



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (1 + n + (n+1)(n+2)) = \\ = n! ((n+1)(n+2)) = n! (n+2)^2 : 361$$

$361 = 19^2$, 19 - простое число

$$n! (n+2)^2 = 19^2 k, \text{ где } k \in N$$

$n! : 19$, при $n \geq 19$, но при $n=17$

$$n+2=19 \Rightarrow (n+2)^2 = 361 : 361 \quad 17 < 19 \Rightarrow \text{Ответ: } n=17$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

Пусть n - третье число в данной последовательности. $\Rightarrow (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 =$

$$= n^2 - 4n + 4 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = \\ = 5n^2 + 10$$

$$5n^2 + 10 - 10 = 5n^2 = N^3, \text{ где } N > 6$$

$$n \geq 3, \text{ так } n-2 \in \mathbb{N}$$

$$n \in \mathbb{N}; N \in \mathbb{N} \Rightarrow N \mid 5 \Rightarrow N^3 = 5^{3k} \cdot a^3, \text{ где } a \in \mathbb{N}$$

$$5n^2 = (5^3)^k \cdot a^3 \Rightarrow n \mid 5 \Rightarrow n = 5^{2b} \cdot c^3, \text{ где } c \in \mathbb{N}$$

$$5 \cdot 5^{2b} \cdot c^3 = (5^3)^k \cdot a^3, \text{ так } \text{умножим на } N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b=k=1 \Rightarrow 5^3 \cdot c^2 = 5^3 \cdot a^3 \Rightarrow c^2 = a^3 \Rightarrow$$

$$c=d^3 \quad a=e^2 \Rightarrow d^6 = e^6 \Rightarrow d=e=2, \text{ так}$$

$$\text{при условии } N < 6 \Rightarrow N = 2^6 \cdot 5^3 = 264 \cdot 125 =$$

$$= 8000 \quad \text{Ответ: } N=8000.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

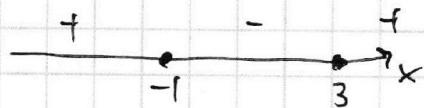
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$



$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty), \text{ т.к.}$$

~~Л~~ корень не отриц.

Рассмотрим

$$\text{Рассмотрим } |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 1 - (1 - 2x)|$$

$$1 - 2x$$

$$\begin{cases} 1 - 2x \geq 0 \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2x \geq 0 \text{ знаком} \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \end{cases}$$

$$1 - 2x < 0 \Rightarrow x \in (3, 5; +\infty)$$

$$\begin{cases} 1 - 2x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 < 1 - 4x + 4x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 3 > 0 \\ -3x^2 + 2x - 4 < 0 \end{cases}$$

$$\text{при любом } x$$

$$\Rightarrow x < 0,5 \text{ можно со знаком} \quad - \quad x \in (-\infty; -1]$$

$$x > 0,5 \text{ можно со знаком} \quad + \quad x \in (3; +\infty)$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 1 - 2x \\ x \in (-\infty; -1] \end{cases}$$

$$1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 1 - 2x$$

$$x \in (-\infty; -1]$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x \\ x \in [3; 3,5] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 7 \\ x \in (3,5; +\infty) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x+2 \\ x \in (-\infty; -1] \\ 6 \geq 6 \text{ - брно} \\ x \in [3; 3,5] \Rightarrow x \in [3; 3,5] \\ 4x \leq 14 \\ x \in (3,5; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [3; 3,5] \\ x \leq 3,5 \\ x \in (3,5; +\infty) \Rightarrow x \in \emptyset \\ 4(x^2-2x-3) \geq 16x^2-16x+4 \\ x \in (-\infty; -1] \end{cases}$$

$-4x+2 > 0$ при $x \in [-\infty; -1]$ \Rightarrow гор. условие не нужно.

$$\begin{cases} x \in [3; 3,5] \\ x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1 \\ x \in (-\infty; -1] \end{cases}$$

$$-3x^2+2x-4=0 \quad D<0 \Rightarrow -3x^2+2x-4 < 0$$

$$\Rightarrow \text{Отвт: } x \in [3; 3,5]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

Длина сторонок Δ всегда $5 \Rightarrow$ проекции сторон

~~бесконечн~~ (которые всегда целые) это:

$(5;0);(0;5);(3;4);(4;3)$, ткк 5 в вуге

гипотенуза Δ бывает только в 1 случае.

