



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 9

- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Заметим, что $19^2 = 19 \cdot 19 = 361$

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) = \\ &= n! (1 + n+1 + n^2 + 3n + 2) = n! (4 + 4n + n^2) = \\ &= n! \cdot (n+2)^2. \end{aligned}$$

Если $n! \cdot (n+2)^2$ делится на $361 = 19^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow n! \cdot (n+2)^2$ делится на $19 \Rightarrow$ либо $n!$, либо $(n+2)^2$

делится на 19 м.н. (19 - простое число \Rightarrow

Разбор случаев:

I $n! : 19 \Rightarrow$ $n \geq 19$ м.н. лише $\leq n!$ все простые
делители делят делимы на 19

II $(n+2)^2 : 19 \Rightarrow n+2 : 19 \Rightarrow n+2 \geq 19 \Rightarrow$ $n \geq 17$

В обоих случаях $n \geq 19$. И при этом $n=17$ ногу-
ходим:

$$n! \cdot (n+2)^2 \stackrel{n=17}{=} 17! \cdot (19)^2 = 361 \cdot 17! \leftarrow \text{делится на } 361$$

\Rightarrow ответ 17 .

Ответ: $n=17$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N² Пусть ками 5 последовательных чисел

равны $a-2; a-1; a; a+1; a+2$ соответственно

$$\Rightarrow (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2.$$

$$\Rightarrow ((a+2)^2 + (a-2)^2) + ((a+1)^2 + (a-1)^2) + a^2 = (2a^2 + 8) + (2a^2 + 2) + a^2$$

$$= 5a^2 + 10 = N^3 + 10 \Rightarrow N^3 = 5a^2 \Rightarrow \text{чем больше } a, \text{ тем больше } N.$$

$$N^3 = 5a^2 \Rightarrow N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow \text{нужно } N = 5 \cdot k$$

~~показать~~ $N \leq 6$

↓

~~когда~~ $k \geq 2 \Rightarrow N \geq 2 \cdot 5 = 10$

здесь k - кат число

$$(5k)^3 = 5a^2 \Rightarrow a^2 = 5^2 \cdot k^3$$

\downarrow
 $a : 5$

$$N^3 = 5a^2 \Rightarrow (5k)^3 = a^2 \cdot 5 \Rightarrow k^3 = \frac{a^2}{5^2} = \left(\frac{a}{5}\right)^2$$

$$\left(\frac{a}{5}\right)^2 = k^3 \Rightarrow \left(\frac{a}{5}\right)^2 - \text{это куб кат числа} \Rightarrow \frac{a}{5} - \text{это куб кат числа}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{5} = q^3 \Rightarrow a = 5 \cdot q^3 \quad \text{здесь } q \text{ кат число.}$$

Заметим, что $a > 5$ m.k. $N^3 = 5a^2$ но $N > 5 \Rightarrow 5a^2 > 5^3 \Rightarrow a^2 > 5^2$

$$\Rightarrow q > 1 \Rightarrow q \geq 2 \Rightarrow a \geq 5 \cdot 2^3 = 40$$

$$N^3 = 5 \cdot 40^2 = 5^3 \cdot (2^3)^2 \Rightarrow N = 4 \cdot 5 = 20 \Rightarrow \text{Ответ: } N = 20 \text{ при } a = 40$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

ОДЗ:

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+1) \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

Решение схема:

I $x \geq 3$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

II

$$\text{М.н. } \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

$$2x - 1 > 0$$

$$7 - 2x \geq |7 - 2x| \Leftrightarrow$$

$$7 - 2x \geq 0$$

М.н.

$$x \geq 3 \Rightarrow$$

$$x \leq 3,5 \quad \text{если}$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

II $x \leq -1$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + 7 - 2x$$

$$\begin{aligned} \text{М.н. } 7 - 2x &\geq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} &\geq 0 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмечте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3 (продолжение)

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + 7 - 2x$$

при $x \leq -1$

Заведем, что

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$$

$$* \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x$$

верно при $x \leq -1$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ 1 - 2x > 0 \\ 4x^2 - 4x + 1 \geq x^2 - 2x - 3 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \quad (1) \\ x < \frac{1}{2} \quad (2) \\ 3x^2 - 2x + 4 \geq 0 \quad (3) \end{array} \right.$$

(3) первенство всегда верно м.н.у кв. трехчленка

$$\mathcal{D} = 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0 \Rightarrow \text{ок всегда подож.} \Rightarrow$$

\Rightarrow все условия верны при $x \leq -1 \Rightarrow$ при $x \leq -1$

\Rightarrow

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \geq 0 \text{ при } x \leq -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3 (продолжение)

