



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?
- [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! + (n-1)! \cdot n + (n-1)! \cdot n \cdot (n+1) = (n-1)! (1+n+n(n+1)) = \\ = (n-1)! (1+n+n+n^2) = (n-1)! \cdot (n+1)^{\frac{n+1}{n}}$$

$$289 = 17^2 \quad (17\text{-крайнее число} \Rightarrow \text{при } n < 16 \quad n+1 < 17 \Rightarrow (n+1)^2 -$$

взаимно просто с 289 и $n-1 < 17 \Rightarrow (n-1)!$ взаимно просто с 289

(все делители < 17 , т.к. 17-крайнее, то взаимно просто). \Rightarrow

если $(n-1)! \cdot (n+1)^2 : 289$, то $n \geq 16$; при $n \geq 16$:

$$(n-1)! \cdot (n+1)^2 = 15! \cdot 17^2 : 289 = 17^2 \Rightarrow n \text{ не меньше } 16 \text{ и } 16$$

подходит $\Rightarrow 16$ - наименьшее.

Ответ: 16

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

✓ 2

Обозначим 4 последовательных числа как $a+1, a+2,$

$a+3, a+4, a+5, a+6, a+7$; тогда сумма их квадратов -28 это:

$$(a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 + (a+5)^2 + (a+6)^2 + (a+7)^2 - 28 = a^2 + 2a + 1 + a^2 + 2 \cdot 2 \cdot a + 4 + \dots +$$

$$+ a^2 + 2 \cdot a \cdot 4 + 49 - 28 = 7a^2 + 2a(1+2+\dots+4) + (1+4+9+25+36+49+16) - 28 =$$

$$\Rightarrow 7a^2 + 56a + 140 - 28 = 7a^2 + 56a + 112. \quad \text{Обозначим степень}$$

з а n^5 пятую степень наименьшего числа большего 8 ($n > 8$)

$$\Rightarrow 7a^2 + 56a + 112 = n^5$$

$$7(a^2 + 8a + 16) = n^5 \Rightarrow n^5 : 7 \geq n : 7 \quad (\text{7-кратное}) \Rightarrow \text{обозначим и как}$$

$$7(a^2 + 8a + 16) = k^5 \cdot 7^4$$

$$a^2 + 8a + 16 = k^5 \cdot 7^4$$

$$a^2 + 8a - k^5 \cdot 7^4 + 16 = 0$$

$$D = 8^2 + 4 \cdot (k^5 \cdot 7^4 - 16)$$

$$8 + 4(k^5 \cdot 7^4 - 16) = 4(16 + k^5 \cdot 7^4 - 16) = 4 \cdot 7^4 \cdot k^5$$

$$\text{и.к. } a \in N, \text{ то } \sqrt{D} \in \mathbb{Z}. \Rightarrow D \text{ квадрат } \Leftrightarrow (8+4 \cdot 7^4 \cdot k^5)^2$$

D - квадрат $\Rightarrow k^5$ - квадрат $\Rightarrow k$ - квадрат

значит так же, что $a^2 + 8a + 16$

и.к. $n > 8$ и $n : 7$, то $k > 1 \Rightarrow k \geq 4$ (k -квадрат) при $k=4$:

$$a = \frac{-8 \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{-8 + 2\sqrt{D}}{2} = \frac{-8 + 2 \cdot 2 \cdot 7^4}{2} = 2^5 \cdot 7^2 - 4 \Rightarrow \text{при мер сущес-}$$

$$\Rightarrow n \geq 28 \quad (\text{самое первое } n \geq 4)$$

и на $n=28$ самое первое

требует и.к. есть наименьшее решение.

