



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = \\ = n! ((n+1)+1)(n+2) = n! (n+2)^2 : 361$$

$$361 = 19^2, 19 - \text{простое число}$$

$$n! (n+2)^2 = 19^2 k, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$

$$n! : 19, \text{ при } n \geq 19, \text{ но при } n = 17$$

$$n+2 = 19 \Rightarrow (n+2)^2 = 361 : 361 \quad 17 < 19 \Rightarrow \text{Ответ: } n = 17$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

Пусть n - третье число в данной последовательности $\Rightarrow (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 =$

$$= n^2 - 4n + 4 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 =$$

$$= 5n^2 + 10$$

$$5n^2 + 10 - 10 = 5n^2 = N^3, \text{ где } N > 6$$

$$n \geq 3, \text{ так } n-2 \in \mathbb{N}$$

$$n \in \mathbb{N}; N \in \mathbb{N} \Rightarrow N:5 \Rightarrow N^3 = 5^{3k} \cdot a^3, \text{ где } a \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}$$

$$5n^2 = (5^3)^k \cdot a^3 \Rightarrow n:5 \Rightarrow n = 5^{2b} \cdot c^2, \text{ где } c \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$$

$$5 \cdot 5^{2b} \cdot c^2 = (5^3)^k \cdot a^3, \text{ так можно написать } N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \exists b=k=1 \Rightarrow 5^3 \cdot c^2 = 5^3 \cdot a^3 \quad c^2 = a^3$$

$$c = d^3 \quad a = e^2 \Rightarrow d^6 = e^6 \Rightarrow d = e = 2, \text{ так}$$

$$\text{при условии } N < 6 \Rightarrow N = 2^6 \cdot 5^3 = 64 \cdot 125 =$$

$$= 8000$$

$$\text{Ответ: } N = 8000.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

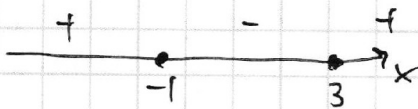
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$x^2-2x-3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$



$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty), \text{ так}$$

~~Рассмотрим~~ корни не отриц.

$$\text{Рассмотрим } |\sqrt{x^2-2x-3} - (1-2x)|$$

Рассмотрим

$$|7-2x|$$

$$\begin{aligned} 7 > 2x &\Rightarrow \text{со знаком } + \\ 7 < 2x &\Rightarrow \text{со знаком } - \end{aligned}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \leq 1-2x$$

$$\begin{cases} 1-2x \geq 0 \\ x^2-2x-3 < 1-4x+4x^2 \end{cases} \begin{cases} x < 0,5 \\ -3x^2+2x-4 < 0 \end{cases} \text{ (при любом } x)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x < 0,5 & \text{ могут со знаком } - & x \in (-\infty; -1] \\ x > 0,5 & \text{ могут со знаком } + & x \in [3; +\infty) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 1-2x-\sqrt{x^2-2x-3}+7-2x \\ x \in (-\infty; -1] \\ \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+7-2x \\ x \in [3; 3,5] \\ \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+2x-7 \\ x \in (3,5; +\infty) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x+2 \\ x \in (-\infty; -1] \\ 6 \geq 6 \text{ - верно} \\ x \in [3; 3,5] \Rightarrow x \in [3; 3,5] \\ 4x \leq 14 \\ x \in (3,5; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [3; 3,5] \\ \begin{cases} x \leq 3,5 \\ x \in (3,5; +\infty) \end{cases} x \in \emptyset \\ 4(x^2-2x-3) \geq 16x^2-16x+4 \\ x \in (-\infty; -1] \end{cases}$$

$-4x+2 > 0$ при $x \in (-\infty; -1] \Rightarrow$ доп. условие не нужно.

$$\begin{cases} x \in [3; 3,5] \\ x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1 \\ x \in (-\infty; -1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [3; 3,5] \\ \begin{cases} -3x^2+2x-4 \geq 0 \\ x \in (-\infty; -1] \end{cases} \end{cases}$$

$$-3x^2+2x-4 \geq 0 \quad D < 0 \Rightarrow \emptyset \quad -3x^2+2x-4 < 0$$

$\Rightarrow$ Ответ: $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

Длина стороны всегда 5 $\Rightarrow$ проекции стороны
~~всегда 5~~ (которые всегда целые) это:

$(5;0); (0;5); (3;4); (4;3)$, так 5 в виде

гипотенуза Пифагорова Δ бывает только в 1 случае.
~~координаты вершин образующие ромб~~ : всего

