



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $n = 36$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n!(1 + n + n+2) = 2n!(n+2), \text{ тогда } 2n!(n+2) : 361, \\ 361 = 19^2 \Rightarrow 2n!(n+2) : 19^2, \Rightarrow n!(n+2) : 19^2 \text{ (т.к. 2 взаимно-просто с 19).}$$

При $n < 36$, $V_{19}(n!) = 1$ т.к. $n! : 19$, ~~и $n! : 19^2$, т.к.~~
числа делющиеся на 19 встречаются раз через 19, а $19 : 19$.
если $n < 19$, то $n! \not\equiv 0 \pmod{19}$, т.к. ~~19 простое и нет кратных ему~~
меньше еср.

$V_{19}(n+2) \leq 1$, если $V_{19}(n+2) \geq 2 \Rightarrow n+2 \geq 361$, ~~а $n+2 \geq 361$~~
~~но $n \geq 359$ при $n \leq 36$~~ , но тогда $n \geq 359$, но $359 \geq 36 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ можно не рассматривать.

$V_{19}(n!) \leq 1$, если $V_{19}(n!) \geq 2 \Rightarrow n \geq 38$, а $38 > 36 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ можно не рассматривать, тогда!

$$V_{19}(n!(n+2)) = V_{19}(n!) + V_{19}(n+2) \geq 2$$

$\nwarrow \quad \nearrow$
 $1 \quad 1$

$$V_{19}(n+2) = 1, \text{ если } n+2 : 19, \Rightarrow n = 17 \\ n = 36.$$

при $n = 17 \Rightarrow n! : 19 \Rightarrow$ противоречие.
при $n = 36 \Rightarrow n! : 19 \Rightarrow$ Верно

Тогда доказано, что при ~~меньше~~ $n \leq 36$ нельзя $\Rightarrow$ Ответ: 36.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем последовательные числа из задачи так:

$n-2, n-1, n, n+1, n+2$.

Тогда:

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 5n^2 + 10.$$

Вычтем 10: $5n^2 + 10 - 10 = 5n^2$,

Тогда:

$$5n^2 = N^3, \text{ где } N > 6.$$

$$V_5(N^3) \geq 1, \quad V_5(N) : 3$$

$$V_5(5n^2) \geq 1, \Rightarrow V_5(5n^2) = V_5(5) + V_5(n^2) = 1 + V_5(n^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + V_5(n^2) : 3.$$

1. Если $V_5(n^2) = 2 \Rightarrow 5^3 \left(\frac{N^3}{5^2}\right) \quad V_p(x^2) : 3 \Rightarrow \text{так как } p \neq 1 \text{ т.к.}$
 имеем $x^2 = 1 \Rightarrow N^3 = 5^3 \Rightarrow N < 6 \Rightarrow \min(p) = 2 \Rightarrow V_p(x^2) = V_p(x) + V_p(x) =$
 $= 2(V_p(x) \neq 3) \Rightarrow V_p(x) : 3 \Rightarrow \min(x) = 2^3 = 8 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \min(N^3) = 2^6 \cdot 5^3$

2. Если $V_5(n^2) \geq 2 \Rightarrow \min(V_5(n^2)) = 8$ т.к.
 $1 + V_5(n^2) : 3 \Rightarrow V_5(n^2) = 2V_5(n) = 8 \Rightarrow V_5(n) = 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \min(N^3) = 5^9$, но $5^9 > 2^6 \cdot 5^3$, заметим, что при увеличении
 $V_5(n^2)$ N^3 будет увеличиваться т.к. увеличивается $V_5(N^3) \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ дальнейшие нас не интересуют.

$$\text{Ответ: } N = 2^2 \cdot 5 = 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3}, \text{ где } \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 0 \Rightarrow x^2-2x-3=0, \text{ при } x=-1 \mid \Rightarrow x=3 \mid \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{ } \neq \emptyset \Delta 3: x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty). \quad \nearrow \text{ т.к. у параболы ветви вверх.}$$

1). $x \leq 0, x \leq -1$

$$\sqrt{x^2-2x-3} = n, \Rightarrow |n+6| \geq |n+2x-1| + |7-2x|$$

$$n+6 \geq n+2x-1 \text{ т.к. } n \geq 0, 6 > 0$$

$$n \geq 7-2x \geq 0, \text{ т.к. } 7 > 0, -2x > 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+6 \geq |n+2x-1| + |7-2x|;$$

$$\text{Пусть } n+2x-1 \leq 0. \Rightarrow 1$$

$$\Rightarrow n \geq -n-2x+1+1-2x \Rightarrow 2n \geq 2-2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \geq 1-x \Rightarrow n \geq 0, 1-x \geq 0 \text{ т.к. } x < 0. \text{ } 1 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n^2 \geq (1-x)^2 \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 1-2x+x^2 \Rightarrow -3 \geq 1 - \text{Противоречие.}$$

$$\text{Пусть } n+2x-1 \geq 0. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \geq n+2x-1+x-2x \Rightarrow \text{при подобии } x - \text{верно.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+2x-1 \geq 0 \Rightarrow n \geq 1-2x, 1-2x \geq 0 \text{ т.к. } 1 > 0, -2x > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n^2 \geq (1-2x)^2 \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 1-4x+4x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2-2x+4 \leq 0; D=4-4 \cdot 12 \Rightarrow D < 0. \text{ и ветви вверх } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{нет решений.}$$

2). $x \geq 3$.

