



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$361 = 19^2 \quad 19 - \text{простое}$$

$$n! \cdot (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (n+1 + (n+1)(n+2)) = n! \cdot (n+1)(n+3).$$

Чтобы число делилось на 19^2 нужно либо чтобы один множитель делился на 19^2 , либо чтобы два множителя делились на 19.

Один из них $; 19^2$ при наименьшем n — когда $n+3 ; 19^2$

$$\Rightarrow n \geq 364 \quad \text{иногда}$$

Чтобы два делились нужно чтобы $n+3 \geq 38$, при $n+3 \geq 38$ работает, ведь $35! ; 19$.

Ответ: $n=35$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задача 2)

Рассмотрим выражение по мод. 5.

Так как число посл., встречаая все ост.

$$N \equiv 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 0^2 \pmod{5} \equiv 10 \equiv 0$$

$$\Downarrow$$

$$N \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow N \equiv 0 \pmod{5}$$

Рассмотрим первые 5 квадратов: $1+4+9+16+25=55$

Рассмотрим разность между квадратами.

Пусть есть квадраты $n^2 + (n+1)^2 + \dots + (n+4)^2$ и мы увеличим на 1

тогда разность этого и нового выражений =

$$(n+5)^2 - n^2 = (2n+5) \cdot 5$$

Тогда сумма пяти посл. квадр. равна:

$$55 + 7 \cdot 5 + 9 \cdot 5 + 11 \cdot 5 + \dots + (2n+5) \cdot 5 = 5 + 1 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 5 + \dots + (n+3) \cdot 5 = 5 + (n+3)^2 \cdot 5$$

Тогда $N \equiv 5(n+3)^2 + 5 - 10 \pmod{5}$

$$N \equiv 5(n+3)^2 - 5 \pmod{5} \Rightarrow N \equiv 0 \pmod{5}$$

Как я ранее показывал, $N \equiv 0 \pmod{5}$

при $N=10$ $N \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow (n+3)^2 - 1 = 200$

при $N=15$ $N \equiv 0 \pmod{5}$

$$(n+3)^2 - 1 = 675$$

$$(n+3)^2 = 676 = 26^2$$



К наименьшему $N=15$.

Ответ: $N=15$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3)

ОДЗ: $x^2 - 2x - 3 \geq 0$
 $(x-3)(x+1) \geq 0$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

при $x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$0 \geq 0 \Rightarrow$ равенство выполняется

при $x \geq 3$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$\uparrow$
1
0

$$6 \geq 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$$2x - 1 \geq 6$$

решений не существует

Проверим при каких x $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq 0$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq 1 - 2x$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ 1 - 2x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 \leq 4x^2 - 4x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \\ x \leq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 2x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$\uparrow$
 $\Delta < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\uparrow$
 $x \leq -1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При $x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

Как мы уже получили, при $x \leq -1$ $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq 1 - 2x$.
~~Нужно~~ Значит это верно лишь в случае равенства

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 0$$

решений нет

~~Нет~~ Значит при $x \leq -1$ у исходного нер-ва реш. нет.

Ответ: $[3; 3,5]$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4)

Заметим, что ~~каждая~~ 5^2 представляется в виде суммы двух квадратов чётких чисел

12 способами: $(3; 4) (4; 3) (5; 0)$
 $(-3; 4) (-4; 3) (-5; 0)$
 $(3; -4) (4; -3) (0; 5)$
 $(-3; -4) (-4; -3) (0; -5)$.

Значит ^{целой} точки можно провести ^{вектор} ~~отрезок~~ длины ~~равно~~ 5 в ^{целую} точку 12-ю способами.

Зафиксируем вершину. Две стороны ромба, проведенные из нее задают ромб.

Пусть ширина ромба по оси x — расстояние между самой левой и самой правой его точками по оси x аналогично определим ~~ширину~~ ^{высоту} по y .

Пусть для точки мы проведем два вектора a и b и определим ромб. Мы можем это сделать $\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ способами.

