



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! \div 361$$

$$361 = 19^2$$

"

$$n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) \div 19^2$$

"

$$n! (1 + n + 1 + n^2 + 3n + 2) \div 19^2$$

"

$$n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \div 19^2.$$

тогда понятно, что минимальное $n = 17$,

тогда выражение вида $17! \cdot 19^2 \div 361$,

докажем, что $n < 17$ не подходит.

О/н: пусть $n < 17$

$$n! \cdot (n+2)^2$$

↑
не $\div 19$

↑
не $\div 19$ (т.к. ≤ 18)

$$\Rightarrow n = 17$$

Ответ: $n = 17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N > 6.$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3$$

$$a^2 + (a^2 + 2a + 1) + (a^2 + 4a + 4) + (a^2 + 6a + 9) + (a^2 + 8a + 16) - 10 = N^3.$$

$$5a^2 + 20a + 30 - 10 = N^3$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = N^3$$

$$5(a+2)^2 = N^3, \quad N > 5, \text{ т.е. } N=5 \text{ не подходит, и } N \neq 5$$

$$\text{пусть } N = 5b \Rightarrow 5(a+2)^2 = 5^3 b^3$$

$$(a+2)^2 = 5^2 b^3$$

$$\left(\frac{a+2}{5}\right)^2 = b^3 = 2, \text{ тогда степень числа } 2 \geq 6.$$

$$\text{т.е. } \frac{a+2}{5} - \text{куб какого-то числа, а } b - \text{квадрат.}$$

$$b = t^2$$

$$\Rightarrow N = 5t^2, \quad t \geq 2$$

$$\text{пусть } t=2 \quad N=20 \quad 5(a+2)^2 = 5^3 \cdot 2^6 \quad (a+2)^2 = (5 \cdot 2^3)^2$$

$$\text{т.е. } a+2 = 5 \cdot 2^3 \quad a = 5 \cdot 2^3 - 2 \text{ подходит}$$

$$\text{т.е. } N=20 \text{ подходит и это минимальное } N, \text{ ведь } N=5t^2 > 6$$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

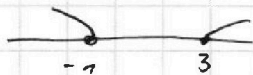
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\text{ОДЗ: } x^2-2x-3 \geq 0 \\ (x-3)(x+1) \geq 0$$

левый модуль можно снять,
т.к. $\sqrt{a}+6 \geq 6$.



$$\sqrt{(x-3)(x+1)}+6 \geq |\sqrt{(x-3)(x+1)}+2x-1| + |7-2x| \quad (*)$$

I (*) открывается отрицательно:

$$\sqrt{(x-3)(x+1)}+2x-1 \leq 0, \quad x \leq \frac{1}{2} \quad \sqrt{\dots} \leq 1-2x$$

$$x^2-2x-3 \leq 1-4x+4x^2 \rightarrow 3x^2-2x+4 \geq 0 \quad \Delta < 0 \Rightarrow \text{открывается отрицательно, при } x \leq -1.$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)}+6 \geq 1-2x \quad \sqrt{(x-3)(x+1)} \leq 1-2x-5$$

$$2\sqrt{(x-3)(x+1)}+5+2x \geq 7-2x, \quad x \leq -1.$$

← снимаем модуль.

$$2\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq 2(1-2x) \quad | :2 \wedge 2$$

$$(x-3)(x+1) \geq 1-4x+4x^2, \quad \text{уже такое было}$$

$$3x^2-2x+4 \leq 0 \quad \Delta < 0 \Rightarrow \emptyset.$$

II (*) открывается с + и $x \geq 3$.

$$\sqrt{(x-3)(x+1)}+6 \geq \sqrt{(x-3)(x+1)}+2x-1+|7-2x|$$

$$2x-7+|7-2x| \leq 0.$$

→



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

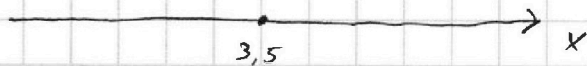
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 7 + |7 - 2x| \leq 0$$



$$2x - 7 + |7 - 2x| \leq 0$$

$$2x - 7 + 2x - 7 \leq 0$$

$$2x - 7 + 7 - 2x \leq 0$$

$$x \leq 3.5$$

$$0 \leq 0$$

✓

Ответ: $x \in [3; 3.5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

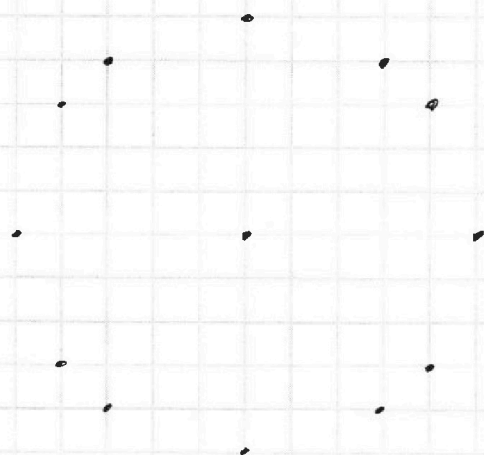
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Задачу я не решил, но зато есть предположения:

- Отметим все точки, удаленные от динной

на 5: $5 = \sqrt{3^2 + 4^2}$ их ровно 12



- ромб задается однозначно по 3-м вершинам.