$$n+2x-1 > 0 \text{ т.к. } n > 0, 2x-1 > 0. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+6 \geq n+2x-1+|7-2x| \Rightarrow 7-2x \geq |7-2x|$$

$$\text{Пусть } 7-2x \geq 0. \Rightarrow \text{Пусть } 7-2x < 0 \Rightarrow |7-2x| = -7+2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7-2x \geq 2x-7 \Rightarrow 14 \geq 4x \Rightarrow x \leq 3,5, \text{ но } 7-2x < 0 \Rightarrow x > 3,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Противоречие, } \Rightarrow 7-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7-2x \geq 7-2x \Rightarrow x \in [3; 3,5].$$

$$\text{Ответ: } x \in [3; 3,5].$$



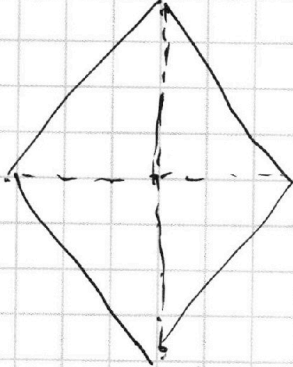
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

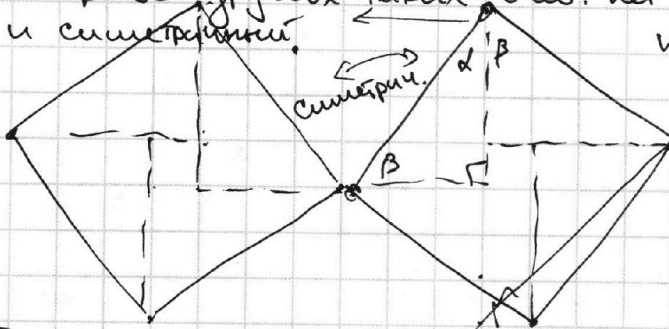
СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3). $(y, x) = (4, 3)$



н) Симметрично. $(y, x) = (4, 3)$ или $(3, 4)$, здесь получились квадраты. Т.к. $\alpha + \beta = 90^\circ$ других таких очев. нет т.к. у нас единственная ось симметрии.



и ~~с симметричной осью~~

Будем считать каково каждого типа раздельно.

Будем считать кол-во вершин точек на которых можно построить фигуру.

2). Снизу должно оставаться 6 кп, и влево и вправо по 4 $\Rightarrow$ точка самая левая имеет координату $(5; 4)$, ~~самая~~ левая верхняя $(5; 50)$, самая правая нижняя $(45; 4)$ ~~самая~~ правая верхняя $(45; 50)$, заметим, что все точки в этом прямоугольнике окр. этими точками допустимы, а никакие другие точки не допустимы $\Rightarrow$ таких точек. сторона по $x \Rightarrow$ там $45 - 5 + 1 = 41$ точек

по $y \Rightarrow 50 - 4 + 1 = 47$ точек $\Rightarrow$ всего 41 * 47 = 1927 точек.

левая верхняя = ЛВ

правая верхняя = ПВ

левая нижняя = ЛН

правая нижняя = ПН

3). Аналогично разделим допустимые ГЛТ точки:

~~ЛВ~~ $(4; 50)$, ~~ЛН~~ $(4; 5)$, ~~ПВ~~ $(45; 50)$, ~~ПН~~ $(45; 4)$. Тогда по x там: $47 - 4 + 1 = 44$ точек, по y там: $50 - 5 + 1 = 46$ точек.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

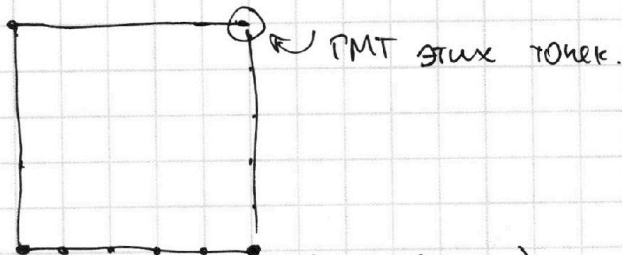
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3). Заметим, что если мы повернем наш изогнутый нашу плоскость, то вид $2) \rightarrow 3) \Rightarrow$ комбо $2) = 3) \Rightarrow \Rightarrow 42 \cdot 44$

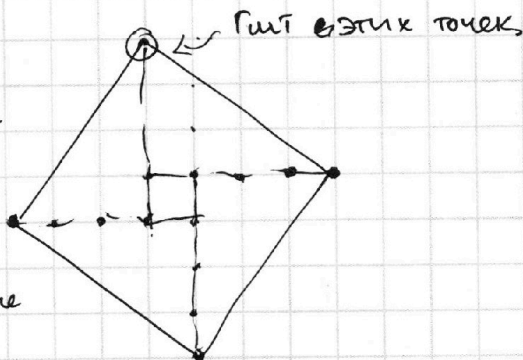
1). Будем считать



$ЛН(6;6)$, $ЛВ(6;50)$, $ПН(42;50;6)$, $ПВ(50;50)$. Тогда их ГМТ. $\Rightarrow x: 50-6+1=55$, $y: 50-6+1=55$ точек $\Rightarrow$ их ГМТ = кв. 55×55 точек.

4). Будем считать
Заметим, что при переводе плоскости

$\Rightarrow$ у нас такие перейдут в симметричные или $\Rightarrow$ просто удвоили.