Для ромба ширина $= |a_x| + |b_x| = c$, высота $= |a_y| + |b_y| = d$

Тогда такой ромб можно разместить на плоскости в натур. точках с координатами ≤ 50 $(50-c)(50-d)$ способами.

Заметим, что коллинеарные векторы не задают ромб.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим ромбы с $C=0$
Пропустим все 8 тех же кол-во их ромбов:

Пропустим все способы:

$$(50-6)(50-8+50-8+50-8)$$

$$(50-6)((50-8) \cdot (6-2)) = 44 \cdot 4 \cdot 42 \cdot 4$$

$$(50-8)(50-6)(6-2) = 44 \cdot 42 \cdot 4$$

$$(50-10)(50-5)(50-5) \cdot 4 = 4 \cdot 90^2$$

$$(50-7)(50-7) \cdot 16 = 43^2 \cdot 16$$

$$(50-8)(50-4) \cdot 8 = 42 \cdot 46 \cdot 8$$

$$(50-3)(50-9) \cdot 8 = 47 \cdot 41 \cdot 8$$

$$(50-9)(50-3) \cdot 8 = 41 \cdot 47 \cdot 8$$

$$(50-4)(50-8) \cdot 8 = 42 \cdot 46 \cdot 8$$

$$44 \cdot 42 \cdot 8 + 45^2 \cdot 4 + 43^2 \cdot 16 + 42 \cdot 46 \cdot 8 + 41 \cdot 47 \cdot 8 =$$

$$= (43+1)(43-1) \cdot 8 + 43^2 \cdot 16 + 45^2 \cdot 4 + (44-2)(44+2) \cdot 16 + (44-3)(44+3) \cdot 16 =$$

$$= (43^2-1)8 + 43^2 \cdot 16 + 45^2 \cdot 4 + (44^2-4)16 + (44^2-9)16 =$$

$$= 43^2 \cdot 24 + 45^2 \cdot 4 + 44^2 \cdot 32 - 8 - 64 - 144 =$$

$$= 43^2 \cdot 24 + 45^2 \cdot 4 + 44^2 \cdot 32 - 216 = 1848 \cdot 24 + 8100 + 1408 \cdot 32 - 216 =$$

кол-во способов выбрать ромб $1848 \cdot 24 + 8100 + 1408 \cdot 32 - 216 =$

Вывод. Значения кол-во ромбов - это число, деленное на 4 .

$$\text{кол-во способов равно: } 43^2 \cdot 6 + 45^2 + 44^2 \cdot 8 - 54 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1849 \cdot 6 + 2025 + 1936 \cdot 8 - 54 = 11094 + 2025 + 15488 - 54$$

$$\begin{array}{r} 525 \\ \times 1849 \\ \hline 6 \\ 11094 \end{array} \quad \begin{array}{r} 724 \\ \times 1936 \\ \hline 8 \\ 15488 \end{array}$$

$$28000 + 400 + 140 + 13 = 28553$$

Ответ: 28553



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$19 \cdot 2^{x_1} + 2025 = y^2 \Rightarrow 19 | y^2 \Rightarrow 45$$

$$19 \cdot 2^{x_1} = (y - 45)(y + 45)$$

$$K = y - 45 \quad (\text{каждое помет. } K) \quad (\text{при помет. } y, K \text{ помет.})$$

$$19 \cdot 2^{x_1} = K(K + 90)$$

одно из чисел K и $K + 90$ всегда $19 \cdot 2^b$, где

y - целое неотр., другое - всегда 2^b , где b - целое

неотр.