- Также есть идея

Рассмотреть середину квадрата, там $\frac{12 \cdot 10}{2}$

способов

и края, разбив на 4 симметричные клетки.

посчитать

И поделить все на 4, ведь каждый ромб посчитан 4 раза.

я не успеваю, но хочу отметить предположения баллами.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$2025 = 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Сначала решим для $y \geq 0$

$\Rightarrow$ одна из скобок : 19.

$$1) y-45 : 19$$

$$\Rightarrow y-45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y+45 = 2^b \quad \left. \begin{array}{l} \uparrow \\ - \end{array} \right\} \quad 90 = 2^a (2^{b-a} - 19) \quad \Rightarrow a=1$$

неч.

$a \neq b$

$$45 = 2^{b-1} - 19$$

$$64 = 2^{b-1}$$

$$b=7$$

$$y-45=38 \Rightarrow y=83$$

$$83+45 = 128 = 2^7$$

$$19 \cdot 2^x = 38 \cdot 2^7 = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x=8.$$

$$2) y+45 : 19$$

$$\Rightarrow y+45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y-45 = 2^b \quad \left. \begin{array}{l} \downarrow \\ - \end{array} \right\}$$

$$90 = 2^a \cdot 19 - 2^b$$

($\Rightarrow$ за скофку
можно вынести
 2^1)

$$\left[\begin{array}{l} 45 = 19 - 2^{b-1} \quad \nexists \text{ четность} \\ 45 = 2^{a-1} \cdot 19 - 1 \quad \nexists 46 \nmid 19 \end{array} \right.$$

Ответ: $(8; 83); (8; -83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$x^2 + y^2 = a^2$ - уравнение окружности.

$$y = x^2 - 6x$$

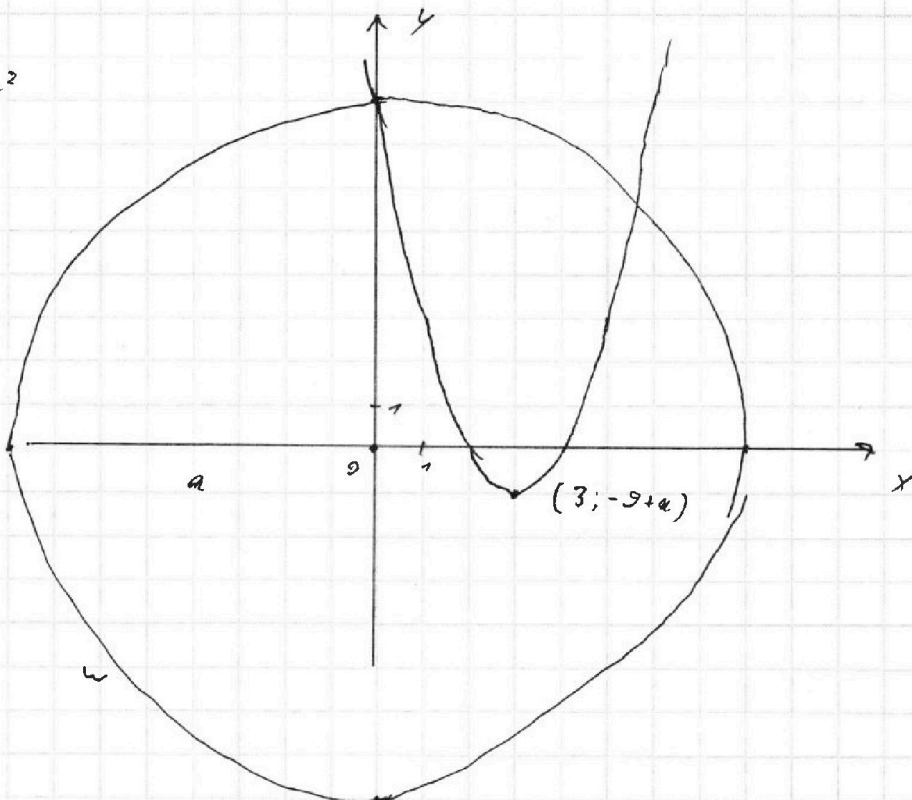
$$x_B = 3$$

$$y_B = -9$$

$$x^2 - 6x + a$$

$$x^2 + 6y = a^2$$

$$\Rightarrow a \geq 8$$



Парабола $\cap$ -ет ось Oy в точке $(0; a)$ верш $f(0) = a$.

a окружность $\cap$ -ет ось Oy в точках

$$(0; a)$$

$$(0; -a)$$

$\Rightarrow$ парабола $\cap$ -ет $\cup$ в верхней точке
и это и будет наибольшим значением выражения.
 $\Rightarrow a = 8$

