



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 9

- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство
$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$
- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$361 = 19^2 \quad 19\text{-простое}$$

$$n! \cdot (n+1)! \cdot (n+2)! = n! \cdot (n+1 \cdot (n+1) \cdot (n+2)) = n! \cdot (n+1) \cdot (n+2).$$

Чтобы число делилось на 19^2 нужно либо чтобы один множитель делился на 19^2 , либо чтобы два множителя делились на 19 .

Одни из них : 19^2 при наименьшем n - когда $n+3 \geq 19^2$
 $\Rightarrow n \geq 364$ наименьшее

Чтобы два множителя нужно чтобы $n+3 \geq 38$, при
 $n+3=38$ работает, ведь $35! \geq 19$.

Ответ: $n=35$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задача 2)

Рассмотрим выражение по шагу 5.

Так как число подв., встречающее все ост.

$$N^3 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cancel{5^2} - 10 \equiv 0$$

\Downarrow

$$N^3 : 5 \Rightarrow \cancel{5} : 5$$

Рассмотрим первые 5 квадратов: $1+4+9+16+25=55$

Легко увидеть, что

тут есть квадраты $n^2 + (n+1)^2 + \dots + (n+4)^2$ и они член.

н кв 1 тогда разность этого и нового выражений = $(n+5)^2 - n^2 = (2n+5) \cdot 5$

Тогда сума всех подв. квадр. равна:

$$55 + 7 \cdot 5 + 9 \cdot 5 + 11 \cdot 5 \dots + (2n+5) \cdot 5 = 5 + 1 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 5 + \dots + (2n+5) \cdot 5 = 5 + (n+5)^2 \cdot 5$$

Тогда $(2n+5)^2 - 10 = 50$

$$N^3 = 5(n+3)^2 + 1 - 10 = 5(n+3)^2 - 1$$

Как я ранее показал, $N^3 \equiv 5$

$$\text{при } N=10 \quad N^3 = 1000 \Rightarrow (n+3)^2 - 1 = 200$$

$$\text{при } N=15 \quad N^3 = 3375$$

$$(n+3)^2 = 201$$

201-ее полный квадрат

$$(n+3)^2 - 1 = 675$$

$$(n+3)^2 = 676 = 26^2$$

\Downarrow

Конечно же $\boxed{N=15}$.

$\text{Ответ: } N=15$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3)

ОДЗ: $x^2 - 2x - 3 \geq 0$
 $(x-3)(x+1) \geq 0$

$$\left[\begin{array}{l} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{array} \right]$$

при $\exists 3 \leq x \leq 3,5$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$0 \geq 0 \Rightarrow \text{проверку подходит}$$

при $3,5 < x$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$$6 \geq 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$$2x - 1 \geq 6$$

решений на промежутке нет

Проверка при values x $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \not\leq 0$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \not\leq 1 - 2x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ 1 - 2x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 \not\leq 1 - 2x \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq -1 \\ x \geq 3 \\ x \leq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 2x + 4 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq -1 \\ x \geq 3 \\ x \leq \frac{1}{2} \\ D < 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq -1 \\ x \geq 3 \\ x \leq \frac{1}{2} \\ \boxed{x \leq -1} \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При $x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

Как мы уже получили, при $x \leq -1$ $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq 1 - 2x$.

~~Но~~ Значит это верно лишь в случае равенства

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 1 - 2x$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 0$$

решений нет

значит при $x \leq -1$ у исходного нер-ва реш. нет.

Но

Ответ: $[3; 3,5]$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4)

Заметим, что ~~некоторые~~ 5^2 представляется

в виде суммы двух квадратов целых чисел

*12 способами $(3; 4) (4; 3) (5; 0)$
 $(-3; 4) (-4; 3) (-5; 0)$
 $(3; -4) (4; -3) (0; 5)$
 $(-3; -4) (-4; -3) (0; -5)$.

Значит из 12 точек можно провести
всего ~~длини~~ $\sqrt{5}$ в ~~чтобы~~ 12-ю точку 12-ю способами.

Зафиксируем вершину. Две стороны ромба, проведенные из неё задают радиус.

Пусть ширинка ромба по оси X - расстояние
между самой левой и самой правой его точками
по оси X аналогично определим ~~ширину~~ ^{высоту} по Y .

Пусть для точки имеем проекции ~~на~~ вектора ^{длины} и
определение ромба. Имеем ~~точки~~ $\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ способов

Для ромба ширинка $= \sqrt{a_x^2 + b_x^2} = c$; высота $= \sqrt{a_y^2 + b_y^2} = d$

Тогда такой ромб можно разместить на
максимум в Натур. точках с координатами ≤ 50
 $(50-c)(50-d)$ способами.