Тогда верно одно из следующих соотношений между K и $K + 90$

$$1) K \cdot \frac{19}{2^{y_1}} = K + 90$$

$$2) K \cdot 19 \cdot 2^{y_1} = K + 90$$

$$3) K \cdot \frac{2^{y_1}}{19} = K + 90$$

Всё же разложение на простые множители на 19^2 и на 2^{y_1} , где y_1 - целое неотр.

$$1) K \cdot \frac{19}{2^{y_1}} = K + 90$$

$$19K = 2^{y_1}K + 19 \cdot 2^{y_1}$$

$$K(19 - 2^{y_1}) = 19 \cdot 2^{y_1}$$

$$y_1 = 0: K \cdot 18 = 19 \quad \text{нет реш.}$$

$$y_1 = 1: 17K = 19 \cdot 2 \quad \text{нет реш.}$$

$$y_1 = 2: K \cdot 15 = 19 \cdot 4 \quad \text{нет реш.}$$

$$y_1 = 3: K \cdot 11 = 19 \cdot 8 \quad \text{нет реш.}$$

$$y_1 = 4: K \cdot 3 = 19 \cdot 16 \quad \text{нет реш.}$$

$$\text{далее } 19 - 2^{y_1} < 0.$$

$$2) K \cdot 19 \cdot 2^{y_1} = K + 90$$

$$K(19 \cdot 2^{y_1} - 1) = 90$$

$$y_1 = 0: K \cdot 18 = 90$$

$$K = 5 \Rightarrow y = 50$$

$$y_1 = 1: K \cdot 37 = 90$$

$$y_1 = 2: K \cdot 75 = 90$$

$$\text{далее } (19 \cdot 2^{y_1} - 1) > 90.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \quad k \cdot \frac{2^{y_1}}{19} = k + 90$$

$$k \cdot 2^{y_1} = 19k + 19 \cdot 90$$

$$k(2^{y_1} - 19) = 19 \cdot 90$$

$$\cancel{19 \cdot 90 : 2^{y_1} - 19}$$

$$19 \cdot 90 : 2^{y_1} - 19$$

$$\uparrow$$
$$19$$

$$90 : 2^{y_1} - 19$$

при $y_1 \leq 4 \quad 2^{y_1} - 19 < 0$

$y_1 = 5 \quad 90 : 13$

$y_1 = 6 \quad 90 : 45 \checkmark$

$$k(45) = 19 \cdot 90$$

$$k = 38 \Rightarrow y = 38 + 45 = 83 \Rightarrow \text{ответ}$$

$y_1 \geq 7 \quad 2^{y_1} - 19 > 90$

Значит при $y \geq 0 \quad y = \text{ответ}$ либо 50 либо 83

при $y = 50$

$$19 \cdot 2^x = 5 \cdot 95 \text{ нет подходящих } x$$

при $y = 83$

$$19 \cdot 2^x = (83 - 45)(83 + 45) = 38 \cdot 128 = 19 \cdot 2^8$$

$y = 83; x = 8 \text{ (при } y \geq 0)$

Значит при всех целых y :

Ответ: $(8; 83)$ и $(8; -83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6) $x^2 - 6x + a$ — парабола с ветвями вверх $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ее максимум при крайних x (максимальном или минимальном). Пусть $x^2 - 6x + a = P(x)$

Точки плоскости $x^2 + y^2 = a^2$ могут иметь абсциссу x от $-a$ до $+a$. Значит наибольшее значение $x^2 - 6x + a$ либо в точке a , либо в $-a$.

~~Взяв~~ $a^2 - 6a + a = 8$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -8 & \frac{5-\sqrt{57}}{2} & 1 & \frac{5+\sqrt{57}}{2} \end{array}$$

$$-a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$(a+8)(a-1) = 0$$

Значит a — либо $\frac{5+\sqrt{57}}{2}$ либо $\frac{5-\sqrt{57}}{2}$ либо -8 либо 1 .

При $a=1$

$$P(a) = -4 \Rightarrow a=1 \text{ подходит}$$

$$P(-a) = 8$$

При $a=-8$

$$P(-a) = 8$$

$$P(a) = 64 + 6 \cdot 8 - 8 = 104 \Rightarrow a = -8 \text{ не подходит.}$$

при $a = \frac{5+\sqrt{57}}{2}$

$$P(a) = 8 \stackrel{?}{=} a^2 - 6a + a = a^2 - 5a$$

$$P(-a) = a^2 + 7a, a > 0 \Rightarrow a^2 + 7a > a^2 - 5a$$

$\Downarrow$
при $a = \frac{5+\sqrt{57}}{2}$ 8 — не макс.
знач.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{при } a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < 0$$

$$P(a) = 8 = a^2 - 5a$$

$$P(-a) = a^2 + 7a, \quad a < 0 \Rightarrow a^2 + 7a < a^2 - 5a$$

$\Downarrow$
8 - наибольшее значение.