Ответ: $a = 8$

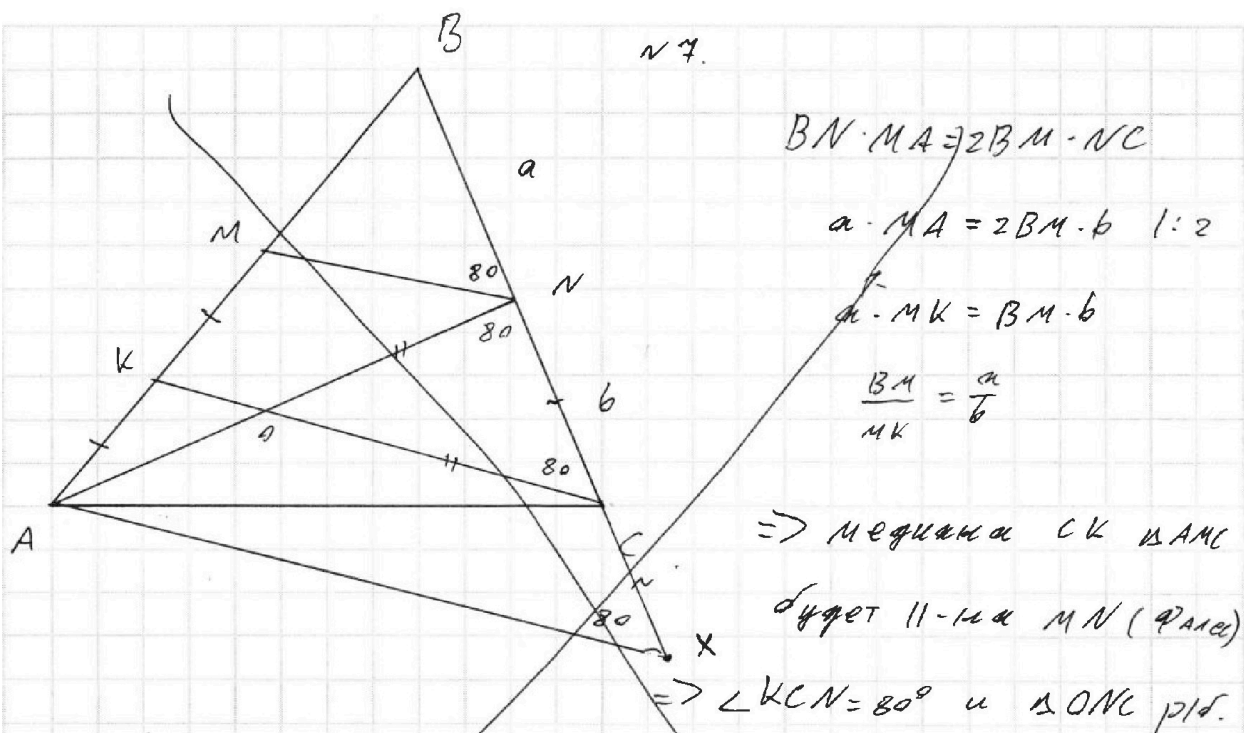


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

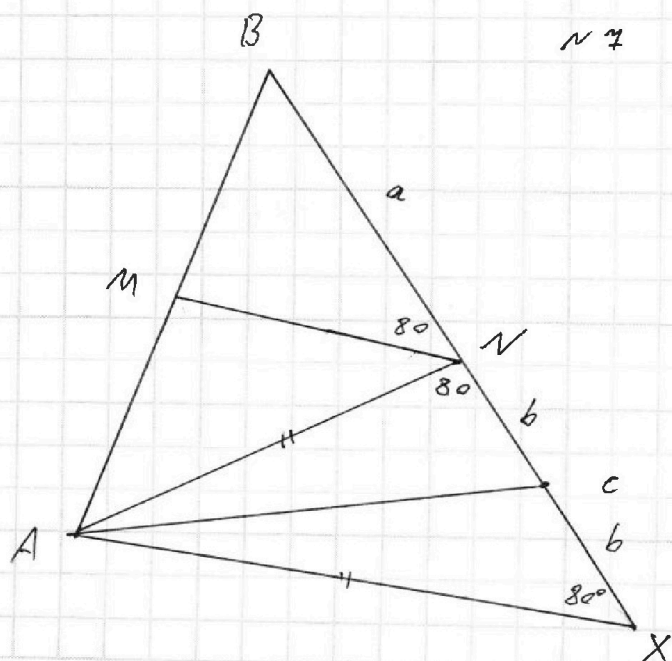


СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задачу решить я не успеваю, но думаю, что либо надо провести СК





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $\triangle ANX$ - рлд.

где AC - медиана

$\Rightarrow AC$ еще и бис-са.

$$\angle NAX = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \angle NAC = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$$

Ответ: 10°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 = b^3 \quad 6 \geq |3| + |9| \neq. \quad N1 \quad 5b^2 = N^3 \quad n > 6.$$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! \div 361$$

$$n! = a$$

$$10^3 = 5b^2$$

$$2^3 \cdot 5^3 = 5 \cdot b^2 \quad 2^3 \cdot 5^2 = b^2.$$

$$a + a(n+1) + a(n+1)(n+2) \div 19^2.$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 7} \\ 35 \\ \hline 11 \end{array} \quad \phi$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 11} \\ 361 \\ \hline \phi \end{array} \quad 13$$

$$\sqrt{4+4-3} = 4-1.$$

$$n! + n = 19$$

$$N^3 = 5^3 \cdot n^3.$$

$$N = 5b$$

$$N^3 = 5^3 b^3$$

$$\Rightarrow (a+2)^2 = 5^2 \cdot b^3.$$

$$1+4+9+16 = 10$$

$$20+10-10 = 20$$

$$n = 38.$$

$$n! + n < 38.$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 12} \\ 34 \\ \hline 21 \end{array} \quad \phi$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 19} \\ 19 \\ \hline 171 \\ 171 \\ \hline \end{array}$$

