



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $n = 36$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n!(1 + n+1 + n+2) = 2n!(n+2), \text{ тогда } 2n!(n+2) : 361, \\ 361 = 19^2 \Rightarrow 2n!(n+2) : 19^2, \Rightarrow n!(n+2) : 19^2 \text{ (т.к. 2 взаимно-просто с 19).}$$

При $n < 36$, ~~$V_{19}(n!) = 1$~~ т.к. $n! : 19$, ~~или $n! : 19^2$~~ , т.к. числа делящиеся на 19 встречаются раз за раз через 19, а $19 : 19$. Если $n < 19$, то $n! \not\equiv 0 \pmod{19}$, т.к. ~~нет~~ 19 простое и нет кратных ему меньше ер.

$V_{19}(n+2) \leq 1$, если $V_{19}(n+2) \geq 2 \Rightarrow n+2 \geq 361$, ~~и у нас есть~~ ~~на 2 верна при $n \leq 36$~~ , но тогда $n \geq 359$, но $359 \geq 36 \Rightarrow \Rightarrow$ можно не рассматривать.

$V_{19}(n!) \leq 1$, если $V_{19}(n!) \geq 2 \Rightarrow n \geq 38$, а $38 > 36 \Rightarrow \Rightarrow$ можно не рассматривать, тогда!

$$V_{19}(n!(n+2)) = \underbrace{V_{19}(n!)}_1 + \underbrace{V_{19}(n+2)}_1 \geq 2$$

$V_{19}(n+2) = 1$, если $n+2 : 19$, $\Rightarrow n = 17$
 $n = 36$.

при $n = 17 \Rightarrow n! : 19 \Rightarrow$ противоречие.
при $n = 36 \Rightarrow n! : 19 \Rightarrow$ Верно

Тогда доказано, что при ~~меньше~~ $n \leq 36$ нельзя \Rightarrow Ответ: 36.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем последовательные числа из задачи так:
 $n-2, n-1, n, n+1, n+2$.

Тогда:

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 5n^2 + 10.$$

Вычтем 10! $5n^2 + 10 - 10 = 5n^2$,

Тогда: $5n^2 = N^3$, где $N > 6$.

$V_5(N^3) \geq 1$ $V_5(N) : 3$

$V_5(5n^2) \geq 1 \Rightarrow V_5(5n^2) = V_5(5) + V_5(n^2) = 1 + V_5(n^2) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 1 + V_5(n^2) : 3$

1) Если $V_5(n^2) = 2 \Rightarrow 5^3 \left(\frac{N}{5^2}\right)^2 = x^2 \Rightarrow V_p(x^2) : 3 \Rightarrow$ т.к. $p \neq 1$ т.к.
 иначе $x^2 = 1 \Rightarrow N^3 = 5^3 \Rightarrow N < 6 \Rightarrow \min(p) = 2 \Rightarrow V_p(x^2) = V_p(x) + V_p(x) =$
 $= 2(V_p(x) : 3) \Rightarrow V_p(x) : 3 \Rightarrow \min(x) = 2^3 = 8 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \min(N^3) = 2^6 \cdot 5^3$

2) Если $V_5(n^2) > 2 \Rightarrow V_5 \min(V_5(n^2)) = 8$ т.к.
 $1 + V_5(n^2) : 3 \Rightarrow V_5(n^2) = 2V_5(n) = 8 \Rightarrow V_5(n) = 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \min(N^3) = 5^9$, но $5^9 > 2^6 \cdot 5^3$, заметим, что при увеличении
 $V_5(n^2)$ N^3 будет увеличиваться т.к. увеличивается $V_5(N^3) \Rightarrow$
 \Rightarrow дальнейшие нас не интересуют.

Ответ: $N = 2^2 \cdot 5 = 20$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3}, \text{ тогда } \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 0 \Rightarrow x^2-2x-3=0, \text{ при } x=-1 \left. \vphantom{x^2-2x-3=0} \right\} \Rightarrow x=3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \text{ } \neq \emptyset \Delta \mathbb{Z}: x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$ т.к. у параболы ветви вверх.

