



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$  делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа  $N$ , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 50]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $x^2 - 6x + a$  равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! \div 361$$

$$361 = 19^2$$

"

$$n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) \div 19^2$$

"

$$n! (1 + n + 1 + n^2 + 3n + 2) \div 19^2$$

"

$$n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \div 19^2$$

тогда понятно, что минимальное  $n = 17$ ,

тогда выражение вида  $17! \cdot 19^2 \div 361$ ,

докажем, что  $n < 17$  не подходит.

О/и: пусть  $n < 17$

$$\begin{array}{ccc} & n! \cdot (n+2)^2 & \\ & \uparrow \quad \quad \uparrow & \\ n \div 19 & & n \div 19 \text{ (т.к. } \leq 18) \end{array}$$

$$\Rightarrow n = 17$$

Ответ:  $n = 17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N > 6$ .

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3$$

$$a^2 + (a^2 + 2a + 1) + (a^2 + 4a + 4) + (a^2 + 6a + 9) + (a^2 + 8a + 16) - 10 = N^3$$

$$5a^2 + 20a + 30 - 10 = N^3$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = N^3$$

$$5(a+2)^2 = N^3, \quad N > 5, \text{ т.е. } N=5 \text{ не подходит, и } N \neq 5$$

$$\text{пусть } N = 5b \Rightarrow 5(a+2)^2 = 5^3 b^3$$

$$(a+2)^2 = 5^2 b^3$$

$$\left(\frac{a+2}{5}\right)^2 = b^3 = 2, \text{ тогда степень числа } 2 \geq 6.$$

т.е.  $\frac{a+2}{5}$  - куб какого-то числа, а  $b$  - квадрат.

$$b = t^2$$

$$\Rightarrow N = 5t^2, \quad t \geq 2$$

$$\text{пусть } t=2 \quad N=20 \quad 5(a+2)^2 = 5^3 \cdot 2^6 \quad (a+2)^2 = (5 \cdot 2^3)^2$$

$$\text{т.е. } a+2 = 5 \cdot 2^3 \quad a = 5 \cdot 2^3 - 2 \text{ подходит}$$

т.е.  $N=20$  подходит и это минимальное  $N$ ,  
ведь  $N = 5t^2 > 6$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

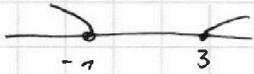
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\text{OQ3: } x^2-2x-3 \geq 0 \\ (x-3)(x+1) \geq 0$$

левый модуль можно снять,  
т.к.  $\sqrt{a}+6 \geq 6$ .



$$\sqrt{(x-3)(x+1)}+6 \geq |\sqrt{(x-3)(x+1)}+2x-1| + |7-2x| \\ (*)$$

I (\*) открывается отрицательно:

$$\sqrt{(x-3)(x+1)}+2x-1 \leq 0, \quad x \leq \frac{1}{2} \quad \sqrt{\dots} \leq 1-2x$$

$$x^2-2x-3 \leq 1-4x+4x^2 \rightarrow 3x^2-2x+4 \geq 0 \quad \text{D} < 0 \Rightarrow \text{открывается отрицательно, при } x \leq -1.$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)}+6 \geq 1-2x \quad \sqrt{(x-3)(x+1)}+|7-2x|$$

$$2\sqrt{(x-3)(x+1)}+5+2x \geq 7-2x, \quad x \leq -1.$$

← снимаем модуль.

$$2\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq 2(1-2x) \quad | :2 \wedge 2$$

$$(x-3)(x+1) \geq 1-4x+4x^2, \quad \text{уже такое было}$$

$$3x^2-2x+4 \leq 0 \quad \text{D} < 0 \Rightarrow \emptyset.$$

II (\*) открывается с + и  $x \geq 3$ .

$$\sqrt{(x-3)(x+1)}+6 \geq \sqrt{(x-3)(x+1)}+2x-1+|7-2x|$$

$$2x-7+|7-2x| \leq 0.$$

→



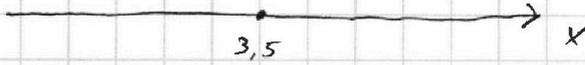
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 7 + |7 - 2x| \leq 0$$



$$2x - 7 + |7 - 2x| \leq 0$$

$$2x - 7 + 2x - 7 \leq 0$$

$$2x - 7 + 7 - 2x \leq 0$$

$$x \leq 3,5$$

$$0 \leq 0$$

✓

Ответ:  $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

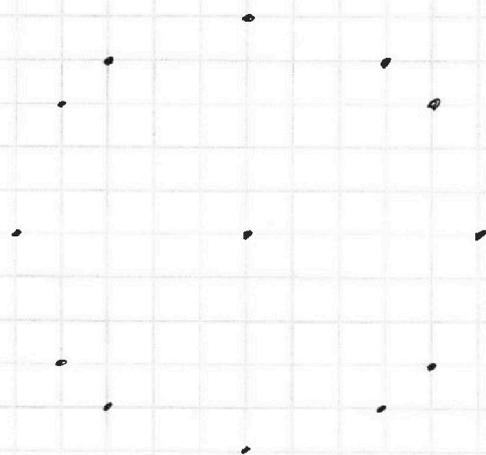
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нч.

