x|$$

~~1) $x \geq 6$: $k+x-1 \geq 0$ и $6-x \leq 0$~~

$$k+5 \geq k+x-1 + x-6$$

$$12 \geq 2x$$

$$6 \geq x \Rightarrow 6 \leq x \leq 6 \Rightarrow x = 6$$

2) $x < 6$: ~~$6-x \geq 0$~~

$$k+5 \geq |k+x-1| + 6-x$$

$$k+x-1 \geq |k+x-1| \Rightarrow k+x-1 = |k+x-1| \Rightarrow k+x-1 \geq 0$$

При $x \geq 1$, $k+x-1 \geq 0 \Rightarrow$ по ОДЗ ~~$2 \leq x < 6$~~

При $x \leq -1$: Пусть $x = -n$, где $n = |x| \quad \sqrt{(n+2)(n-1)} \geq 0$

$$\sqrt{n^2+n-2} = \sqrt{(n+2)(n-1)} \quad \sqrt{(n+2)(n-1)} - n - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{(n+2)(n-1)} \geq n+1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что обе части неравенства $\geq 0 \Rightarrow$ ~~если можно убрать~~

$$\sqrt{(n+2)(n-1)} \geq n+1 \Leftrightarrow (n+2)(n-1) \geq (n+1)^2$$

$$n^2 + n - 2 \geq n^2 + 2n + 1$$

$$0 \geq 3 \Rightarrow n \in \emptyset$$

$$\Rightarrow \cancel{2 \leq x \leq 6} \Rightarrow x \in [2; 6]$$

Ответ: $x \in [2; 6]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

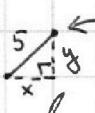
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что сторона рамбы может располагаться 2 способами: параллельно осям координатной плоскости или нет.

1) Стороны || осей:  (путь x и y - длины катетов)

2) Не || осей:  Тогда сторона - гипотенуза прямоугольного треугольника, а т.к. вершины рамбы имеют целые абсолютные и натуральную ординаты, то его катеты имеют ~~целую~~ длину \Rightarrow по теореме Пифагора: $x^2 + y^2 = 5^2 \Rightarrow 0 < x < 5$ и $0 < y < 5$. \Rightarrow возможные пары: 1 и $\sqrt{24}$, 2 и $\sqrt{21}$, 3 и 4, 4 и 3, однако по y из них подходят только 3 и 4. Числ. Заметим, что по ~~одной~~ другой стороне, имеющей общую вершину рамб, задается однозначно.

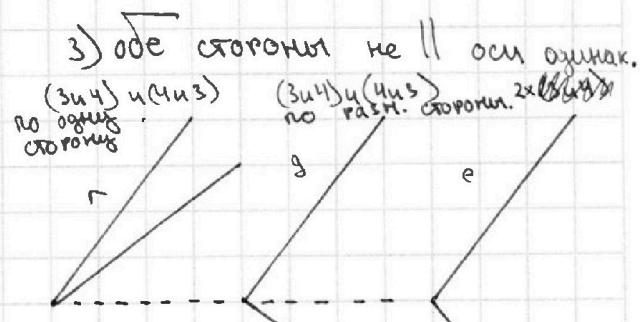
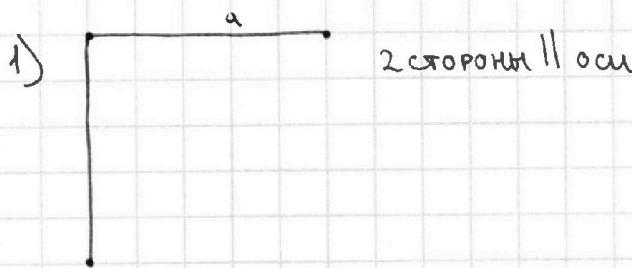
по x

пары: 1 и $\sqrt{24}$, 2 и $\sqrt{21}$, 3 и 4, 4 и 3, однако по y из них расположению

