



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! : 361 = 19^2$$

$$n! + n!(n+1) + \cancel{n!} n!(n+1)(n+2) : 19^2$$

$$n! (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) : 19^2$$

$$n! (n^2 + 3n + 2 + n + 2) : 19^2$$

$$n! (n^2 + 4n + 4) : 19^2$$

$$n! (n+2)^2 : 19^2$$

Заметим, что 19 - простое $\Rightarrow 19^2$ делится только на 1 и 19

$\Rightarrow$ чтобы $n!$ делилось на 19, n должно быть ≥ 19

Но $(n+2)^2$ может делиться на 19^2 и при $n = 17$, что меньше 19.

Покажи, что тогда нужно сделать именно так, чтобы $(n+2)^2$ было равно 19^2 , но если ~~$n = 17$~~ $n = 17$ - минимальное

Ответ: $n \leq 17$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $x \in \mathbb{N}$ - первое число из пяти. Тогда:

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 - 10 = N^3, N > 6$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 + x^2 + 6x + 9 + x^2 + 8x + 16 - 10 = N^3$$

$$5 \cdot x^2 + (2 + 4 + 6 + 8)x + (1 + 4 + 9 + 16) - 10 = N^3$$

$$5x^2 + 20x + 30 - 10 = N^3$$

$$5x^2 + 20x + 20 = N^3$$

$$5(x^2 + 4x + 4) = N^3$$

$$5(x+2)^2 = N^3$$

$$\Rightarrow N^3 \vdots 5 \Rightarrow N \vdots 5$$

Так как мы ищем наименьшее N , то рассмотрим $N = 10; 15; 20$ ($N = 5$ не рассматриваем, т.к. $N > 6$ по условию)

тогда:

N	10	15	20
N^3	$10 \cdot 10 \cdot 10$	$15 \cdot 15 \cdot 15$	$20 \cdot 20 \cdot 20$
	(1)	(2)	(3)

$$(1) \quad 5(x+2)^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$(x+2)^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10 : 5$$

$$(x+2)^2 = 10 \cdot 10 \cdot 2 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 = 2^3 \cdot 5^2 - \text{не подходит}$$

$$(2) \quad 5(x+2)^2 = 15 \cdot 15 \cdot 15$$

$$(x+2)^2 = 15 \cdot 15 \cdot 15 : 5$$

$$(x+2)^2 = 15 \cdot 15 \cdot 3 = 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 = 3^3 \cdot 5^2 - \text{не подходит}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$③) 5(x+2)^2 = 20 \cdot 20 \cdot 20$$

$$(x+2)^2 = 20 \cdot 20 \cdot 20 : 5$$

$$(x+2)^2 = 20 \cdot 20 \cdot 4 = 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 5^2 \cdot 4^3 = 5^2 \cdot 2^6 = 5^2 \cdot (2^2)^2 = 5^2 \cdot 8^2 = (5 \cdot 8)^2 = 40^2 - \text{получаем}$$

$$\Rightarrow x+2=40 \Rightarrow x=38$$

~~Проверка:~~
Проверка:

$$38^2 + 38^2 + 40^2 + 40^2 + 40^2 - 10^2 \neq 20^3$$

$$(40-2)^2 + (40-1)^2 + 40^2 + (40+1)^2 + (40+2)^2 \stackrel{-10}{\neq} 20^3$$
$$40^2 - 160 + 4 + 40^2 - 80 + 1 + 40^2 + 40^2 + 80 + 1 + 40^2 + 160 + 4 \stackrel{-10}{\neq} 20^3$$
$$5 \cdot 40^2 + 8 + \frac{10}{2} \neq 20^3$$

$$5 \cdot 40^2 \neq 20^3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 8 \neq 20^3$$

$$5^3 \cdot 8^2 \neq 20^3$$

$$10^3 \cdot 2^5 \neq 20^3$$
$$5^3 \cdot 2^8 \neq 40^2 \cdot 10$$

$$5^3 \cdot 8^2 \neq (5 \cdot 2^2)^3$$

$$5^3 \cdot 2^6 \neq 5^3 \cdot 2^6$$

✓

Ответ: $N = 20$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

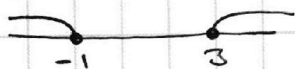
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

