



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! + \overset{\sim 1}{(n-1)! \cdot n} + (n-1)! \cdot n \cdot (n+1) = (n-1)! (1 + n + n(n+1)) =$$

$$= (n-1)! (1 + n + n^2) = (n-1)! \cdot (n+1)^2$$

$$289 = 17^2 \quad 17\text{-кратное число} \Rightarrow \text{при } n < 16 \quad n+1 < 17 \Rightarrow (n+1)^2 -$$

взаимнопросто с 289 и $n-1 < 17 \Rightarrow (n-1)!$ взаимнопросто с 289

(все делители < 17, т.к. 17 - простое, но взаимнопростым). $\Rightarrow$

если $(n-1)! \cdot (n+1)^2 : 289$, то $n \geq 16$; при $n = 16$:

$$(n-1)! \cdot (n+1)^2 = 15! \cdot 17^2 : 289 = 17^2 \Rightarrow n \text{ не меньше } 16 \text{ и } 16$$

подходит $\Rightarrow 16$ - наименьшее.

Ответ: 16



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n 2

Обозначим 7 последовательных чисел как $a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6, a+7$; тогда сумма их квадратов -28 это:

$$(a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 + (a+5)^2 + (a+6)^2 + (a+7)^2 - 28 = a^2 + 2a + 1 + a^2 + 2 \cdot 2a + 4 + \dots +$$

$$+ a^2 + 2 \cdot a \cdot 7 + 49 - 28 = 7a^2 + 2a(1+2+\dots+7) + (1+4+9+16+25+36+49) - 28 =$$

$$= 7a^2 + 56a + 140 - 28 = 7a^2 + 56a + 112. \quad \text{Обозначим ~~переменную~~}$$

за n^5 некоторую степень натурального числа большего 8 ($n > 8$)

$$\Rightarrow 7a^2 + 56a + 112 = n^5$$

$$7(a^2 + 8a + 16) = n^5 \Rightarrow n^5 : 7 \Rightarrow n : 7 \text{ (7- простое)} \Rightarrow \text{обозначим } n \text{ как}$$

$$7(a^2 + 8a + 16) = k^5 \cdot 7^5$$

$$a^2 + 8a + 16 = k^5 \cdot 7^4$$

$$a^2 + 8a - k^5 \cdot 7^4 + 16 = 0$$

$$D = 8^2 + 4 \cdot (k^5 \cdot 7^4 - 16)$$

$$8 + 4(k^5 \cdot 7^4 - 16) = 4(16 + k^5 \cdot 7^4 - 16) = 4 \cdot 7^4 \cdot k^5$$

т.е. $a \in \mathbb{N}$, но $\sqrt{D} \in \mathbb{N} \Rightarrow D \in \mathbb{N} \Rightarrow (8 \pm 2)$

$$D - \text{квадрат} \Rightarrow k^5 - \text{квадрат} \Rightarrow k - \text{квадрат}$$

~~замечим также, что $a^2 + 8a + 16$~~

т.е. $n > 8$ и $n : 7$, то $k > 1 \Rightarrow k \geq 4$ (k -квадрат) или $k = 4$:

$$a = \frac{-8 \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{-8 \pm 2 \cdot 7^2 \cdot 4^2}{2} = 2 \cdot 7^2 \cdot 4^2 - 4 \Rightarrow \text{пример существует т.е. есть натуральное решение.}$$

$\Rightarrow n \geq 28$ (есть решение на $k \geq 4$)
и на $n = 28$ есть пример

Ответ: 28.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$|\sqrt{x^2-x-2}+5| \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1| + |6-x|$$

$\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$ т.к. корни не бывают отрицательными по определению

$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1| + |6-x|$$

$x^2-x-2 \geq 0$ иначе корни не определены

1) $x \geq 2$ $\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1 + |6-x|$

$5 \geq x-1 + |6-x|$

$x \leq 6$ $\rightarrow x \geq 6$

$5 \geq x-1+6-x$ $5 \geq x-1-6+x$

$5 \geq 5$ $\checkmark$ $12 \geq 2x$ $6 \geq x$ $x \in \emptyset$

$\Rightarrow x \in [2; 6]$

2) $x \leq -1$ $\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1 + |6-x|$

$\sqrt{x^2-x-2} \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1| + 6-x$

$\sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x$

$\sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x$ $\rightarrow \sqrt{x^2-x-2} < 1-x$