6 случаев: $(5;0); (0;5)$ $(5;0); (3;4)$

~~$(5;0); (4;3)$~~ $(0;5); (3;4)$ $(0;5); (4;3)$

$(3;4); (4;3)$ начало
~~ромб~~ координат смещено на т. $(1;1)$

1 случай: $45 \cdot 45 = 2025$

2 случай: $42 \cdot 46 \cdot 2 = 3864$

3 случай: $41 \cdot 47 \cdot 2 = 3854$

4 случай: $47 \cdot 41 \cdot 2 = 3854$

5 случай: $46 \cdot 42 \cdot 2 = 3864$

6 случай: $43^2 - 4 = 7396 \rightarrow$ (умножает на 9, так можно повернуть на 90°)

$2025 + 2 \cdot 3864 + 2 \cdot 3854 + 7396 = 24857$ Ответ: 24857.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$x, y \in \mathbb{Z}$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$x \geq 0$, иначе $(y-45)(y+45) \notin \mathbb{Z}$, а $(y \in \mathbb{Z})$ (ноука)

$$\begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^n \\ y-45 = 2^n \\ y+45 = 19 \cdot 2^{x-n} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}; x-n \geq 0 \Rightarrow x \geq n$$

$$\begin{cases} g_0 = 2^n - 19 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^n \end{cases} ; \quad \begin{cases} g_0 = 19 \cdot 2^{x-n} - 2^n \\ y-45 = 2^n \end{cases}$$

$2^n \uparrow$
 $-19 \cdot 2^{x-n} \uparrow \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ не более 1 решение

$19 \cdot 2^{x-n} \downarrow, 2^n \downarrow \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ не более 1 решение

Решением 1 системы является пара $(8; 83)$

$n=7 \Rightarrow g_0 = 128 - 19 \cdot 2 = 90$ - верно
 $83 + 45 = 128 = 2^7$ - верно

Решений 2 система нет $\Rightarrow$ Ответ: $(8; 83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 - \text{окружность с центром в точке } (0; 0) \text{ радиусом } a \\ x^2 - 6x + a \leq 8 - \text{часть области ниже параболы и на} \end{cases}$$

вершина: $\frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$

~~$x^2 - 6x + a \leq 8$~~

~~$x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$~~

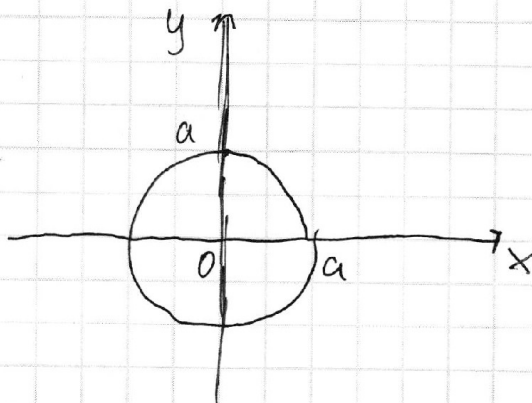
~~$a - 8 + a - 8 = a - 16$~~

~~$2, a - 8$~~

~~$2, a - 8$~~

$x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$

$x^2 - 6x + a - 8 = 0$ - параболы





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7

Дано:

$\triangle ABC$

$M \in AB$

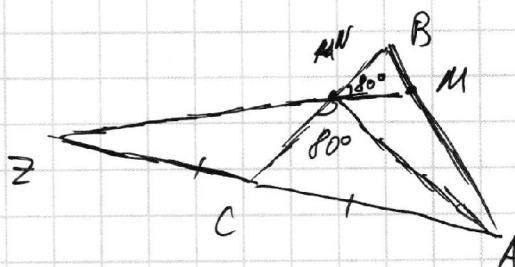
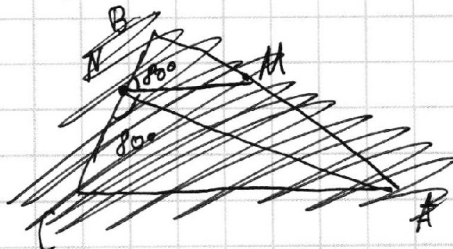
$N \in BC$

$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$\angle CAN = ?$

Решение!



5) Продлим MN до $\cap AC$

$MN \cap AC = Z$

По т. Менелая:

$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AZ}{ZC} = 1$$

$$\frac{2BM \cdot NC}{BN \cdot MA} = 1 \Rightarrow \frac{BM \cdot NC}{BN \cdot MA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AZ}{2AC} = 1 \Rightarrow AZ = 2AC \Rightarrow$$

$\Rightarrow CZ = AC \Rightarrow NC$ — медиана $\triangle ZNA$

$\angle ZNC = \angle BNM$ (верт.) $\Rightarrow \angle ZNC = \angle ANC = 80^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow NC$ — бисс.