$ЛН(4;8)$, $ЛВ(4;50)$, $ПН(46;8)$, $ПВ(46;50)$, тогда их ГМТ примут со стороны по $x: 46-4+1=43$, $y: 50-8+1=43 \Rightarrow$ $\Rightarrow$ их ГМТ = $43 \times 43 \cdot 2$ тк. есть симметричные. Там площадь проверим и они совпадут. $\Rightarrow$

Каким будет наша сумма всех ГМТ: $43 \times 43 \cdot 2 + 55 \cdot 55 + 42 \cdot 44 \cdot 2 = 10419$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

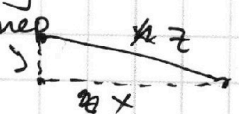
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

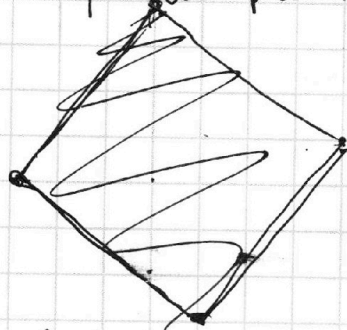
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Измерим длину произвольного отрезка с целочисленными координатами по теореме Пифагора. Если отрезок совпадает с осью, то его длина равна разности координат. Если же отрезок не совпадает с осью, то его можно разбить на катеты, тогда для любого отрезка (если он совпадает с осью, то катеты равны 0 и 0) можно допустить, что его можно представить в виде гипотенузы, где наш отрезок будет гипотенузой.

Пример:  тогда $z = \sqrt{y^2 + x^2}$, но y и $z = 5 \Rightarrow$

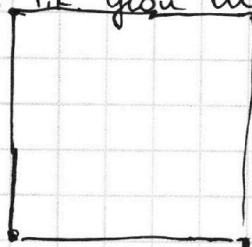
$\Rightarrow y^2 + x^2 = 25$, значит, y и z - целые числа т.к. координаты все целочисленные, тогда все возможные пары y, z - это $(0, 5), (3, 4)$ т.к. $2^2 + 3^2 \neq 25$, $1^2 + 4^2 \neq 25$.

Тогда пусть нарисуем ромбы со стороной 5,

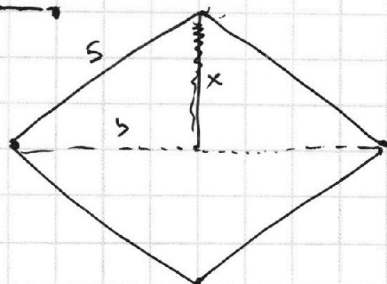


Рассмотрим всевозможные ромбы, если

1). $(y, z) = (0, 5)$ (относительно до перестановки естественно), тогда y и z - 1 способ т.к. угол между двумя такими отрезками равен 90° , а квадрат может быть только 1.



2). $(y, z) = (3, 4)$ тогда





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$, заметим, что 19 может входить в разложение на простые только у одной скобочки $\Rightarrow$ одна из скобочек — это степень 19.

1). $y+45 = 2^l$, $y-45 = 2^{l-90} \Rightarrow$

$\Rightarrow 19 \cdot 2^x = 2^l(2^{l-90}) \Rightarrow 19 \cdot 2^{(x-l)} = 2^{l-90}$, пусть $x-l = n \Rightarrow$

$\Rightarrow 2^n \cdot 19 = 2^{l-90} \Rightarrow 90 = 2^l(2^{-n}-19)$, тогда 2^n по $n=1$

т.к. $V_2(90)=1$, а $2^{l-n}-19 \neq 2$ т.к. 2 — чет. 19 — нечет. ($l-n$ — очевидно > 1).

т.к. иначе $2^{l-n}-19 < 0$ (т.к. $90 > 0$). $\Rightarrow$ Противоречие т.к. $90 > 0$.

$\Rightarrow 45 = 2^{l-n}-19 \Rightarrow 64 = 2^{l-1} \Rightarrow l=7 \Rightarrow y+45 = 2^7 = 128 \Rightarrow y=83 \Rightarrow$

$\Rightarrow y-45=38 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = 38 \cdot 128 = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x=8$

Тогда получается $(8, 83)$. (Если $n > l \Rightarrow 2^n \cdot 19 > 2^{l-90}$ т.к. $2^n > 2^l$ поэтому не рассматриваем)

2) $y-45 = 2^l \Rightarrow y+45 = 2^l + 90 \Rightarrow$

$\Rightarrow 19 \cdot 2^x = 2^l(2^l + 90) \Rightarrow 19 \cdot 2^{x-l} = 2^l + 90$, пусть $x-l = n \Rightarrow$

$\Rightarrow 19 \cdot 2^n = 2^l + 90 \Rightarrow$

а). $l \geq n \Rightarrow 2^n(2^{l-n} + 19) = 90 \Rightarrow$ т.к. $n \leq 1$ т.к.

$V_2(90)=1 \Rightarrow A$

• $n \leq 1 \Rightarrow 19 - 2^{l-n} = 45$, но $19 - 2^{l-n} < 45$ т.к. $2^{l-n} > 0$, $19 < 45$.

• $n < 1 \Rightarrow 19 - 2^{l-n} = 90$, что неверно по аналогии.

б). $l < n \Rightarrow 2^l(19 - 2^{n-l}) = 90$

тут получаются те же случаи, что и в а) $\Rightarrow$ не работает (просто не хватает местами)

Тогда Ответ: $(8, 83)$.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Задание~~ Пусть $x_1^2 - 6x_1 + a = 8$, тогда $x^2 + y^2 = a^2$, пусть $y = 8$, тогда $x = x_1 \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 + 64 = a^2 \\ x_1^2 - 6x_1 + a = 8 \end{cases} \Rightarrow$ теперь найдем a .