$$361 = 19^2.$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 10 = N^3$$

$$n = 17$$

$$19^2.$$

$$5 \cdot 2^2$$

$$|\sqrt{(x-3)(x+1)} + 6| \geq |\sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x-1| + |7-2x|$$

$$1+2-3$$

$$(x-3)(x+1)$$

$$x^2 - 2x - 3$$

$$|6+6| \geq |t+a \cdot 1| + |7-a|$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ -1 \quad 3 \end{array}$$

$$N = 5 \cdot b^2.$$

$$(20)$$

$$n^5 \quad 5(a+2)^2 = 20 \quad \checkmark.$$

$$\sqrt{5} + 6 \geq \sqrt{5} + 8 - 1$$

$$19 \cdot 2^x = (4-48)(4+45)$$

$$a(1+n+1+n^2+3n+2)$$

$$a(n^2+4n+4) = a(n+2)^2.$$

$$36! + 37! + 38! \div 19^2.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

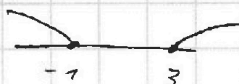
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$OD3: x^2-2x-3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0$$



левый модуль можно
 считать, т.к. $\sqrt{x^2}+6 \geq 6$.

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 6 \geq |\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

Давайте найдем точку у модулей справа, в которых
 меняется знак.

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 = 0$$

$$\sqrt{25+10-3}+6 \leq 12$$

$$\text{выполн } 6-20-1 = |-15|$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} = 1-2x, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

$$x^2-2x-3 = 1-4x+4x^2$$

+

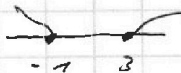
$$-3x^2+2x-4=0 \Rightarrow 3x^2-2x+4=0 \quad D < 0, \\ \Rightarrow \text{никогда } \neq 0$$

$$\text{т.е. } \sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \geq 0$$

$\Rightarrow$ неравенство принимает новый вид:

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 6 \geq \sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$$2x - 7 + |7 - 2x| \leq 0, \quad \text{и } OD3$$



$$2x-7+7-2x \leq 0$$

$$0 \leq 0$$

✓

$$2x-7+2x-7 \leq 0$$

$$x \leq \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow x = 3,5$$

Ответ:

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; 3,5]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(x+3)(x+1)} \leq 1-2x$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 1 - 4x + 4x^2$$

$$3x^2$$

$$\Rightarrow x \leq -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \leq 0$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} \leq 1-2x, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 1 - 4x + 4x^2$$

$$3x^2 - 2x + 4 \geq 0 \quad \checkmark$$

$\Rightarrow$ отбрасывается $\angle$.

при $x \leq -1$,

а при $x \geq 3$ с +.

$$x \leq -1$$

$$\sqrt{\dots} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{\dots} + |7 - 2x|.$$

$$2\sqrt{(x-3)(x+1)} + 5 + 2x - |7 - 2x| \geq 0.$$

$$x \leq -1$$

$$2\sqrt{\dots} + 5 + 2x - 7 + 2x \geq 0$$

$$2\sqrt{\dots} - 2 \geq 0$$

$$\sqrt{\dots} \geq 1.$$

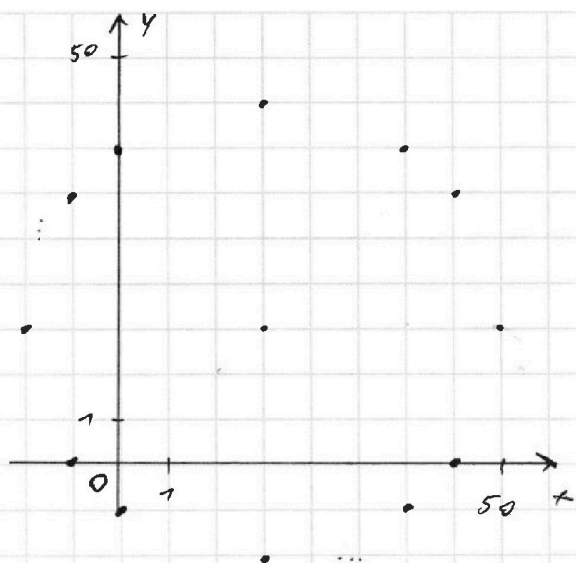


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Понятно, что для точки
существует 12 точек

на 1-и клетках удаленных
на 5.

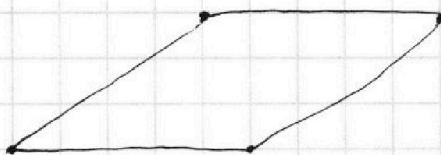
$$5 = 5 \quad \checkmark \quad 5 = \sqrt{3^2 + 4^2} \quad \checkmark$$

Имеем не целые.

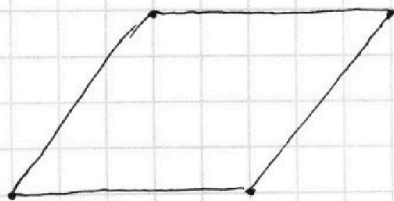
Реш. Перечислим все виды подходящих ромбов:

1)

2)
3)



45)



...

C_{12}^2 - ромбов
из точки.