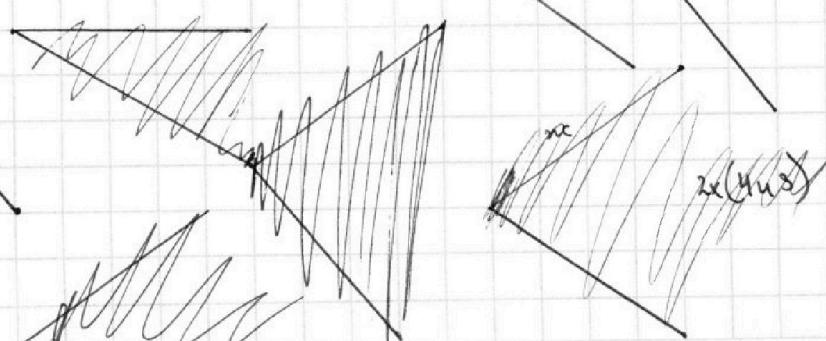
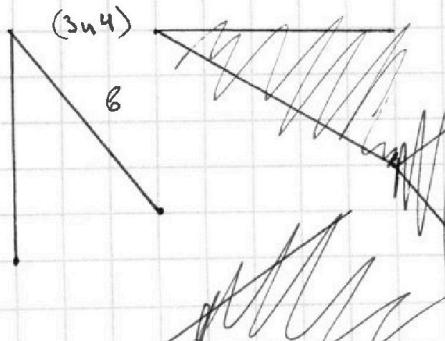
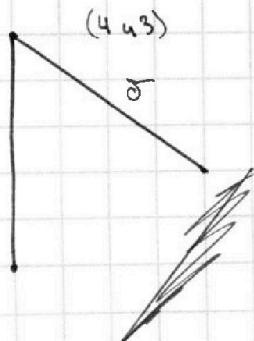
подходят только 3 и 4. Числ. Заметим, что по ~~одной~~ другой

стороне, имеющей общую вершину рамб, задается однозначно.

значно.



2) 1 сторона || оси, а другая - нет





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем кол-во фигур каждого вида (в см. дюймах) ~~всех~~
~~одного~~ угла, а потом, а затем склоним их сумму на 4,
(т.к. каждую можно повернуть 4 раза на 90°).
Красивая
т.к. квадрат

а) Необходим квадрат 5×5 т.к. правильный $[1; 45]$,

то нужно посчитать кол-во фигур 6 квадрате 44×44 .

а) Необходим квадрат 5×5 (квадрат ^{правильный} можно задать по 1 в.
верхн. углу) $\Rightarrow 40 \cdot 40 (44-5)^2$ способов

б) Необходим прямой угол $4 \times 3 \Rightarrow (44-4)(44-3)$ способов

в) Необходим прямой угол $3 \times 3 \Rightarrow (44-3)(44-3)$ способов

г) Необходим квадрат $4 \times 4 \Rightarrow (44-3)^2$ способов

д) Необходим квадрат $7 \times 7 \Rightarrow (44-6)^2$ способов

е) Необходим прямой угол $8 \times 6 \Rightarrow (44-7)(44-5)$ способов

~~и все остальные~~ \Rightarrow всего $40^2 + 4(40 \cdot 38 + 42 \cdot 36 + 41^2 + 38^2)$

$$\text{способов} = 4(1600 + 1558 + 1512 + 1681 + 1444) = 1600 + 1558 + 1512 +$$

$$+ (1681 + 1444) \cdot 4 = 4(1600 + 3070 + 3125) = 1600 + 4 \cdot 6195 = 26380$$

$$\begin{array}{r}
 & 4 & 1 \\
 \times & 3 & 8 \\
 \hline
 & 3 & 2 & 8 \\
 + & 1 & 2 & 3 \\
 \hline
 & 1 & 5 & 5 & 8
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 & 4 & 2 \\
 \times & 3 & 6 \\
 \hline
 & 2 & 5 & 2 \\
 + & 1 & 2 & 6 \\
 \hline
 & 1 & 5 & 1 & 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 & 3 & 8 \\
 \times & 3 & 8 \\
 \hline
 & 3 & 0 & 4 \\
 + & 1 & 1 & 4 \\
 \hline
 & 1 & 4 & 4 & 4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 & 6 & 1 & 3 \\
 \times & 4 & 2 & 8 \\
 \hline
 & 2 & 4 & 7 & 8 & 0 \\
 + & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\
 \hline
 & 2 & 6 & 3 & 8 & 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 & 2 & 4 & 7 & 8 & 0 \\
 + & 1 & 6 & 0 & 0 \\
 \hline
 & 2 & 6 & 3 & 8 & 0
 \end{array}$$

Ответ: 26380 ~~штук~~ решеб



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

Заметим, что если пара (x, y)

подходит, то и пара $(x, -y)$ подходит, т.к. $y^2 = (-y)^2$.