Задачу я не решил, но зато есть продвижения:

- Отметим все точки, удаленные от данной

на 5:  $5 = \sqrt{3^2 + 4^2}$  их ровно 12



- ромб задается однозначно по 3-м вершинам.

- Также есть идея рассмотреть середину квадрата, там  $\frac{12 \cdot 10}{2}$  способов

и края, разбив на 4 симметричные клетки.

посчитать

И поделить все на 4, ведь каждый ромб посчитан 4 раза.

я не успеваю, но сразу оценить продвижения баллами.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$2025 = 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Сначала решим для  $y \geq 0$

$\Rightarrow$  одна из скобок : 19.

1)  $y-45 : 19$

$$\Rightarrow y-45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y+45 = 2^b \quad \left. \begin{array}{l} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \right\} - \quad 90 = 2^a (2^{b-a} - 19) \quad \Rightarrow a=1$$

неч.

$a \neq b$

$$45 = 2^{b-1} - 19$$

$$64 = 2^{b-1}$$

$$b=7$$

$$y-45=38 \Rightarrow y=83$$

$$83+45 = 128 = 2^7$$

$$19 \cdot 2^x = 38 \cdot 2^7 = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x=8.$$

2)  $y+45 : 19$

$$\Rightarrow y+45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y-45 = 2^b \quad \left. \begin{array}{l} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \right\} - \quad 90 = 2^a \cdot 19 - 2^b \quad (\Rightarrow \text{за скобку можно вынести } 2^1)$$

$$\left[ \begin{array}{l} 45 = 19 - 2^{b-1} \quad \neq \text{ четность.} \\ 45 = 2^{a-1} \cdot 19 - 1 \quad \neq 46/19 \end{array} \right.$$

Ответ:  $(8; 83); (8; -83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$x^2 + y^2 = a^2$  - уравнение окружности.

$$y = x^2 - 6x$$

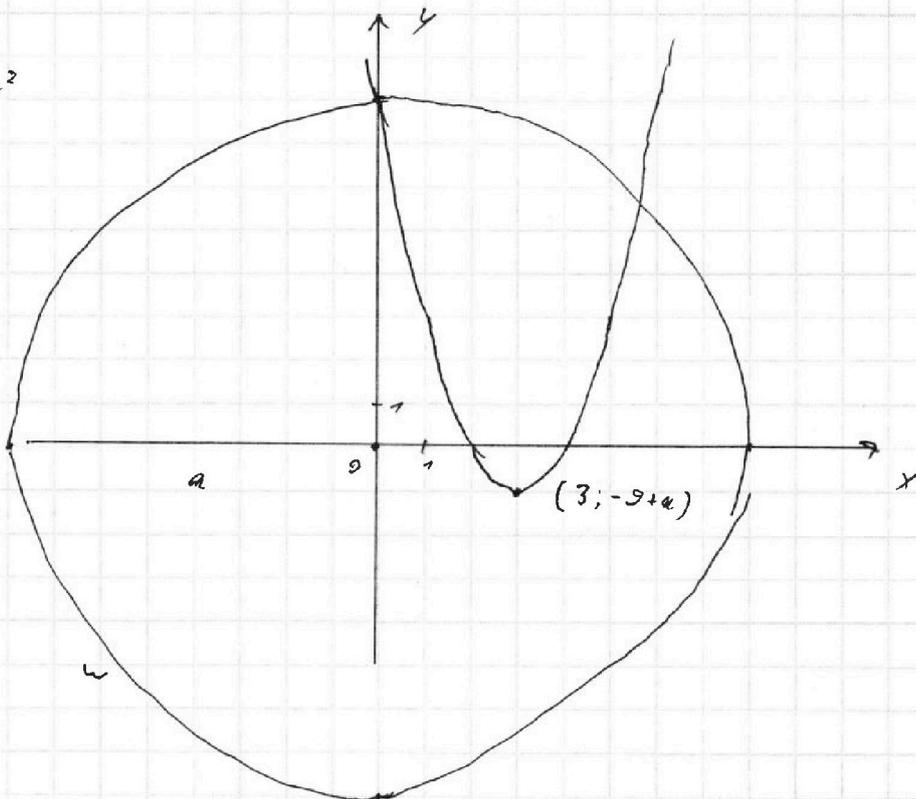
$$y_{\text{в}} = 3$$

$$x^2 - 6x + a$$

$$y_{\text{в}} = -9$$

$$x^2 + 6y = a^2$$

$$\Rightarrow a \geq 8$$



Парабола  $\cap$ -ет ось  $Oy$  в точке  $(0; a)$  ведь  $f(0) = a$ .