Ответ: 28.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|$$

$\sqrt{3}$

$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|$

1) $x \geq 2$ $\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + |6 - x|$

$\cancel{\sqrt{x^2 - x - 2}}$

$5 \geq x - 1 + |6 - x|$

$x \leq 6$ $\cancel{x \geq 6}$

$5 \geq x - 1 + 6 - x$

$5 \geq 5$ \checkmark

$5 \geq x - 1 - 6 + x$

$12 \geq 2x$

$6 \geq x$ $x \notin \mathbb{Q}$

$\Rightarrow x \in [2; 6]$

$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \left| \cancel{\sqrt{x^2 - x - 2}} + 6 - x + \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right|$

$\cancel{\sqrt{x^2 - x - 2}} \geq \left| \cancel{\sqrt{x^2 - x - 2}} + x - 1 + 6 - x \right|$

$\cancel{\sqrt{x^2 - x - 2}} \geq 1 - x$

$0 \geq 0$ \checkmark

$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$

$x^2 - x - 2 \geq (1 - x)^2$

$x^2 - x - 2 \geq x^2 - 2x + 1$

$x - 3 \geq 0$

$x \geq 3$ $x \leq -1 \Rightarrow x \notin \mathbb{Q}$

$\Rightarrow x \in [2; 6]$

Ответ: $x \in [2; 6]$.

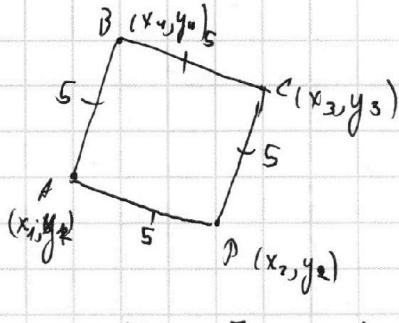


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Итого: есть } 40^2 + 4((45-8)(45-4) + (45-9)(45-3)) + 2((45-6)(45-8) + (45-2)^2) = 40^2 + 4(37 \cdot 41 + 36 \cdot 42) + 2(39 \cdot 34 + 38^2)$$

Ответ: $40^2 + 4(37 \cdot 41 + 36 \cdot 42) + 2(39 \cdot 34 + 38^2)$

$$x_i \in [1; 45] \quad x_i \neq 2 \quad y_i \in [1; 45] \quad y_i \neq 2$$

$$(x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2 = 25 = 5^2$$

$$(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 = 25 = 5^2$$

$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 = 25 = 5^2$$

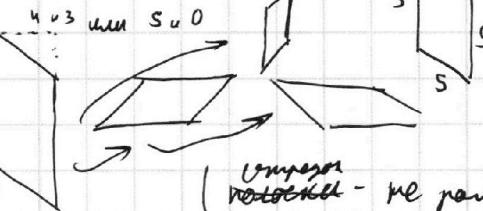
$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 25 = 5^2$$

и.к. все числа по модулю могут быть равны 0 или 3 или 4 или 5
 \Rightarrow все они равны или 0 или 3 или 4 или 5

и.к. $25 = 16 + 9$ или $25 = 0 + 25$.

модули 0 или 5 - когда стоят на краю.
 остальные одинаковы

1) стороны // осям:
 возможно до симметрии и поворота
 максимум 2 раза
 квадрат максимум 40^2
 (крystal имеет координаты x_1, y_1, x_4, y_4)



(коэффициент - не равно модулю остатка)

и оставшиеся максимум $((45-5-3) \cdot (45-4) + (45-5-4)(45-3)) = 248$

зависимости от того как ковернут и от симметрии

2) все модули по 3 и 4



есть 2 варианта

помимо трех (3 по 4 и 4 по 3 и 4 по 4 по 3 куда идти от точки)
 помимо снова 2 варианта, дальше 4 точки восемь. Однозначно

\Rightarrow есть 4 вида, различающиеся кол-во: $2((45-3-3) \cdot (45-4-4) + (45-3-4)^2)$
 $+ (45-3-4)^2)$ | 45 - то сколько пунктов отстали от края,
 чтобы оставшиеся вершины поменялись, зависят от
 случаев (две из четырех по 3 или 4)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

м.к. оба множителя 1 чётности (разница 50) то они оба $\div 2$, но не кратны оба четырём м.к. $50 \div 4 \Rightarrow (y \neq 2)$