Реш: $x^2-2x-3 \geq 0$
 $(x+1)(x-3) \geq 0$



$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\underbrace{|\sqrt{x^2-2x-3}+6|}_{\substack{\geq 0 \\ > 0}} = \sqrt{x^2-2x-3}+6$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \underbrace{|\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|}_{(1)}$$

~~Рассмотрим левую часть подмодульного выражения~~

~~$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \leq 0$
 $\sqrt{x^2-2x-3} = -(2x-1)$
 $x^2-2x-3 \leq 4x^2-4x+1$
 $3x^2-2x+4 \leq 0$
 $D = 4-4 \cdot 3 \cdot 4 < 0$
 $\Rightarrow 3x^2-2x+4$ всегда > 0
 $\Rightarrow -(2x-1) > \sqrt{x^2-2x-3}$
 $\Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1$~~

Заметим, что подмодульное выражение (1) монотонно убывает при $x < -1$ и монотонно возрастает при $x > 3$:
чтобы это доказать, возьмем $x_1 > x_2 > 3$ и $x_3 < x_4 < -1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

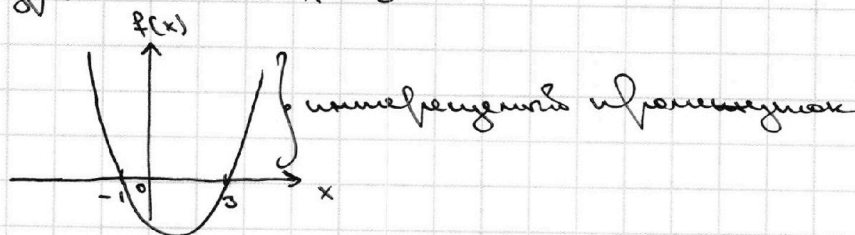
СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{x_1^2 - 2x_1 - 3} + 2x_1 - 1 \geq \sqrt{x_2^2 - 2x_2 - 3} + 2x_2 - 1$$
$$\sqrt{x_1^2 - 2x_1 - 3} - \sqrt{x_2^2 - 2x_2 - 3} + \underbrace{2(x_1 - x_2)}_{>0} - \underbrace{1+1}_{\leq 0} \geq 0$$

Заметим также, что функция $x^2 - 2x - 3$ монотонно возрастает на $x > 3$

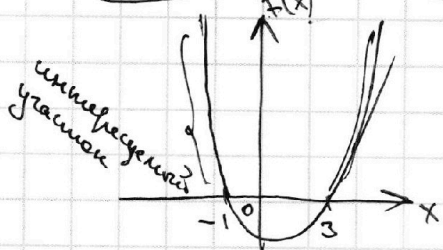


$$\Rightarrow \sqrt{x_1^2 - 2x_1 - 3} > \sqrt{x_2^2 - 2x_2 - 3}$$
$$\Rightarrow \sqrt{x_1^2 - 2x_1 - 3} - \sqrt{x_2^2 - 2x_2 - 3} > 0$$

$\Rightarrow$ неравенство доказано

2) Аналогично:

$$\sqrt{x_3^2 - 2x_3 - 3} + 2x_3 - 1 \geq \sqrt{x_4^2 - 2x_4 - 3} + 2x_4 - 1$$
$$\sqrt{x_4^2 - 2x_4 - 3} - \sqrt{x_3^2 - 2x_3 - 3} + \underbrace{2(x_4 - x_3)}_{>0} - \underbrace{1+1}_{\leq 0} \geq 0$$