1). $x < 0, x < -1$

$$\sqrt{x^2-2x-3} = n, \Rightarrow |n+6| \geq |n+2x-1| + |7-2x|$$

$$n+6 \geq n+2x-1 \text{ т.к. } n \geq 0, 6 > 0$$

$$n \geq 7-2x \geq 0, \text{ т.к. } 7 > 0, -2x > 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+6 \geq |n+2x-1| + 7-2x;$$

$$\text{Пусть } n+2x-1 < 0. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \geq -n-2x+1+7-2x \Rightarrow 2n \geq 2-2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \geq 1-x \Rightarrow n \geq 0, 1-x \geq 0 \text{ т.к. } x < 0. \text{ } \neq 1 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n^2 \geq (1-x)^2 \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 1-2x+x^2 \Rightarrow -3 \geq 1 - \text{Противоречие.}$$

$$\text{Пусть } n+2x-1 \geq 0. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \geq n+2x-1+x-2x \Rightarrow \text{при подобии } x - \text{ верно. } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+2x-1 \geq 0 \Rightarrow n \geq 1-2x, 1-2x \geq 0 \text{ т.к. } 1 > 0, -2x > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n^2 \geq (1-2x)^2 \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 1-4x+4x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2-2x+4 \leq 0; D=4-4 \cdot 12 \Rightarrow D < 0. \text{ и ветви вверх } \Rightarrow$$

\Rightarrow нет решений.

2). $x \geq 3$.

$$n+2x-1 > 0 \text{ т.к. } n > 0, 2x-1 > 0. \Rightarrow$$

$$n+6 \geq n+2x-1+7-2x \Rightarrow 7-2x \geq |7-2x|$$

$$\text{Пусть } 7-2x \geq 0 \Rightarrow \text{Пусть } 7-2x < 0 \Rightarrow |7-2x| = -7+2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7-2x \geq 2x-7 \Rightarrow 14 \geq 4x \Rightarrow x \leq 3,5, \text{ но } 7-2x < 0 \Rightarrow x \geq 3,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Противоречие, } \Rightarrow \text{ } \neq 2x-7-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7-2x \geq 7+2x \Rightarrow x \in [3; 3,5].$$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$.



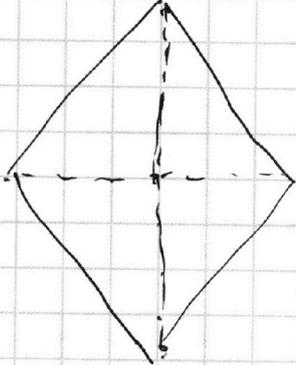
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

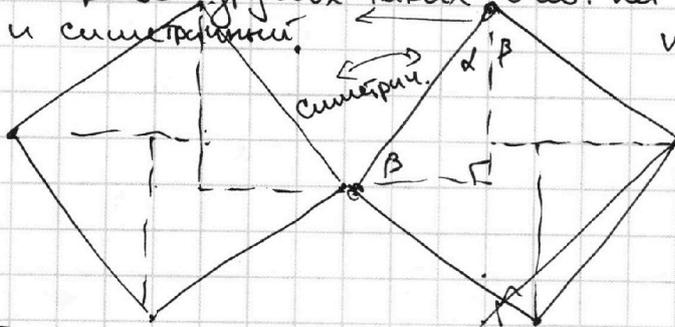
СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3). $(y, x) = (4, 3)$



н) Симметрично. $(y, x) = (4, 3)$ или $(3, 4)$, здесь получили квадрат. Т.к. $\alpha + \beta = 90^\circ$ других таких очев. нет т.к. у нас единственная ось симметрии.



и ~~С симметричной осью:~~

В Будем считать кавы каждого типа раздельно.

Будем считать кон-во верхних точек на которых можно построить фигуру.

2). Снизу должно остаться 6 кп, и влево и вправо по 4 \Rightarrow точка самая левая имеет координату $(5; 4)$, ~~самая~~ ^{левая} верхняя $(5; 50)$, самая правая нижняя $(45; 4)$ ~~самая~~ ^{правая} верхняя $(45; 50)$, заметим, что все точки в этом прямоугольнике ~~опр~~ этими точками допустимы, а никакие другие точки не допустимы \Rightarrow таких точек. сторона по x \Rightarrow там $46 - 5 + 1 = 42$ точек

по y $\Rightarrow 50 - 4 + 1 = 47$ точек $\Rightarrow 42 \cdot 47 = 1974$ точек.

Левая Верхняя = ПБ

Правая Верхняя = ПВ

Левая Нижняя = ЛН

Правая Нижняя = ПН

44
42 * 47 = 1974

3). Аналогично разделим допустимые ПНТ точки.