$$x_1^2 = 8 + 6x_1 - a \Rightarrow 72 + 6x_1 - a = a^2 \Rightarrow 6(12 + x_1) = a^2 - a \Rightarrow \\ \Rightarrow x_1 = \frac{a^2 - a - 72}{6}$$

$$\frac{(a^2 - a - 72)^2}{36} + 64 = a^2 \Rightarrow 36(a^2 - a - 72)^2 + 64 \times 36 = 36a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64 \times 36 = 36(a^2 - a - 72)(a^2 - a - 72) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64 \times 36 = 36a^2 - (a^2 - a - 72)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (6a - a^2 + a + 72)(6a + a^2 - a - 72) = 64 \times 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (-a^2 + 7a + 72)(5a + a^2 - 72) = 64 \times 36 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$



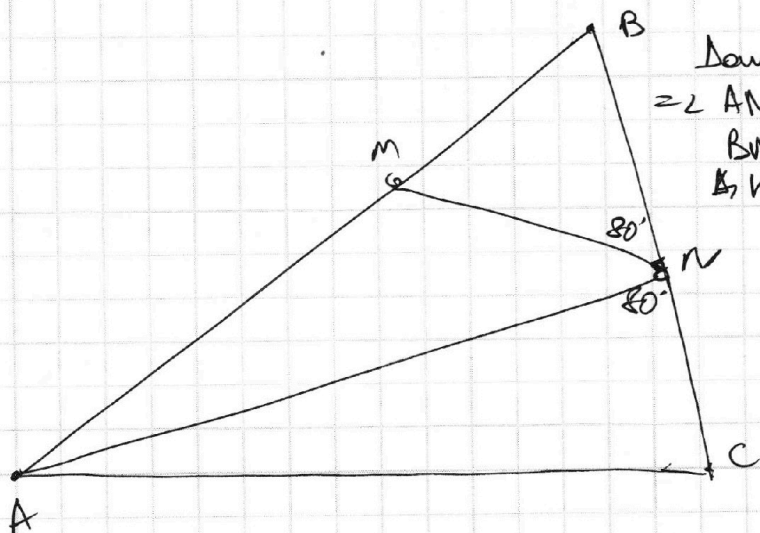
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

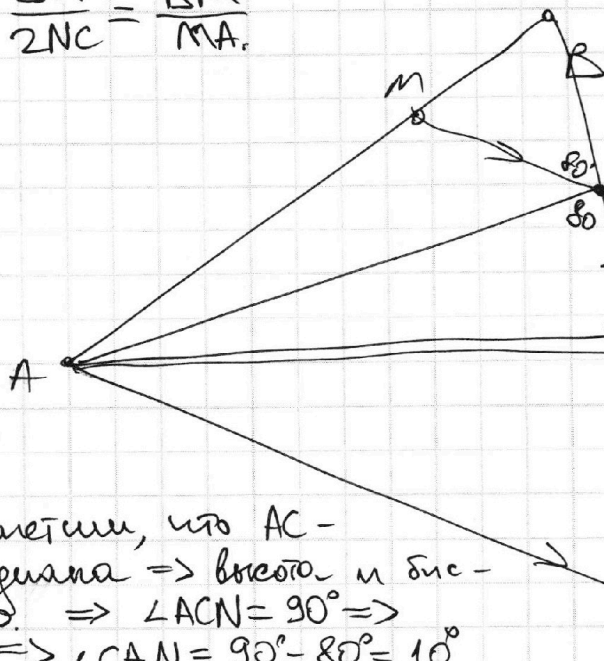
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\angle BNM = 80^\circ$, $\angle ANM = 80^\circ$,
 $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$,
 Найти: $\angle CAN$ - ?

Решение: $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$



Отложим $CN = CN'$, тогда $MN \parallel AN'$ т.к.

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NN'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AN'B = 80^\circ$$

т.к. $AN' \parallel MN$ и $AN' \parallel MN$.

$$\Rightarrow \triangle ANN' - \text{равноб}$$

по признаку

$$\angle AN'N = \angle ANN' \Rightarrow$$

$$\angle AN'N = \angle ANN' \Rightarrow$$

Саметим, что AC -
 медиана $\Rightarrow$ высота и бис-
 сектр. $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle CAN = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$.

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$.



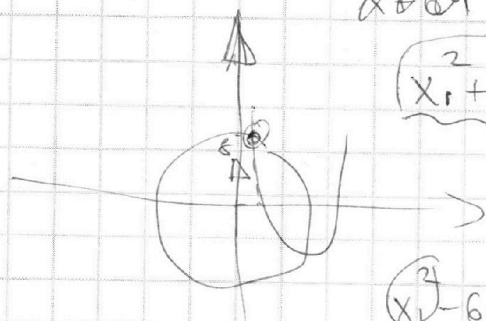
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2 \rightarrow x^2 - 6x + a = 8$$
$$x^2 - 6x + a = 8; \Rightarrow$$



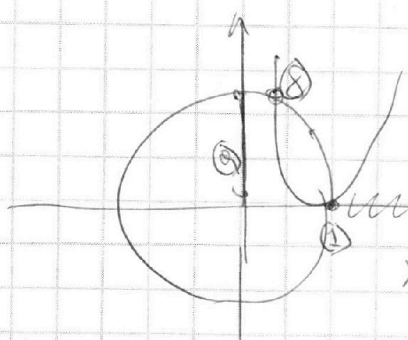
~~$x^2 + 64$~~

$$x_1^2 + 64 = a^2 \rightarrow \text{const}$$
$$x_1^2 = a^2 - 64$$

$$(x_1)^2 - 6x + a = 8$$

$$a^2 - 64 - 6x + a = 8$$

$$x^2 + y^2 = a^2; \quad x^2 - 6x + a = 8$$



$$x^2 + 64 = a^2$$
$$(x^2 - 6x + a) = 8$$

$$x^2 + 64 = a^2$$
$$x^2 - 6x^2 + a = 8$$

$$x^2 + 36x^2 + a^2 - 12x^3 - 12xa + 2x^2a + x^2$$

$$a^2 - 64 = 8 - a + 6x$$

$$a(a+1) = 6(x+12)$$

$$a^2 + a - 72 = 6x$$

$$\frac{a(a+1)}{6} = x+12$$

$$a(a+1) = 6(x+12)$$

$$\frac{a(a+1) - 72}{6} = x$$

$$\frac{a^2 + a - 72}{6} = x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