$\sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x - \sqrt{x^2-x-2} + 1-x$

$2\sqrt{x^2-x-2} \geq 2(1-x)$

$\sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x$ $x \in \emptyset$

$\sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x$

$x^2-x-2 \geq (1-x)^2$

$x^2-x-2 \geq x^2-2x+1$

$x-3 \geq 0$ $x \geq 3$ $x \leq -1 \Rightarrow x \in \emptyset$

$\Rightarrow x \in [2; 6]$

Ответ: $x \in [2; 6]$

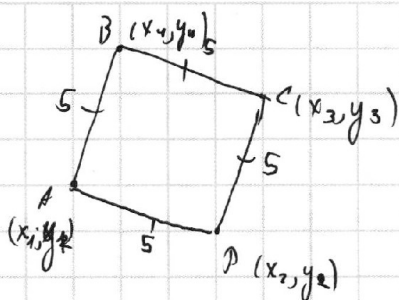


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Итого: ~ 5

$$40^2 + 4((45-8)(45-4) + (45-9)(45-3) + 2((45-6)(45-8) + (45-4)^2)) = 40^2 + 4(34 \cdot 41 + 36 \cdot 42 + 2(39 \cdot 34 + 38^2))$$

Ответ: $40^2 + 4(34 \cdot 41 + 36 \cdot 42 + 2(39 \cdot 34 + 38^2))$

$x_i \in [1; 45]$ $x_i \in \mathbb{Z}$ $y_i \in [1; 45]$ $y_i \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} (x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2 &= 25 = 5^2 \\ (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 &= 25 = 5^2 \\ (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 &= 25 = 5^2 \\ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 &= 25 = 5^2 \end{aligned}$$

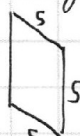
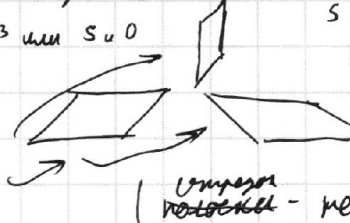
м.к. все целые по разности по те

$\Rightarrow$ все они равны или 0 или 3 или 4 или 5

м.к. $25 = 16 + 9$ или $25 = 0 + 25$.

разности 0 или 5 - когда стороны параллельны

1) стороны || осям: x_1, y_1 x_4, y_4 или $5 \neq 0$
точность до
мм и поворота
также 2 верш
квадрат так 40^2



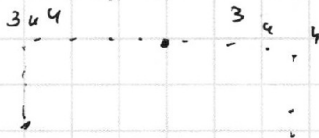
(стороны параллельны - не равно разности осям)

(крайняя имеет координаты x_1, y_1 x_4, y_4 до 40 y_1, y_4 до 40)

и остальные так $((45-5-3) \cdot (45-4) + (45-5-4) \cdot (45-3)) \cdot 4 \cdot 6$

зависимости от того как повернуть и от ширин

2) все разности по 3 и 4



есть 2 варианта

изначально 13 по 4 по x или наоборот куда идти от точки

потом снова 2 варианта, далее 4 точки вост. однозначно

$\Rightarrow$ есть 4 вида, посчитаем кол-во: $2((45-3-3) \cdot (45-4-4) +$

$+(45-3-4)^2)$ | 45 - то сколько нужно отступать от края, чтобы остальные вершины поместились, зависит от сдвигов (длина сдвига по y или x)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

т.к. оба множителя 1 четности (разница 90) то они оба $\div 2$, но не кратно 4, значит оба четным т.к. $90 \div 4 \Rightarrow (y \pm 2)$

возможные мбд $23 \cdot 2$ и 2^{x-1} мбд $23 \cdot 2^{x-1}$ и 2 т.к. 23 - простое

$$|23 \cdot 2 - 2^{x-1}| = 90 \quad \text{мбд} \quad |23 \cdot 2^{x-1} - 2| = 90$$

$$46 < 90 \Rightarrow 46 < 2^{x-1}$$

$$2^{x-1} - 46 = 90$$

$$2^{x-1} = 136 \quad \text{не степень } 2$$

$$23 \cdot 2^{x-1} \geq 23 \cdot 2$$

$$(x \geq 0 \text{ т.к. } 23 \div 2)$$

$$23 \cdot 2^{x-1} - 2 = 90$$

$$23 \cdot 2^{x-1} = 92$$

$$2^{x-1} = 4$$

$$x-1 = 2$$

$$x = 3$$

$\Rightarrow x = 3$ во всех случаях

$$23 \cdot 2^3 + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 8 + 45^2 = y^2$$

