



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1. Заметим, что $n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2))$. Заметим, что $(n+1)! + (n+1) \cdot (n+2) = (n+2) + (n+1)(n+2) = (n+2)^2$. Тогда $n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! \cdot (n+2)^2$. Заметим, что $361 = 19^2$. Тогда можно заметить, что пока пока 19 - простое число, то чтобы $n!$ делилось на 19^2 n должно быть больше $\sqrt{361} = 19$, а чтобы $(n+2)^2$ было кратным 19^2 n должно быть больше или равно $n+2=19 \Rightarrow n=17$. Заметим, что при $n=17$ и меньших $n!$ не делится на 19 , а при n меньших 17 $(n+2)^2$ не делится на 19 , так как 19 - простое число.
Ответ: при $n=17$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2. Пусть n - наименьшее из пяти последовательных натуральных чисел. Тогда $N^3 = n^2 + (n+1)^2 +$

$$+ (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 \Leftrightarrow N^3 = n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 + n^2 + 6n + 9 + n^2 + 8n + 16 \Leftrightarrow N^3 = 20 + 5n^2 + 20n.$$

Заметим, что в силу того, что n - натуральное, $f(n) = 20 + 5n^2 + 20n$ - строго возрастающая функция.

Примем $f(n) \div 5 \Rightarrow N^3 \div 5 \Rightarrow N \div 5$, поскольку 5 - простое число. При $f(12) = 980$, а $f(13) = 1125 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10^3 = 1000$ мы не сможем получить. $f(23) = 3125$, а $f(24) = 3380 \Rightarrow 15^3 = 3375$ мы не сможем получить.

$$f(38) = 8000 = 20^3.$$

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3. Заметим, что ^{длина} ~~интегральный~~ ~~корень~~ $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$ по определению ~~интегральной~~ нормы \Rightarrow

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

Заметим, что $x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$,

т.к. по теореме Виета $x \in \{3; -1\}$ корни урав-

нения $x^2 - 2x - 3 = 0$. При $7 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 3,5$;

$$2x - 1 > 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} +$$

$$+ 2x - 1| + |7 - 2x| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 +$$

$$+ 2x - 7 \Leftrightarrow 6 \geq 4x - 8 \Leftrightarrow 14 \geq 4x \Leftrightarrow 3,5 \geq x \Leftrightarrow$$

$\Rightarrow x = 3,5$ подходит, но $x > 3,5$ не подходит.

При $2x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0,5$ $\begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0,5 \\ x < 3,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0,5 \\ x < 3,5 \end{cases}$

т.е. $0,5 \leq x < 3,5$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + x - 1 + 7 - 2x \Leftrightarrow 6 \geq 6 \Leftrightarrow$$

\Rightarrow из интервала $[0,5; 3,5)$ нам подходит только

$[3; 3,5)$. При $x < 0,5$; т.е. $x \leq -1$: $|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq$

$$\geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq$$

$$\geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq$$

$$\geq -4x + 8 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 4 \geq x^2 - 2x - 3 \geq$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\geq (-2x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq | -4x + 4x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow D_1 = | -4 \cdot 3 = -12 < 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 > 0$$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$.

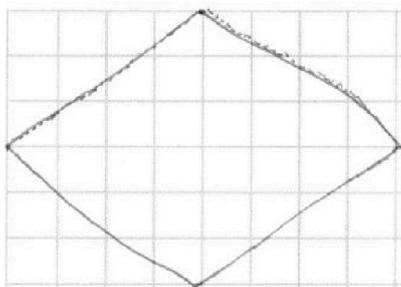


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено болсс одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

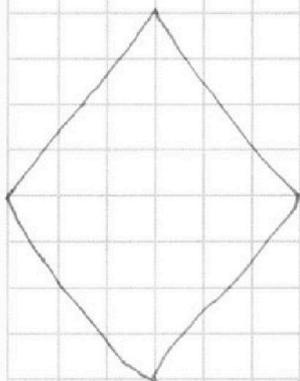


Заметим, что координаты его центра могут принимать целые значения x на интервале $[4; 46]$, $y - [3; 47]$.

(помощью поворотов на 90° относительно центра можно получить

2 вариации параллелограмма \Rightarrow таких параллелограммов

$2 \cdot 43 \cdot 45 = 3870$. Рассмотрим вот такой параллелограмм



Заметим, что координаты ^{его} центра могут принимать

целые значения x на интервале $[3; 47]$, $y - [4; 46]$.