$\Rightarrow$ неравенство доказано



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

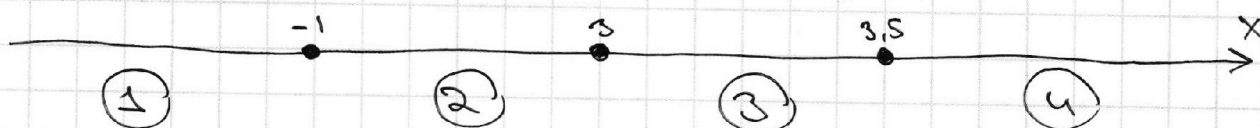
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \text{ или } x \geq 3$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq 0 \text{ или } x \leq -1$$

А еще: $\begin{cases} 7 - 2x \geq 0 & \text{или } x \leq 3,5 \\ 7 - 2x \leq 0 & \text{или } x \geq 3,5 \end{cases}$



①: $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -(\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1) + 7 - 2x$
 $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x$
 $2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 8 - 6$
 $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1 \quad |^2$
 $x^2 - 2x - 3 \geq 4x - 4x + 1$
 $3x^2 - 2x + 4 \leq 0$
 $D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 < 0$
 $\Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 > 0$
 $\Rightarrow \emptyset$

②: ~~$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$~~ не в ③

③: $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$
 $6 \geq 6$
 $\Rightarrow x - \text{любой}, x \in [3; 3,5]$

④: $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 2$
 $6 \geq 4x - 8$
 $4x \leq 14$
 $x \leq 3,5$
 $\Rightarrow x \leq 3,5$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 5 \\ 405 & 5 \\ 81 & 9 \\ 9 & 9 \\ 1 & \end{array}$$

$$\Rightarrow 2025 = 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

Заметим, что числа $y - 45$ и $y + 45$ одинаковой чётности $\Rightarrow 2^x$ раскладывается на 2^k и 2^{x-k} , где $k \neq 0$, в оба этих числа

$$\begin{array}{l} y + 45 = 2^k \\ y - 45 = 2^{x-k} \\ -90 = 2^k - 2^{x-k} \\ 90 = 2^{x-k} - 2^k \end{array}$$

$\Rightarrow$ 2 случая:

$$\begin{array}{l} 1. \quad y - 45 = 2^{k_1} \cdot 19 \\ y + 45 = 2^{x-k_1} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2. \quad y - 45 = 2^{k_2} \\ y + 45 = 2^{x-k_2} \cdot 19 \end{array}$$

$$1. \quad 90 = 2^{x-k_1} - 2^{k_1} \cdot 19$$

$$2. \quad 90 = 2^{x-k_2} \cdot 19 - 2^{k_2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение 10 степеней двойки:

$$\begin{aligned} 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 4 \\ 2^3 &= 8 \\ 2^4 &= 16 \\ 2^5 &= 32 \\ 2^6 &= 64 \\ 2^7 &= 128 \\ 2^8 &= 256 \\ 2^9 &= 512 \\ 2^{10} &= 1024 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-83 \\ &-86 \\ &-82 \\ &-74 \\ &-58 \\ &-26 \\ &38 \\ &166 \\ &422 \\ &934 \end{aligned}$$

Они же, но $\cdot 19$:

$$\begin{aligned} &38 \\ &76 \\ &152 \\ &304 \\ &608 \\ &1216 \\ &2432 \\ &4864 \\ &9728 \\ &19456 \end{aligned}$$

Они же, но $\cdot 19$ и -90

$$\begin{aligned} &-52 \\ &-14 \\ &62 \\ &214 \\ &518 \\ &1126 \\ &2342 \\ &4774 \\ &9638 \\ &19366 \end{aligned}$$

они же,
но -90

Зная значения x и k , либо x и k_2 , можно искать совпадающие числа в 2 и 3 столбцах и 1 и 4 столбцах соответственно

У решений 10 степеней 2 нашлось только одно совпадение: $2^7 - 90 = 2 \cdot 19$, т.е. $90 = 2^7 - 2 \cdot 19$
 $\Rightarrow x - k_1 = 7$; $k_1 = 1 \Rightarrow x = 8$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y^2 &= 19 \cdot 2^8 + 2025 = 19 \cdot 256 + 2025 = 4864 + 2025 = \\ &= 6889 = 83^2 \Rightarrow y = \pm 83 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (x, y) = (8, 83)$$