$$45^2 + 184 = y^2$$

$$45^2 + 180 + 4 = y^2$$

$$44^2 = y^2 \Rightarrow y = \pm 44$$

Ответ: $(3; 44); (3; -44)$



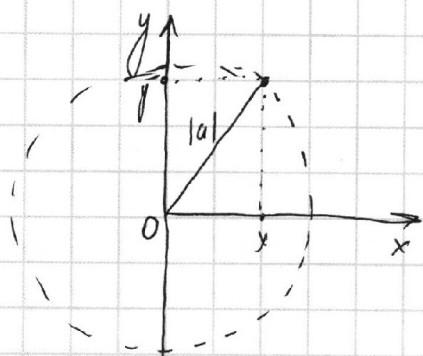
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№ 6
Заметим, что все точки плоскости Oxy задаваемые уравнением $x^2 + y^2 = a^2$ это также точки (координатами $(x; y)$) что они лежат на окружности с центром в O радиусом $|a|$ (расстояние до центра это $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{a^2} = |a|$). В таком случае

нетрудно заметить что $y \in [-|a|; |a|]$ т.к. окружность пересекает ось y в точках $-|a|$ и $|a|$. Тогда максимум

$y^2 - 4y$ при $y = -|a|$ ($y^2 - 4y \leq a^2 + 4|a|$ т.к. $a^2 \geq y^2$ и $4|a| \geq -4y$ т.к. $|a| \geq y$ и $|a| \geq -y$)
 $\Rightarrow$ т.к. a - параметр то максимум $y^2 - 4y - a =$

$$= a^2 + 4|a| - a = 6$$

$$a \geq 0 \quad \rightarrow \quad a < 0$$

$$a^2 + 4a - a = 6$$

$$a^2 - 4a - a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$a > 0 \Rightarrow a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$a < 0 \Rightarrow a = \frac{5 - 7}{2} = -1$$

Ответ: $\frac{\sqrt{33} - 3}{2}$; -1 .

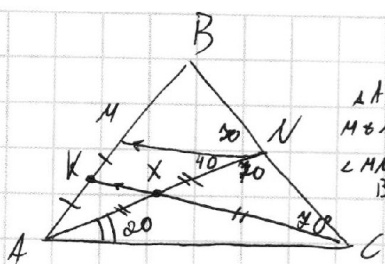


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\angle ABC = 90^\circ$

$M \in AB, N \in BC$

$\angle BNM = \angle ANL = 70^\circ$

$BN = MA = 2BM = 2NC$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

$\angle CAN = ?$

Доп. построение: CK , K - середина AM . X - пересечение CK и AN

1) по условию $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \Rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow \frac{BM}{MK} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow$
 $= \frac{BN}{NC} \Rightarrow CK \parallel MN$ по теореме Талеса. $MN \parallel KC$ NC - секущая

$\Rightarrow \angle BNM = \angle BCK = 70^\circ$ ($\angle BNM = \angle ANL = 70^\circ$ по условию).

2) в $\triangle MAN$, $KX \parallel MN$ ($KX \subset KC$) и $AK = KM \Rightarrow KX$ - средняя линия
 по теореме $\Rightarrow X$ - середина AN .

3) $\angle XNC = \angle ANL = 70^\circ = \angle NCK = \angle NCX \Rightarrow \triangle NXC$ - р/б по углам
 (углы при основании равны) $\Rightarrow XN = XC$

4) $XN = AX$ из пункта 2 и $XN = XC$ из пункта 3 $\Rightarrow AX = XN = XC$

$\Rightarrow$ в $\triangle ANL$ медиана равна половине противоположной стороны

$\Rightarrow \triangle ANL$ - прямоугольный $\Rightarrow \angle NAL = 90^\circ - \angle ANL = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