~~ПБ~~ $(4; 50)$, ~~ЛН~~ $(4; 5)$, ~~ПВ~~ $(45; 50)$, ~~ПН~~ $(45; 4)$. Тогда
по x там: $47 - 4 + 1 = 44$ точек, по y там: $50 - 5 + 1 = 46$ точек.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

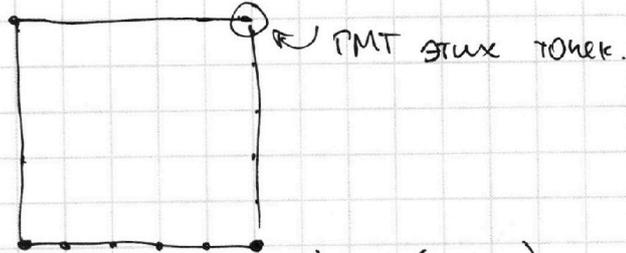
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3). Заметим, что если мы повернем наш ~~изучающийся~~ нашу плоскость, то вид 2) \rightarrow 3) \Rightarrow ково 2) = 3). \Rightarrow
 $\Rightarrow 42 \cdot 44$

1). Будем считать

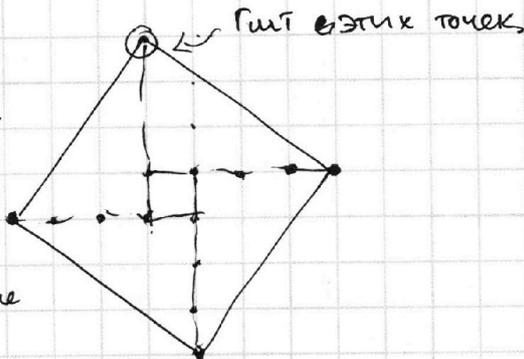


$ЛН(6;6)$, $ЛВ(6;50)$, $ЛН(42;50;6)$, $ЛВ(50;50)$. Тогда их ГМТ.
по x : $50-6+1=55$, по y : $50-6+1=55$ точек \Rightarrow их ГМТ = кв. 55×55 точек.

4). Будем считать
Заметим, что при переводе плоскости



\Rightarrow $\sqrt{11}$ у нас такие перейдут в симметричные или \Rightarrow просто удвоим.



$ЛН(4;8)$; $ЛВ(4;50)$, $ЛН(46;8)$, $ЛВ(46;50)$, тогда их ГМТ приложат со стороны по x : $46-4+1=43$, по y : $50-8+1=43$. \Rightarrow
 \Rightarrow их ГМТ = $43 \times 43 \cdot 2$ тк. есть асимметричные. Там площадь провернем и они совпадут. \Rightarrow

Каким будет наша сумма всех ГМТ: $43 \times 43 \cdot 2 + 55 \cdot 55 + 42 \cdot 44 \cdot 2 = 10419$



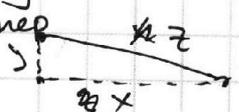
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

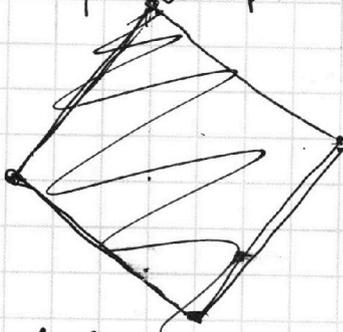
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Измерим длину произвольного отрезка с целочисленными координатами по теореме Пифагора. Если отрезок совпадает с осью Ox и Oy этого срежем параллельно нашей плоскости разобьем на клеточки. Тогда для любого отрезка (если он совпадает с осью сетки, то катеты равны 0 и 5) можно допустить его до прямоугольного треугольника, где наш отрезок будет гипотенузой.

Пример  тогда $z = \sqrt{y^2 - x^2}$, но y и z $z=5$

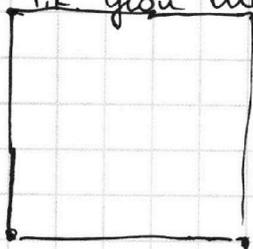
$\Rightarrow y^2 - x^2 = 25$, заметим, y и z - целые числа т.к. координаты все целочисленные тогда все возможные пары y, z $\Rightarrow (0,5), (3,4)$ т.к. $2^2 + z^2 \neq 25$, $1 + y^2 \neq 25$

Тогда пусть нарисуем ромбы со стороной 5,

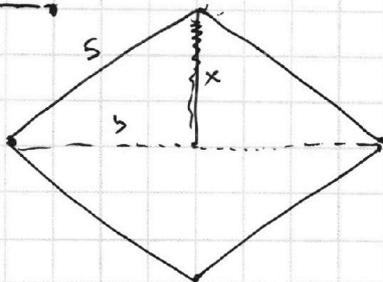


Рассмотрим всевозможные ромбы, если

1). $(y, z) = (0,5)$ (относительно до перестановки естественно), тогда y и z \perp способ т.к. угол между двумя такими отрезками равен 90° , а квадрат может быть только 1.



2). $(y, z) = (3,4)$ тогда





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$, заметим, что 19 может входить в разложение на простые только у одной скобочки \Rightarrow одно из скобочек - это степень 19.