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \text{ при } x < -1$$

Ко времени, что ранее* мы доказали, что
при $x < -1$: $\sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x \Rightarrow$ это неверно
 \Rightarrow при $x < -1$ нет решений

Ответ: $x \in [3 ; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

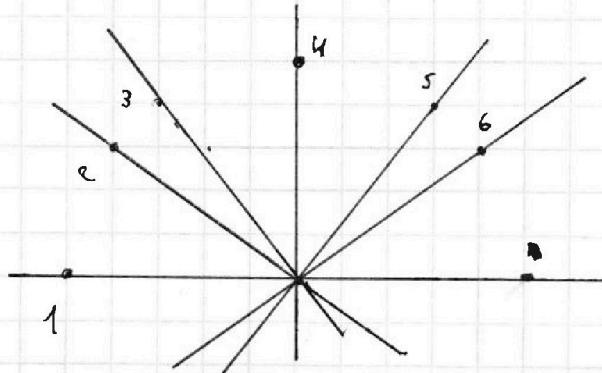
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметили, что 5^2 можно разложить только получена 2мя способами сумой квадратов:
человечески

$$5^2 = \cancel{5^2} 5^2 + 0^2 = 3^2 + 4^2$$

\Rightarrow ~~1~~ любая прямая со ~~с~~одержащей сторону рёбра параллелограмма этич ~~6~~ прямые.



Причем если мы возьмем 2 пары параллельных прямых, то

~~1~~ Если у них все т. пересечения ~~имеют~~ длину ~~составляют~~ 1 град, то это параллелогрд. Так. у ~~того~~ рёбра которого мы рассматриваем сторона 5, то ~~оно~~ рёмо заданная двумя прямыми, кот. не параллельны.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 Для начала заметим, что $x \geq 0$ т.к. иначе число сева

будет отрицательным, а

правильными

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

\uparrow

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = y^2 - 45^2 = (y-45)(y+45)$$

(y+45)

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Заметим, что оба числа $y-45$ и $y+45$ не могут делиться на 4, т.к. их разность = 90, а 90 не делится на 4. Но при этом если $x \geq 1$

то каждое число должно $\vdots 2$ т.к. у них общая оканчивающая цифра.

Если $x=0 \Rightarrow 19 = (y-45)(y+45)$ невозможно

тк. чило справа
меньше 0, либо = 0
либо ≥ 91 .

Видимо $x > 0$. Заметим, что
одно из чисел $|y-45|$ и $|y+45|$ имеет вид

$$19 \cdot 2^a, \text{ а другое } 2^b$$

т.к. $a+b=x$, причем $a \geq 1$; $b \geq 1$ и одно из них = 1 как

записано ранее. $\Rightarrow x \geq 2$,

т.к. $x \geq 2$.

$$\text{I } |y-45| = 19 \cdot 2^a \text{ тогда } |y+45| = 2^b, \text{ причем } b > a \text{ т.к.}$$

$$y+45 > y-45$$

$$\Rightarrow a \geq 1 \text{ т.к. одно из чисел } a \text{ и } b \text{ равно 1} \Rightarrow y-45 = 19 \cdot 2 = 38 \Rightarrow y+45 = 128$$

$$\Rightarrow y^2 - 2025 = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x=8 \Rightarrow \text{Пара } (8; 128) \text{ подходит.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II сп.

$$y - 45 = 2^6 \Rightarrow y + 45 = 2^a \cdot 19$$

Случай 2.1: $a \geq 6 \Rightarrow 6 = 1$ м.к. одновременно $a+6=1$

$$\Rightarrow y - 45 = 2 \Rightarrow y = 47, \quad y + 45 = 92 \neq 19$$

Случай 2.2: $6 > a \Rightarrow a = 1$ м.к. одновременно из чисел 6 и 1

$$\Rightarrow y + 45 = 2 \cdot 19 = 38 \Rightarrow y = -7$$

$$y - 45 = -52 \neq 2^6$$

Решение случай:

I График одн. $y - 45$ и $y + 45$ симметричные относительно оси $O \Rightarrow y > 45$

$$\text{тогда } 2^x \cdot 19 = 19 \cdot 2^a \cdot 2^6$$

$$\text{случай 1.1: } a=1 \Rightarrow 2^x \cdot 19 = 19 \cdot 2^a \cdot 2^{x-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^{x-1} = 38 + 90 \\ 2^{x-1} = 38 - 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^{x-1} = 2^7 \\ 2^{x-1} = -52 \end{cases} \Rightarrow x = 8; y = \frac{38 + 128}{2} = 83$$

$$\text{случай 1.2: } a=1 \Rightarrow 2^x = 19 \cdot 2^{x-1} \cdot 2^6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 19 \cdot 2^{x-1} = 92 \\ 19 \cdot 2^{x-1} = -88 \end{cases} \text{ X м.к. неодн. нер.}$$

пара $(8, 83)$

II Если $y - 45$ и $y + 45$ одн. нелинейные
раздирающие аналогично получаем пару $(8; -83)$ м.к. все ответы
для y симметричны относительно оси O .