Решение метод $23 \cdot 2^x$ и 2^{x-1} метод $23 \cdot 2^{x-1}$ и 2 м.к. 23-е простое

$$|23 \cdot 2 - 2^{x-1}| = 50 \text{ метод } |23 \cdot 2^{x-1} - 2| = 50$$

$$46 < 50 \Rightarrow 46 < 2^{x-1}$$

$$23 \cdot 2^{x-1} > 23 > 2$$

$$(x \geq 0 \text{ м.к. } 23 \neq 2)$$

$$2^{x-1} - 46 = 50$$

$$2^{x-1} = 136 \text{ - не степень } X$$

$$23 \cdot 2^x - 2 = 50$$

$$23 \cdot 2^{x-1} = 92$$

$$2^x = 4$$

$$x-1=2$$

$$x=3$$

$$\Rightarrow x=3 \text{ во всем первом}$$

$$23 \cdot 2^3 + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 8 + 45^2 = y^2$$

$$45^2 + 184 = y^2$$

$$45^2 + 180 + 4 = y^2$$

$$44^2 = y^2 \Rightarrow y = \pm 44$$

Ответ: $(3; 44); (3; -44)$

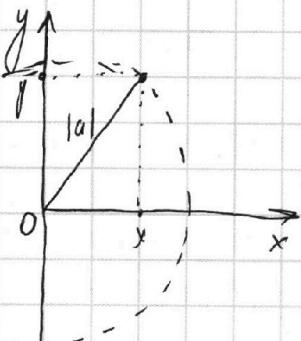


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



№ 6

Заметим, что все точки параболы Oxy задаваемые уравнением $x^2 + y^2 = a^2$ это такие точки с координатами $(x; y)$ что они лежат на окружности с центром в O радиусом $|a|$ (расстояние до центра это $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{a^2} = |a|$). В таком случае

легко заметить что $y \in [-|a|; |a|]$ т.к. окружность пересекает ось y в точках $-|a|$ и $|a|$. Тогда можем

$$y^2 - 4y \text{ при } y \in [-|a|; |a|] \quad (y^2 - 4y \leq a^2 + 4|a| \text{ т.к. } a^2 \geq y^2 \text{ и } 4|a| \geq -4y \text{ т.к. } |a| \geq y) \\ \Rightarrow \text{т.к. } a \text{ - параметр то максимум } y^2 - 4y - a = \quad \text{т.к. } |a| \leq y \\ = a^2 + 4|a| - a = 6$$

$$a > 0 \quad \Rightarrow \quad a < 0$$

$$a^2 + 4a - a = 6 \quad a^2 - 4a - a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0 \quad a^2 - 5a = 6$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$a > 0 \Rightarrow a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} \quad a = 0 \\ \Rightarrow a = \frac{5 - 4}{2} = -1$$

Ответ: $\frac{\sqrt{33}-3}{2}; -1$.

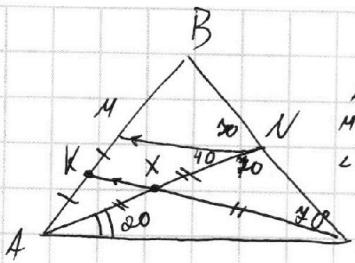


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\angle B = 40^\circ$

$$\angle A = 120^\circ$$

$$\angle C = 20^\circ$$

$$\angle AMN = \angle ANC = 80^\circ$$

$$BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$$

$$\angle BNM = \angle ANC = 80^\circ$$

$$BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$$

$$\angle BNM = \angle ANC = ?$$

Дан. построение: CK , K - середина AM . X -пересечение KL и AN

1) по условию $BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC \Rightarrow \frac{BN}{AM} = \frac{BM}{NC} \Rightarrow \frac{BN}{NK} = \frac{BM}{NC}$
 $= \frac{BN}{NC} \Rightarrow CK \parallel MN$ по теореме Равенства. $MN \parallel KC$ NC -секущая

$\Rightarrow \angle BNM = \angle BCK = 40^\circ$ ($\angle BNM = \angle ANC = 40^\circ$ по условию).