~~координаты~~ ~~координаты~~ : всего

6 случаев: $(5;0);(0;5)$

$(5;0);(3;4)$

$(5;0)$

$(5;0);(4;3)$

$(0;5);(3;4)$

$(0;5);(4;3)$

$(3;4);(4;3)$

начало

(здесь координаты смешены на т. $(1;1)$)

1 случай: $45 \cdot 45 = 2025$

2 случай: $42 \cdot 46 \cdot 2 = 3864$

3 случай: $41 \cdot 47 \cdot 2 = 3854$

4 случай: $47 \cdot 48 \cdot 1 \cdot 2 = 3854$

5 случай: $46 \cdot 42 \cdot 2 = 3864$

6 случай: $43^2 \cdot 4 = 7396 \rightarrow$ (уменьшаем на 9, ткк можно повернуть на 90°)

$$2025 + 2 \cdot 3864 + 2 \cdot 3854 + 7396 = 24857 \quad \text{Ответ: } 24857.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 $x; y \in \mathbb{Z}$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$x \geq 0$, иначе $(y-45)(y+45) \notin \mathbb{Z}$, а $(y \in \mathbb{Z})$ (ночка)

$$\begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^n \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^n \\ y+45 = 19 \cdot 2^{x-n} \end{cases}$$

$$n \in \mathbb{Z}; x-n \geq 0 \Rightarrow x \geq n$$

$$\begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^n \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_0 = 2^n - 19 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^n \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} 2^n \\ \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \end{array} \Rightarrow 2^n \uparrow$$

$$\begin{array}{c} 19 \cdot 2^{x-n} \uparrow \\ \cancel{19} \cancel{19} \cancel{19} \end{array} \Rightarrow$$

не более 1

решение

$$\begin{array}{c} 2^n \downarrow \\ 19 \cdot 2^{x-n} \downarrow \end{array} \Rightarrow \text{не более 1}$$

решение

$$\begin{cases} y_0 = 19 \cdot 2^{x-n} - 2^n \\ y+45 = 2^n \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} 19 \cdot 2^{x-n} \\ \cancel{19} \cancel{19} \end{array} \downarrow$$

$$\begin{array}{c} 2^n \\ \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \end{array} \downarrow \Rightarrow$$

не более 1

решение

Решением 1 системы является пара $(8; 83)$

$$n=7 \Rightarrow y_0 = 128 - 19 \cdot 2 = 90 \text{ - верно}$$

$$83 + 45 = 128 = 2^7 \text{ - верно}$$

Решением 2 системы нет \Rightarrow Ответ: $(8; 83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 & \text{- окружность с центром в точке } (0;0) \\ x^2 - 6x + a \leq y & \text{- область ниже параболы} \end{cases}$$

радиусом a

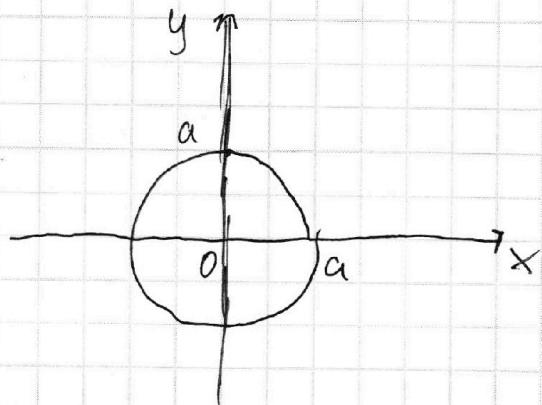
Вершина: $\frac{(-6)}{2 \cdot 1} = 3$

~~$9 - 18 + a \leq y = a - 9 \leq 0$~~

~~$x^2 - 6x + a \leq y$~~
 ~~$x^2 - 6x + a - y = 0$~~

$$x^2 - 6x + a - y \leq 0$$

$$x^2 - 6x + a - y = 0 \quad \text{- парабола}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7