($\angle ANL = 70^\circ$ по условию) $\Rightarrow \angle CAN = 20^\circ$

Ответ: 20°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289$$

$n \geq 280$ - кратно

$$(n-1)! (1 + n + n(n+1)) : 289$$

$$289 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15$$

$$(n-1)! (n+1)^2 : 289$$

$$289 = 17 \cdot 17 = 170 + 10 + 9 = 170 + 119 = 289$$

$n+1 < 17$ - не кратно

$n+1 = 17$ - кратно

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 - 28 = n^5 \quad n > 8$$

mod 4

$$0-0$$

$$1-1$$

$$2-4$$

$$3-2$$

$$0 + 1 + 4 + 2 + 2 + 4 + 1 \equiv 0 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow n^5 \equiv 4 \pmod{4} \Rightarrow n \equiv 4 \pmod{4} \Rightarrow n \geq 14$$

m.t. $n > 8$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 = 50 + 40 + 50 = 140$$

$$140 - 28 = 112$$

$$(n+1)^2 - a^2 = 140 + 49$$

$$140 + 14 + 49 + 14 \cdot 2 + 49 + \dots + 14x + 49 - 28 = 14^5$$

$$4(20 + 2 + 4 + 2 \cdot 2 + 4 + \dots + 2x + 4 - 4) = 14^5$$

$$4(20 + 2(1 + \dots + x) + 4x) = 14^5$$

$$4(20 + \frac{x(x+1)}{2} \cdot 2 + 4x) = 14^5$$

$$4(20 + x(x+1) + 4x) = 14^5$$

$$4(x^2 + 8x + 20) = 14^5$$

$$x^2 + 8x + 20 = 4 \cdot 2^5$$

$$x^2 + 8x - 4 \cdot 2^5 + 20 = 0$$

$$D = 64 + 4(4^4 \cdot 2 - 20) = 4(16 + 4 \cdot 2^5 - 20) = 16(4 + 4 \cdot 2^4 - 5) = 16(2^4 - 1) =$$

$$501 - 480 = 121$$

$$= 11 \cdot (4802 - 1) = 16 \cdot (4801)$$

$$\cdot 13 \quad 14$$

$$4801 = 4900 - 99$$

$$64 + 4(4^4 \cdot 2 - 20) = 64 + 16(4 \cdot 2^5 - 5) = 16(4 + 8 \cdot 2^4 - 5)$$

$$2461 \cdot 8 - 1 = 16000 + 2400 \cdot 8 = 18404$$

$$-1 \leq x \leq 2$$

или

$$x \geq 2 \quad \text{или} \quad x \leq -1$$

1) пусть $x \geq 2$

$$4(x^2 + 8x + 20) = 14^5$$

$$4(x^2 + 8x + 20) : 4^5$$

$$x^2 + 8x + 20 : 4$$

$$x^2 + x - 1 : 4 \quad x \equiv 1 \pmod{4} \quad x(x+1) \equiv 1$$

$$x \cdot 2 \quad \cdot 2$$

$$x : 2 \quad \cdot 4 \Rightarrow n^5 \cdot 2 \Rightarrow n^5 \geq 21^5$$

$$x : 4 \text{ или } 4$$

$$(x \cdot 2)$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$$

$$+ |1 - x|$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq 6 - x + \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$$

$$\Rightarrow x \leq -1$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x + \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$$

$$0 = 0$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 2 - 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 \geq x^2 - 2x + 1$$

$$-3 \geq -x$$

$$x \leq 6 \quad 5 \geq x - 1 + |6 - x|$$

$$x > 6 \quad 5 \geq x - 1 + 6 - x = 5$$

$$5 \geq x - 1 - 6 + x \quad 12 \geq 2x \quad x \leq 6$$

$$\Rightarrow x \in [2; 6] \quad \checkmark$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$
mod 3 $2 \cdot 2^x + 0 = y^2$
при $x \geq 2$
 $y^2 \equiv 2 \pmod{3}$ при $x \geq 2$
 $y^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x \geq 2$
 $23 \cdot 2^x + 45 = y^2$
 $23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$
обоз. $y-45 = 2^x$
 $(23 \cdot 2) \cdot (2^{x-1})$
 $(23) \cdot (2^x) \cdot X$
 $(23 \cdot 2^{x-1}) \cdot 2$
 $46 \cdot 2^{x-1} = 90 \cdot X$
 $23 \cdot 2^{x-1} = 45$
 $23 \cdot 2^{x-1} = 90$
 $23 \cdot 2^{x-1} = 90 \Rightarrow X=3$
 $y^2 = 45^2 + 23 \cdot 8$
 $y^2 = 45^2 + 184$
 $y = 47$