Заметим, что комплексные векторы не засчитываются.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Рассмотрим разбивку с $c_1 = 0$~~
~~Продумаем для них кол-во их разбиений:~~
 ~~$(50-0)(50-8+50-8+50-6+50-6+$~~

Продумаем все способы:

$$(50-6)(50-8+50-8+50-8)$$

$$(50-6)((50-8) \cdot (6-2)) = 44 \cdot 4 \cdot 42 \cdot 4$$

$$(50-8)(50-6)(6-2) = 44 \cdot 42 \cdot 4$$

$$(50-10)(50-8)(50-5)(50-5) \cdot 4 = 490^2$$

$$(50-7)(50-7) \cdot 16 = 43^2 \cdot 16$$

$$(50-8)(50-4) \cdot 8 = 42 \cdot 46 \cdot 8$$

$$(50-3)(50-9) \cdot 8 = 47 \cdot 41 \cdot 8$$

$$(50-9)(50-3) \cdot 8 = 41 \cdot 47 \cdot 8$$

$$(50-4)(50-8) \cdot 8 = 42 \cdot 46 \cdot 8$$

$$44 \cdot 42 \cdot 8 + 45^2 \cdot 4 + 43^2 \cdot 16 + 42 \cdot 46 \cdot 16 + 41 \cdot 47 \cdot 16 =$$

$$= (43+1)(43-1) \cdot 8 + 43^2 \cdot 16 + 45^2 \cdot 4 + (44-2)(44+2) \cdot 16 + (44-3)(44+3) \cdot 16 =$$

$$= (43^2 - 1)8 + 43^2 \cdot 16 + 45^2 \cdot 4 + (44^2 - 4)16 + (44^2 - 9)16 =$$

$$= 43^2 \cdot 24 + 45^2 \cdot 4 + 44^2 \cdot 32 - 8 - 64 - 144 =$$

$$= 43^2 \cdot 24 + 45^2 \cdot 4 + 44^2 \cdot 32 - 216 = 1049 \cdot 24 + 1000 + 1036 \cdot 32 - 216 =$$

кол-во способов выразить разбивку ~~всего~~ ~~по вершинам~~ ~~по вершинам~~ ~~по вершинам~~ ~~по вершинам~~.

Очевидно. Значит кол-во способов это число, деленное на 4.

$$\text{кол-во способов: } 43^2 \cdot 6 + 45^2 + 44^2 \cdot 8 - 54 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1849 \cdot 6 + 2025 + 1936 \cdot 8 - 54 = 11099 + 2025 + 15488 - 54$$

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} 5 \\ \times 1849 \\ \hline 11094 \end{array} & \begin{array}{r} 7 \\ \times 1936 \\ \hline 15488 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28000 + 400 + 140 + 13 = \\ = 28553 \end{array}$$

Ответ: 28553



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5)

$$19 \cdot 2^{y_1} + 2025 = y^2 \Rightarrow |y| > 45$$

$$19 \cdot 2^{y_1} = (y - 45)(y + 45)$$

$K = y - 45$ (~~натуральное число~~. K) (при полож. y , K неотр.)

$$19 \cdot 2^{y_1} = K(K+90)$$

одно из чисел K и $K+90$ всегда $19 \cdot 2^{y_1}$, где

y -четное неотр., другое - всегда ~~нечет.~~, где 6-четное

неотр.

Тогда верно одно из следующих соотношений между K и $K+90$

$$\text{1)} K \cdot \frac{19}{2^{y_1}} = K+90$$

$$\text{2)} K \cdot 19 \cdot 2^{y_1} = K+90, \text{ где } 19 \text{ не делится на } 2$$

$$\text{3)} K \cdot \frac{2^{y_1}}{19} = K+90 \text{ отличается на } 19^2 \text{ и на } 2^{y_1}, \text{ где } y_1 \text{- четное неотр.}$$

