



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

**9 КЛАСС. Вариант 9**



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $n! + (n+1)! + (n+2)!$  делится на 361?

2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа  $N$ , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .

3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 50]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.

5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $x^2 - 6x + a$  равно 8.

7. [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(n! + (n+1)! + (n+2)!)}{361} \stackrel{N^1}{=} \text{обозначим } S(n) = n! + (n+1)! + (n+2)!$$

Ответ: при  $n=17$

Проверка: нужно  $\exists n \leq 16 \mid (n! + (n+1)! + (n+2)!) \stackrel{!}{=} 361$ .

$$n!/(n+1) + (n+1)/(n+2) = n!/(n^2 + 4n + 4) = (n+2)^2 \cdot n!$$

М.р.  $S(n) \stackrel{!}{=} 361$ , а  $361 = 19^2$ , т.д.

$$n!/(n+2)^2 \stackrel{!}{=} 19.$$

19 - простое число, значит,

$$\begin{cases} n! \stackrel{!}{=} 19 \\ (n+2)^2 \stackrel{!}{=} 19 \end{cases}$$

М.р.  $n \leq 18$ , т.д.  $n! \not\stackrel{!}{=} 19$

М.р.  $n \leq 16$ , т.д.  $(n+2) \not\stackrel{!}{=} 19$ .

находим чотиверіє, знати, чудноточене півтурко.

Таким образом, если  $S(n) \stackrel{!}{=} 361$ , т.д.  $n \geq 17$ .

$$\text{при } n=17 : S(17) = 17! + 18! + 19! = 17!/(1+18+18 \cdot 19) = \\ = 17!/(19 \cdot 19) = \underbrace{(361 - 17!)}_{- 200 \text{ и требовалось найти}} \stackrel{!}{=} 361.$$

- 200 и требовалось найти.

Ответ:  $n=17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a-2 \quad a-1 \quad a \quad a+1 \quad a+2 \quad \checkmark \quad \begin{matrix} a \in N, a \geq 3 \\ -5 \text{ копейками} \end{matrix}$$

натуральном числе.

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = 5a^2 - 4a - 2a + 2a + 4a + 4 + 1 + 1 + 4 = 5a^2 + 10.$$

По условию задачи,  $(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = 10 = N^3$ ,

$$N \geq 6, N \in N$$

$$5a^2 = N^3, N \in N.$$

$$\text{Тогда } N^3 : 5 \iff N : 5$$

Нам нужно найти наименьшее натуральное  $N \geq 6$ ,

такое что оно кратное 5 и такое 250

$$\exists a \geq 3, a \in N \mid N^3 = 5a^2.$$

$$\text{т.к. } N : 5, \text{ и } N \geq 6, \text{ то } N \in \{10; 15; 20; 25; \dots\}.$$

$$\text{если } N = 10, \text{ то } 1000 = 5a^2.$$

$$\begin{aligned} a^2 &= 200 \\ a \notin N &- \text{ противоречие} \end{aligned}$$

$$\text{если } N = 15, \text{ то } 15^3 = 5a^2$$

$$15^2 \cdot 3 = a^2$$

$$a \notin N \text{ противоречие}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{если } N = 20, \text{ то } 20^3 = 5a^2.$$

$$a^2 = 4 \cdot 20^2.$$

$$a = \pm 40$$

Список задач удовлетворяет только  $a = 40$ .

Таким образом, для  $6 \leq N \leq 19$  не показано, что таких  $a$  не существует, а для  $N = 20$  условию удовлетворяет

$$a = 40, \text{ т.е.}$$

$$20^3 = 38^2 + 39^2 + 40^2 + 41^2 + 42^2 - 10 - \text{верно}$$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3}| + |2x + 1| + |7 - 2x|.$$

$$\text{Обозначим } a = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1; \quad b = 7 - 2x.$$

$$\text{Monge} \quad |a + b| \geq |a| + |b|.$$

Doxameg 290 Hack & Becker  $|a+b| \leq |a| + |b|$

$|a+b| \geq |a| + |b|$  n.k. die das die Menge der möglichen Werte größer ist.

$$|a+bi|^2 = \sqrt{|a|^2 + |b|^2} + 2|a| \cdot |b|.$$

$$a^2 + b^2 + 2ab \checkmark a^2 + b^2 + 2|ab|.$$

$|ab| \leq |ab|$ , значит,  $|ab| \leq |a| + |b|$ , значит,

рабочего доктора и только тогда

а и в одного знака.