Ответ: $(8, 83), (8, -83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

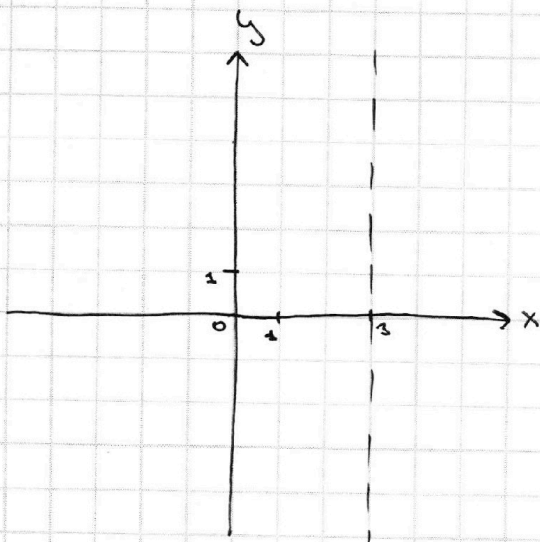
СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 \leq a^2$ — уравнение окружности с центром $(0, 0)$ и радиусом a

$x^2 = -6x + a$ — параболы, вершина которой лежит на прямой $x = -\frac{-6}{2} = 3$



У параболы с положительным коэффициентом при x^2 не может быть наибольшего значения

Ответ: таких a не существует



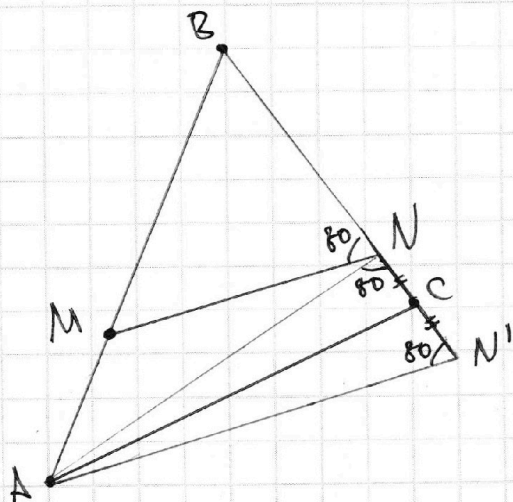
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\frac{BM}{MA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BN}{NC} = \frac{BN}{2NC}$$

$\Rightarrow$ угловым CN^* за точку C - получим N' .

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{2NC} = \frac{BN}{NN'}$$

$\Rightarrow$ по теореме Фалеса, $MN \parallel AN'$

$$\Rightarrow \angle AN'C = \angle MNB = 80^\circ \text{ и } \angle N'AN = \angle ANM = 180 - 80 - 80 = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AN'C = \angle ANC \Rightarrow \angle N'AN - \text{ис}$$

AC - медиана $\Rightarrow AC$ - биссектриса

$$\Rightarrow \angle CAN = \frac{1}{2} \angle N'AN = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10^\circ$$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ \hline 121 \\ 81 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 19 \\ 19 \\ \hline 191 \\ 19 \\ \hline 361 \end{array} \quad 361 \leq 18^2$$

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 - 105 = N^3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x^2 + 1 + 2x + x^2 + 4 + 4x + x^2 + 9 + 6x + x^2 + 16 + 8x - 105 \\ = 5x^2 + 20x + 30 - 105 \\ = 5x^2 + 20x + 20 = \\ = (x^2 + 4x + 4) \cdot 5 = \\ = (x+2)^2 \cdot 5 = N^3 \end{aligned}$$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! : 19^2$$