Ответ: ~~$a =$~~ либо $a = 1$
 ~~$a =$~~ либо $a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$



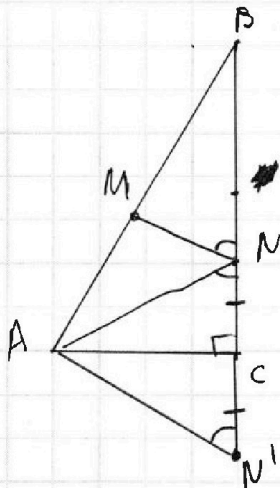
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

Угловым NC за точку C, получим N'

$$\frac{BN}{BM} = \frac{2NC}{MA} = \frac{NN'}{MA} \Rightarrow \text{по Т. о прот. отр.}$$

$$MN \parallel AN'$$

$$\angle AN'N = 80^\circ$$

~~Значит AC в $\triangle ANN'$ - медиана,~~

Значит $AN'N = ANC \Rightarrow \triangle ANN'$ - р/б. $\Rightarrow AC$ - высота

(ведь AC - медиана) $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ \Rightarrow \angle CAN = 10^\circ$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$.

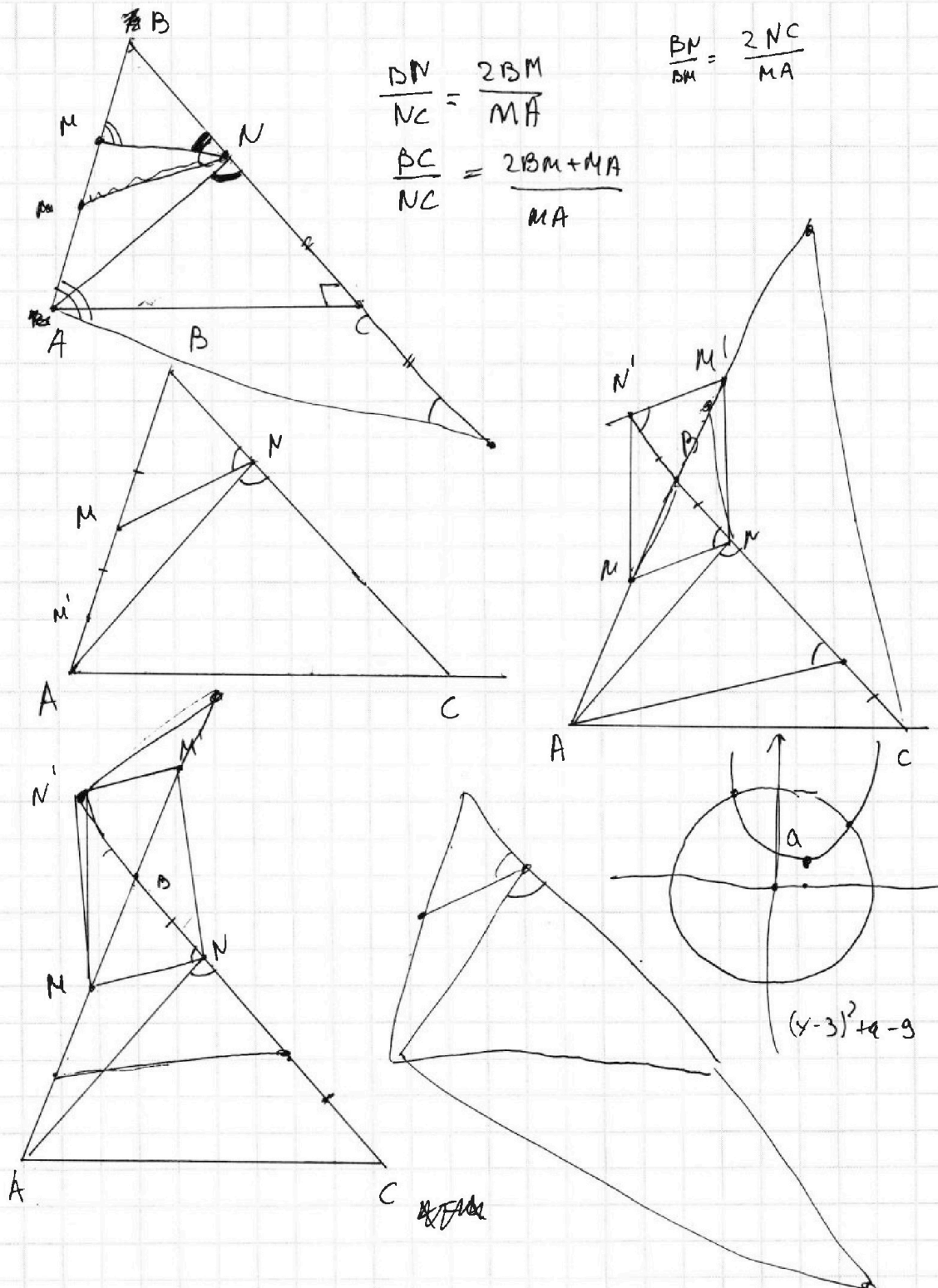


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



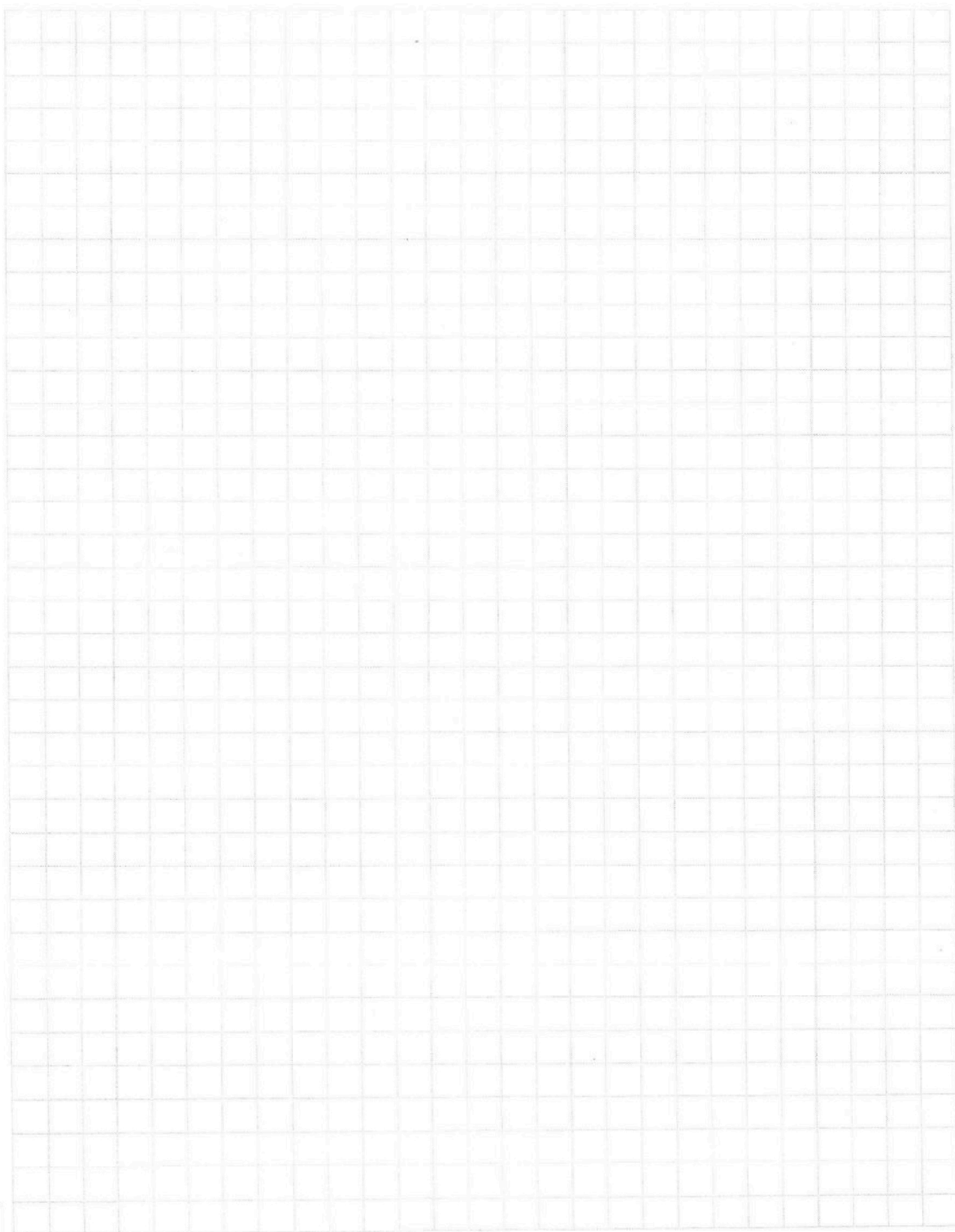


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$361 = 19^2$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2$$

$$3! = 6$$

$$4! = 24$$

$$5! = 120$$

$$6! = 720$$

$$7! = 5040$$

