



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Заметим, что $19^2 = 19 \cdot 19 = 361$

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) = \\ &= n! (1 + n+1 + n^2 + 3n + 2) = n! (4 + 4n + n^2) = \\ &= n! \cdot (n+2)^2. \end{aligned}$$

Если $n! \cdot (n+2)^2$ делится на $361 = 19^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow n! \cdot (n+2)^2$ делится на $19 \Rightarrow$ либо $n!$, либо $(n+2)^2$
делится на 19 т.к. 19 - простое число $\Rightarrow$

Разбор случаев:

I $n! : 19 \Rightarrow n \geq 19$ т.к. иначе $n!$ все простые
делители были бы меньше 19

II $(n+2)^2 : 19 \Rightarrow n+2 : 19 \Rightarrow n+2 \geq 19 \Rightarrow n \geq 17$

В обоих случаях $n \geq 19$. И при этом $n = 17$ по-
скольку:

$$n! \cdot (n+2)^2 \underset{\text{при } n=17}{=} 17! \cdot (19)^2 = 361 \cdot 17! \leftarrow \text{делится на } 361$$

$\Rightarrow$ Ответ 17 .

Ответ: $n = 17$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 Пусть камни 5 последовательных чисел

равны $a-2; a-1; a; a+1; a+2$ соответственно

$$\rightarrow (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2$$

$$\Rightarrow ((a+2)^2 + (a-2)^2) + ((a+1)^2 + (a-1)^2) + a^2 = (2a^2 + 8) + (2a^2 + 2) + a^2$$

$$= 5a^2 + 10 = N^3 + 10 \Rightarrow N^3 = 5a^2 \Rightarrow \text{чем больше } a, \text{ тем больше } N.$$

$$N^3 = 5a^2 \Rightarrow N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N = 5 \cdot k$$

~~так как~~

где k - кат число

$$(5k)^3 = 5a^2 \Rightarrow a^2 = 5^2 \cdot k^3$$

$$k \neq 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100$$

$$\downarrow a:5$$

$$N^3 = 5a^2 \Rightarrow (5k)^3 = a^2 \cdot 5 \Rightarrow k^3 = \frac{a^2}{5^2} = \left(\frac{a}{5}\right)^2$$

$$\left(\frac{a}{5}\right)^2 = k^3 \Rightarrow \left(\frac{a}{5}\right)^2 - \text{это куб кат числа} \Rightarrow \frac{a}{5} - \text{это куб кат числа}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{5} = q^3 \Rightarrow a = 5 \cdot q^3 \text{ где } q \text{ кат число.}$$

Заметим, что $a > 5 \cdot m \cdot k$

$$N^3 = 5a^2 \text{ но } N > 5 \Rightarrow 5a^2 > 5^3 \Rightarrow a^2 > 5^2$$

$$\Rightarrow q > 1 \Rightarrow q \geq 2 \Rightarrow a \geq 5 \cdot 2^3 = 40 \Rightarrow \text{Заметим, что } a = 40 \text{ подходит.}$$

$$N^3 = 5 \cdot 40^2 = 5^3 \cdot (2^3)^2 \Rightarrow N = 4 \cdot 5 = 20 \Rightarrow \text{Ответ: } N = 20 \text{ при } a = 40$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

ОДЗ:

$$x^2-2x-3 \geq 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+1) \geq 0$$
$$\Downarrow$$
$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

Разбор случаев:

I $x \geq 3$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 + |7-2x|$$

$\Downarrow$

м.к. $\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0$
 $2x-1 > 0$

$$7-2x \geq |7-2x| \Leftrightarrow 7-2x \geq 0$$

$\Downarrow$

м.к. $x \geq 3 \Rightarrow$

$x \leq 3,5$

$3 \leq x \leq 3,5$

II $x \leq -1$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + 7-2x$$

м.к. $7-2x \geq 0$
 $\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3 (продолжение)