Поэтому найдём все пары для $y \geq 0$. Заметим, что 23 -нечёт, а 2025 и y^2 -четные. $\Rightarrow 23 \cdot 2^x$ -четное $\Rightarrow x \geq 0$.

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 2025 \quad 23 \cdot 2^x > 0 \Rightarrow y^2 - 2025 > 0 \Rightarrow y > 45$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45) \quad \text{Пусть } k = y - 45 \Rightarrow k \geq 1$$

$$23 \cdot 2^x = k(k+90) \Rightarrow k \text{ и } k+90 \text{ одиной чётности, а}$$

$$\text{и } x \text{ MOD - делит } 90. \quad k \geq 1 \Rightarrow k \cdot (k+90) \geq 91 \quad \cancel{23 \cdot 2^x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^x \geq \frac{91}{23} \Rightarrow 2^x > 3. \Rightarrow k \text{ и } k+90 : 2, \text{ приём 1 из чисел}$$

$$: 2, \text{ но } : 4 \Rightarrow \text{ второе } \cancel{\Rightarrow} : 2^{x-1}.$$

$$k \text{ и } k+90$$

$$\cancel{(k \text{ и } k+90)} = (2 \text{ и } 2^{x-1} \cdot 23) \text{ или } (2 \cdot 23 \text{ и } 2^{x-1}) \cancel{\text{ или } (23 \text{ и } 2^{x-1})}$$

$$1) 2 \text{ и } 2^{x-1} \cdot 23 \Rightarrow k=2 \Rightarrow k+90=92=23 \cdot 2^2 \Rightarrow x=2+1=3,$$

$$y = k+45 = 47$$

$$2) 46 \text{ и } 2^{x-1} \Rightarrow k=46 \Rightarrow k+90=46+90=136 \neq \text{ степень 2}$$

$$\cancel{3) 23 \text{ и } 2^{x-1}} \quad (\text{заметим, что } k+90 \geq 91 > 46 \Rightarrow k=46)$$

$$\Rightarrow \text{при } y \geq 0 \quad \cancel{\text{только 1 шанс}}: (x, y) = (3, 47) \Rightarrow$$

$$\text{всего-2 шанса } (3, 47) \text{ и } (3, -47).$$

$$\text{Ответ: } (3, 47); (3, -47)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2$$

~~Aug 26~~

$$y^2 + 4y - 6 - a < 0$$

$$w^2 - 4w - 6 = \boxed{w^2 - 4w - 6}$$

Заметим, что при $x=0$ $y^2+0=a^2 \Rightarrow$ зам. при $y^2=a^2 \Rightarrow$
 $y^2-4y = y(y-4) \leq \max. \Rightarrow$ при \max или \min ,
 Пусть $a \neq 0$: $y^2=a^2 \Rightarrow y=\pm a$

Пусть $a \neq 0$:

$$y^2 - 4y - 4 = 6$$

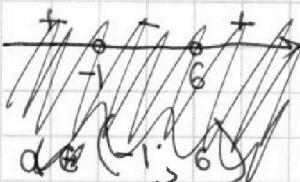
$$y = -a$$

$$a^2 + 4a - a \overset{=} 6 \rightarrow a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0$$

$$(a-6)(a+1) \stackrel{?}{=} 0$$

$$a = -1 \quad \text{and} \quad a = 6$$



$$a^2 + 3a - 6 < 0$$

$$D = 3^2 + 4 \cdot 6 \cdot 1 = 9 + 24 = 33$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$a =$$

$$ac(-1, 6) \cap \left(-\frac{3+\sqrt{33}}{2}, \frac{\sqrt{33}-3}{2}\right) \Rightarrow a \in \left(-1, \frac{\sqrt{33}-3}{2}\right)$$

$$\text{Eam } a=0: x^2+y^2=0 \Rightarrow x^2=y^2=0 \Rightarrow x=y=0 \Rightarrow$$

$$y^2 - 4y - a = 0 \quad -4 \cdot 0 - 0 = 0 \neq 6 \Rightarrow a \neq 0.$$

$$\text{Durchm: } x \in \left\{ -\frac{3 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} \right\}$$