2
1
2
1
2

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 38 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 19 \\ \hline 4 \\ + 76 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 19 \\ \hline 9 \\ 1710 \end{array}$$

$$19 \cdot 2^a + 9 = 2^b$$

$$9 = 2^{b-a} - 19$$

$$90 = 2^a (2^{b-a} - 19)$$

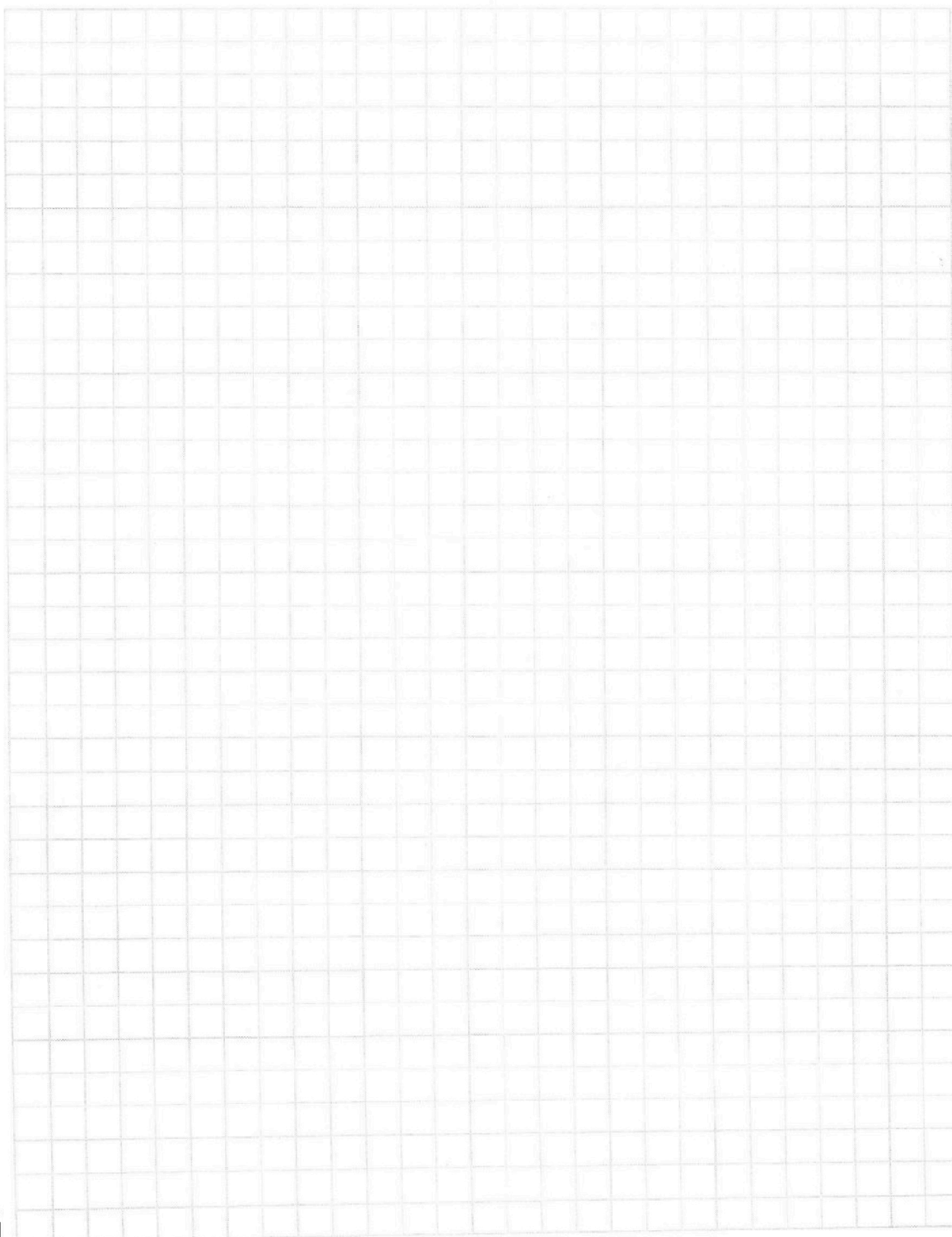


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

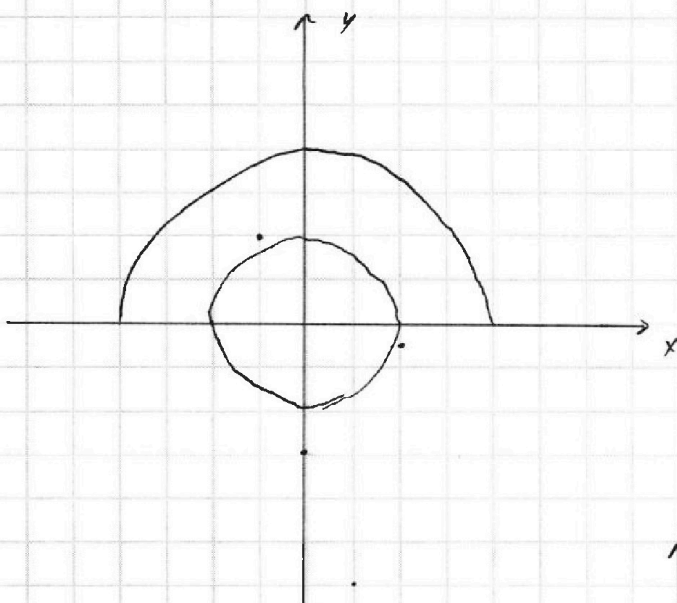
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x$$