Дано:

$\triangle ABC$

$M \in AB$

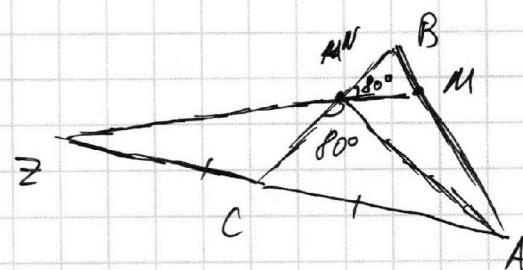
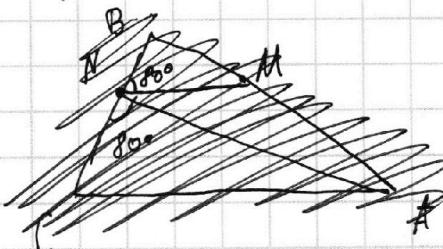
$N \in BC$

$$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\angle CAN = ?$$

Решение:



3) Продолжим MN до $\cap AC$

$$MN \cap AC = Z$$

По т. Менелая: $\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AZ}{AC} = 1$

$$\frac{2BM \cdot NC}{BN \cdot MA} = 1 \Rightarrow \frac{BM \cdot NC}{BN \cdot MA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AZ}{2AC} = 1 \Rightarrow AZ = 2AC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CZ = AC \Rightarrow NC - \text{медиана } \beta_A \text{ в } \triangle ZNA$$

$$\angle ZNC = \angle BNM \text{ (впр.)} \Rightarrow \angle ZNC = \angle ANC = 80^\circ \Rightarrow$$

$\Rightarrow NC$ - бисс.

$$\Rightarrow NC - \text{бисс.} \Rightarrow \angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle CAN = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$\begin{aligned} & x \geq 3 \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq | -2x | \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq | 1 - 4x + 4x^2 | \\ n! & + (n+1)! - (n+2)! = n! (n+2 + n+1)(n+2) = \\ & = n! ((n+2)^2) : 361 \quad -3x^2 + 2x - 4 \geq 0 \quad y = 19 \\ 361 & = 19^2 \Rightarrow n! ((n+1)(n+3)) \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq 1 - 2x \quad 4864 - 20025 = 282839 \\ & \quad y - 45 : 19 \end{aligned}$$

4

$$| -2x | \geq 0 \quad x \leq 0,5 \quad y - 7; 19 \quad n = 2 \Rightarrow x = 8$$

$$2x \leq 0$$

$$y =$$

$$\begin{aligned} n^2 - 4n + 4 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 &= 128 - 45 = 83 \\ &= 5n^2 + 10 \quad x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty) \quad 225 - 15 = 2250 + 1125 = \\ 5n^2 &= N^3 \quad , 290 \quad N > 6 \quad \sqrt{8x^2 - 2x - 3} \geq 2x - 8x \quad 3775 \\ & \quad 1 - 2x \geq 0, \quad x \leq 0,5 \end{aligned}$$

$$n \in \mathbb{N} \quad N \in \mathbb{N} \Rightarrow N:5 \quad N > 6 \Rightarrow N \neq 5 \quad N = 10$$

$$1000 = 5n^2 \Rightarrow n^2 = 200 \quad N = 15 \quad x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 4$$

$$-3x^2 + 2x - 3 \geq 0$$

$$n^2 + 20n + 30 - 10 = n^2 + 20(n-1) \quad > -8 \Rightarrow 3x^2 - 2x + 7 \leq 0$$

$$n \geq 3$$

$$\begin{aligned} n^3 & \quad | \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 | \geq | \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 | + | 7 - 2x | \\ & \quad x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty) \end{aligned}$$