$a$  окружность  $\cap$ -ет ось  $Oy$  в точках

$$(0; a)$$

$$(0; -a)$$

$\Rightarrow$  парабола  $\cap$ -ет  $\cup$  в верхней точке

и это и будет наибольшим значением выражения.

$$\Rightarrow a = 8$$

Ответ:  $a = 8$

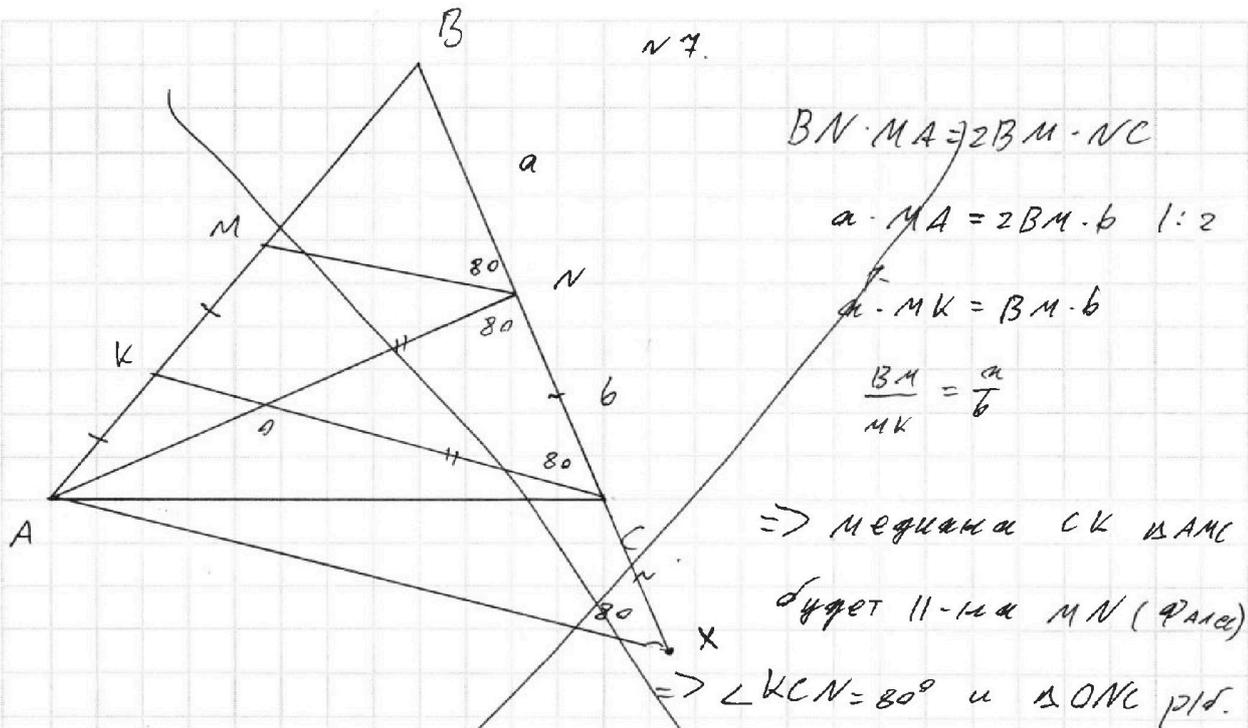


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

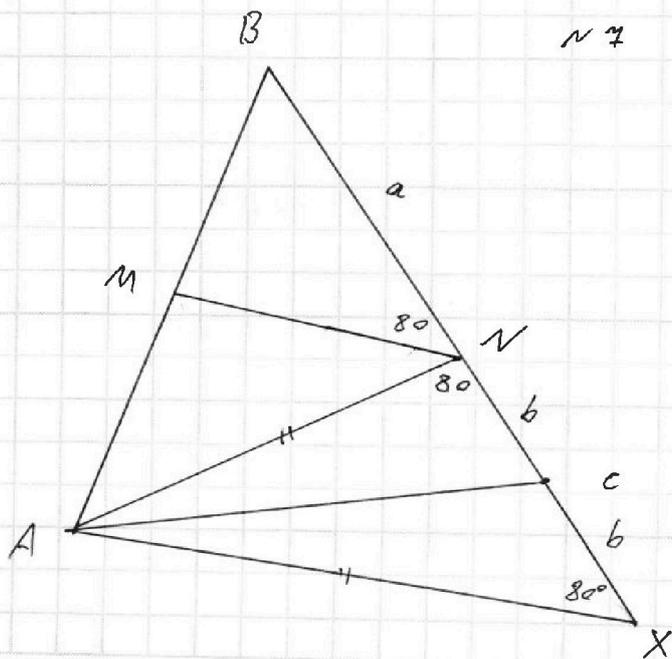
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задачу решить я не успеваю, но думаю, что надо надо провести СК



~~D.и.~~ D.и.: отразим  
 N от C.  
~~BN~~  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$   
 $a \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot b$   
 $\frac{BN}{BM} = \frac{NX}{MA} \quad NX = 2b$   
 $\Rightarrow$  по т. Фалеса.  
 $MN \parallel AX$   
 $\Rightarrow \angle NXA = 80^\circ \rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда  $\triangle ANX$  - рлд.