(помощью поворотов на 90° относительно центра

можно получить 2 вариации этого параллелограмма \Rightarrow

\Rightarrow таких параллелограммов $2 \cdot 43 \cdot 45 = 3870 \Rightarrow$ всего параллелограммов

$2025 + 1849 + 7728 + 7708 + 3870 \cdot 2 = 27050$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 27050 рамибов.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4. Рассмотрим случай когда ромб - квадрат,
когда одна из сторон параллельна
или отсутствует или ординат. Тогда координаты
и у вершин левой вершины квадрата могут
принимать любые целые значения в диапазоне $[1; 45]$.
Итого таких квадратов $45^2 = 2025$. Рассмотрим
квадраты у которых одна из сторон не параллельна
оси абсцисс и ординат. Заметим, что
тогда разница между x соседних вершин и у примет
только одно значение 4, другое 3. Тогда мы имеем
что такой квадрат можно вписать в квадрат, у
которого одна из сторон параллельна оси абсцисс
или ординат и равна 7. У соседних вершин
координаты вершин левой вершины могут принимать
любые целые значения в диапазоне $[1; 43] \Rightarrow$
таких квадратов $43^2 = 1849$. Рассмотрим все эти
случаи - это параллелограммы. Тогда рассмотрим все
такие параллелограммы

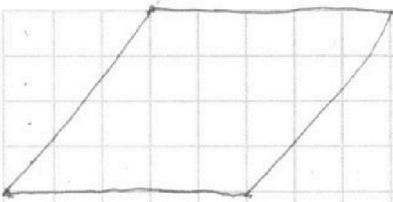


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

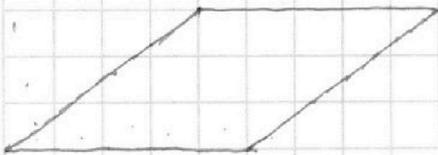
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что координаты x его нижней левой вершины могут принимать целые значения в диапазоне $[1; 42]$, а y — в диапазоне $[1; 46]$. Также можно заметить, что с помощью поворотов на 90° относительно центра шашки получить 4 разные вариации этого параметризованного целочисленного параллелограмма \Rightarrow полное количество параметров $4 \cdot 42 \cdot 46 = 7728$. Рассмотрим вот такой параметризованный



Заметим, что координаты нижней левой вершины могут принимать целые значения x в интервале $[1; 41]$, y — $[1; 47]$. С помощью поворотов на 90° ~~или~~ относительно центра шашки получить 4 вариации одного параметризованного целочисленного параллелограмма \Rightarrow полное количество параметров $4 \cdot 41 \cdot 47 = 7708$. Рассмотрим вот такой параметризованный



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. $19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Leftrightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$

Отсюда тут же можно найти ^{одно} решение $y=46, x=1$

$\Leftrightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$ $y=83, x=8: 19 \cdot 2^8 =$

$= (83-45) \cdot (83+45) \Leftrightarrow 19 \cdot 2^8 = 38 \cdot 128$. Далее и

$y+45$ мы будем добавлять по 38 и выведем

степени двойки не получится. Еще мы хотим,

чтобы $y-45$ было равны степени 2, то $y+45$

должны быть кратны 38 \Rightarrow минимальный $y=96-45=$

$=51$, но $51+38 \cdot k$ никогда не даст степени

2.

Ответ: $y=83; x=8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. Заметим, что x может принимать значения $-a$ и a до a . Так что будем рассуждать в той самой ситуации когда x принимает значения $-a$ и a . Тогда $x^2 - 6x + a$ становится выражением
При $x = a$: $x^2 - 6x + a = a^2 - 6a + a = a^2 - 5a$. Тогда решим неравенство $a^2 - 5a \leq 8 \Leftrightarrow a^2 - 5a - 8 \leq 0$, $D = 25 + 4 \cdot 8 = 57 \Rightarrow a \in \left[\frac{5 - \sqrt{57}}{2}; \frac{5 + \sqrt{57}}{2} \right]$. При $x = -a$: $x^2 - 6x + a = a^2 + 6a + a = a^2 + 7a$. Тогда решим неравенство $a^2 + 7a \leq 8 \Leftrightarrow a^2 + 7a - 8 \leq 0$, по теореме Виета корни уравнения $a^2 + 7a - 8 = 0$ будут $a \in \{-1; -8\} \Rightarrow a \in [-8; -1]$. Заметим, что наш подход ситуации когда a удовлетворяет обоим неравенствам.