1) $y+45 = 2^l$, $y-45 = 2^l - 90 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 19 \cdot 2^x = 2^l(2^l - 90) \Rightarrow 19 \cdot 2^{x-l} = 2^l - 90$, пусть $x-l = n \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2^n \cdot 19 = 2^l - 90 \Rightarrow 90 = 2^l(2^{-n} - 19)$, тогда 2^{2n} по $n=1$
 т.к. $V_2(90) = 1$, а $2^{l-n} - 19 \neq 2$ т.к. 2 - чет. 19 - нечет. ($l-n$ - очевидно > 1)
 т.к. иначе $2^{l-n} - 19 < 0$ ($90 > 0$) \Rightarrow Противоречие т.к. $90 > 0$.
 $\Rightarrow 45 = 2^{l-n} - 19 \Rightarrow 64 = 2^{l-n} \Rightarrow l-n = 6 \Rightarrow y+45 = 2^7 = 128 \Rightarrow y = 83$
 $\Rightarrow y-45 = 38 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = 38 \cdot 128 = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x = 8$
 Тогда получается $(8, 83)$. (Если $n > l \Rightarrow 2^n \cdot 19 > 2^l - 90$ т.к. $2^n > 2^l$
 поэтому не рассматриваем)

2) $y-45 = 2^l \Rightarrow y+45 = 2^l + 90 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 19 \cdot 2^x = 2^l(2^l + 90) \Rightarrow 19 \cdot 2^{x-l} = 2^l + 90$, пусть $x-l = n \Rightarrow$
 $\Rightarrow 19 \cdot 2^n = 2^l + 90 \Rightarrow$

а) $l \geq n \Rightarrow 2^n(2^{l-n} + 19) = 90 \Rightarrow$ т.к. $n \leq 1$ т.к.

$V_2(90) = 1 \Rightarrow A$

• $n \leq 1 \Rightarrow 19 - 2^{l-n} = 45$, но $19 - 2^{l-n} < 45$ т.к. $2^{l-n} > 0$, $19 < 45$.

• $n < 1 \Rightarrow 19 - 2^{l-n} = 90$, что неверно по аналогии \rightarrow

б) $l < n \Rightarrow 2^l(19 - 2^{n-l}) = 90$

тут получаются те же случаи, что и в а) \Rightarrow не работай (крась не l меньше не вставляем)

Тогда Ответ: $(8, 83)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Задание~~ Пусть $x_1^2 - 6x_1 + a = 8$, тогда $x^2 + y^2 = a^2$, пусть $y = 8$, тогда $x = x_1 \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 + 64 = a^2 \\ x_1^2 - 6x_1 + a = 8 \end{cases} \Rightarrow$ теперь найдем a .

$$x_1^2 = 8 + 6x_1 - a \Rightarrow 72 + 6x_1 - a = a^2 \Rightarrow 6(12 + x_1) = a^2 - a \Rightarrow \\ \Rightarrow x_1 = \frac{a^2 - a - 72}{6}$$

$$\frac{(a^2 - a - 72)^2}{36} + 64 = a^2 \Rightarrow 36(a^2 - a - 72)^2 + 64 \cdot 36 = 36a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64 + 36 = 36(a^2 - a - 72)(a^2 - a - 72) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64 + 36 = 36a^2 - (a^2 - a - 72)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (6a - a^2 + a + 72)(6a + a^2 - a - 72) = 64 \cdot 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (-a^2 + 7a + 72)(5a + a^2 - 72) = 64 \cdot 36 \Rightarrow$$

\Rightarrow



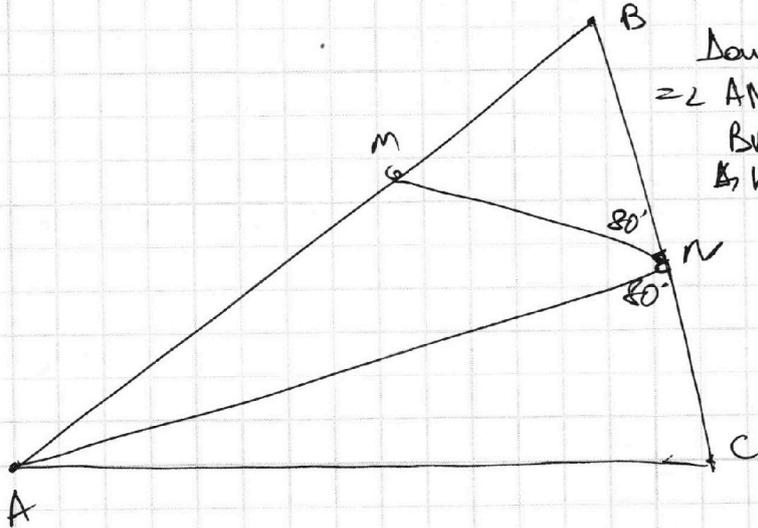
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