(1)  $|a+b| \geq |a| + |b|$  no утверждение

(2)  $|a+b| \leq |a| + |b|$  to gokaya nizamy

$$(1); (2) \Rightarrow |a+b| = |a| + |b| \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq 0 \\ 7 - 2x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq 0 \\ x^2 - 2x \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq 0 \\ x \geq 8,5 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решением которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 из 32

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

значит

$$(4) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3,5 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,5 \leq x \leq 3,5 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,5 \leq x \leq 3,5 \\ x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$\begin{cases} x < 0,5 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0,5 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \end{cases}$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$(5) \quad \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \\ x < 0,5 \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \text{ и.к. } 1 - 2x \geq 0, \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0, \text{ т.к.}$$

$$(5) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq (1 - 2x)^2 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1 \\ (x+1)(x-3) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \geq 3x^2 - 2x + 4 \\ x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in \emptyset \\ x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

нет решений

$$\begin{cases} 0,5 \leq x \leq 3,5 \\ x < 0,5 \end{cases} \quad \text{нет решений}$$

Ответ:  ~~$x \in [0,5; 3,5]$~~ .  $x \in [3; 3,5]$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Постигаем количество вершинок вершигра гранда.

Если ~~а, б, с, д~~  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}, |a|, |b| \leq 50$ ,  $A(a, b)$ ,  $B(c, d)$ ,  $AB = 5$ , то

$$(a-c)^2 + (b-d)^2 = 25.$$

т.к.  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ ,  $|a|, |b| \leq 50$ ;  $|c|, |d| \leq 50$

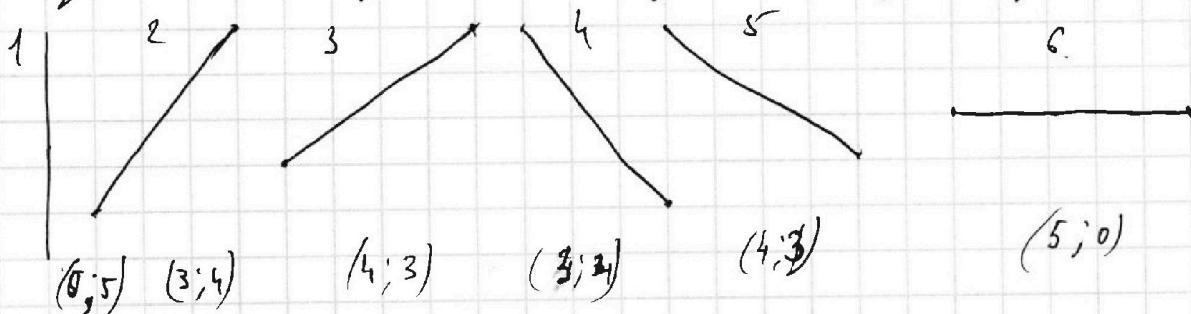
$$(a-c) \in \mathbb{Z}; (b-d) \in \mathbb{Z}.$$

Чтобы 25 необходимо представить в виде суммы квадратов двух целых чисел.

$(a-c)^2 = 0$	$(b-d)^2 = 25$	✓
$(a-c)^2 = 1$	$(b-d)^2 = 24$	✗
$(a-c)^2 = 4$	$(b-d)^2 = 21$	✗
$(a-c)^2 = 9$	$(b-d)^2 = 16$	✓
$(a-c)^2 = 16$	$(b-d)^2 = 9$	✓
$(a-c)^2 = 25$	$(b-d)^2 = 0$	✓
$(a-c)^2 > 25$	$(b-d)^2 < 0$	✗

Таким образом, получаем 4 варианта разностей координат.

Из них получаем 6 видов отрезков длины 5:



Доказательство, если у гранда 3 вершинки расположаются в узлах сетки, то и 4-я расположена в узлах сетки.

Это означает 6 числу симметрии относительно диагонали.

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Когда я говорю, что вершина расположится в узле сетки, я имею виду, что она имеет целочисленные координаты.

Значит, нам необходимо исходить из кашеекообразов вершинов вдоль пары отрезков длины радиуса  $\sqrt{5}$  (все стороны) — это и будет кашеекообразов расположение различных рамб со стороной 5.

$$\text{ПД } \frac{6 \cdot 5}{2} = 15.$$

В скобках подрамники отрезкам и указал ПД, сколько километров такой отрезок занимает по горизонтали и по вертикали соответственно:  $(x_1, y_1)$ ,  $y \sqrt{x^2 + y^2}$ .  
 Оказалось, что кашеекообразов рамб на данной доске можно с координатами  $\in [1; 50]$  и со сторонами, такими что у них  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  будет ровно  $(50 - x_1 - x_2)(50 - y_1 - y_2)$ . Просто легче это можно использовать все, кроме  $x_1 + x_2$  километров по горизонтали, и все, кроме  $y_1 + y_2$  километров по вертикали.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь посчитаем все-бо граней с различными сторонами из пластилина:

сторонки

1 2

Все граней - все-бо граней с одинаковыми сторонами

$$(50-3)(50-9)$$

1

3

$$\cdot (50-4)(50-8)$$

1

4

$$\cdot (50-3)(50-9)$$

1

5

$$\cdot (50-2)(50-8)$$

1

6

$$\cdot (50-5)(50-5)$$

2

3

$$\cdot (50-7)(50-7)$$

2

4

$$\cdot (50-6)(50-8)$$

2

5

$$\cdot (50-3)(50-2)$$

2

6

$$\cdot (50-8)(50-4)$$

3

4

$$\cdot (50-7)(50-2)$$

3

5

$$\cdot (50-8)(50-6)$$

3

6

$$\cdot (50-2)(50-3)$$

4

5

$$\cdot (50-7)(50-7)$$

4

6

$$\cdot (50-8)(50-4)$$

5

6

$$\cdot (50-9)(50-3)$$

Теперь посчитаем общее все-бо граней: 380 сумма пластилином чисел 8 граней каждого:

$$4(47 \cdot 41) + 4(42 \cdot 46) + 4 \cdot 43^2 + 2 \cdot 45^2 + 2 \cdot 44 \cdot 42 = 9708 + 2025 +$$

$$+ 4 \cdot 1849 + 4 \cdot 42(46 + 22) = 9733 + 9396 + 168 \cdot 68 = 17129 + 11424 =$$

$$= 28553$$

Ответ: 28553 грань

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$(19 \cdot 2^x) = (y-45)(y+45).$$

$x \in \mathbb{Z}$

$y \in \mathbb{Z}$ .

$$(y-45) \in \mathbb{Z}, (y+45) \in \mathbb{Z}.$$

если  $x < 0$ , то

~~$2^x \in \mathbb{N}$~~

тогда  $19 = 2^x(y-45)(y+45)$ . т.к.  $(y-45) \in \mathbb{Z}$  и  $(y+45) \in \mathbb{Z}$ ,

то  $19 : 2^x$  - противоречие

Значит,  $x \geq 0$ . Но если  $x \in \mathbb{N}$ .

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45) \quad (y+45) > 0 \quad \Rightarrow \quad y-45 \neq 0$$

$$19 \cdot 2^x > 0$$

тогда  $\begin{cases} y-45 : 19 \\ y+45 : 19 \end{cases}$

если  $y-45 : 19$ , то

$$|y|-45 = 19k, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow |y| = 19k+45$$

тогда  $|y|+45 = 19k+90$ .

$$(y-45)(y+45) = 19 \cdot 2^x$$

$$19k^2 + 90 \cdot 19 \cdot k = 19 \cdot 2^x$$

$$19k^2 + 90k = 2^x$$

$$k(19k + 90) = 2^x.$$

т.к.  $k \in \mathbb{N}$

если  $k > 0$ , то  $k = 2^d$ ,  ~~$x \geq 0$~~ ,  $d \in \mathbb{N}$

$$2^d(19 \cdot 2^d + 90) = 2^x$$

$$19 \cdot 2^{d+1} + 90 = 2^{x-d}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{m.r. } 2^{x-\alpha} > 2^{\alpha}, \text{ т.о. } x > 2\alpha.$$

$$90 = 2^{x-\alpha} - 19 \cdot 2^{\alpha}$$

$$90 = 2^{\alpha}(2^{x-2\alpha} - 19)$$

$$45 = 2^{\alpha-1}(2^{x-2\alpha} - 19)$$

$$\text{m.r. } \alpha \in \mathbb{N}, \text{ т.о. } \alpha \geq 0.$$

$$\begin{cases} 45 \div 2^{\alpha-1} \iff \alpha = 1 \\ \alpha \geq 0 \end{cases}$$

$$45 = 2^{x-2} - 19$$

$$2^{x-2} = 64$$

$$\boxed{x = 8}.$$

$$\text{б. } |y| = 19k + 45 = 19 \cdot 2^{\alpha} + 45 = 19 \cdot 2 + 45 = 38 + 45 = 83$$

$$\begin{cases} y = 83 \\ x = 8 \end{cases} \quad (8; 83); (8; -83) - \text{ решения.}$$

$$\begin{cases} y = -83 \\ x = 8 \end{cases} \quad \text{Если } (y + 45)/15, \text{ т.о.} \\ |y| = 19k - 45, k \in \mathbb{N}. \\ |y| - 45 = 19k - 90, k \geq 5.$$