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| + 7-2x$$

при $x \leq -1$

Заметим, что

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 < 0$$

$$* \sqrt{x^2-2x-3} < 1-2x$$

верно при $x \leq -1$

$$\begin{cases} x^2-2x-3 \geq 0 \\ 1-2x > 0 \\ 4x^2-4x+1 > x^2-2x-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2-2x-3 \geq 0 \text{ (1)} \\ x < \frac{1}{2} \text{ (2)} \\ 3x^2-2x+4 > 0 \text{ (3)} \end{cases}$$

③ неравенство всегда верно м.к.у кв преобразован

$$D = 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0 \Rightarrow \text{ок всегда полож.} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ все условия верны при $x \leq -1 \Rightarrow$ при $x \leq -1$

$\Rightarrow$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 < 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3} - 2x+1 + 7-2x$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 2-4x$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x > 0 \text{ м.к. } x \leq -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 (продолжение)

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \quad \text{при } x < -1$$

Но заметим, что ранее* мы доказали, что
при $x < -1$: $\sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x \Rightarrow$ это неверно
 $\Rightarrow$ при $x < -1$ нет решений

Ответ: $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

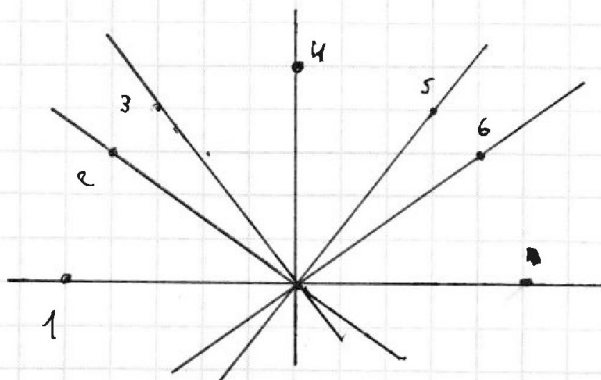
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что 5^2 может быть только
получена 2-мя способами суммой квадратов:
целых чисел

$$5^2 = 5^2 + 0^2 = 3^2 + 4^2$$

$\Rightarrow$ Любая прямая содержащая сторону
ромба параллельна этим 6-ти прямым:



Прямая 4-ти
мы возьмем
2 пары параллель-
ных прямых, то

Если у них все 4 пересечения
имеют абсциссы и ординаты от ± 3 до ± 5 , то
это параллелограмм. Т.к. у любого ромба который
мы рассматриваем, стороны 5, то кроме
заданных двух прямых, кот. не параллельны.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15 Для начала заметим, что $x \geq 0$ т.к. иначе число слева было бы нецелым, а справа целым

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$\begin{aligned} & \uparrow \\ 19 \cdot 2^x &= y^2 - 2025 = y^2 - 45^2 = (y-45)(y+45) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Заметим, что оба числа $y-45$ и $y+45$ не могут делиться на 4, т.к. их разность $= 90$, а 90 не делится на 4. Но при этом если $x \geq 1$ то каждое число должно $\div 2$ т.к. у них одинаковая четность.

Если $x=0 \Rightarrow 19 = (y-45)(y+45)$ невозможно т.к. либо слева

~~Далее~~ Заметим, что одно из чисел $|y-45|$ и $|y+45|$ имеет вид $19 \cdot 2^a$, а другое 2^b где $a+b=x$, причем $a \geq 1$; $b \geq 1$ и одно из них $= 1$ как было написано ранее. $\Rightarrow x \geq 2$.

Разбор случаев:

I $|y-45| = 19 \cdot 2^a$ тогда $|y+45| = 2^b$, причем $b > a$ т.к. $y+45 > y-45$
 $\Rightarrow a=1$ т.к. одно из a и b равно 1 $\Rightarrow y-45 = 19 \cdot 2 = 38 \Rightarrow y+45 = 128$
 $\Rightarrow y^2 - 2025 = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x=8 \Rightarrow$ Пары $(8; 83)$ подходят.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Реш.