Ответ: $a \in \left[\frac{5 - \sqrt{57}}{2}; -1 \right]$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. Дано: $\triangle ABC$, M - точка на стороне AB , N - точка на

стороне BC , $\angle MNB = \angle ANC = 90^\circ$, $BN \cdot AM = BM \cdot 2CN$.

$\angle CAN = ?$

1) Проведем отрезок AD на AD

до точки D как на рисунке.

$$2) BN \cdot AM = BM \cdot 2CN \Leftrightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{BN}{2CN} \Rightarrow$$

\Rightarrow по теореме о пропорциональных отрезках $MN \parallel AD \Rightarrow$

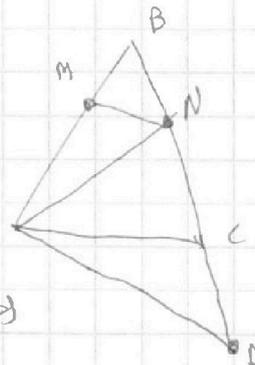
$\Rightarrow \angle ADN = 180^\circ - \angle MND = \angle BNM$ по свойству параллельных прямых, но $\angle BNM = \angle ANC \Rightarrow \triangle AND$ - р/б по признаку р/б \triangle -на.

3) Заметим, что AC - медиана в треугольнике $AND \Rightarrow$

$\Rightarrow AC$ - высота по свойству р/б \triangle -на $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle CAN = 180^\circ - \angle ACN - \angle ANC = 10^\circ.$$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5n^2 + 20n + 20 = 11^3$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 47 \\ \hline 287 \\ + 164 \\ \hline 1927 \\ \times 4 \\ \hline 7708 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 45 \\ \hline 215 \\ + 172 \\ \hline 1935 \\ \times 2 \\ \hline 3870 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3870 \\ \times 2 \\ \hline 7740 \\ 7708 \\ \hline 15448 \\ 7728 \\ \hline 23176 \\ 1849 \\ \hline 25025 \\ 2025 \\ \hline 27050 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 15 \\ \hline 1125 \\ 225 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ \times 20 \\ \hline 8000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5780 \\ \times 5 \\ \hline 28900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ + 45 \\ \hline 141 \\ + 38 \\ \hline 179 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 34 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$800 + 20 = 1000$$

$$500 + 200 + 20 = 720$$

$$720 + 240 + 20 = 980; 12$$

$$845 + 260 + 20 = 1125; 13$$

$$2000 + 400 + 20 = 2420$$

$$2420 + 440 + 20 = 2880$$

$$2645 + 460 + 20 = 3125$$

$$2880 + 480 + 20 = 3380$$

$$4500 + 600 + 20 = 5120$$

$$34; 5780 + 680 + 20 = 6480$$

$$38; 7220 + 760 + 20 = 8000$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$19 \times 4 = 38 \cdot 2 = 96$$

$$y = 46; x = 2$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 5 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 5 \\ \hline 845 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ + 44 \\ \hline 484 \\ \times 5 \\ \hline 2420 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ + 46 \\ \hline 529 \\ \times 5 \\ \hline 2645 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 38 \\ \hline 304 \\ + 114 \\ \hline 1444 \\ \times 5 \\ \hline 7220 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ + 48 \\ \hline 576 \\ \times 5 \\ \hline 2880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 34 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102 \\ \times 1156 \end{array}$$

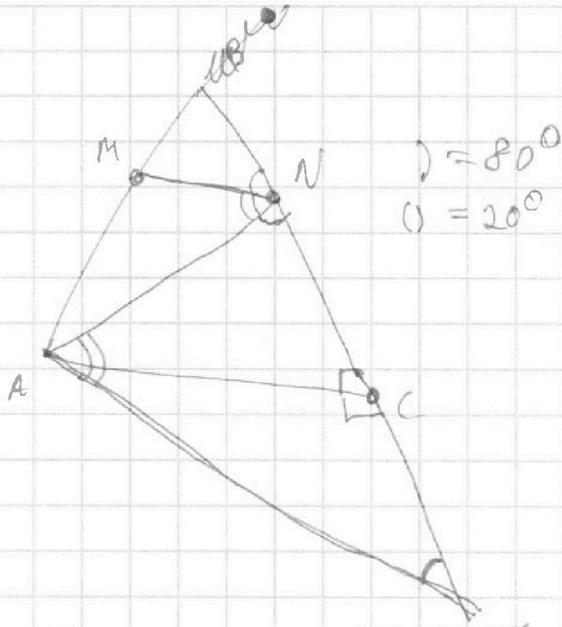


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BM \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NC$$