Ответ: $(8; 83); (8, -83)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Построим график $x^2 + y^2 = a^2$

$$x^2 - 6x + a$$

Заметим, что $x^2 + y^2 = a^2$ — это уравнение окружности с центром $(0, 0)$ и радиусом a .

~~также~~ $x^2 - 6x + a = x^2 - 6x + 9 + a - 9 = (x-3)^2 + a - 9$

— это парабола с $x_0 = 3$ и с ветвями вверх.

Пос. ветви вверх, то чем больше значение

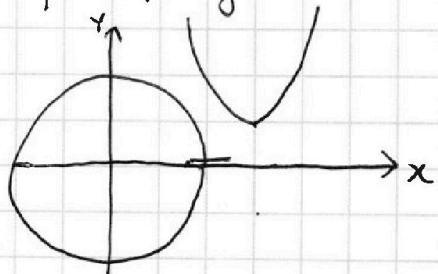
$$|x - x_0| = |x - 3|, \text{ тем больше } f(x) = x^2 - 6x + a$$

Несложно показать, что если $-|a| \leq x \leq |a|$, то
наименьшее значение $|x-3|$ достигается
при $x = -|a|$

(п.к если $x > 3$ то $|x-3| = x-3 \geq |a|-3$

даже $x < 3$, то $|x-3| = 3-x \geq |a|+3$

значит ровенство
достижения при $x = -|a|$)



$$\Rightarrow f(-|a|) = 8 = a^2 + 6|a| + a$$

Разделим на a :

$$\underline{\text{I}} \quad a \geq 0 \Rightarrow a^2 + 6|a| + a = a^2 + 7a = 8 \Rightarrow a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1$$

$$(a+8)(a-1) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6 (продолжение)

$$\text{II} \quad a \leq 0 \\ \downarrow$$

$$a^2 + 6|a| + a = a^2 - 5a = 8 \Leftrightarrow a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$\Rightarrow \text{дискриминант } D = 5^2 + 4 \cdot 8 = 57$$

$$\Rightarrow a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \quad \text{н.к. } a \leq 0$$

$$a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ 1 ; \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \right\}$$



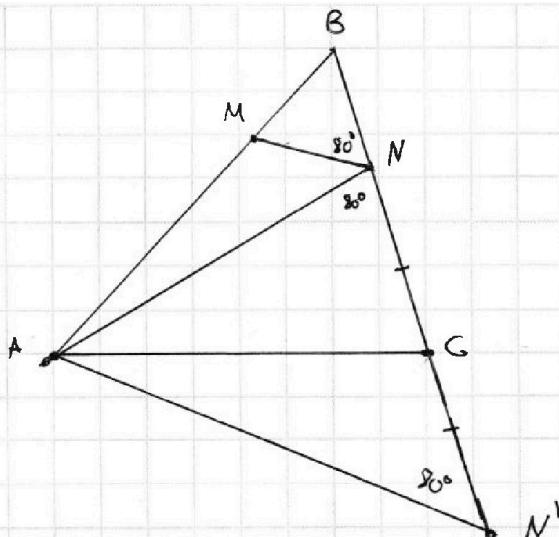
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

1

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

Определим N
относительно
ко C. (Чтобы
NC отложили отрезок
 $NN' = 2 \cdot NC$)

тогда м.к. $\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$

$$\frac{BN}{NN'} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow \text{по теореме о пропорциональных отрезках:}$$

$$MN \parallel AN' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle NN'B = \angle AN'N = 80^\circ = \angle ANC \rightarrow \triangle ANN'$$

$$\angle ANN' = \angle N'N \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle ANN'$ - равноделенный \Rightarrow AC - биссектриса к

основанию \Rightarrow она и высота $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle NAC = 180^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ \text{ но } \Sigma \text{ углов } \triangle ANC$$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