где  $AC$  - медиана

$\Rightarrow AC$  еще и бис-са.

$$\angle NAX = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \angle NAC = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$$

Ответ:  $10^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 = b^3 \quad 6 \geq |31+19| \neq. \quad N1 \quad 5b^2 = N^3 \quad n > 6.$$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! \div 361$$

$$n! = a$$

$$10^3 = 5 \cdot 6^2$$

$$2^3 \cdot 5^3 = 5 \cdot 6^2 \quad 2^3 \cdot 5^2 = 6^2.$$

$$a + a(n+1) + a(n+1)(n+2) \div 19^2.$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 7} \\ 35 \phantom{0} \\ \hline 11 \end{array} \quad \phi$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 11} \\ 361 \phantom{0} \\ \hline \phantom{0} \end{array} \quad \phi$$

$$361 \quad \phi \quad 13$$

$$\sqrt{4+4-3} \quad -4-1.$$

~~лучше  $n=19$~~



$$N^3 = 5^3 \cdot n^3$$

$$N = 5b$$

$$N^3 = 5^3 b^3$$

$$\Rightarrow (a+2)^2 = 5^2 \cdot 6^3.$$

$$1+4+9+16 = 10$$

$$20+10-10 = 20$$

$$n = 38.$$

лучше  $n < 38$ .

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 17} \\ 34 \phantom{0} \\ \hline 21 \end{array} \quad \phi$$

$$1: \quad 1! + 2! + 3! = 1 + 2 + 6 = 9$$

$$2: \quad 2! + 3! + 4! = 9 - 1! + 4! = 32$$

$$3: \quad 2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 19 \\ \hline 2 \\ \hline 38 \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 19} \\ 19 \phantom{0} \\ \hline 17 \phantom{0} \\ 17 \phantom{0} \\ \hline \phantom{0} \end{array}$$

$$361 = 19^2.$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 10 = N^3$$

$$n = 17$$

$$19^2.$$

$$5 \cdot 2^2$$

$$|\sqrt{(x-3)(x+1)} + 6| \geq |\sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

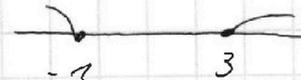
$$(x-3)(x+1)$$

"

$$x^2 - 2x - 3$$

$$1+2-3$$

$$|6+6| \geq |t+a-1| + |7-a|$$



$$N = 5 \cdot b^2$$

(20)

$$n^5 \quad 5(a+2)^2 = 20 \quad \checkmark.$$

$$\sqrt{5+6} \geq \sqrt{5+8-1}$$

$$19 \cdot 2^x = (4-48)(4+45)$$

$$a(1+n+1+n^2+3n+2)$$

$$a(n^2+4n+4) = a(n+2)^2.$$

$$36! + 34! + 38! \div 19^2.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(x+3)(x+1)} \leq 1-2x$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+3}$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 1 - 4x + 4x^2$$

$$3x^2$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \leq 0$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} \leq 1-2x, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 1 - 4x + 4x^2$$

$$3x^2 - 2x + 4 \geq 0 \quad \checkmark$$

$\Rightarrow$  отбрасывается  $\angle$ .

при  $x \leq -1$ ,

а при  $x \geq 3$  с +.

$$x \leq -1$$

$$\sqrt{\dots} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{\dots} + |7 - 2x|.$$