$$\angle CAN = ? \quad 248 \quad 16 \quad 32 \quad 64$$

$$128 \quad 256 \quad 512 \quad 1024$$

BN

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC \cdot 2}$$

$$6 + 38 = 44 + 38 = 82 + 38 = 120 +$$

$$+ 38 = 158 + 38 = 196 + 38 =$$

$$= 234 + 38 = 272 + 38 = 310 +$$

$$+ 38 = 348 + 38 = \underline{386 + 38 =}$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45) (y + 45)$$

$$y = 51; 6.$$

$$\boxed{19}$$

$$+ 19$$

$$\neq 128$$

$$90 + 19 =$$

$$= 109 + 19$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ \cdot 45 \\ \hline 83 \end{array}$$

$$y = 90$$

$$90 + 38 \cdot 2$$

$$2 \quad 2$$

$$51 + 38$$

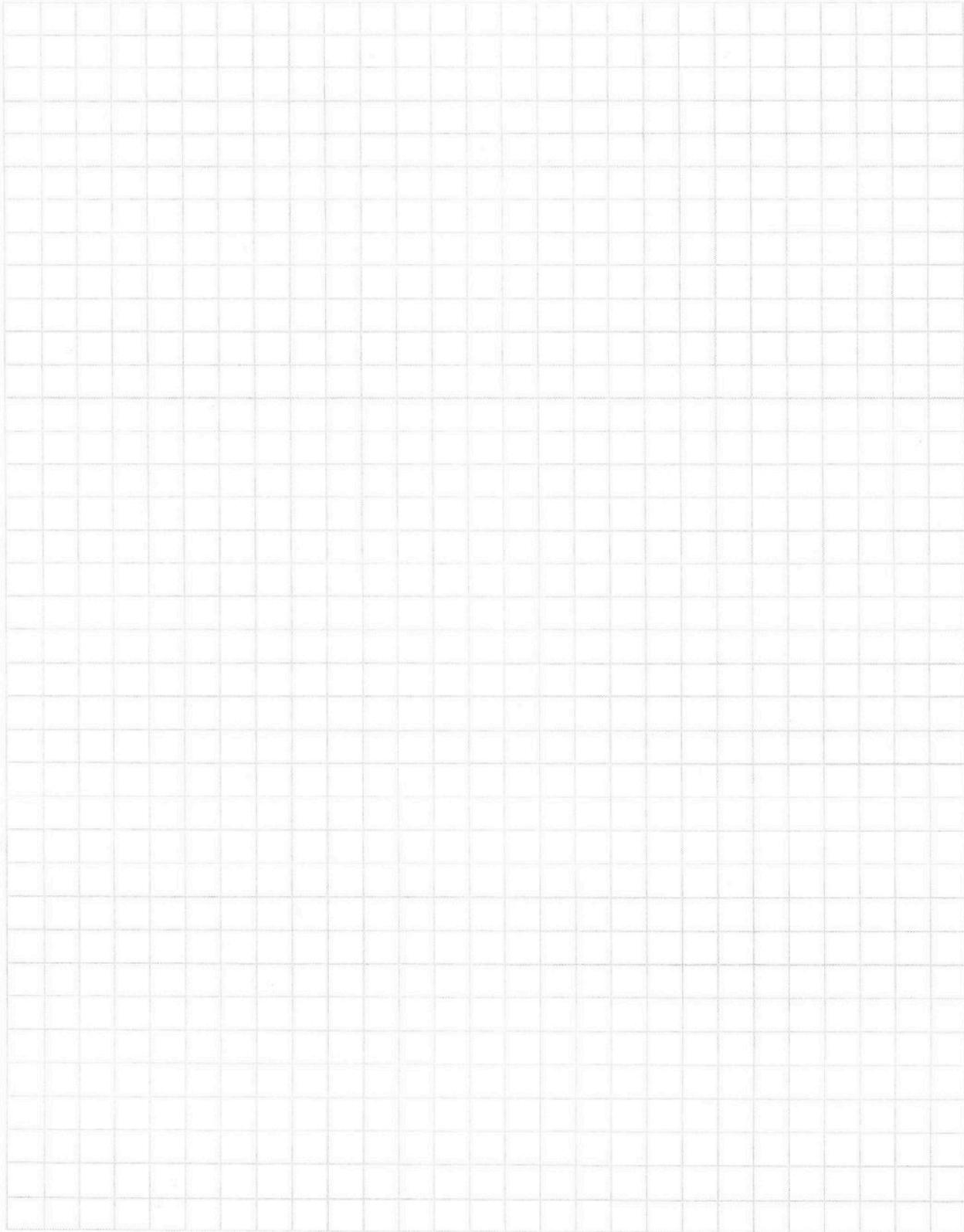


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

361 13	361 17	361 19	n 0 1 2 3 4 1 2 2
26 2	34 2	19 19	n^2 0 1 4 9 2 4 4
101	21	171	19.2 * ≡ 4.2 x 3 8 3
	22	171	19.2 ≡ 4.2 4 16 1