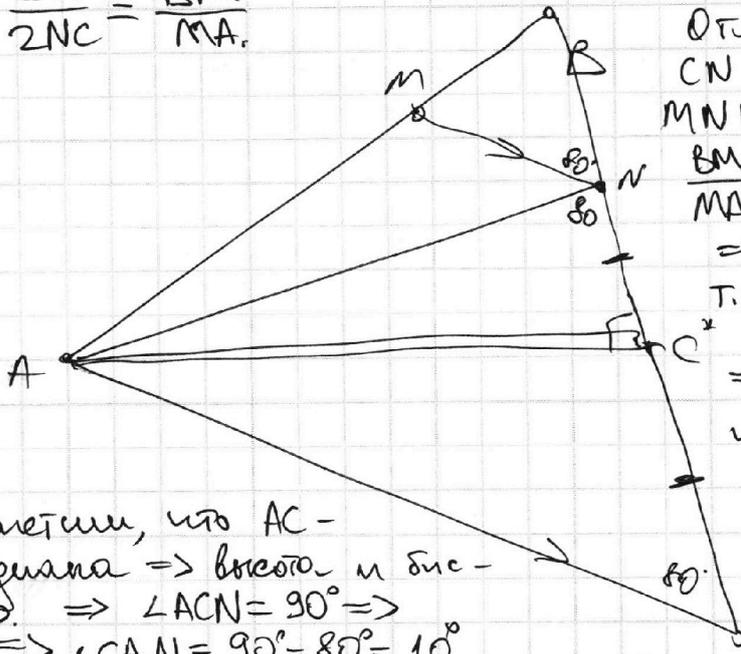
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\angle ANB = \angle BNM = 80^\circ$,
 $\angle ANC$,
 $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$
 Найти: $\angle CAN$ - ?

Решение: $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$



Отложим $CN = CN'$, тогда $MN \parallel AN'$ т.к.

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{N'N'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AN'B = 80^\circ$$

т.к. $AN'' \perp BC$ при

$$\angle AN''N = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle ANN' - \text{равноб}$$

$$\text{по признаку } \angle AN'N = \angle ANN' = 80^\circ$$

Саметим, что AC -
 медиана \Rightarrow высота и бис-
 сектр. $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle CAN = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$.

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

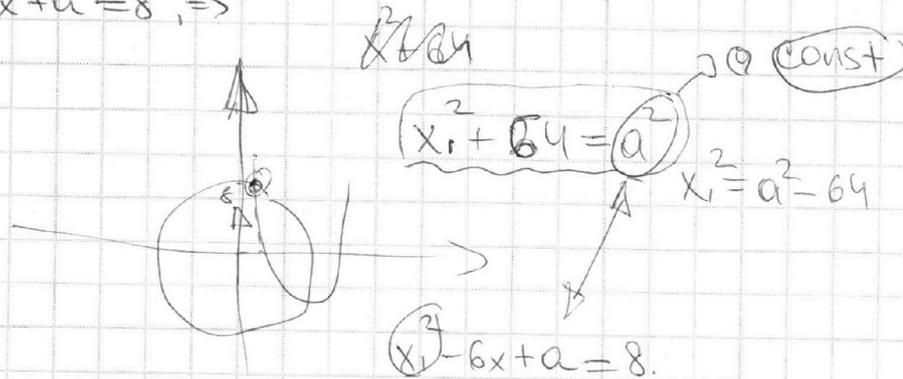
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2 \rightarrow x^2 - 6x + a = 8$$