$$19k^2 - 90 \cdot 19k = 2^x - 19$$

$$19k^2 - 90k = 2^x$$

$$k(19k - 90) = 2^x$$

$$\text{m.r. } k \in \mathbb{N}, \text{ т.о. } k = 2^x$$

$$2^x / (19 \cdot 2^x - 90) = 2^x$$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19(2^x - 90) = 2^{x-2}$$

$$90 = (19(2^{\cancel{x}} - 2^{x-2})).$$

$$90 = 2^{\max(x, x-2)} (19^{\alpha - \max} - 2^{x-2-\max}).$$

$$\max(x, x-2) = 1$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x-2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{н.к } k \geq 5, \text{ то } x \geq 3.$$

$$x - \alpha = 1$$

$$90 = 19 \cdot 2^\alpha - 1.$$

$$91 = 19 \cdot 2^\alpha$$

$$\alpha \in \emptyset.$$

Ответ:  $(8; 83); (8; -83)$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

$$(19 \cdot 2^x) = (y - 45)(y + 45)$$

$$\boxed{I} y - 45 = 19k, k \in \mathbb{Q}.$$

$$y = 45 + 19k$$

$$19k + 45 + 19k^2 = 19 \cdot 2^x$$

$$19k + 19k^2 = 2^x$$

$$k(19k + 90) = 2^x$$

$$k = 2^d.$$

$$19 \cdot 2^d + 90 = 2^{x-d}$$

$$19 \cdot 2^{d-1} + 45 = 2^{x-2-d}$$

$$45 = 2^{x-2-d} - 19 \cdot 2^{d-1}$$

$$2^{x-d-1} > 2^{d-1}$$

$$x-d-1 > d+1$$

$$x > 2d+2$$

$$x^2 - 6x + a = (x-3)^2 + (g+a)$$

$$y^2 - x^2 = 4$$

$$\begin{array}{r} \cancel{-2} \\ \cancel{1} \\ \cancel{+2} \\ \hline \cancel{1} \\ \cancel{0} \\ \hline 225 \end{array}$$

$$(y = 2^{-x}(y-45)(y+45))$$

$$k = \frac{-45 \pm 141}{19}$$

$$80^2 - 4 \cdot 2^x \cdot 19 = 8100 + 19 \cdot 2^{x+2}$$

$$x = -2.$$

$$\left[ \begin{array}{l} k \in \{1, 2, 4, 8, \dots\} \\ k^2 - 45 \end{array} \right] \quad \left[ \begin{array}{l} k \in \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\} \\ 45^2 + 2^x \cdot 19 \end{array} \right]$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 16 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 1 \end{array}$$

$$A \neq M \geq 0$$

~~$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$~~

$$a^2 - 6|a| + a < 8$$

$$|a| > 0$$

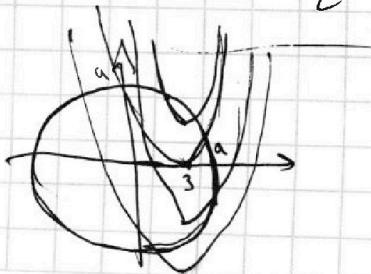
~~$$a^2 - 5a - 8 \geq 0$$~~

$$D_1 = 6^2 - 4 \cdot 8$$

$$D_1 = 36 + 8 = 44$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{44}}{2}$$

$$a = \frac{5 + \sqrt{44}}{2}$$



$$a < 0$$

$$a^2 + 6a + a - 8 \geq 0$$

$$a^2 + 7a - 8 \geq 0$$

$$D \geq 49 + 32 = 81$$

$$a = \frac{-7 \pm 9}{2}$$

$$\begin{cases} a = -8 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$a = -8$$

$$x^2 \cdot (x^2 - 6x + a)^2 = a^2$$

1

2

3

4

5

6

7



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

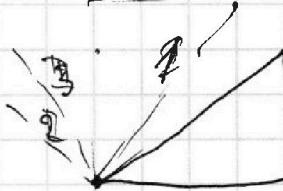
- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

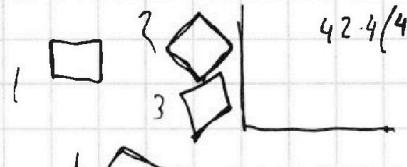
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I \quad y_2 - y_1 = 0$$

$$II \quad y_2 - y_1 = 3$$



45<sup>2</sup> квадратов.