2) б) $\triangle MAN$, $KX \parallel MN$ ($KX \not\parallel KC$) и $AK = KC \Rightarrow KX$ - средняя линия
 по признаку $\Rightarrow X$ - середина AN .

3) $\angle XNC = \angle ANC = 80^\circ = \angle NCK = \angle NCX \Rightarrow \triangle NXC$ - рт.д по признаку
 (две прилежащие равны) $\Rightarrow XN = XC$

4) $XN = AX$ из пункта 2 и $XN = XC$ из пункта 3 $\Rightarrow AX = XC = XN$

\Rightarrow б) $\angle ANC$ медиана равна половине противолежащей стороны

$\Rightarrow \angle ANC$ - прямой угол $\Rightarrow \angle NAC = 90^\circ - \angle ANC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

($\angle ANC = 40^\circ$ по условию) $\Rightarrow \angle CAN = 20^\circ$

Ответ: 20°

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289$$

$n \geq 280$ - кратно

$$(n-1)! \left(\frac{n}{1} + n + n(n+1) \right) : 289$$

$289 / 2 / 3 / 5 / 7 / 11 / 13 / 15$

$$(n-1)! (n+1)^2 : 289$$

$$289 = 14 \cdot 14 = 140 + 40 + 49 = 140 + 119 = 289$$

$n+1 < 14$ - не кратное

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 - 28 = n^5 \quad n > 8$$

$n+1 = 14$ - кратно

или

0-0

1-1

2-4

3-2

$$0 + 1 + 4 + 2 + 2 + 4 + 1 \equiv 0 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow n^5 ; 4 \Rightarrow n ; 4 \Rightarrow n \geq 14$$

или. $n > 8$

$$140 - 28 = 112$$

$$(a+1)^2 - a^2 = 140 + 49$$

$$140 + 14 + 49 + 14 + 49 + \dots + 14x + 49 - 28 = 14^5$$

$$4(20 + 2x^4 + 2x^2 + 4 + \dots + 2x + 4 - 4) = 14^5$$

$$4(20 + 2(1 + \dots + x) + 4x) = 14^5$$

$$4\left(20 + \frac{x(x+1)}{2} \cdot 2 + 4x\right) = 14^5$$

$$4(20 + x(x+1) + 4x) = 14^5$$

$$1 \cdot 1 \quad 4(x^2 + 8x + 20) = 14^5$$

$$x^2 + 8x + 20 = 4^2 \cdot 2^5$$

$$x^2 + 8x - 4^2 \cdot 2^5 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 8x + 20 \\ \hline 4 & 4 \\ 4 & 9 \\ \hline 1 & 6 \\ 1 & 6 \\ \hline 2 & 4 & 0 & 1 \end{array}$$

$$(y+1)^2 = 4 + 2 \cdot y + 1$$

$$(y+1)^2 = 4 + 2 \cdot 4 + 4 = 4 \cdot 4^4$$

$$\frac{2}{2} = 2 \cdot 4^4$$

$$\Downarrow 49^2 = 1$$

$$2500 - 99 = 2401 = 49^2$$

$$501 - 480 = 121 \Rightarrow 121 \cdot (4802 - 1) = 16 \cdot (4801)$$

$\cancel{13} \quad 14$

$$4801 = 4900 - 99$$

$$64 + 4(4^2 \cdot 2^5 - 20) = 64 + 16(4 \cdot 2^3 - 5) = 16(4 + 8 \cdot 4^4 - 5)$$

$$2401 \cdot 8 - 1 = 16000 + 2400 \cdot 8 = 18404$$

$-1 \leq x \leq 2$

или

$$4(x^2 + 8x + 20) = 14^5$$

$$4(x^2 + 8x + 20) : 4^5$$

$$x^2 + 8x + 20 : 4^4$$

$$x^2 + x - 1 : 4 \quad x^2 + x = 1 \quad x(x+1) = 1$$

$$x/2 \quad 1/2$$

$$x : 2 \quad 1 : 4 \Rightarrow n^5$$

$$x : 4 \quad \text{далее} : 4$$

$$(x/2)$$

$$x^2 + x - 1 : 4$$

$$x^2 + x = 1$$

$$x(x+1) = 1$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$2 \sqrt{x^2 + x - 1} \geq 2 - 2x$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 1 \geq x^2 - 2x + 1$$