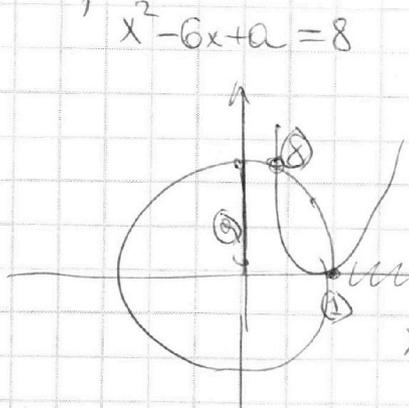
$$x^2 - 6x + a = 8; \Rightarrow$$



$$x^2 - 6x + a = 8$$

$$a^2 - 64 - 6x + a = 8$$

$$x^2 + y^2 = a^2; \quad x^2 - 6x + a = 8$$



$$x^2 + 64 = a^2$$

$$(x^2 - 6x + a) = 8$$

$$x + 64 = a^2$$

$$x^2 - 6x^2 + a = 8$$

$$x^2 + 36x^2 + a^2 - 12x^3 - 12xa + 2x^2a + x^2$$

$$a - 64 = 8 - a + 6x$$

$$a(a+1) = 6(x+12)$$

$$a^2 + a - 72 = 6x$$

$$\frac{a(a+1)}{6} = x + 12$$

$$a(a+1) = 6(x+12)$$

$$\frac{a(a+1) - 72}{6} = x$$

$$\frac{a^2 + a - 72}{6} = x$$

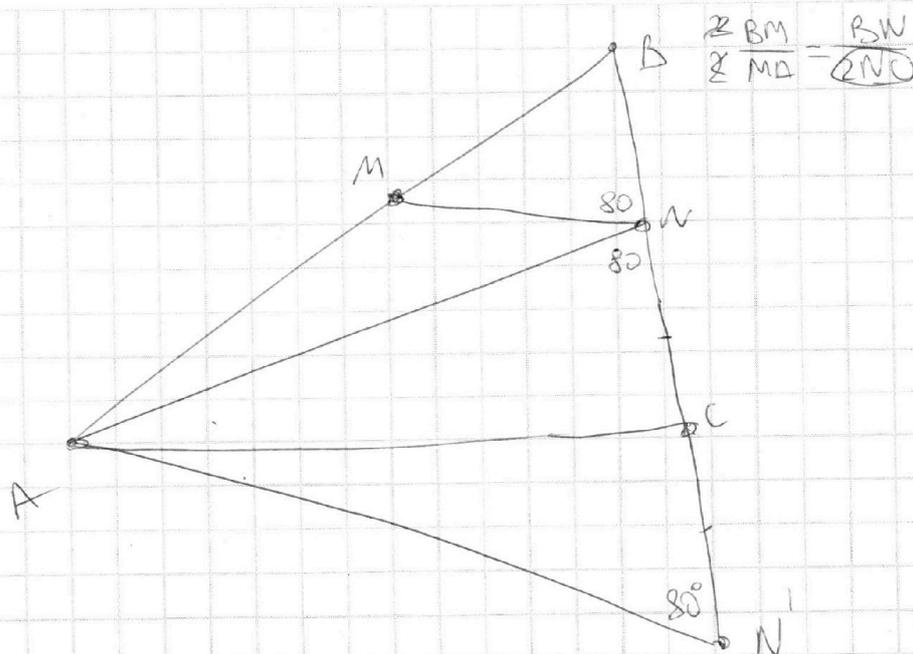


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{MB+MX}{MA-MX} = \frac{2BM}{MA}$