$\Rightarrow NC$ — высота $\Rightarrow \angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle CAN = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$x \geq 3$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (n+1 + (n+1)(n+2)) =$$

$$= n! ((n+1)^2) : 3861$$

$$3861 = 19^2 \Rightarrow n! ((n+1)(n+3))$$

48

$$1 - 2x \geq 0 \quad x \leq 0,5$$

$$2x \leq 0,1$$

$$y - 45 : 19$$

$$y - 7 : 19$$

$$y =$$

$$n = 2 \Rightarrow x = 8$$

n2

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + (n)^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2$$

$$128 - 45 = 83$$

$$38$$

$$x \leq -1$$

$$n^2 - 4n + 4 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 =$$

$$= 5n^2 + 10$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$$

$$225 - 15 = 2250 + 1125 =$$

$$5n^2 = N^3$$

, 296

$$N > 6$$

$$\sqrt{8^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \Rightarrow 3 \geq 75$$

$$1 - 2x \geq 0, \quad x \leq 0,5$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$N \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow N : 5$$

$$N > 6 \Rightarrow N \neq 5$$

$$N = 10$$

$$1000 = 5n^2 \Rightarrow n^2 = 200$$

$$N = 15$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 4$$

$$-3x^2 + 2x - 7 \geq 0$$

$$n^2 + 20n + 30 - 10 = n^2 + 20(n-1)$$

$$\Rightarrow 8 \Rightarrow 3x^2 - 2x + 50$$

$$n \geq 3$$

$$n3 \quad \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + \left| 7 - 2x \right|$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

* Модуль можно убрать так левая часть ≥ 6



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x-3}(x+1) + 6 \geq |\sqrt{x-3}(x+1) + 2x-1| + |7-2x| \quad 45$$

$$\sqrt{x-3}(x+1) \geq x^2 - 2x - 3$$

$$x^2 - 4x + 4 \geq x^2 - 2x - 3$$

$$4x^2 - 4x + 1 \geq x^2 - 2x - 3$$

$$3x^2 - 2x + 4 \geq 0$$

$$5120 - 256 = 4864$$

$$19 \cdot 256 = 4864$$

$$120 - 256 = -136$$

$$5000 - 136 = 4864$$

$$16 = 106$$

$$32 + 90 = 122$$

$$64 + 90 = 154$$

$$128 + 90 = 218$$

$$256 + 90 = 346$$

$$512 + 90 = 602$$

$$1024 + 90 = 1124$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = a$$

$$x = 8 \Rightarrow$$

$$n = 4 \Rightarrow y = 61$$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$19 \cdot 256 = 38 \cdot 128 \Rightarrow y = 83 \quad (8; 83)$$

$$y = 19 \cdot 2^{n-1} + 2^{k-n-1}$$

$$2^n - 19 \cdot 2^{x-n} = 90$$

$$\Rightarrow x-n \geq 0$$

$$19 \cdot 2^{x-n} - 2^n = 90$$

$$y-45 = 19 \cdot 2^{x-n}$$

$$y+45 = 2^n$$

$$y+45 = 2^{x-n} \cdot 19$$

$$y-45 = 2^n$$

$$90 = 2^n(19 \cdot 2^{x-2n} + 1)$$

$$90 = 2^n(2^{x-2n} - 19 - 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ n=0 \end{cases}$$

$$n=1 \Rightarrow 45 = 1 - 19 \cdot 2^{x-2} \quad - \text{невозможно}$$

$$n=0 \Rightarrow 90 = 1 - 19$$

$$90 = 2^x \cdot 19 - 1 \Rightarrow 2^x \cdot 19 = 91$$

$$n=0 \Rightarrow 45 = 2^{x-2} - 19 - 1$$

$$4864 + 2025 = 6889$$

$$90 = 2^n(1 - 19 \cdot 2^{x-2n})$$

$$y + 45 = 2^n$$

$$90 = 2^n(19 \cdot 2^{x-2n} - 1)$$

$$y - 45 = 2^n$$

$$83^2 = 6909$$

$$n \leq 1$$

$$n=1 \Rightarrow 45 = 19 \cdot 2^{x-2} - 1$$

$$n=0 \Rightarrow 90 = 19 \cdot 2^x - 1$$

$$n=-1 \Rightarrow 180 = 19 \cdot 2^{x+2} - 1$$

$$2025 = 45^2$$

$$y-45 = 19 \cdot 2^{x-n}$$

$$y+45 = 2^{k-n}$$

$$y+45 = 19 \cdot 2^n$$

$$y-45 = 2^{k-n}$$

$$\begin{cases} 2y = 19 \cdot 2^{n-k-n} \\ n = -2 \\ 360 = 19 \end{cases}$$

$$721$$

$$2432 + 2025 = 4457$$

$$1441$$

$$1216 + 2025 = 3241$$

$$36 + 2025 = 2101$$

$$19 \cdot 8 = 150 - 38 = 112 + 2025 = 2101$$

$$309 + 2025 = 2334$$

$$716$$

$$19 \cdot 16 = 304 + 2025 = 2329$$

$$716$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$25 = 9 + 16 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