$$n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) : 19^2$$

$$n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) : 19^2$$

$$N = 5, 10, 15, 20 \\ N^3 = 125, 1000,$$

$$1. n! = 19^2 - \frac{2}{19} = \frac{361}{19} = 19$$

$$2. n! = 19^2 - \frac{4}{19} = \frac{722}{19} = 38$$

$$3. 1 + n + 1 + (n+1)(n+2) = \frac{225}{19} + 2 \cdot 3 = 9$$

$$\frac{4}{1+2+1 + \frac{3 \cdot 4}{12}} = 16$$

$$1+3+1$$

$$n! = 1$$

$$n =$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| > |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{4 + 12}}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{2 - \sqrt{4 + 12}}{2} = -1$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = 3, -1$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$\frac{28}{25} = \frac{28}{5^2}$$

$$(x+1)(x-3) \leq x^2 + x - 3x - 3 \leq x^2 - 2x - 3$$

$$\begin{array}{c} 4 \\ \bullet \\ -1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 4 \\ \bullet \\ 3 \end{array}$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$8^2 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}n! + (n+1)! + (n+2)! &: 19^2 \\n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) &: 19^2 \\n! (1 + n+1 + n^2 + 2n+2) &: 19^2 \\n! (n^2 + 4n + 4) &: 19^2 \\n! (n+2)^2 &: 19^2\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}128 \\ 2 \\ \hline 64 \\ 2 \\ \hline 32 \\ 2 \\ \hline 16 \\ 2 \\ \hline 8 \\ 2 \\ \hline 4 \\ 2 \\ \hline 2\end{array}$$

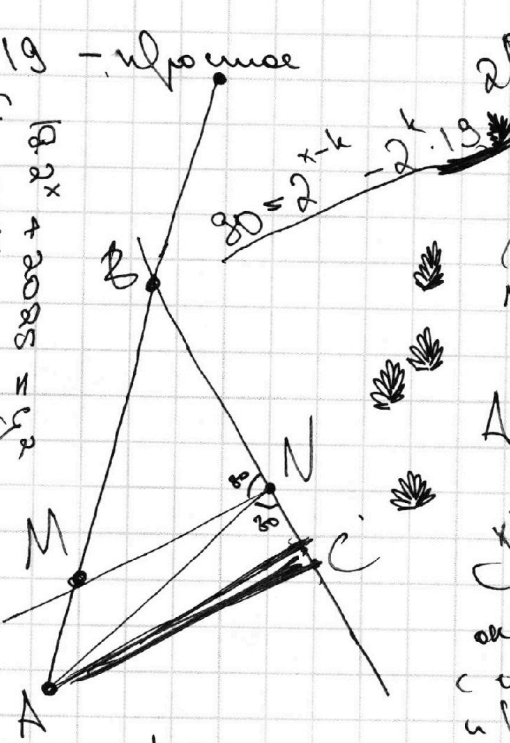
$$n = 17 - ?$$

$$16! \cdot (18)^2 = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 18 \cdot 18$$

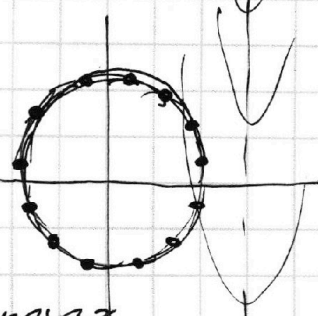
$$n! > (n+2)^2$$

19 - гипотенуза

$$\begin{aligned}19^2 &= 361 \\x^2 + y^2 &= 361 \\x^2 + y^2 &= 19^2\end{aligned}$$



окружность
с центром (0;0)
и радиусом $\sqrt{a^2}$

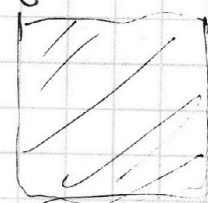


$$x^2 - 6x + a$$

$$x_0 = -\frac{-6}{2} = 3$$

$$\begin{aligned}972 + 16 &= 988 \\988 + 16 &= 1004 \\1004 + 16 &= 1020\end{aligned}$$