$$x_0 = 3$$

$$y_0 = 9 - 18 = -9$$



$$x^2 + y^2 = a^2$$

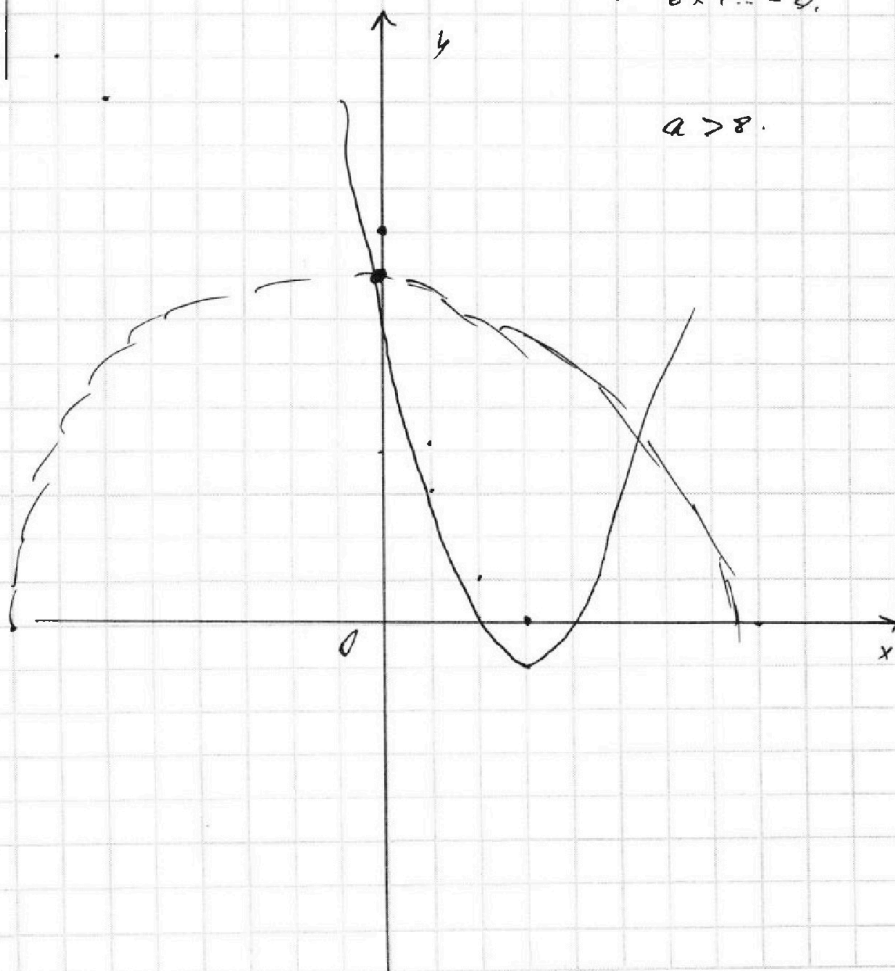
$$y = x^2 - 6x + a = 8.$$

$$x^2 + (x^2 - 6x + a)^2 = a^2$$

$$\begin{cases} x^2 + 64 = a^2 & a \geq 8 \\ x^2 - 6x + a = 8. \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + \dots = 0.$$