$$\text{1)} K \cdot \frac{19}{2^{y_1}} = K+90$$

$$y_1=0: K \cdot 18 = 19 \text{ нет реш.}$$

$$y_1=1: 17K = 19 \cdot 2 \text{ нет реш.}$$

$$y_1=2: \cancel{15K = 19 \cdot 4} \text{ нет реш.}$$

$$y_1=3: K \cdot 11 = 19 \cdot 8 \text{ нет реш.}$$

$$y_1=4: K \cdot 3 = 19 \cdot 16 \text{ нет реш.}$$

$$\text{затем } 19 \cdot 2^{y_1} < 0.$$

$$\text{2)} K \cdot 19 \cdot 2^{y_1} = K+90$$

$$K(19 \cdot 2^{y_1} - 1) = 90$$

$$y_1=0: K \cdot 18 = 90$$

$$K=5 \Rightarrow \boxed{y=50}$$

$$y_1=1: K \cdot 37 = 90$$

$$y_1=2: K \cdot 75 = 90$$

$$\text{затем } (19 \cdot 2^{y_1} - 1) > 90.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) k \cdot 2^{\frac{y_1}{13}} = k + 90$$

$$k \cdot 2^{\frac{y_1}{13}} = 13k + 13 \cdot 90$$

$$k(2^{\frac{y_1}{13}} - 13) = 13 \cdot 90$$

~~Решение~~

$$13 \cdot 90 \mid 2^{\frac{y_1}{13}} - 13$$

$$\uparrow \\ 13 \nmid 13$$

$$90 \mid 2^{\frac{y_1}{13}} - 13$$

нРНК $y_1 \leq 4 \quad 2^{\frac{y_1}{13}} - 13 < 0$

$$y_1 = 5 \quad 90 \nmid 13$$

$$y_1 = 6 \quad 90 \mid 45 \quad \checkmark$$

$$k(45) = 13 \cdot 90$$

$$k = 38 \Rightarrow y = 38 + 45 = 83 \Rightarrow \text{здесь}$$

$$y_1 \geq 7 \quad 2^{\frac{y_1}{13}} - 13 > 90$$

Значит при $y \geq 0 \quad y = \frac{83}{13} \text{ либо } 50 \text{ либо } 83$

при $y = 50$

$$13 \cdot 2^x = 5 \cdot 95 \text{ нет подходящих } x$$

при $y = 83$

$$13 \cdot 2^x = (83 - 45)(83 + 45) = 38 \cdot 128 = 13 \cdot 2^8$$

$$y = 83; x = 8 \quad (\text{при } y \geq 0)$$

Значит при всех числах y :

Ответ: $(8; 83), (8; -83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6 $x^2 - 6x + a$ - парабола с ветвями вверх \Rightarrow

\Rightarrow ее минимум при крайних x (максимальном или минимальном). Рисунок $x^2 - 6x + a = P(x)$

Точки пересечения $x^2 + y^2 = a^2$ могут иметь абсциссу x от $-a$ до a . Значит наименьшее значение $x^2 - 6x + a$ либо в точке a , либо в $-a$.

$$\text{Задача } a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$\Delta = 25 + 32 = 57$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$-8 \quad \frac{5-\sqrt{57}}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{5+\sqrt{57}}{2}$$

$$-a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$(a+8)(a-1) = 0$$

Значения a - либо $\frac{5+\sqrt{57}}{2}$ либо $\frac{5-\sqrt{57}}{2}$ либо -8 либо 1 .

При $a=1$

$$P(a) = -4 \Rightarrow a=1 \text{ подходит}$$

$$P(-8) = 8$$

При $a=-8$

$$P(-a) = 8$$

$$P(a) = 64 + 6 \cdot 8 - 8 = 104 \Rightarrow a = -8 \text{ не подходит.}$$

$$\text{при } a = \frac{5+\sqrt{57}}{2}$$

$$P(a) = 8 \Rightarrow a^2 - 6a + a = a^2 - 5a$$

$$P(-a) = a^2 + 7a, a > 0 \Rightarrow a^2 + 7a > a^2 - 5a$$

при $a = \frac{5+\sqrt{57}}{2}$ 8 - не максимум.
здесь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{При } a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < 0$$

$$P(a) = 8 = a^2 - 5a$$

$$P(-a) = a^2 + 7a, a < 0 \Rightarrow a^2 + 7a < a^2 - 5a$$

↑
8 - Найденное
значение.