$$2\sqrt{(x-3)(x+1)} + 5 + 2x - |7 - 2x| \geq 0.$$

$$x \leq -1$$

$$2\sqrt{\dots} + 5 + 2x - 7 + 2x \geq 0$$

$$2\sqrt{\dots} - 2 \geq 0$$

$$\sqrt{\dots} \geq 1.$$

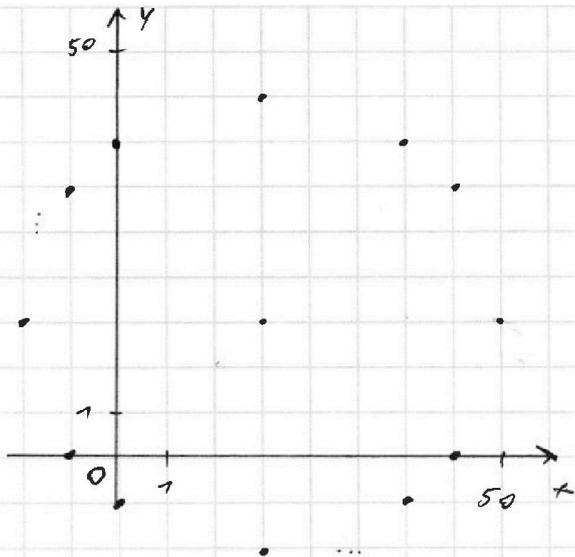


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



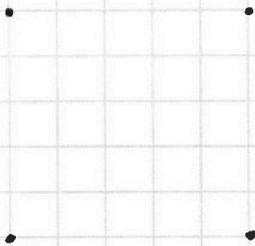
Понятно, что для точки  
существует 12 точек  
на 1-и клетках удаленных  
на 5.

$$5 = 5 \quad 5 = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

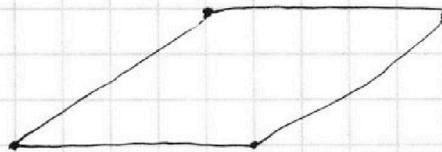
Имеем не целые.

Реш. Перечислим все виды подходящих ромбов:

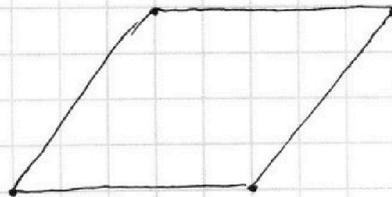
1)



2)  
3)



45)



...

$C_{12}^2$  - ромбов  
из точки.

2  
1  
2  
1  
2

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 38 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 19 \\ \hline 4 \\ + 76 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 19 \\ \hline 9 \\ \hline 1710 \end{array}$$