$$8! = 40320$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 720 \\ \hline 7 \\ 5040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 5040 \\ 8 \\ \hline 40320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5880118 \\ - 571180 \\ \hline 5308938 \end{array}$$

$$46080$$

$$n! \cdot (n+1)(n+2) = n! \cdot ((n+1)(n+3))$$

$$x^2 - 6x + a = 8$$

$$a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a = 25 + 32 = 57$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$(a+8)(a-1) = 0$$

$$0+1+4+4+1-10 \equiv 0$$

$$N:5 \Rightarrow N \geq 10$$

$$1000$$

$$1010$$

$$13^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2 + 17^2$$

$$12^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2$$

$$144 + 169 + 196 + 225 + 256$$

$$700 + 260 + 30 = 990$$

$$(30-2)(30-2) =$$

$$25^2 = 625$$

$$(25+1)(25+1) =$$

$$= 625 + 50 + 1$$

$$\begin{array}{r} \times 225 \\ 15 \\ \hline \end{array}$$

$$10. (225 + 112.5) = 2250 + 1125 = 3375$$

$$6750$$

$$22^2 + 23^2 + 24^2 + 25^2 + 26^2$$

$$1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55 + 7.5 + 9.5 + 11.5 \dots$$

$$5 + 15 + 35 + 55 + 75 + 95 \dots + n \cdot 5 = n^2 \cdot 5 + 5 =$$

$$= 5(n^2 + 1) = a^3$$

$$n^2 + 1 : 25$$

$$n^2 \equiv -1 \pmod{25}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-3)(x+1)$$

~~$$t+6 \geq |t+2x-1| + |7-2x|$$~~

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 19} \\ - 18 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$11 = y^2$$

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

$$(y-45)(y+45) = 19 \cdot 2^x$$

$$k(k+90) = 19 \cdot 2^x$$

$$k \cdot \frac{19}{2^x} = k+90$$

$$19k = 2^x k + 2^x 90$$

$$k(19-2^x) = 2^x 90$$

переворот

$$k \cdot 19 \cdot 2^x = k+90$$

$$k(19 \cdot 2^x - 1) = 90$$

$$(3; 4) (4; 3) (5; 0)$$

$$(-3; 4) (-4; 3) (-5; 0)$$

$$(3; -4) (4; -3) (0; 5)$$

$$(-3; -4) (-4; -3) (0; -5)$$

$$k \cdot \frac{2^x}{19} = k+90$$

$$k \cdot 2^x = 19k + 90 \cdot 19$$

$$k(2^x - 19) = 90 \cdot 19$$

переворот



4 16

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$(40+3)(40+3) = 1600 + 240 + 9 = 1849$$

$$(40+4)(40+4) = 1600 + 320 + 16 = 1936$$