$$y - 45 = 2^b \Rightarrow y + 45 = 2^a \cdot 19$$

Случай 2.1: $a \geq b \Rightarrow b = 1$ т.к. одно из чисел a и $b = 1$

$$\Rightarrow y - 45 = 2 \Rightarrow y = 47, \quad y + 45 = 92 \nmid 19$$

Случай 2.2: $b > a \Rightarrow a = 1$ т.к. одно из чисел a и b равно 1

$$\Rightarrow y + 45 = 2 \cdot 19 = 38 \Rightarrow y = -7$$

$$y - 45 = -52 \neq 2^b$$

Разбор случаев:

I Имеем одн $y - 45$ и $y + 45$ сомнож $\Rightarrow y \geq 45$

$$\text{тогда } 2^x \cdot 19 = 19 \cdot 2^a \cdot 2^b$$

$$\text{Случай (1.1): } a = 1 \Rightarrow 2^x \cdot 19 = 19 \cdot 2^1 \cdot 2^{x-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^{x-1} = 38 + 90 \\ 2^{x-1} = 38 - 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^{x-1} = 2^7 \\ 2^{x-1} = -52 \end{cases} \Rightarrow x = 8; y = \frac{38 + 128}{2} = 83$$

Случай (1.2): $b = 1$

$$\Rightarrow 2^x = 19 \cdot 2^{x-1} \cdot 2^1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 19 \cdot 2^{x-1} = 92 \text{ т.к. не делит } 19 \\ 19 \cdot 2^{x-1} = -88 \end{cases}$$

II Если $y - 45$ и $y + 45$ обе меньше 0

разбирается аналогично и получаем

пара $(8; -83)$ т.к. все ответы для y симметричны отн. 0

Ответ: $(8; 83); (8; -83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6 Построим графики $x^2 + y^2 = a^2$
и
 $x^2 - 6x + a$.

Заметим, что $x^2 + y^2 = a^2$ — это уравнение окружности с центром $(0, 0)$ и радиусом a .

$$x^2 - 6x + a = x^2 - 6x + 9 + a - 9 = (x - 3)^2 + a - 9$$

— это парабола с $x_0 = 3$ и с ветвями вверх.

Поскольку ветви вверх, то чем больше значение

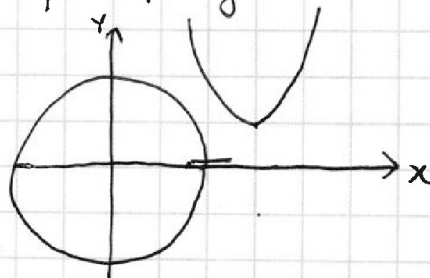
$$|x - x_0| = |x - 3|, \text{ тем больше } f(x) = x^2 - 6x + a$$

не сложно понять, что если $-|a| \leq x \leq |a|$, то наибольшее значение $|x - 3|$ достигается при $x = -|a|$

$$\text{и.к. если } x > 3 \text{ то } |x - 3| = x - 3 \leq |a| - 3$$

$$\text{если } x < 3, \text{ то } |x - 3| = 3 - x \leq |a| + 3$$

при равенстве достигается при $x = -|a|$



$$\Rightarrow f(-|a|) = 8 = a^2 + 6|a| + a$$

Разбор случаев:

$$\text{I } a \geq 0 \Rightarrow a^2 + 6|a| + a = a^2 + 7a = 8 \Rightarrow a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1$$

$$(a + 8)(a - 1) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 (продолжение)

II $a \leq 0$
 $\Downarrow$

$$a^2 + 6|a| + a = a^2 - 5a = 8 \Leftrightarrow a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$\Rightarrow D = 5^2 + 4 \cdot 8 = 57$$

$$\Rightarrow a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \quad \text{п.к. } a \leq 0$$

$$a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

Ответ: $\left\{ 1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \right\}$



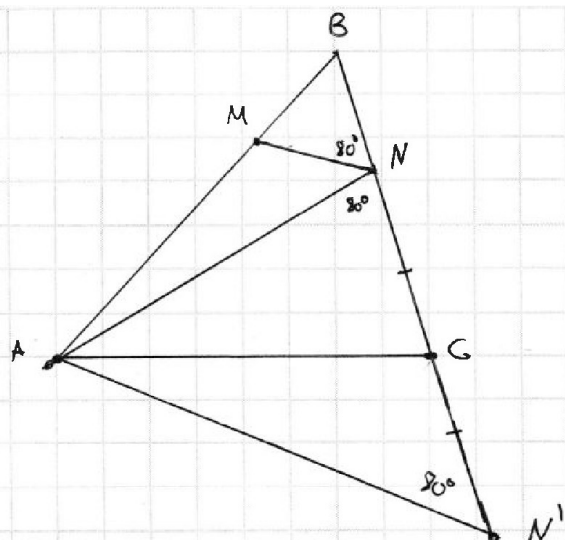
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