Число квадратов:
2025

Квадратов:

$$\frac{BN}{BM} = \frac{2NC}{MA}$$

$$42 \cdot 46 - 2 = (44^2 - 4) - 2 = 1600 + 1600$$

$$1936 - 9 = 1927 \quad 45^2 - \text{Квадратов}$$

$$7400 - 4 = 7396$$

$$BN + BC = \frac{BM + AM}{AM}$$

$$\frac{BC}{BN} = \frac{BM}{AM} \quad \frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{AM}$$

$$5436 + 7396 = 22832$$

$$36 = 25 + 25 - 50 \cdot 10$$

$$44^2 = 2025 - 89 = 1936$$

$$40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 4 = 1600 + 320 + 16$$

$$7600 + 128 = 7728$$

$$47 \cdot 40$$

$$7708 + 728 = 8436$$

$$9 = 15436$$

$$7708$$

$$45^2 + 42 \cdot 40$$

$$f(1) \cdot 46$$

$$x_2 = 249$$

$$1) \quad 5 \quad 0 \quad 5$$

$$2) \quad 4 \quad 0 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 86$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{2AM}$$

$$3) \quad 5 \quad 0 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 86$$

$$4) \quad 45 \cdot 41$$

$$48 \cdot 40 \cdot 46$$

$$22832 + 2025 = 24857$$

$$2BM \cdot AM = 2BM \cdot NC$$

$$5)$$

$$42 \cdot 42^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 - 6x + a \leq 8 \text{ - параболa:}$$

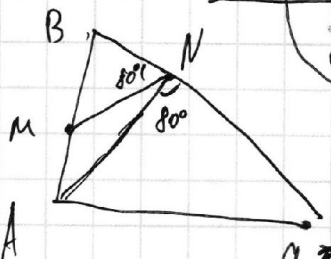
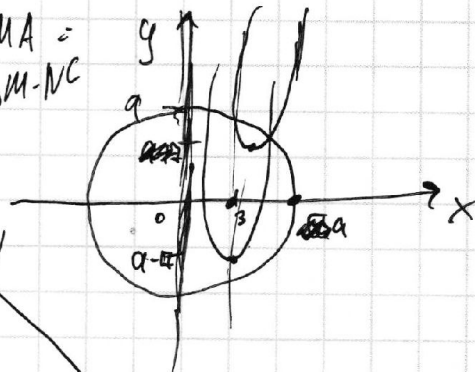
$$x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$$

$$x^2 - 6x + a - 8$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

$$9 - 18 - 8 + a = a - 17$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$



$$a \geq 17$$

$$y = x^2 - 6x + a - 8 \text{ - параболa}$$

$$3 \quad a - 17 \quad a < -x^2 + 6x + 8$$

$$a < -(x^2 - 6x - 8)$$

$$a^2 = x^2 + y^2$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ x^2 - 6x + a \leq 8 \end{cases}$$

$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AC}{AZ} = 1 \quad AZ = 2AC$$

$$x^2 + y^2 < x^2 - 6x + a - 8$$

$$a^2 < x^2 - 6x + a - 8$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ x^2 - 6x + a \leq 8 \end{cases}$$

$$a^2 - a - (x^2 - 6x + 8) \leq 0$$

$$x^2 - 6x + a \leq 8 \quad a^2 - a - (x^2 - 6x + 8) \leq 0$$

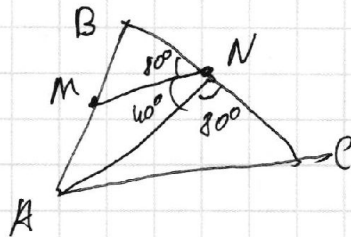
$$x^2 - 6x - 7 \leq 0$$

$$(x - 7)(x + 1) \leq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ x^2 - 6x + a \leq 8 \end{cases}$$

$$x \in (-1; 7)$$

$$x^2 - 6x + a \leq 8$$



$$a < a - 17$$

$$0 < -17$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$(3; a - 9)$$

$$D = 1 + 4x^2 + 24x + 32$$

$$9 - 18 - 7 = -16$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{4x^2 + 24x + 32}}{2}$$