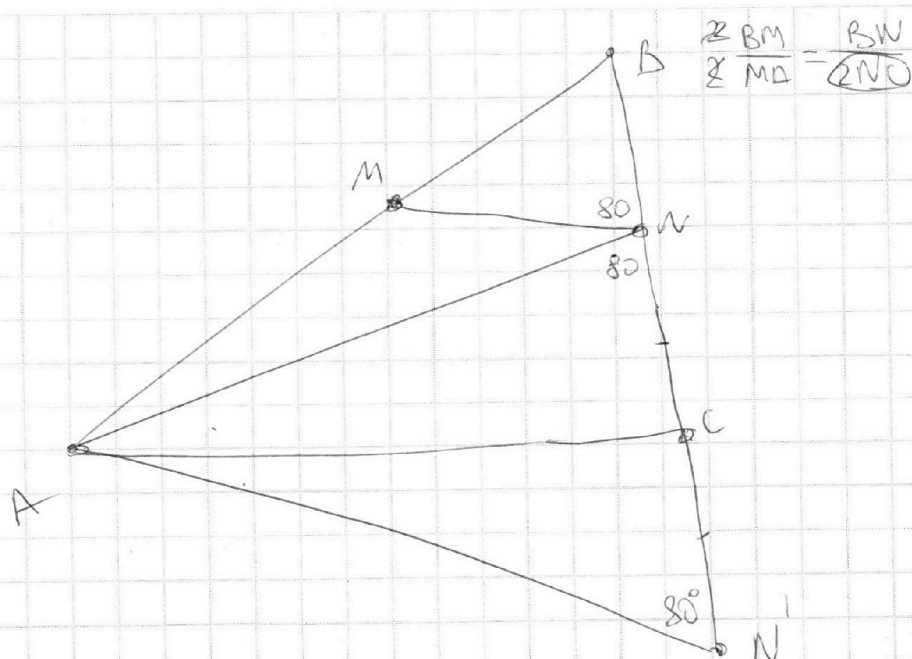
5
☐

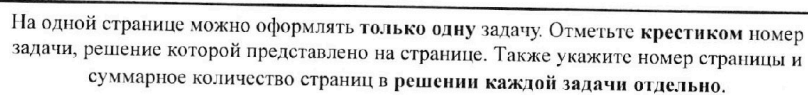
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