Ответ: ~~также~~ либо $a = 1$

~~также~~ либо $a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$



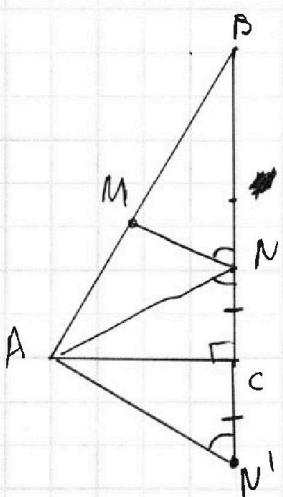
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

Уголами NC да току C , получим N'

$$\frac{BN}{BM} = \frac{2NC}{MA} = \frac{NN'}{MA} \Rightarrow \text{из Th. о проп. отр. } MN \parallel AN'$$

$$\angle AN'N = 80^\circ$$

~~Значит AC и ANN' - медиана,~~

~~значит $AN'N = ANC \Rightarrow \triangle ANN'$ - р/д. $\Rightarrow AC$ - высота~~

Решение (всё это - медиана) $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ \Rightarrow \angle CAN = 10^\circ$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

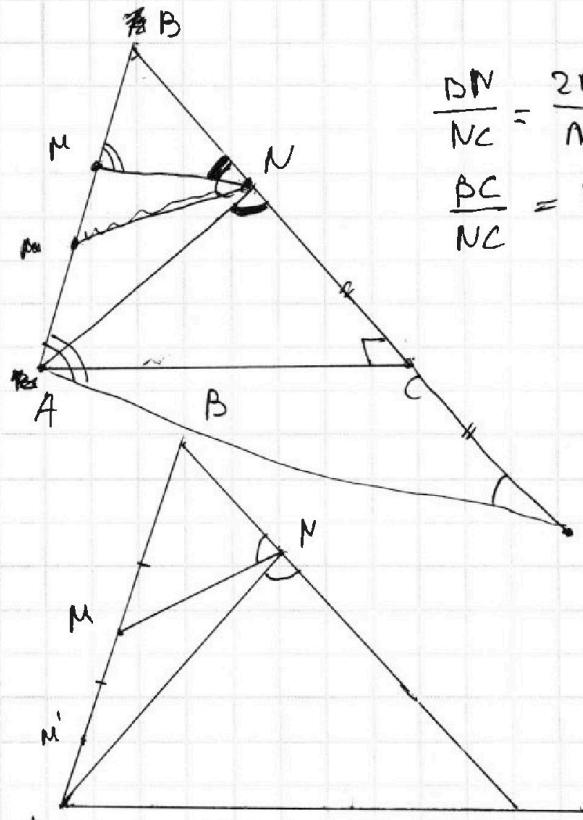
5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

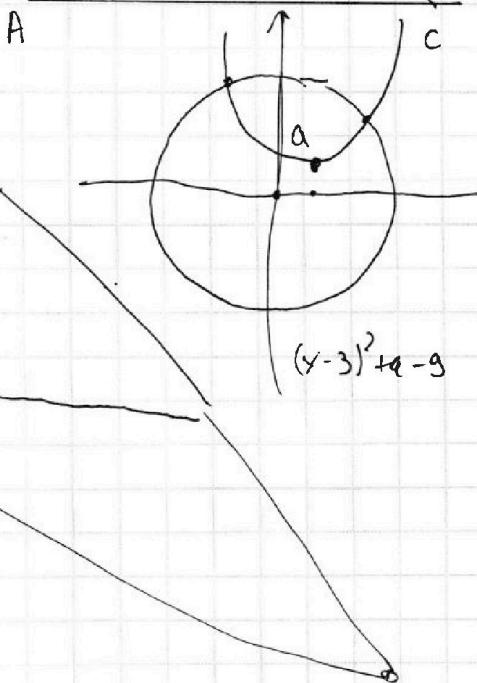
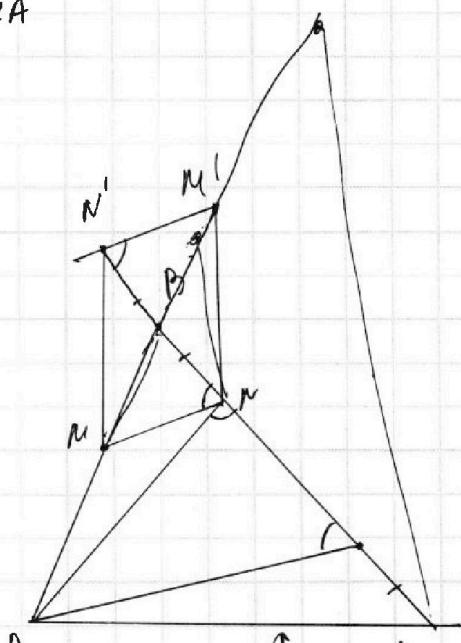
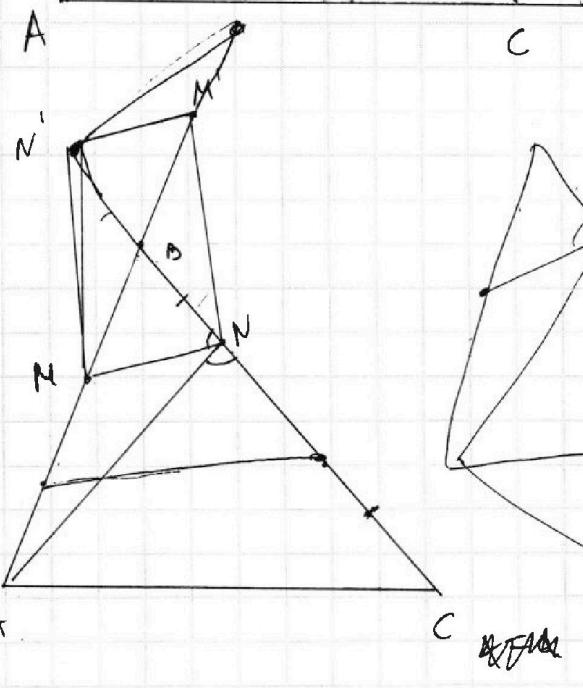
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{DN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$