$$a > 8.$$



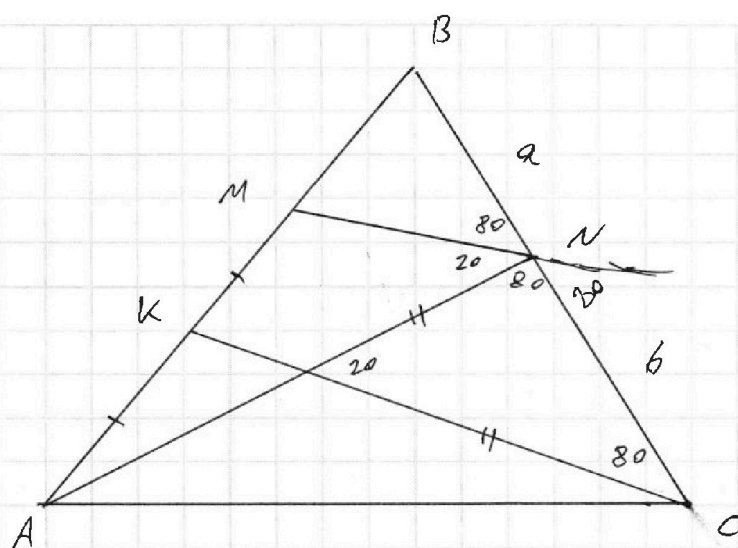


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

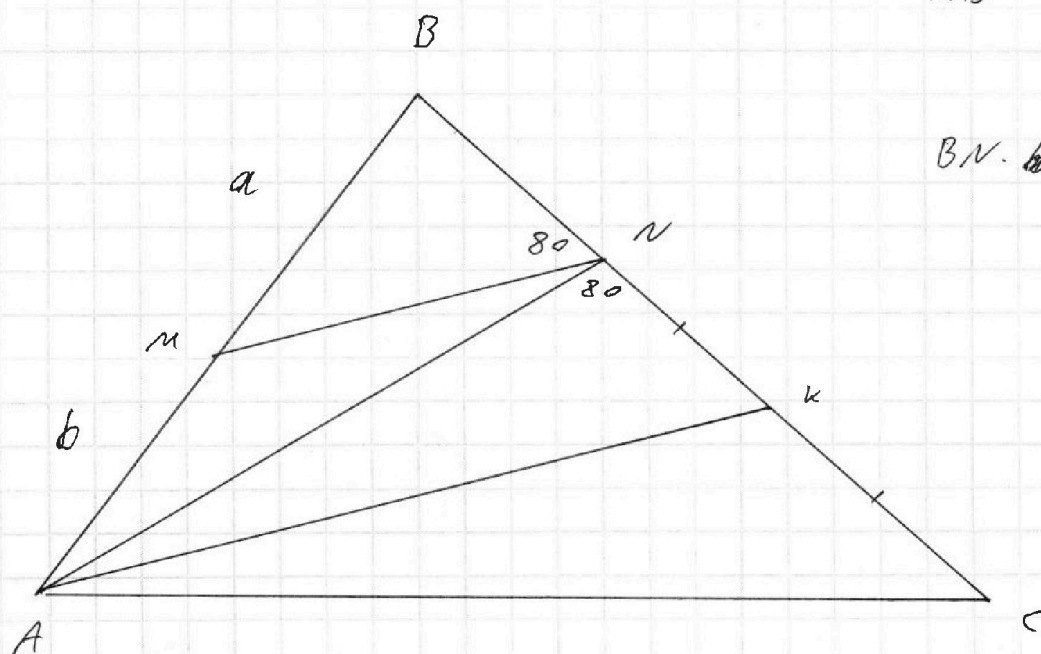
$$a \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NC$$

$$\frac{a}{2b} = \frac{BM}{MA}$$

$$MA \cdot a = 2b \cdot BM$$

$$MK \cdot a = b \cdot BM$$

$$\frac{MK}{MB} = \frac{b}{a}$$



$$BN \cdot b = 2a \cdot NC$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$a \cdot MA = 2BM \cdot b$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14

Отметим все точки, удаленные от диагонали на 5:

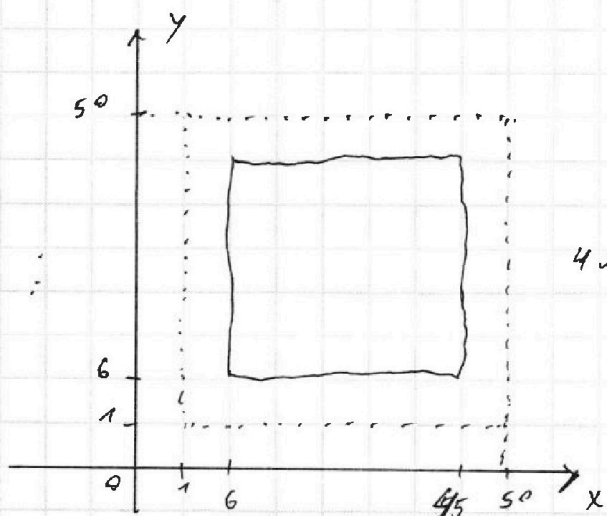
$$5 = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

их ровно 12.

Видов ромбов

~~22 ромба~~, из 10
вершин.

Всего 49^2 вершин.



30² точек для
которых
 $\frac{12 \cdot 50}{2} = 30$

(d_1, d_2)

(c_1, c_2)

4-3.

(a_1, a_2)

(b_1, b_2)

4
3
2
1

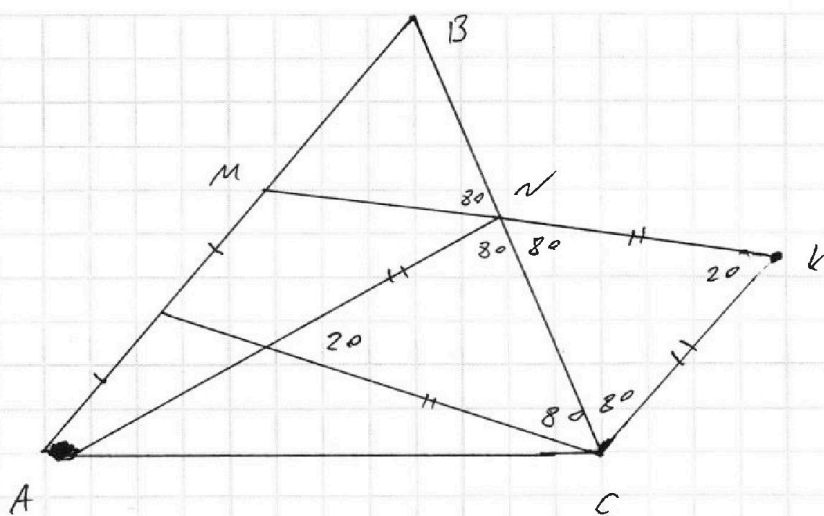


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N 5

27.11

$$\frac{12 \cdot 10}{2} = 60$$

$$\frac{12 \cdot 10}{2} = 60 \text{ ромбов}$$

на точке.

каждый посчитан 4 раза.