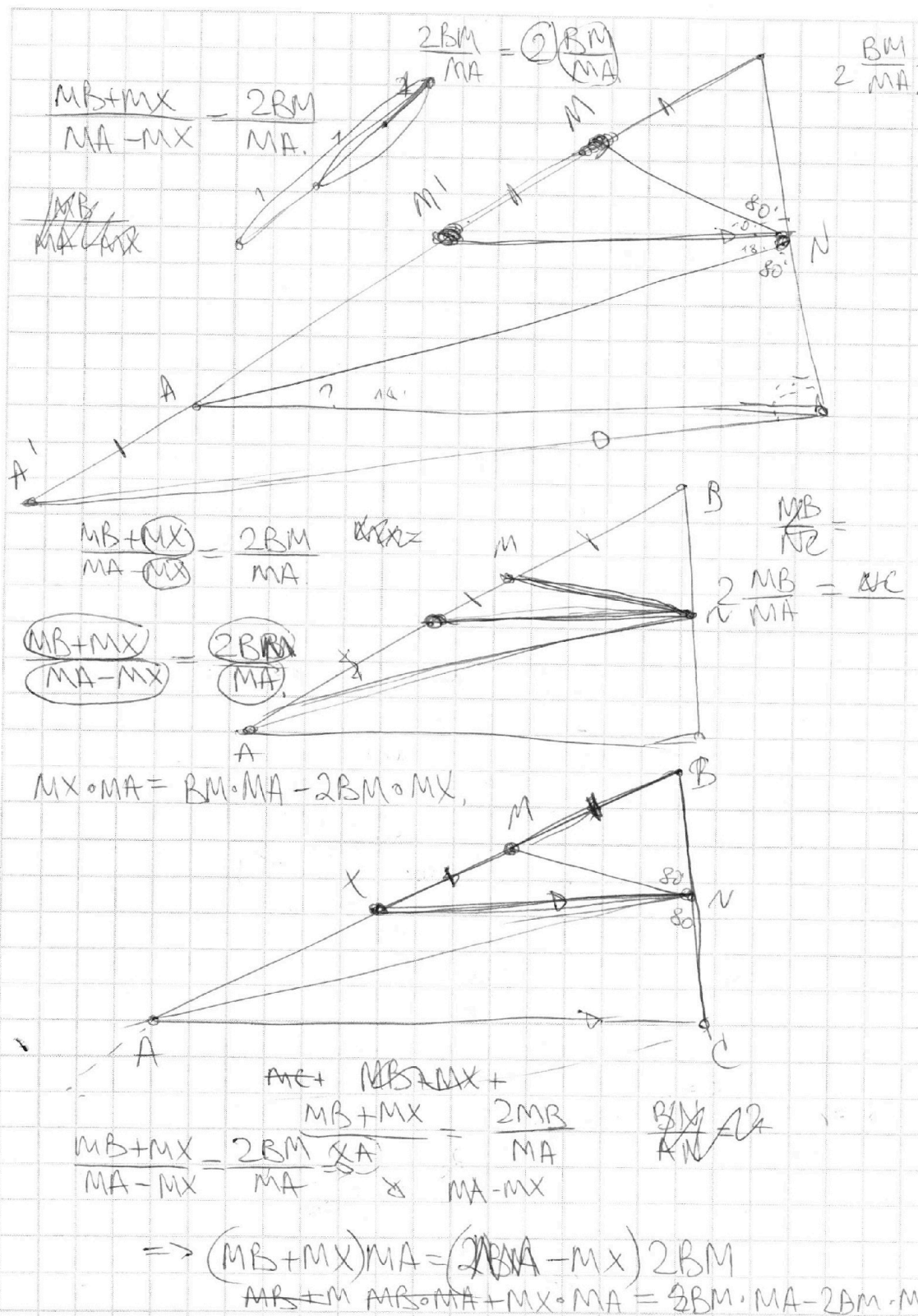


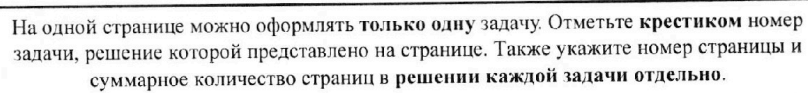


СТРАНИЦА

ИЗ

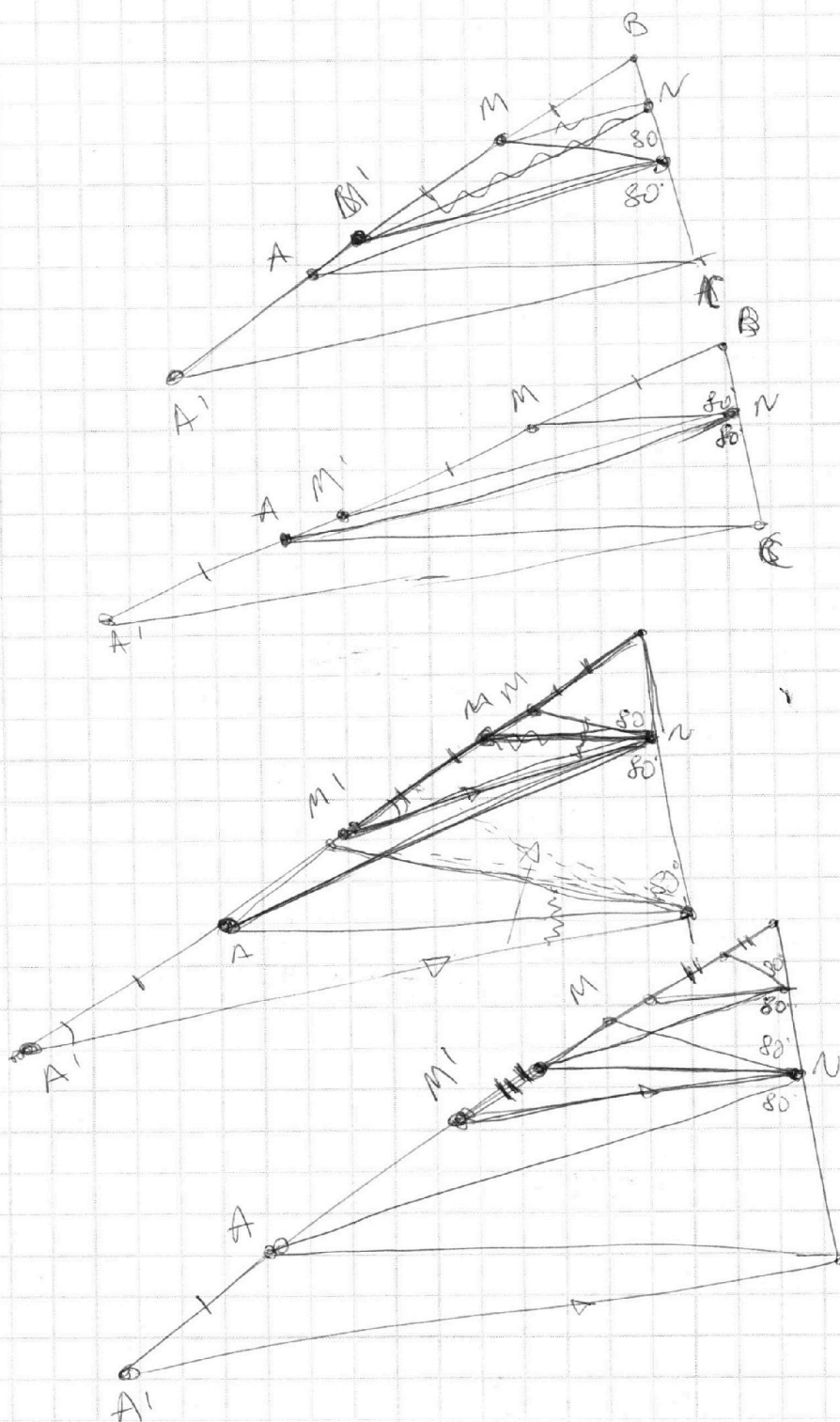
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