↓

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

Отразим N
относитель-
но C. (За луче
NC отложим отрезок
 $NN' = 2 \cdot NC$

тогда м.к.

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{NN'} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow \text{по теореме о пропорциональных отрезках: } MN \parallel AN' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle MNB = \angle AN'N = 80^\circ = \angle ANC \rightarrow \text{в } \triangle ANN':$$

$$\angle ANN' = \angle N'N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle ANN' - \text{равнобедренный} \Rightarrow \text{AC - медиана к}$$

$$\text{основанию} \Rightarrow \text{она и высота} \Rightarrow \angle ACN = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle NAC = 180^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ \text{ по } \Sigma \text{ углов в } \triangle ANC$$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

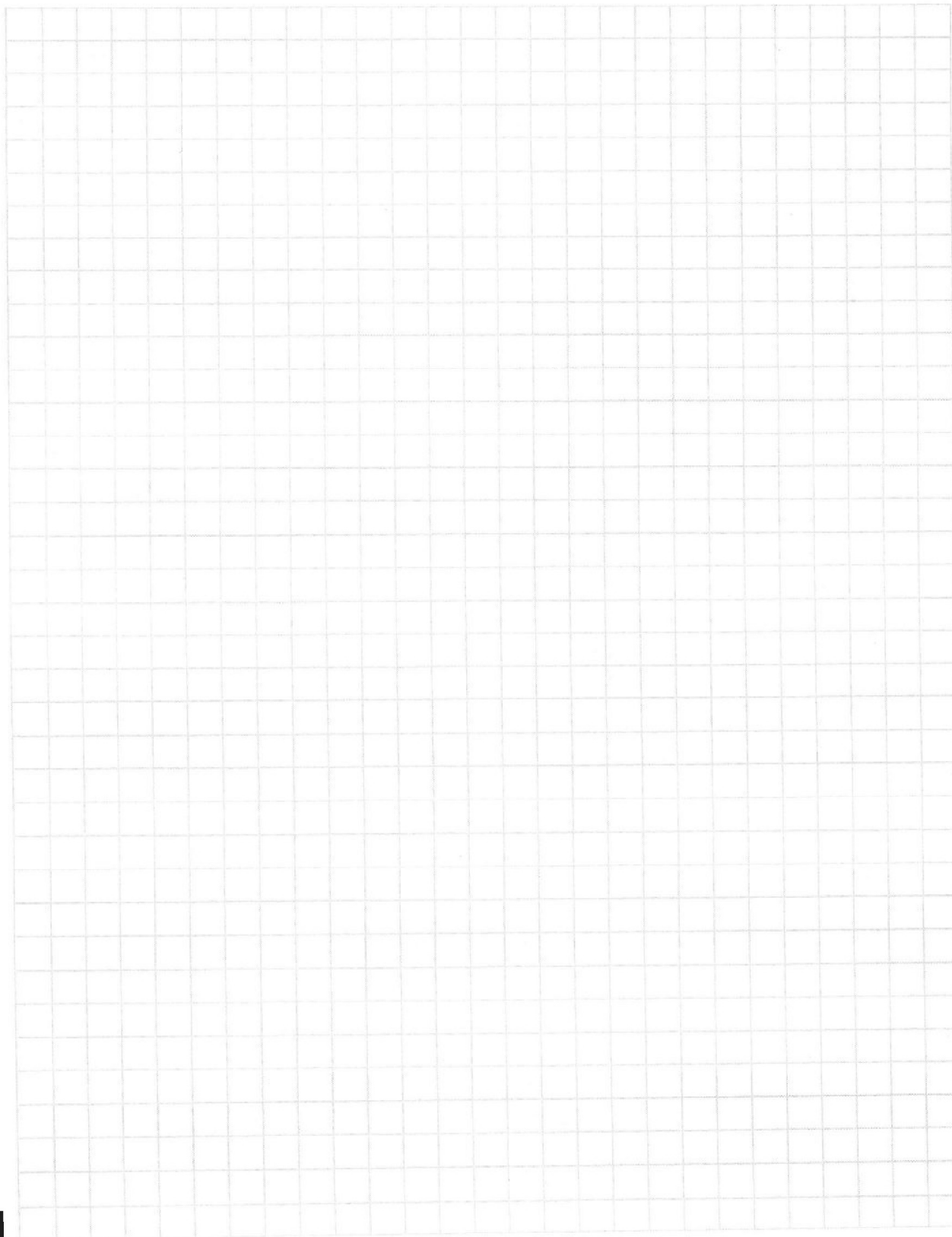
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