$$-3 \geq -x$$

1) нумер X ≥ 2

$x \geq 2$
или $x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$$

$$+ 16 - x$$

$$\Rightarrow x \leq -1$$

$$x \leq 6 \quad 5 \geq x - 1 + 16 - x$$

$$x \geq 6 \quad 5 \geq x - 1 + 6 - x$$

$$5 \geq x - 1 - 6 + x \quad x \leq 6$$

$$\Rightarrow x \in [2; 6] \cup X$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$\text{нед} 3 \quad 2 \cdot 2^x + 0 = y^2$$

нек $x \geq 2$

$$y^2 \geq 2 \times \text{нек} x \geq 2$$

$$23 \cdot 2^x + 45 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y^2 - 45)(y^2 + 45)$$

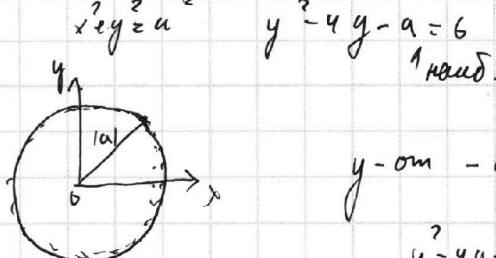
общ. умножив ~~на 2~~

$$(23 \cdot 2) \cdot (2^{x-1})$$

$$2^{x-1} \cdot 46 = 90$$

$$(23) \cdot (2^x) \times$$

$$(23 \cdot 2^{x-1}) \cdot 2 \cdot 46 \cdot 2^{x-1} = 90 \times$$



$$y - \text{ом} - a \geq 0 + a$$

$$y^2 - 4y - a \text{ нед.} \\ \Rightarrow y^2 - 4y - a \text{ нед.}$$

$$a^2 + 4|a| - a = 6$$

$$a^2 + 3a + 6 = 0 \Rightarrow a < 0$$

$$a^2 + 5|a| + 6 = 0$$

$$a^2 + 5|a| - 6 = 0$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$a = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$|a| = \frac{-5 \pm 7}{2} \geq 0$$

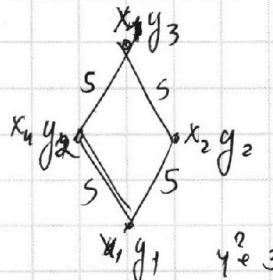
$$1 \Rightarrow a = 1$$

$$23 \cdot 2^{x-1} = 90$$

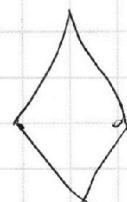
$$23 \cdot 2^{x-1} = 90 \Rightarrow x = 3 \quad *y^2 = 45^2 + 23 \cdot 8$$

$$y^2 = 45^2 + 184$$

$$y = 44$$



$$\Rightarrow 23 \cdot 2^{x-1} = 90$$



$$(x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2 = 25$$

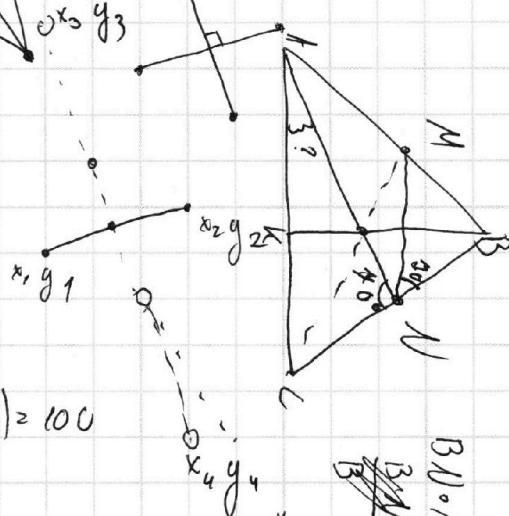
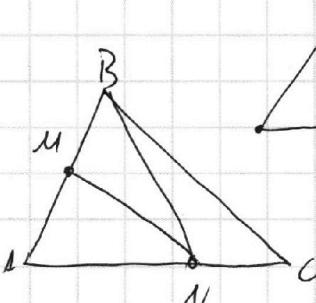
$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 25$$