абсцисса - x
ордината - y



$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$

$$\frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\begin{array}{r}304 \\ 304 \\ \hline 608 \\ 608 \\ \hline 1216 \\ 1216 \\ \hline 2432 \\ 2432 \\ \hline 4864 \\ 4864 \\ \hline 9728 \\ 9728 \\ \hline 19456\end{array}$$

$$\begin{array}{r}128 \\ 128 \\ \hline 256 \\ 256 \\ \hline 512 \\ 512 \\ \hline 1024 \\ 1024 \\ \hline 2048 \\ 2048 \\ \hline 4096 \\ 4096 \\ \hline 8192 \\ 8192 \\ \hline 16384\end{array}$$

$$\begin{array}{r}80 \\ 80 \\ \hline 160 \\ 160 \\ \hline 320 \\ 320 \\ \hline 640 \\ 640 \\ \hline 1280 \\ 1280 \\ \hline 2560 \\ 2560 \\ \hline 5120 \\ 5120 \\ \hline 10240 \\ 10240 \\ \hline 20480\end{array}$$

$$\sqrt{4 \cdot 4 - 3} = \sqrt{1} = 1$$

$$8,5 + 12 = 20,5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-2x-3} + 6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| + |7-2x|$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| + |7-2x|$$

$$x^2-2x-3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\Rightarrow 2x \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$$

$$\sqrt{(x+1)(x-3)} \geq -(2x-1) \quad |^2$$

$$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1$$

$$0 \geq 3x^2-2x+4$$

$$\Delta = 4-48 = -44 < 0$$

$$D_{\text{выраж}} \geq 0$$

$$g_0 = 2^k k - 19 \cdot 2^k$$

$$k \neq 0$$

$$7-2x > 0$$

$$2x \leq 7$$

$$x \leq 3,5$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 + |7-2x|$$

$$6 \geq 2x-1 + 7-2x$$

$$6 \geq 2x-1 + 2x-7$$

$$6 \geq 6$$

$$6 \geq 4x-8$$

$$4x \leq 14$$

$$x \leq 3,5$$

$$50-45-H$$

$$50+45-H$$

$$55$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$2^{11} = 2048$$

$$19 \cdot 2^x + (45)^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

ограничения
 решение

$$y-45 = 19 \cdot 2^k$$

$$y+45 = 2^k \cdot k$$

$$2y = 2^k(19+2^k-2k)$$

$$y = 2^{k-1}(19+2^k-2k)$$

$$y = 2^{k-1}(19+2^k-2k)$$

$$4864$$

$$2025$$

$$6889$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 5} \\ 405 \overline{) 5} \\ 20 \overline{) 2} \\ 0 \overline{) 25} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 5} \\ 405 \overline{) 5} \\ 21 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 28 \\ 405 \\ 162 \\ 2025 \end{array}$$