$$\frac{BC}{NC} = \frac{2BM + MA}{MA}$$

$$\frac{BN}{BM} = \frac{2NC}{MA}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$361 = 19^2$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2$$

$$3! = 6$$

$$4! = 24$$

$$5! = 120$$

$$6! = 720$$

$$7! = 5040$$

$$8! = 40320$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 720 \\ \hline 720 \\ 5040 \\ \hline 40320 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 5880 \\ -57 \\ \hline 180 \end{array}$$~~

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 8 &= 0 \\ a^2 - 6a + 8 &= 0 \quad a^2 - 5a - 8 = 0 \\ a^2 + 6a + 8 &= 0 \quad a^2 + 7a - 8 = 0 \\ (a+8)(a-1) &= 0 \\ a = 25 + 32 &= 57 \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} & \end{aligned}$$

$$46080$$

$$n! (n+1 + (n+1)(n+2)) = n! ((n+1)(n+3))$$

$$0 + 1 + 4 + 4 + 1 - 10 = 0$$

$$N \stackrel{!}{=} 5 \Rightarrow N \geq 10$$

~~10000~~

$$1010$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \\ 13^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2 + 17^2 \end{array}$$

$$12^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2$$

$$144 + 169 + 196 + 225 + 256$$

$$700 + 260 + 30 = 990$$

$$(30-2)(30-2) =$$

$$25^2 = 625$$

$$(25+1)(25+1) =$$

$$= 625 + 56 + 1$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

$$40. (225 + 112,5) = 2250 + 1125 = \boxed{3375}$$

$$675$$

$$22^2 + 23^2 + 24^2 + 25^2 + 26^2$$

$$1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55 + 7 \cdot 5 + 9 \cdot 5 + 11 \cdot 5 \dots$$

11

$$5 + 15 + 35 + 55 + 75 + 95 \dots + n \cdot 5 = n^2 \cdot 5 + 5 =$$

$$= 5(n^2 + 1) = a^3$$

$$n^2 + 1 : 25$$

$$h^2 \equiv -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-3)(x+1)$$

$$\cancel{t+6} \quad t+6 \geq |t+2x-1| + |7-2x|$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ -19 \\ \hline 125 \\ -114 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$11 = 2^4$$

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

$$(y-45)(y+45) = 19 \cdot 2^4$$

$$K(K+90) = 19 \cdot 2^4$$

$$K \cdot \frac{19}{2^4} = K+90$$

$$19K = 2^4 K + 2^4 \cdot 90$$

$$K(19-2^4) = 2^4 \cdot 90$$

↑ передор

$$K \cdot 19 \cdot 2^4 = K+90$$

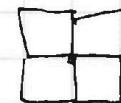
$$K(19 \cdot 2^4 - 1) = 90$$

$$(3;4) \quad (4;1) \quad (5;0)$$

$$(-3;4) \quad (-4;3) \quad (-5;0) \quad K \cdot \frac{2^4}{19} = K+90 \quad \text{↑ передор}$$

$$(3;-4) \quad (4;-3) \quad (0;5) \quad K \cdot 2^4 = 19K + 90 \cdot 19$$

$$(-3;-4) \quad (-4;-3) \quad (0;-5) \quad K(2^4 - 19) = 90 \cdot 19$$



4 16

↑ передор

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$(40+3)(40+3) = 1600 + 240 + 9 = 1849$$

$$\cancel{1849} \quad (40+4)(40+4) = 1600 + 320 + 16 = 1936$$