* Модуль можно убрать так как числа ≥ 6

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 6 \geq |\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1| + |7 - 2x| \quad 45$$

$$2x = \sqrt{(x-3)(x+1)}$$

16

$$4x^2 - 4x + 1 \geq x^2 - 2x - 3$$

$$3x^2 - 2x + 4 \geq 0$$

32 + 90 = 122

64 + 90 = 154

128 + 90 = 218

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = a$$

$$x = 8 \Rightarrow$$

$$n = 4 \Rightarrow y = 61$$

$$n \leq 1$$

$$y = 4/2$$

$$256 + 90 = 346$$

$$512 + 90 = 602$$

$$1024 + 90 = 1124$$

N5

$$\cancel{a+6} \cancel{3(a+2x-1) + (7-2x)}$$

$$95a + 90 =$$

$$2025 = 45^2$$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$19 \cdot 2^5 = 38 \cdot 128 \Rightarrow y = 83 \quad (8; 83)$$

$$y = 19 \cdot 2^{n-1} + 2^{k-n-1}$$

$$2^n - 19 \cdot 2^{x-n} = 90$$

$$90 = 2^{k-n} - 19 \cdot 2^n \Rightarrow 45 = 2^{k-n-1} - 19 \cdot 2^{n-1}$$

$$19 \cdot 2^{x-n} - 2^n = 90$$

$$\begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^{x-n} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^{x-n} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^n \\ y+45 = 2^{n-1} \end{cases}$$

$$n=1 \Rightarrow 45 = 1 - 19 \cdot 2^{x-2} \quad - \text{неверно}$$

$$n=0 \Rightarrow 45 = 1 - 19$$

$$90 = 2^x - 19 - 1 \Rightarrow 2^x \cdot 19 = 91$$

$$n=0 \Rightarrow 45 = 2^{x-2} - 19 - 1$$

$$\begin{cases} 90 = 2^n (1 - 19 \cdot 2^{x-2}) \\ y+45 = 2^n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 2^n (19 \cdot 2^{x-2} - 1) \\ y-45 = 2^n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 2^n (19 \cdot 2^{x-2} - 1) \\ y-45 = 2^n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ y-45 = 2^n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ n=0 \Rightarrow 90 = 19 \cdot 2^x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ n=-1 \Rightarrow 180 = 19 \cdot 2^{-1} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ n=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ 360 = 19 \cdot 2^{-2} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ 721 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ 2432 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ 4457 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ 1216 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ 1441 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ 3291 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ 608 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \end{cases}$$