Проверим варианты для $a \neq 0$: ~~$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

•• Они должны не превышать 6 обоих случаев \Rightarrow

$$a = -1: (-1)^2 + 3 \cdot (-1) = 1 - 3 = -2 < 6 \Rightarrow \text{подходит}$$

$$a = 6: 6^2 + 3 \cdot 6 = 36 + 18 > 6 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}: \left(\frac{-3 + \sqrt{33}}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} = \left(\frac{-3 + \sqrt{33}}{2}\right)^2 - 2(\sqrt{33} - 3)$$

$$-3 + 5 < -3 + \sqrt{33} < -3 + 6 \Rightarrow 2 < -3 + \sqrt{33} < 3 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$\left(\frac{-3 + \sqrt{33}}{2}\right)^2 \leq 1,5^2 \Rightarrow \text{не подходит} \quad \left(\frac{-3 + \sqrt{33}}{2}\right)^2 - 2(\sqrt{33} - 3) < 6$$

$$a = \frac{-3 - \sqrt{33}}{2}: \left(\frac{-3 - \sqrt{33}}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} = \left(\frac{-3 - \sqrt{33}}{2}\right)^2 + 2(3 + \sqrt{33}) > 6$$

Ответ: $a = -1$ или $a = \frac{\sqrt{33} - 3}{2}$.

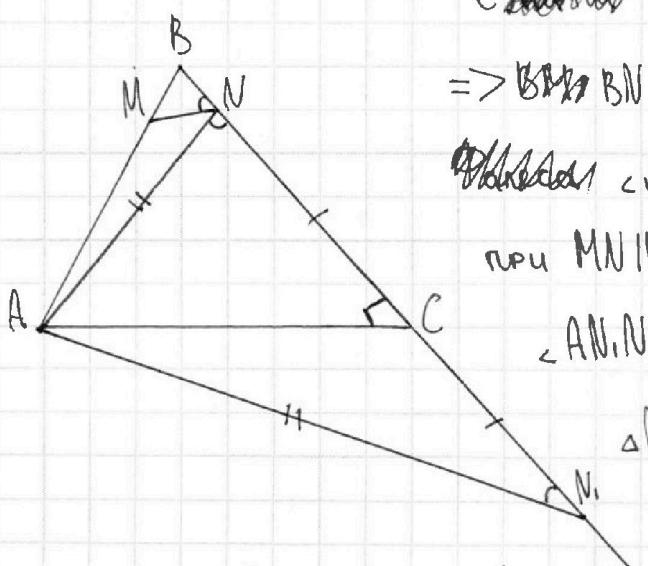
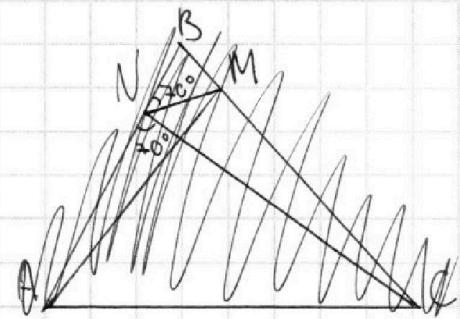


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$, $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

Найти: $\angle CAN$. Решение:

$BN : BM = \frac{\angle NC}{\angle MA}$. Науче $BN : BM = \frac{NN_1}{MA}$. Рассуждаем BC за точку $NN_1 \approx NC$

Сделаем отложим отрезок $CN_1 = NC$.

$\Rightarrow BN : BN : BM = \frac{NN_1}{MA} \Rightarrow$ ~~делаем~~ $\angle MNB = \angle AN_1N$ как соответственные

при $MN \parallel AN_1$ и секущей BN_1 . \Rightarrow

$\angle AN_1N = \angle MNB = \angle ANC = 70^\circ \Rightarrow$

$\angle NAN_1 = p/d$. по 2-м углам

($\angle NAN_1$ и $\angle AN_1N$). $\Rightarrow AC -$

- медиана $BN \parallel AN_1$, проведенная к основанию \Rightarrow ~~делаем~~ еще и
бисектриса $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ \Rightarrow \angle CAN = 180^\circ - \angle ANC - \angle ACN = 180^\circ - 70^\circ - 90^\circ =$

$= 20^\circ$.

Ответ: $\angle CAN = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!