$$(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = 25$$

$$(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 = 25$$

$$x_1^2 + y_1^2 + x_4^2 + y_4^2 - 2(x_1 x_4 + y_1 y_4) = 25$$

$$2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) - 2(x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_3 x_2 + x_4 x_1) = 100$$



$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(k \frac{a}{2}\right)^2 = 25$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 (1 + k^2) = 25$$

$$a^2 + k^2 a^2 = 100$$

$$k \in \mathbb{N}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BN}{NC} = \frac{1}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 - 28 = n^5$$

$$U_4 = 7+k$$

5

$$140 + 14 \cdot 49 + 14 \cdot 2 \cdot 49 \dots + 14 \cdot k \cdot 49 - 28 = n^5$$

$$4(20 + k(k+1) + 49k) = n^5$$

$$4(k^2 + 50k + 16) = n^5$$

$$k^2 + 50k + 16 \equiv x^5 \pmod{4}$$

$$k^2 + k + 2 \pmod{4}$$

$$k^2 + 50k + 16 \equiv 3^5 \cdot 4^4$$

$$D = 2500 + 4(3^5 \cdot 4^4 - 16) = 4(16 + 3^5 \cdot 4^4 - 16) = 4 \cdot 3^5 \cdot 4^4$$

$$4a^2 + (1^2 + 2^2 + \dots + 7^2) + 2a(1 + 2 + \dots + 7) - 28 = n^5$$

$$4a^2 + 140 + 4 \cdot 8 \cdot a - 28 = n^5$$

$$4(a^2 + 8a + 16) = n^5$$

$$(x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2 = 25 \quad 25 = 3^2 + 4^2$$

$$(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 = 25$$

$$\begin{array}{c} |x_1 - x_4| = 3 \\ |x_4 - x_3| = 3 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{array}$$

$$k = \frac{-8 + 2 \cdot 3 \cdot 4^4}{2} = 3^5 \cdot 4^4$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MA}$$

$$\begin{array}{ccccc} - & - & - & - & - \\ - & + & + & - & \\ + & - & - & + & \end{array}$$

$$\frac{AH}{\sin 40}$$

$$\begin{array}{l} \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \\ \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \end{array}$$

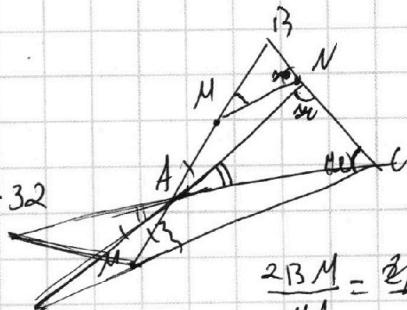
$$\frac{B}{\sin B} = \frac{x}{\sin d}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{BN \cdot CK \cdot AM}{NC \cdot CK \cdot MB} = 1$$

$$\frac{BN \cdot AM}{NC \cdot MB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow CN = 2AK$$



$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$2500 - 64 =$$

$$k = \frac{-8 + 2 \cdot 3 \cdot 4^4}{2} = 3^5 \cdot 4^4$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MA}$$

$$BN \cdot MA = 2BN \cdot NC$$

$$\begin{array}{c} x_1 \\ | \\ x_4 \\ | \\ x_3 \\ 3 \\ 4 \\ 3 \\ 4 \end{array}$$

$$\frac{AC}{NC} = \frac{NC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{MB}{NC} = \frac{NC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{NC \cdot \sin 40}{\sin \alpha} = \frac{AC}{NC} \cdot \frac{NC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \alpha}$$