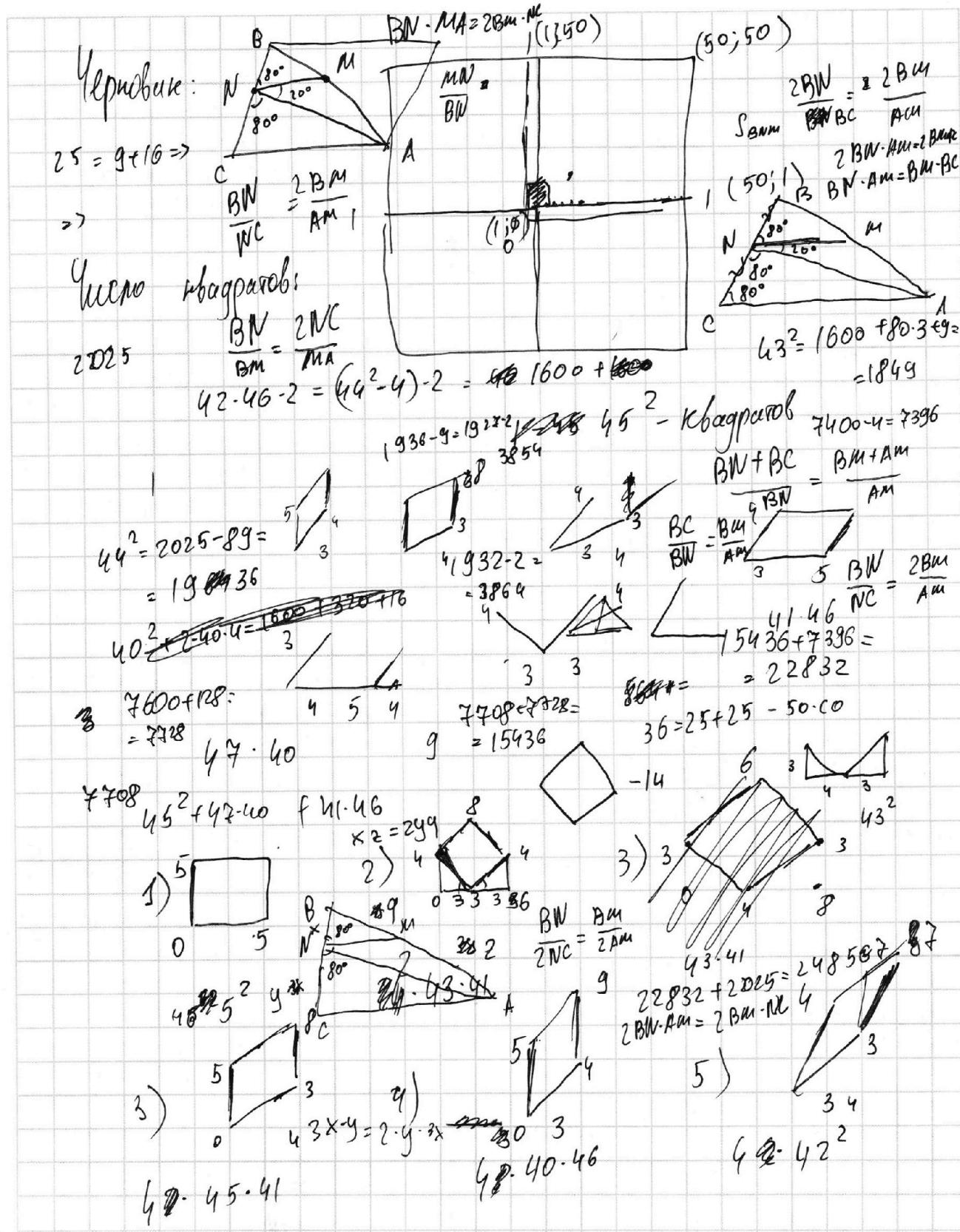
$$\begin{cases} 90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \\ 2631 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = a^2$
 $x^2 - 6x + a \leq 8$ - парабола:
 $x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$
 $\frac{6}{2} = 3$
 $a - 18 - 8 + a = a - 12$
 $y = x^2 - 6x + a - 8$ - парабола

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$
 $\alpha > 12^\circ$
 $\alpha < -x^2 + 6x + 8$
 $\alpha < -(x^2 - 6x - 8)$
 $\alpha^2 = x^2 + y^2$
 $\alpha^2 < x^2 - 6x + a - 8$
 $\alpha^2 < x^2 - 6x + a - 8$
 $\alpha^2 - a - (x^2 - 6x - 8) \leq 0$
 $x^2 - 6x - 8 \leq 0$
 $(x - 2)(x + 4) \leq 0$
 $x \in (-4, 2)$
 $D = 1 + 4x^2 - 24x - 32$
 $g - 18 - 2 = -16$
 $\alpha = \frac{1 \pm \sqrt{4x^2 + 24x + 32}}{2}$

$x^2 + y^2 = a^2$
 $x^2 - 6x + a \leq 8$
 $\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AC}{A^2} = 1$
 $A^2 = 2AC$
 $x^2 + y^2 < x^2 - 6x + a - 8$
 $a^2 < x^2 - 6x + a - 8$
 $x^2 - 6x + a \leq 8$
 $x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$
 $(x - 2)(x + 4) \leq 0$
 $x \in (-4, 2)$
 $\alpha < a - 12$
 $\alpha < -12$

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$
 $(3; a - 9)$