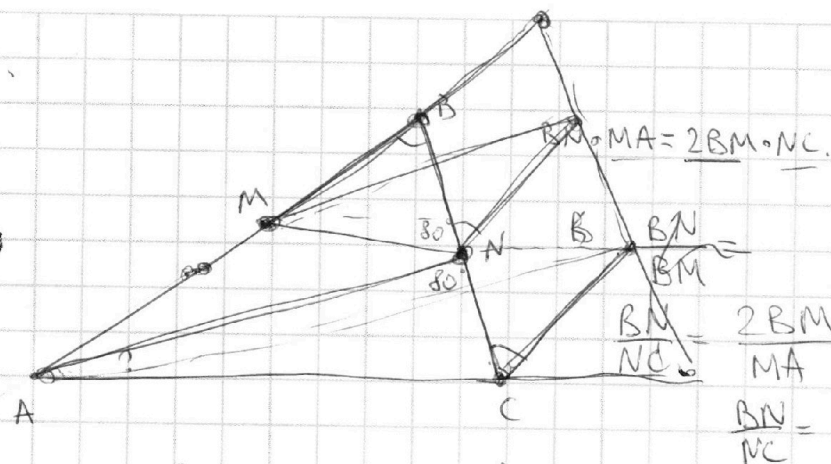


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



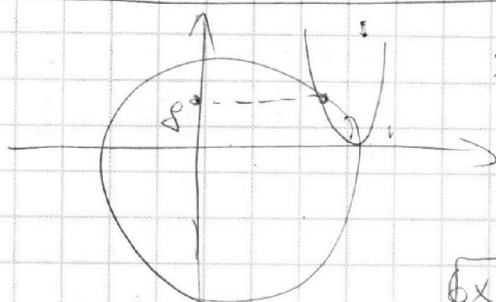
$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 - 6x + a = 8 \Rightarrow$$

$$a = (8 - x^2 + 6x)^2 = 64 + x^4 + 36x^2 - 16x^2 + 96x - 12x^3 = x^4 + 24x^2 + 96x - 12x^3$$

$$x^4 + 24x^2 + 96x - 12x^3 = 0$$

$$19x^2 + 96x - 12x^3 = 0$$



$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 + 6x + a = 8 - 6 + 6x$$

$$8 + 6x - 6 + 64 = a^2$$

$$6x - a + 72 = a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x + 72 - a = a^2$$

$$6(x + 12) = a^2$$

$$a^2 + a - 6(x + 12) = 0$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1 + 24(x + 12)}}{2} = a$$

$$x^2 - 6x + \sqrt{x^2 + y^2} = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x - 8 = -\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D: 1 + 24(x + 12)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

① $n! + (n+1)! + (n+2)! : (361) \Rightarrow$

$n!(1 + n + 1 + n + 2) = n!(2n + 4) \Rightarrow \boxed{2n!(n+2)}$

$\boxed{361} \Rightarrow 6$

$3 \ 3 \ 6 \ 1 \ \cancel{8} \ \cancel{8} \ \cancel{11} \ \cancel{18} \ \cancel{18}$

$\begin{array}{r} 361 \\ 28 \end{array} \begin{array}{r} 7 \\ 4 \end{array}$

$\begin{array}{r} 361 \\ 26 \end{array} \begin{array}{r} 13 \\ 12 \end{array}$

$\begin{array}{r} 361 \\ 39 \end{array} \begin{array}{r} 17 \\ 12 \end{array}$

$\begin{array}{r} 361 \\ 19 \end{array} \begin{array}{r} 18 \\ 1 \end{array}$

$\begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ 1781 \\ 99 \\ 361 \end{array}$

$361 = 19^2$

② $(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 =$

$n^2 - 4n + 4 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 =$

$5n^2 + 10 = \boxed{5n^2 = N^3} \Rightarrow \boxed{5n} = N^3$

$2 \rightarrow 3$

⑧

$5 \times 5 \times 5$

564568

$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$

$4 + 8 \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|, x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow$

$n + 6 \geq n + 6 \geq$

$\begin{array}{c} 3n-1 \\ 3n-1 \end{array} \begin{array}{c} 4+12 \\ 4+12 \end{array}$

$n + 6 \geq -n - 2x + 1 + |7 - 2x|$

$2n + 8 \geq -2x + 7 - 2x$

$2n \geq -4x \quad 14x^2 - 2x - 3 \geq 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 30 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^x + 145 = y^2 \Rightarrow$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

4 1

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$y+45=2^y \Rightarrow 2^9 - 90 = 19 \cdot 2^8$$

$$2^9 - 90 = 19 \cdot 2^8$$

$$2^8 = 256$$

$$2^8 = 256$$

$$2^8 = 256$$

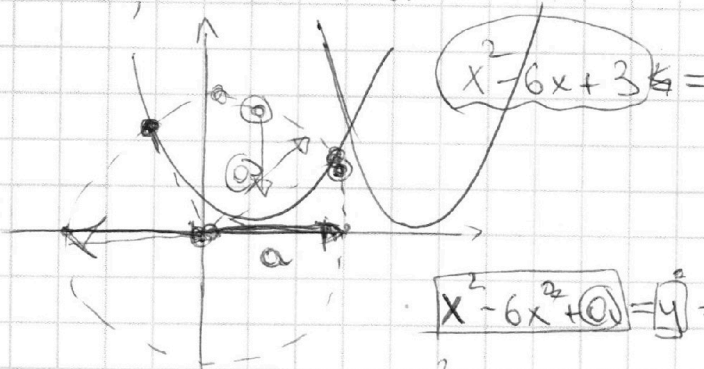
$$2^8(1+2^k) = 1$$

$$2^8(19+2^k) = 90$$

$$2^k - 19 = 45$$

$$x^2 + y^2 = a^2, x^2 - 6x + a \leq 8.$$

$$x^2 - 6x + a$$



$$x^2 + 64 = a^2$$

$$x^2 - 6x + a = y^2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x + a = 8 \\ x^2 + 64 = a^2 \end{cases}$$

$$a^2 - 64 - 6\sqrt{a^2 - 64} + a = 8 \Rightarrow$$

$$(a^2 + a - 72)^2 = (6\sqrt{a^2 - 64})^2 \quad a^4 + a^2 + 72^2 + 2a^3 - 72 \cdot 2a^2 - 72 \cdot 2a = 36(a^2 - 64) = 36a^2 - 36 \cdot 64$$