$$42 \cdot 4 / (4 + 2) = 84 / 68$$

$$III \quad y_2 - y_1 = 4$$



$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 1729 \\ + 172 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 94 \\ \times 42 \\ \hline 198 \\ + 36 \\ \hline 398 \end{array}$$

$$(50 - 8)(50 - 8) + 2(8)$$

$$2(50 - 8)(50 - 8) + 2(8)$$

$$45^2 + (50 - 8)(50 - 8) + 2(50 - 8)(50 - 8) + (50 - 8)^2$$

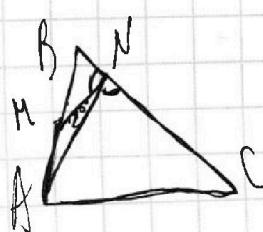
$$6 \cdot 8 = 15. \text{ Высота треугольника}$$

$$45^2 + 2 \cdot 43^2 + 2 \cdot 42 \cdot 44.$$

$$2025 + 2 \cdot 1849 + 2 \cdot 1848 =$$

$$\begin{array}{r} 164 \\ \times 47 \\ \hline 1148 \\ + 686 \\ \hline 7708 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 313 \\ \times 1849 \\ \hline 2396 \end{array}$$



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} =$$

$$\frac{BC}{NC}$$

$$\begin{array}{r} 9733 \\ + 396 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1344 \\ + 1008 \\ \hline 2352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2352 \\ + 11424 \\ \hline 13776 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! / (n^2 + 4n + 4) = n! \cdot (n+2)^2.$$

361 2 35 7 11 13 17 19

$n \leq 18$

$$\begin{array}{r} 361 \\ - 351 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 380-361=19 \\ 361 \\ - 361 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$361 = 19^2.$$

$n! \not\sim 19$

$(n+2)^2 \not\sim 19$

$$n=17 : 17! \cdot 19^2 = 361 \cdot 17! \cdot 361$$

$n \geq 19 - \text{ошиб.}$



$$(a-2)^2 + (a-1)^2 - a^2 \rightarrow (a+1)^2 + (a+2)^2 = 5a^2 + 10$$

$$5a^2 = N^3 \quad N \geq 6.$$

$$N^3 : 5 \Leftrightarrow N : 5 \Leftrightarrow N^3 : 125.$$

$$N \geq 10.$$

$$N = 10$$

$$1000 = 5a^2.$$

$$N = 5k$$

$$25k^3 = a^2.$$

$$k^3 = \left(\frac{a}{5}\right)^2. ?$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$|x| + |y| \geq |x+y|$$

$$a = \sqrt{\dots}$$

$$b = 2x - 1$$

$$c = 4 - 2x$$

$$|(a+b)c| \geq |(a+b)| + |bc|$$

$$x^2 + y^2 + 2|xy| \geq x^2 + 2xy.$$

$$\text{если } c < 0, \text{ то } |a+b+c| \leq |a+b|. \quad \text{если } |c| < |a+b|$$

$$|xy| \geq x|y|$$

$$|a+b+c| < |c|$$

~~$$|a+b| + |c| \leq |a+b+c|$$~~

$$|a+b+c| \leq |a+b|.$$

$$|a+b| + |c| \geq |a+b+c|.$$

$$|a+b+c| = |a+b| + |c|$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a+b)c \geq 0$$

$$(\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1)(7 - 2x) \geq 0.$$

$$\begin{cases} \sqrt{-2x} + 2x - 1 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{-2x} + 2x - 1 = 0 \\ 7 - 2x = 0 \end{cases}$$



$$x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$$

$$A(a;e), B(b;f), C(c;g), D(d;h)$$

$$\sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2} = 5$$

$$\sqrt{(e-a)^2 +$$

$$\begin{array}{l} \text{ABC} \\ \overline{BA} \cdot \overline{AC} = \overline{AB}^2 \end{array}$$



$$2x \geq 7$$

$$\begin{cases} 2x \leq 7 \\ \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 25 \\ x \leq 3,5 \end{cases}$$

$$\sqrt{\quad} \geq 1 - 2x$$

$$3x^2 - 2x + 9 \leq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 4 - 3 \cdot 4 = 20$$

$$\frac{\Delta}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{16}, \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{25}, 0$$

$$-2$$

$$4 - 4 - 3,$$

$$4 + 4 - 3$$

$$(\sqrt{5} + 4 - 1) + M$$

$$N = N_{ab} + N_{34}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-3)^2 + (y+2)^2 = 8 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{array} \right.$$

$$x_1 - x_2 = 10$$

$$k_6 y_1 - y_2 = 10$$

$$45 \text{ штук (по 10 в клетку)}$$