$\frac{MB}{MC} = \frac{2MB}{MA}$

$MB+MX = 2BM$

$\frac{MB+MX}{MA-MX} = \frac{2BM}{MA}$

$MX \cdot MA = BM \cdot MA - 2BM \cdot MX$

$\Rightarrow (MB+MX)MA = (2BM - MX) \cdot 2BM$

$MB + M \cdot MB \cdot MA + MX \cdot MA = 2BM \cdot MA - 2BM \cdot MX$

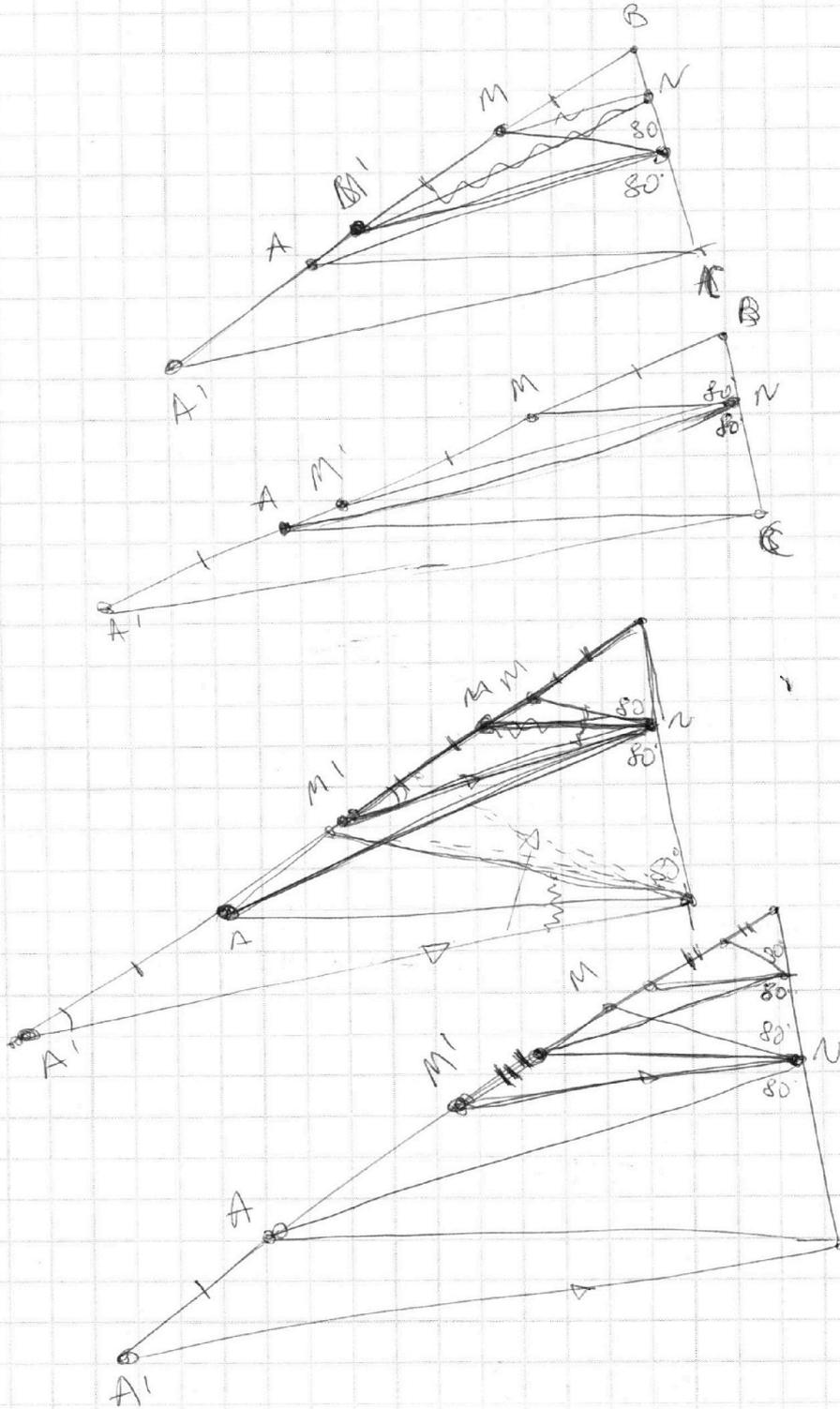


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



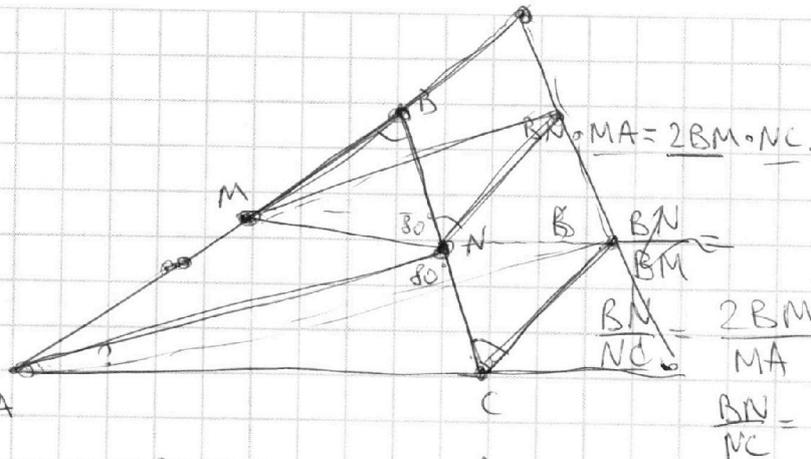


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

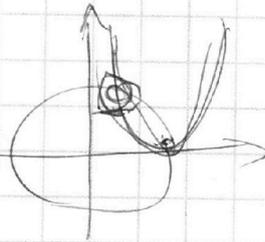
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + y^2 = a^2$$

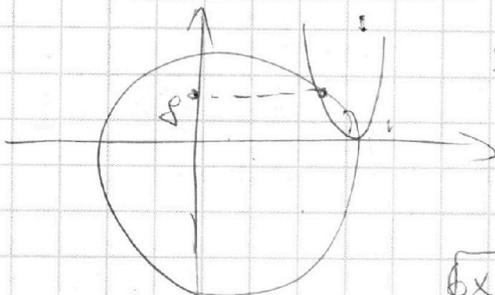


$$x^2 - 6x + a = 8 \Rightarrow$$

$$a = (8 - x^2 + 6x)^2 = 64 + x^4 + 36x^2 - 16x^2 + 96x - 12x^3 = x^4 + 24x^2 + 96x - 12x^3$$

$$x^4 + 24x^2 + 96x - 12x^3 = 0$$

$$x^4 + 19x^2 + 96x - 12x^3 = 0$$



$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 + 6x + a = 8 - 6x + 6x$$

$$8 + 6x - a + 64 = a^2$$

$$\Rightarrow 6x + 72 - a = a^2$$

$$6(x + 12) = a^2$$

$$x^2 - 6x + \sqrt{x^2 + y^2} = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x - 8 = -\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1 + 24(x+12)}}{2} = a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