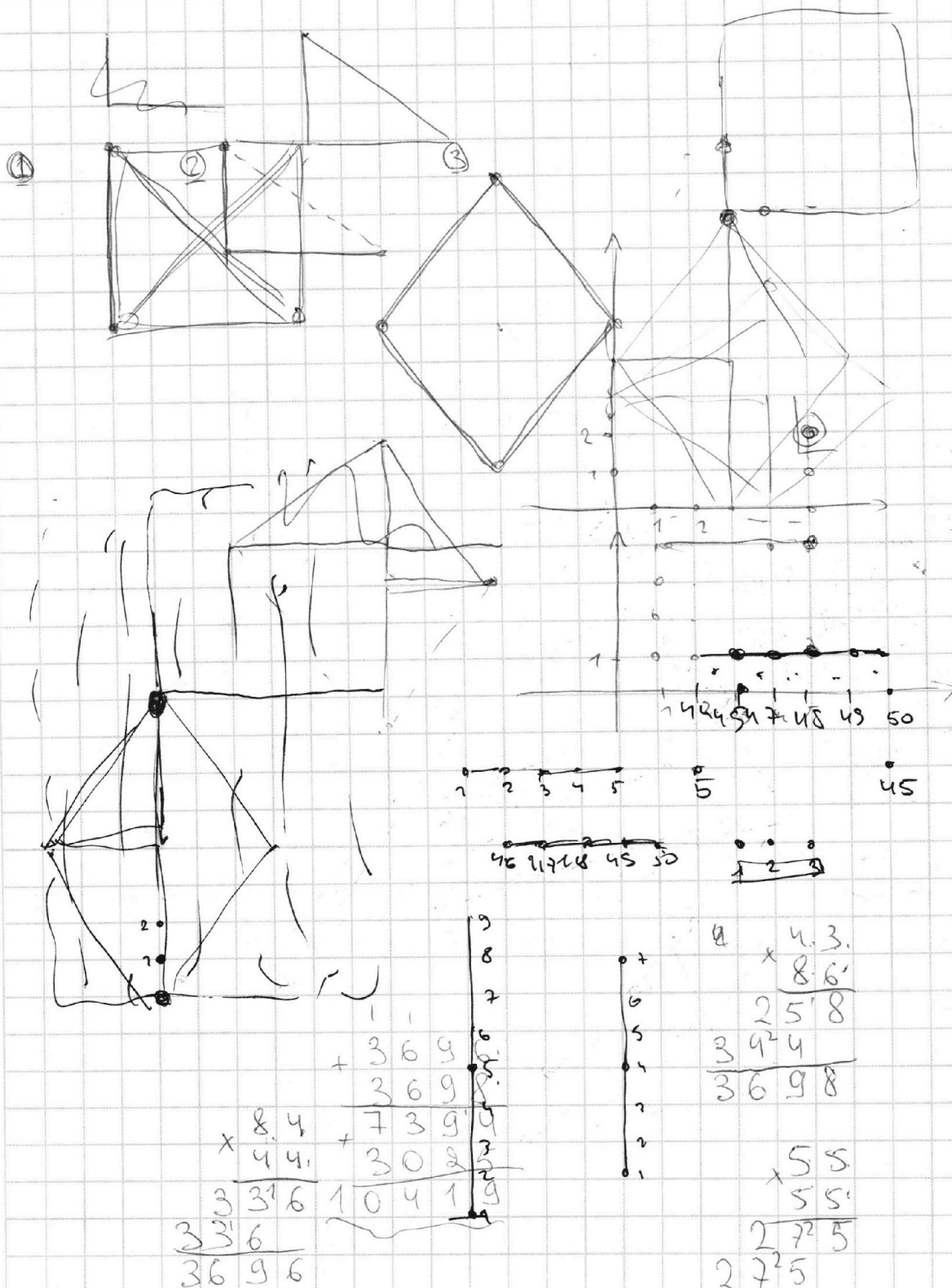


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

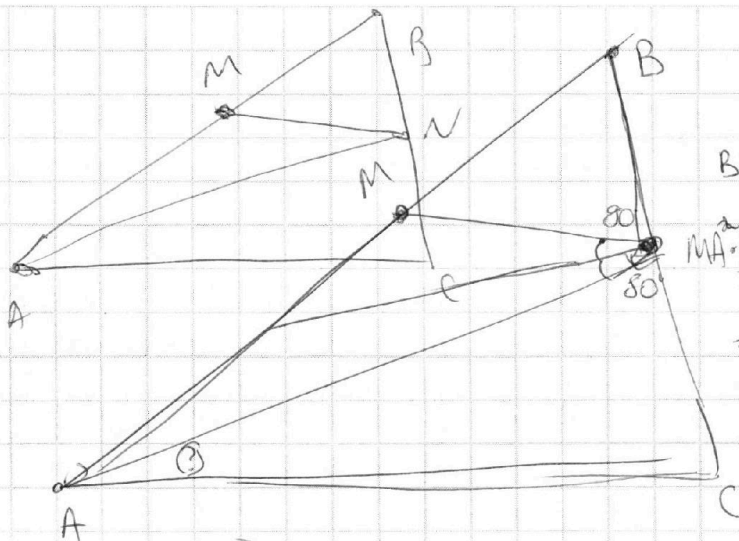
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC.$$

$$\frac{MA \cdot BN}{2NC} = \frac{2BM}{BN} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{NC} = \frac{2BM}{BN}$$