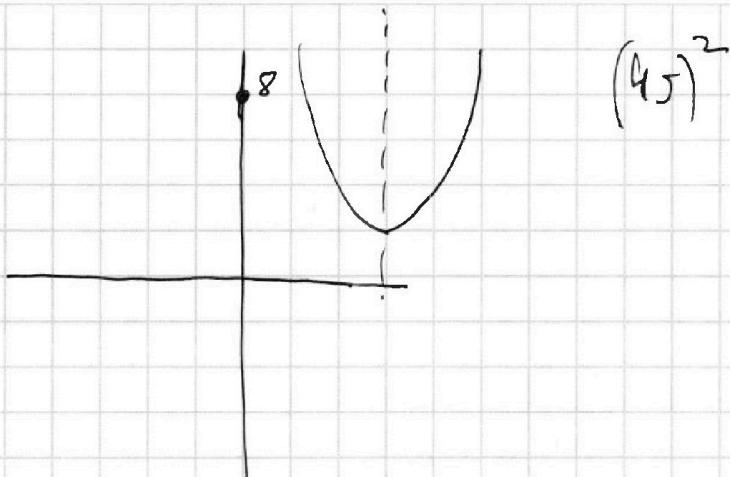
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1 2 3 4 5

1 4 9 16 6

11

6 7

19

 $-a$

$$(x-3)^2 + a = 9$$

$$(y-5)(y+5)$$

$$a^2 + 6a + a = a^2 + 7a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 =$$

$$=(a+8)(a-1)$$

 $|a|$ $a > 0$

$$a^2 + 6|a| + a$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{65}}{2}$$

$$25 + 40 = 65$$

$$a^2 - 5a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

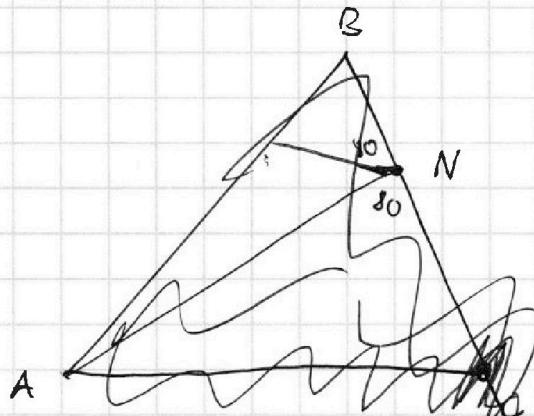


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

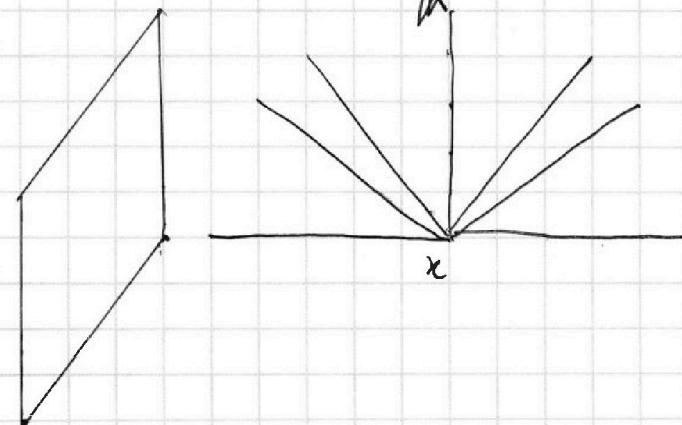
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - 2x + 1$$

$$2 \pm$$



$$3+4=$$

$$41.47$$

$$+$$

$$42.46$$

+

$$83.93$$

3,



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)!$$

$$361 = \cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}, \cancel{9}$$

$$\begin{array}{r} 361 \\ \times 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$361 = 19^2$$

$$|a| \geq 6$$

$$\begin{cases} a \geq 6 \\ a \leq -6 \end{cases}$$

$$x + x \cdot n+1 + x \cdot (n+1)(n+2)$$

$$\begin{aligned} n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) &= n! \cdot (1+n+1 + n^2 + 3n + 2) \\ &= n! \cdot (4 + 4n + n^2) \Rightarrow n! \cdot (n+2)^2 \end{aligned}$$

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = 5a^2 + 10$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x < -1 \\ x > 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |2 - 2x|$$

!!

I вида: ~~x < 0~~ $x > 3$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$

$$6 \geq 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$$\begin{cases} 1 \\ 7 - 2x \geq |7 - 2x| \\ 1 \end{cases}$$

$$a \geq |a|$$

$$a \geq a \geq -a$$

$$\begin{cases} 7 - 2x \geq 7 - 2x \\ 7 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq -a \\ 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a \geq 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$a \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq | - 2x |$$

!!

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

!!

$$0 \geq 3x^2 - 2x + 4$$