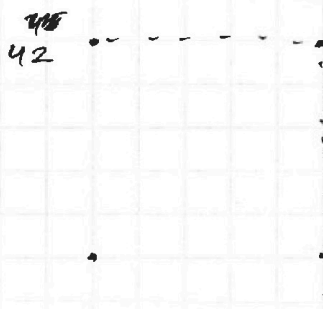
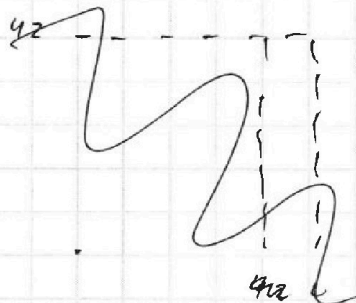


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим
еще 1 слой
там $2 \cdot 42 - 1$ точка
81 ~~80~~ 80

там уже так: $80 \cdot 5 + 4 \cdot 1$

для 43×43 так же. ~~48248~~ 4

$$2 \cdot 43 - 1 = 85$$

для $82 \cdot 5 + 3 \cdot 4$

для 44×44 :



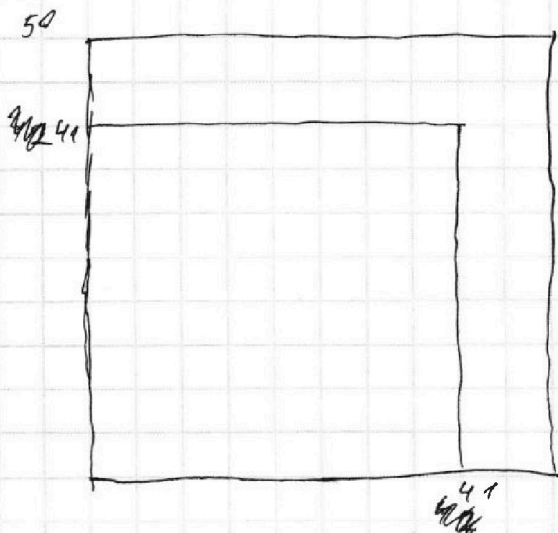
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4



$$\frac{41^2 - 41^2}{2}$$

Отметим все точки, удаленные от дуги на 5:

на 5:

$$5 = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

Рассмотрим все рамы,

отметим, самую нижнюю левую вершину:

Тогда способ сделать

$$\text{на ней рамы } \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

В квадрате 41×41 , мы можем составить

рамы произвольно: $41^2 \cdot 6$.

$$41^2 \cdot 6.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

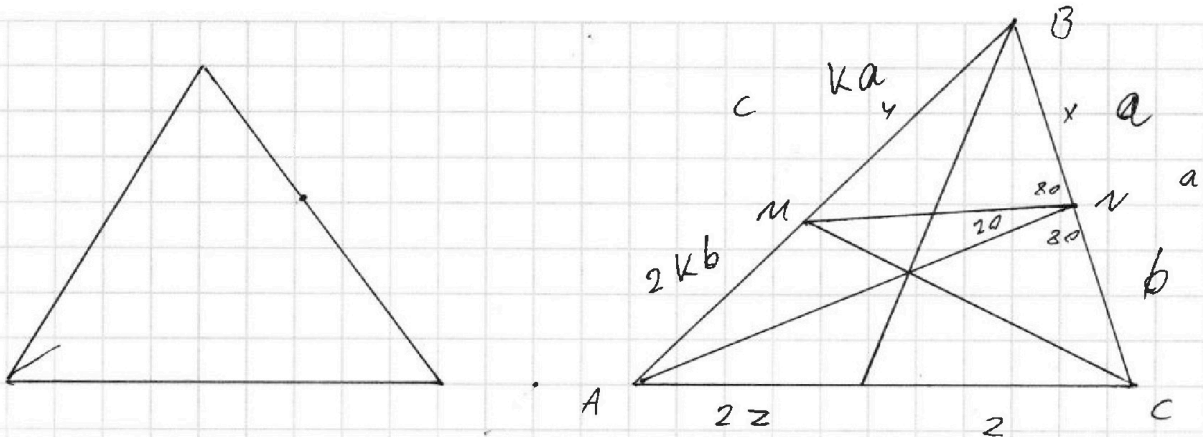
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



черт:

$$\frac{AM}{BM} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CP}{PA} = 1$$

$$= \frac{2NC}{BN} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CP}{PA} = 1$$

$$2 \cdot \frac{CP}{PA} = 1$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$1) y-45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y+45 = 2^b$$

$$90 = 2^a(2^{b-a} - 19)$$

$$a=1 \quad a \neq 0$$

$$45 = 2^{b-1} - 19$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 45 \\ + 19 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$2) y+45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y-45 = 2^b$$

$$90 = 2^a \cdot 19 - 2^b$$

$$\begin{cases} 45 = 19 - 2^{b-1} \\ 45 = 2^{a-1} \cdot 19 - 2^b \end{cases}$$

$$y=83$$

$$x=8$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 45 \\ + 38 \\ \hline 83 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$|y| > 45.$$

Одна из скобок делится на 19

$$y-45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y+45 = 19 \cdot 2^b$$

$$1) y-45 = 19$$

$$y-45 = 19k$$

$$19 \cdot 2^x = 19k(19k+90)$$

$$90 = 2^{b-a}(2^{b-a}-19)$$

$$19 \cdot 2^x = 19k(19k+90)$$

$$2^x = 19k^2 + 90k = k(19k+90)$$

$\Rightarrow k \rightarrow$ степень 2.