$$19 \cdot 2^a + 9 = 2^b$$

$$19 = 2^{b-a} - 9$$

$$90 = 2^a (2^{b-a} - 19)$$

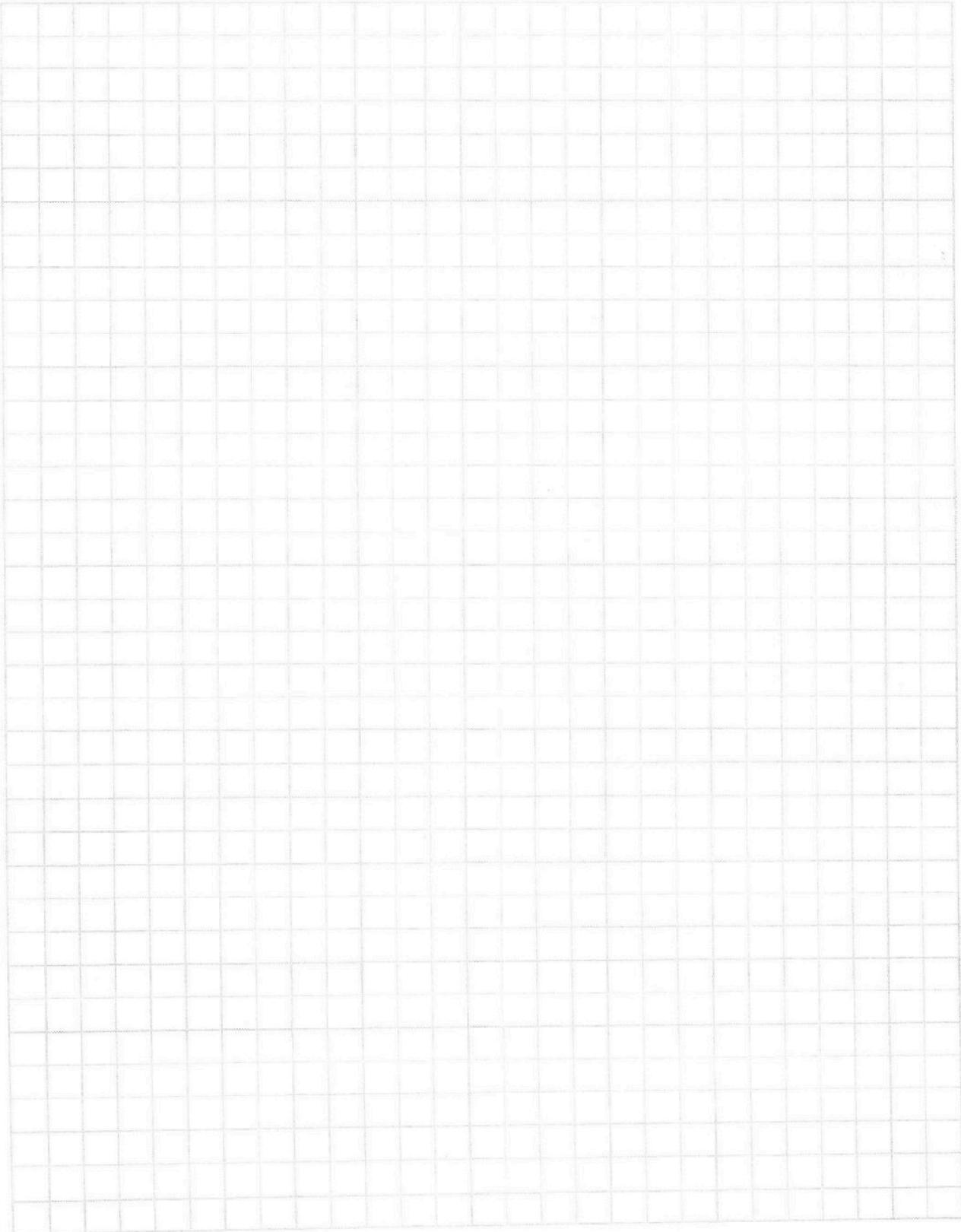


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

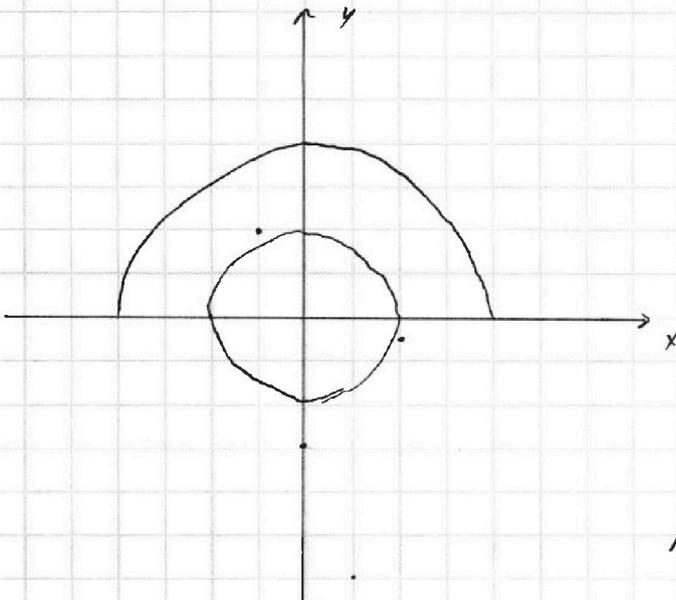
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x$$

$$x_0 = 3 \quad y_0 = 9 - 18 = -9$$



$$x^2 + y^2 = a^2$$

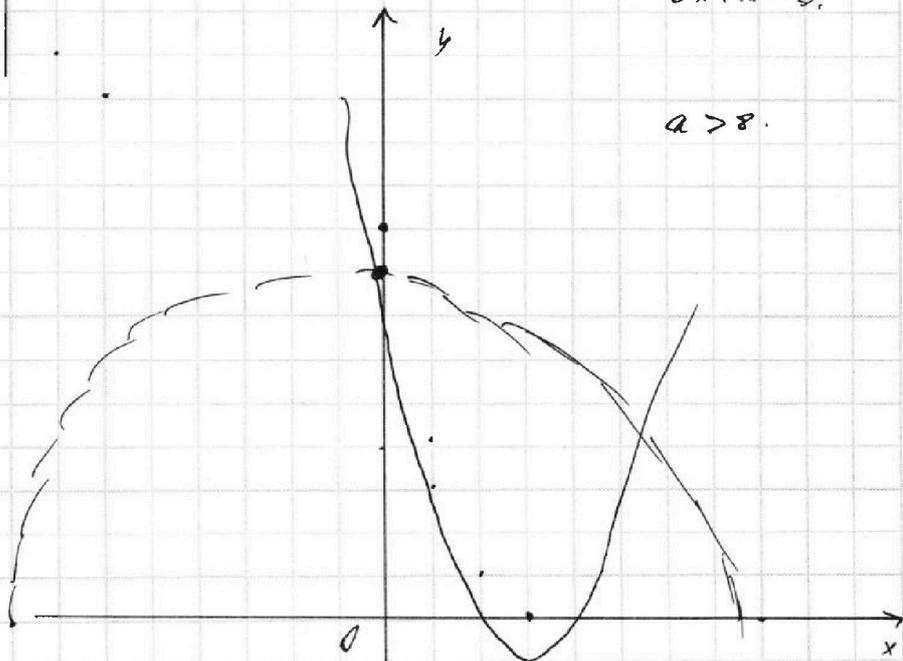
$$y = x^2 - 6x + a = 8.$$

$$x^2 + (x^2 - 6x + a)^2 = a^2$$

$$\begin{cases} x^2 + 64 = a^2 & a \geq 8 \\ x^2 - 6x + a = 8. \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + \dots = 0.$$