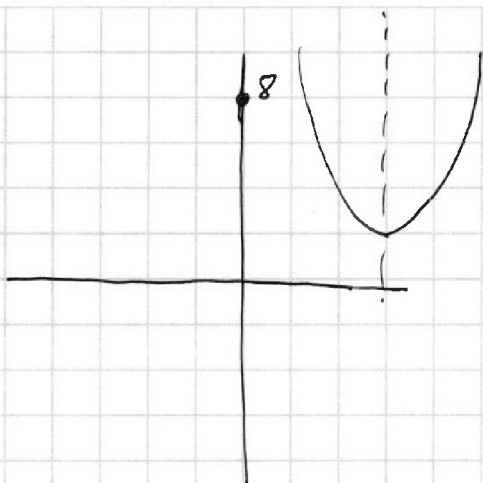
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(45)^2$$

1	2	3	4	5
1	4	9	16	25

$$11$$

$$6 \quad 7$$

$$17$$

$$-a$$

$$(x-3)^2 + a - 9$$

$$(y-45)(y+45)$$

$$a^2 + 6a + a = a^2 + 7a = 8$$

$$a^2 + 7a = 8 =$$

$$= (a+8)(a-1)$$

$$-|a|$$

$$a > 0$$

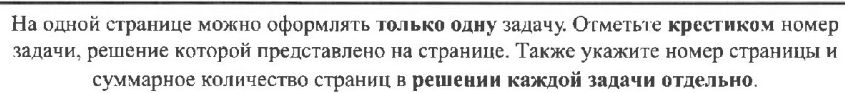
$$a^2 + 6|a| + a$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{65}}{2}$$

$$25 + 40 = 65$$

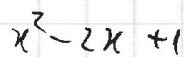
$$a^2 - 5a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

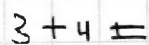


СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$2 +$



3,

~~Handwritten signature~~

$$\begin{array}{r} 41.47 \\ + \\ 42.46 \\ + \\ 43.47 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)!$$

$$361 = \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}, \cancel{9}, 19$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 190 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$361 = 19^2$$

$$|a| \geq 6$$
$$\begin{cases} a \geq 6 \\ a \leq -6 \end{cases}$$

$$x + x \cdot (n+1) + x \cdot (n+1)(n+2)$$

$$n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! \cdot (1 + n+1 + n^2 + 3n+2)$$
$$= n! \cdot (4 + 4n + n^2) = n! \cdot (n+2)^2$$

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = 5a^2 + 10$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{matrix} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \underbrace{|\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1|}_{\text{I}} + |7-2x|$$

I сл. ~~x < 3~~ $x > 3$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x-1 \end{cases}$$

$$6 \geq 2x-1 + |7-2x|$$

$$7-2x \geq |7-2x|$$

$$\begin{cases} 7-2x \geq 7-2x \\ 7-2x \end{cases}$$

$$a \geq |a|$$

$$a \geq a \geq -a$$

II сл.

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$$

$$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1$$

$$0 \geq 3x^2-2x+4$$