$x^2 + y^2 = a^2$
 $y^2 - 4y - a = 6$
1 н.д.
 $y - 2 = a$
 $y^2 - 4y - a = 6$
 $y^2 - 4y - a = 6$
 $a^2 + 4|a| - a = 6$
 $a^2 + 3a = 6$
 $a^2 + 5|a| = 6$
 $a^2 + 4|a|$
 $a^2 + 3a - 6 = 0$
 $D = 9 + 24$
 $a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$
 $|a| = \frac{-5 \pm 4}{2} \geq 0$
 $1 \Rightarrow a = -1$

$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 25$
 $(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = 25$
 $(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 = 25$
 $(x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2 = 25$
 $x_1^2 + y_1^2 + x_4^2 + y_4^2 - 2(x_1x_4 + y_1y_4) = 25$
 $2(x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2 + x_3^2 + y_3^2 + x_4^2 + y_4^2) - 2(x_1x_4 + x_2x_3 + x_3x_2 + x_4x_1 + \dots) = 100$

$(\frac{4}{2})^2 + (\frac{4}{2})^2 = 25$
 $(\frac{4}{2})^2 + (1+k^2) = 25$
 $a^2 + k^2 a^2 = 100$
 $k \neq N$

$B \cup M \cup 2B \cup N \cup C$
 $\frac{B \cup N}{N \cup C} = \frac{M \cup B}{M \cup C} = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 - 28 = n^5$$

$$U_4 = 7 + k$$

$$140 + 14 + 49 + 14 \cdot 2 + 49 \dots + 14 \cdot k + 49 - 28 = n^5$$

$$4(20 + k(k+1) + 49k) = n^5$$

$$4(k^2 + 50k + 8) = n^5$$

$$k^2 + 50k + 16 = x^5 \cdot 4^4$$

$$k^2 + k + 2 \pmod{4}$$

$$k^2 + 50k + 16 = 3^5 \cdot 4^4$$

$$D = 2500 + 4(3^5 \cdot 4^4 - 16) = 4(16 + 9 \cdot 4^4 - 16) = 4 \cdot 9 \cdot 4^4$$

$$4a^2 + (1^2 + 2^2 + \dots + a^2) + 2a(1 + 2 + \dots + a) - 28 = n^5$$

$$4a^2 + 140 + 4 \cdot 8 \cdot a - 28 = n^5$$

$$4(a^2 + 8a + 15) = n^5$$

$$(x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2 = 25$$

$$25 = 3^2 + 4^2$$

$$|x_1 - x_4| = 3$$

$$|x_4 - x_3| = 3$$

$$(x_4 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 = 25$$

$$3$$

$$4$$

$$4$$

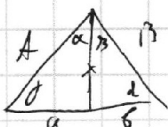
$$3$$

$$4$$

$$4$$

$$\begin{array}{cc} - & - \\ - & + \\ + & - \end{array} \quad \begin{array}{cc} - & - \\ + & - \\ - & + \end{array}$$

$$\frac{AM}{\sin 40}$$



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

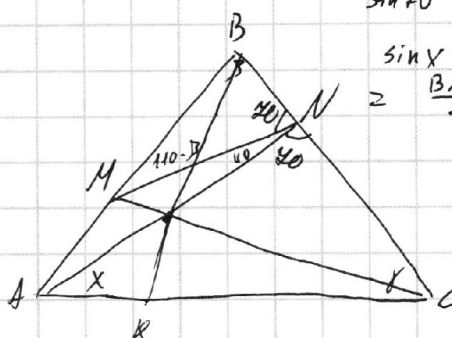
$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{x}{\sin \gamma}$$

$$\frac{b}{a} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{BN}{NC} \cdot \frac{CK}{AK} \cdot \frac{AM}{MB} = 1$$

$$\frac{BN}{NC} \cdot \frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow CK = 2AK$$



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{AC}{\sin 40} = \frac{NC}{\sin x}$$

$$\frac{MB}{\sin 40} = \frac{BM}{\sin 40}$$

$$\sin x = \frac{NC \cdot \sin 40}{AC} = \frac{BN \cdot MA}{2BM \cdot AC} = \frac{\sin 40}{AC}$$