$$a > 8.$$



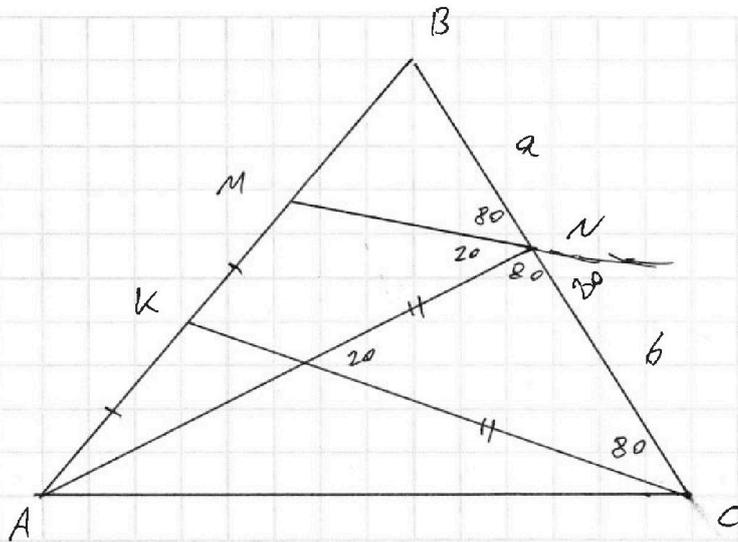


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

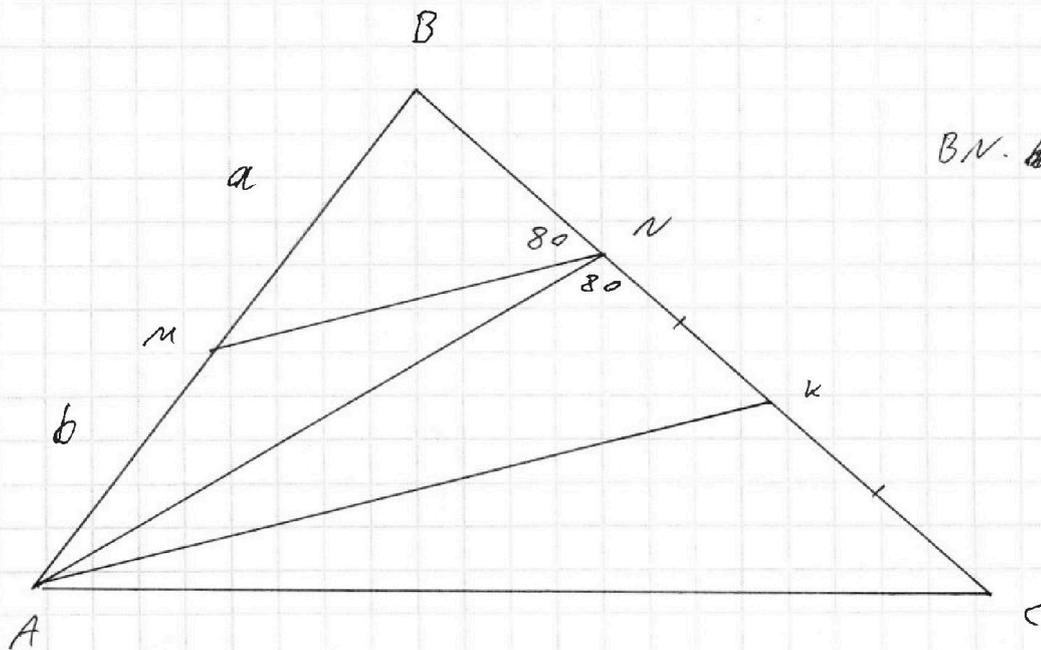
$$a \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot MB$$

$$\frac{a}{2b} = \frac{BM}{MA}$$

$$MA \cdot a = 2b \cdot BM \cdot 1:2$$

$$MK \cdot a = b \cdot BM$$

$$\frac{MK}{MB} = \frac{b}{a}$$



$$BN \cdot b = 2a \cdot NC$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$a \cdot MA = 2BM \cdot b$$