$$361 = 19^2 \times \frac{144}{720}$$

$$n! \cdot (1 + n + 1 + (n+1)(n-1))$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ + 190 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$(n+1)(n+2) = n^2 + 3n + 2 \quad n:2 \Rightarrow n^2:4$$

$$361 \rightarrow 720 \quad n^2 + 4n$$

$$500 \cdot 2 + 20 + 20 \quad n+2 + (n+1)(n+4) = (n+4)^2$$

$$720 + 240 + 20 = 980$$

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 = N^3$$

$$5n^2 + 20n + 30 - 10 = N^3$$

$$5n^2 + 20n + 20 = N^3$$

$$n=1; 5 + 20 + 20 = 45$$

$$n=2; 20 + 40 + 20 = 80$$

$$n=3; 45 + 60 + 20 = 125$$

$$n=4; 80 + 80 + 20 = 180$$

$$n=5; 125 + 100 + 20 = 245$$

$$n=6; 180 + 120 + 20 = 320$$

$$n=7; 245 + 140 + 20 = 405$$

$$n=8; 320 + 160 + 20 = 500$$

$\begin{array}{r} 3 \\ \times 35 \\ \hline 180 \end{array}$	$\begin{array}{r} 36 \\ \times 6 \\ \hline 393 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ \times 49 \\ \hline 343 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ \times 64 \\ \hline 512 \end{array}$
---	---	---	---

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 5 \\ \hline 245 \end{array} = 50 \cdot 5 - 5 = 250 - 5 = 245$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 9 \\ \hline 729 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2025 \\ \times 5 \\ \hline 10125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 405 \\ \times 5 \\ \hline 2025 \end{array} \quad \begin{array}{r} 405 \\ \times 5 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \quad 2025 = 9^2 \cdot 5^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 2
4 1
x:2
1
4 6
x 4 2
9 2
+ 18 4
x 19 3 2
7 7 2 8
5

$$X \equiv 2/4$$

a 0 1 2 3 4 5 6 7
0 1 4 2 2 4 1

(x_1, y_1)

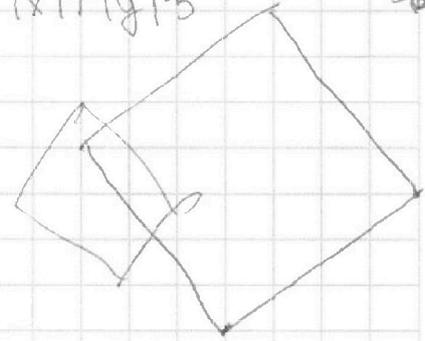
(x_2, y_2)

$$\frac{2025}{14} \Big| \begin{matrix} 7 \\ 289 \end{matrix}$$

1/4/2/0

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = |x_1 + y_1|/5$$

50



$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$(40 + 5)^2 = 1600 \pm 400 + 25 = 2025$$

$$x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$$

19
38
57
76
95

$$x^2 - 6x + a = 8$$

$$D_1 = 9 - a + 8 = 17 - a$$

$$(x - 3)^2$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{17 - a}$$

при $a \geq 0$; $x \geq 0$

$$3 - \sqrt{17 - a} \leq x \leq 3 + \sqrt{17 - a}$$

$$a^2 + 7a - 8 \leq 0$$

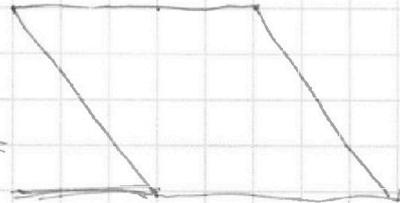
$$-a \leq x \leq a$$

$$a = 1$$

$$3 + \sqrt{17 - a} \geq a$$

$$a = -8$$

$$(x^2 - 3)^2 + a + 17 \leq 0$$



$$x^2 = a^2$$

при $a < 0$;

$$(45 - 2)^2 = 2025 - 180 + 4 = 1849$$

$$a^2 - 7a - 8 \leq 0$$

(13)

$$a = -1$$

$$\frac{6 + 15 + 4 + 6}{2} = 31$$

$$a = 8$$