① $n! + (n+1)! + (n+2)! = 361 \Rightarrow$

$n!(1 + n + 1 + n + 2) = n!(2n + 4) \Rightarrow 2n!(n+2)$
 $361 \Rightarrow 6$

3 3 6 1 ~~8 8~~ ~~11 13 17~~

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 7} \\ 28 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 13} \\ 26 \\ \hline 101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 17} \\ 39 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 19} \\ 19 \\ \hline 141 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \cdot 19 \\ \hline 1781 \\ \hline 99 \\ \hline 361 \end{array}$$

$361 = 19^2$

② $(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 =$

$n^2 - 4n + 4 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4$

$5n^2 + 10 = 5n^3 = N^3 \Rightarrow 5n = N^3$

$2 \rightarrow 3$

⑧

$5 \times 5 \times 5$

~~566668~~

$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$

$4+6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|, x^2-2x-3 \geq 0 \rightarrow$

$n+6 \geq n+6 \Rightarrow$
 $(3n-1) \uparrow \quad (3n-1) \downarrow \quad 4+12 \quad \oplus$

$n+6 \geq -n-2x+1 + |7-2x| \quad 2x^2-4x-6 \geq 16x^2$

$2n+8 \geq -2x+7-2x$

$2n \geq -4x \quad 4x^2-7x-3 \geq 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

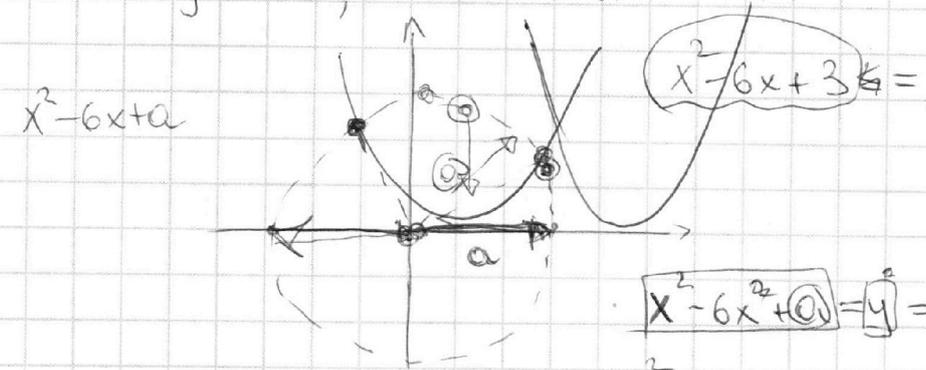
~~19 \cdot 2^x + 30~~ ~~19 \cdot 2^x + 145~~ $\Rightarrow 19 \cdot 2^x + 145 = y^2 \Rightarrow$

\Rightarrow $\frac{19 \cdot 2^x}{8} + \frac{145}{8} = \frac{y^2}{8} \Rightarrow$
 $19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$
 ① \rightarrow Чётная степень

$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$
 $2^9 - 90 = 19 \cdot 2^p$

$2^9 - 90 = 19 \cdot 2^p$
 $2^k(1+2^k) = 19$
 $2^k(2^k - 19) = 90$
 $2^k - 19 = 45$
 $2^k = 64$

$x^2 + y^2 = a^2$, $x^2 - 6x + a \leq 8$



$x^2 - 6x + a = y^2 \Rightarrow$
 $x^2 - 6x + a = 8$
 $x^2 + 64 = a^2$
 $x^2 = a^2 - 64$

$a^2 - 64 - 6\sqrt{a^2 - 64} + a = 8 \Rightarrow$

$(a^2 + a - 72)^2 = (6\sqrt{a^2 - 64})^2$
 $a^4 + a^2 + 72^2 + 2a^3 - 72 \cdot 2a^2 - 72 \cdot 2a = 36(a^2 - 64) = 36a^2 - 36 \cdot 64$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

①

②

③

2

1

1 2

0

0

1 0

1 4 4 5 1 4 8 4 9 5 0

1 2 3 4 5 5 4 5

4 6 1 1 7 1 6 4 5 5 0

1 2 3

9

8

7

6

5

4

3

2

1

8 4

4 4

3 3 6

3 3 6

3 6 9 6

3 6 9

3 6 9

7 3 9

3 0 2

1 0 4 1

9

8

7

6

5

4

3

2

1

4 3

8 6

2 5 8

3 9 4

3 6 9 8

5 5

5 5

2 7 5

2 7 5

3 0 2 5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC.$

$\frac{MA \cdot BN}{AC} = \frac{BA \cdot BM}{AC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{MA}{NC} = \frac{2BM}{BN}$