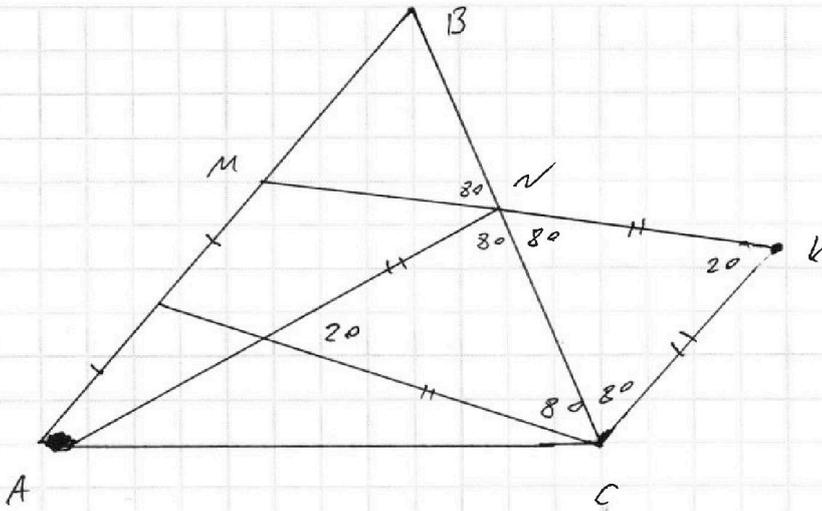


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N 5

*Handwritten signature*

$$\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$$

$$\frac{12 - 10}{2} = 60 \text{ ромбов}$$

на точке.

каждый считает 4 раза.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\frac{41^2 - 4 \cdot 3}{2}$$

Отметим все точки, удаленные от дуги на 5:

Рассмотрим все рамы, отметим, самую нижнюю левую вершину.

Тогда способов сделать на ней рамы  $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

В квадрате  $41 \times 41$ , мы можем составить рамы произвольна:  $41^2 - 6$ .

→

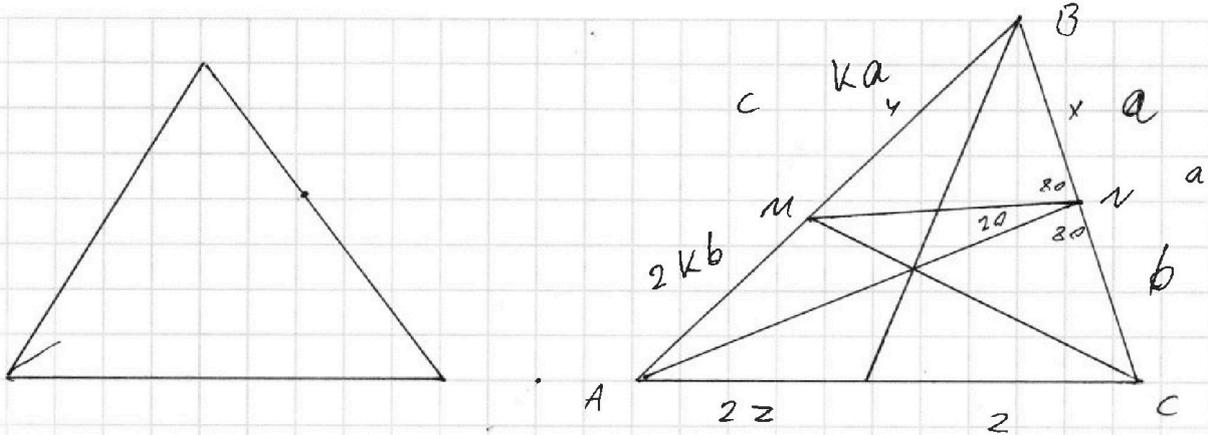


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



через:

$$\frac{AM}{BM} \cdot \frac{BN}{NC} = \dots$$

$$= \frac{2NC}{BN} \cdot \frac{BN}{NC} = 1$$

$$2 \dots = 1$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$1) y-45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y+45 = 2^b$$

$$BN \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{BM} = 2 \cdot \frac{CN}{AM}$$

$$\frac{x}{y} = 2 \cdot \frac{a-x}{c-y}$$

$$cx - yx = 2ay - 2yx$$

$$\frac{BN}{CN} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$$

$$y-45 = 19$$

$$y = 64$$

$$y+45 = 109$$

$$90 = 2^a (2^{b-a} - 19)$$

$$a = 1 \quad \cancel{a=0}$$

$$45 = 2^{b-1} - 19$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 45 \\ + 19 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$2) y+45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y-45 = 2^b$$

$$90 = 2^a \cdot 19 - 2^b$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 45 \\ + 38 \\ \hline 83 \end{array}$$

$$\begin{cases} 45 = 19 - 2^{b-1} \\ 45 = 2^{a-1} \cdot 19 - 2^b \end{cases}$$

$$y = 83$$

$$x = 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$|y| > 45$$

Одна из скобок делится на 19

$$y-45 = 19 \cdot 2^a$$

$$y+45 = 19 \cdot 2^b$$

$$1) y-45 \equiv 19$$

$$y-45 = 19k$$

$$19 \cdot 2^x = 19k(19k+90)$$

$$90 = 2^b(2^{b-a}-45)$$

$$2^x = 19k^2 + 90k = k(19k+90)$$

$\Rightarrow k \rightarrow$  степень 2.