$$2025 \leq 5 \cdot 2^9$$

$$256 \cdot 205 = 5120$$

$$856$$

$$4864$$

$$256$$

$$5120$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

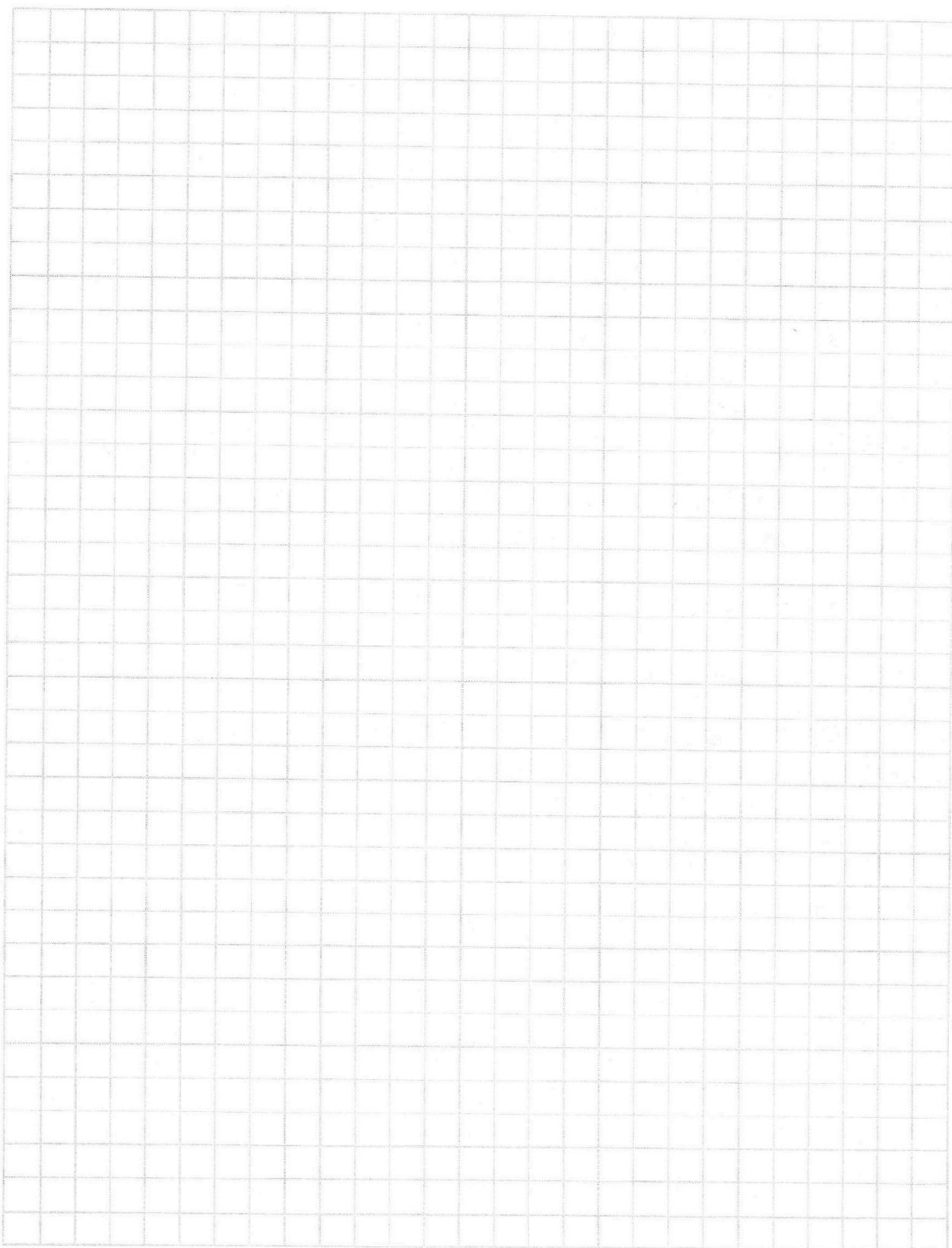
5
☐

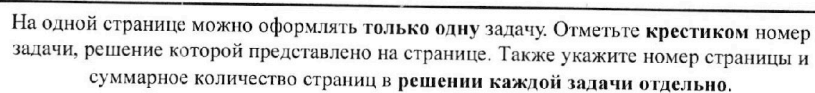
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

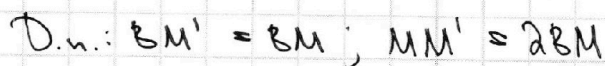




7
X

❧ ИЗ ❧

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\Rightarrow \frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow \frac{M'M}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\Rightarrow N' \in (NC), \quad NN' = 2NC$$

7) по теореме Параллель,
 $MN \parallel AN'$

$$\Rightarrow \angle N A N' = \cancel{\angle M N A} = 180 - 80 - 80 = 20$$

$$\angle NN'A = 180 - 80 - 20 = 80$$

5) ~~AB~~ $\triangle N'AN$ - w/o

⇒ AC - медиана и биссектриса

$$\Rightarrow \angle CAN = \frac{1}{2} \angle N'AN = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10^\circ$$

Zeheb!!!