МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10

1. [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n-1)!+n!+(n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N, большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N.
3. [4 балла] Решите неравенство
$$\left|\sqrt{x^2-x-2}+5\right| \geqslant \left|\sqrt{x^2-x-2}+x-1\right|+|6-x|.$$
4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy, задаваемых уравнением $x^2+y^2=a^2$, наибольшее значение выражения y^2-4y-a равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70°$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$289 = 17^2$, $(n-1)! + n! + (n+1)! \vdots 17^2$

$1 \cdot (n-1)! + (n-1)! \cdot n + (n-1)! \cdot (n+1)n \vdots 17^2$

$(n-1)!(1+n+n(n+1)) \vdots 17^2$

$(n-1)!(n+1)^2 \vdots 17^2$

рассмотрим 2 случая:

1) $n+1 \vdots 17$, тогда $(n+1)^2 \vdots 17^2$

$\Downarrow$

$n \geqslant 1$ и $n+1 \vdots 17 \Rightarrow n \geqslant 16$, пример для $n=16$ подходит:

$15! + 16! + 17! \vdots 17^2$

$15!(1+16+17\cdot16) = 15!(17+17\cdot16) = 15!(17^2) \vdots 17$ - правда.

2) $n+1 \not\vdots 17 \Rightarrow$ поскольку 17 - простое число $\Rightarrow (n+1)^2 \not\vdots 17 \Rightarrow$

$\Rightarrow (n-1)! \vdots 17^2$, значит среди чисел от 1 до $n-1$ должно быть хотя бы 2, которые $\vdots 17 \Rightarrow n-1 \geqslant 34 \Rightarrow n \geqslant 35$, но у нас есть пример для $n=16$, который меньше.

Ответ: $n = 16$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

пусть квадраты семи последовательных натуральных чисел равны:
$(n-3)^2, (n-2)^2, (n-1)^2, (n)^2, (n+1)^2, (n+2)^2, (n+3)^2$, тогда их сумма:

$$(n-3)^2+(n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2=(n^2-6n+9)+(n^2-4n+4)+(n^2-2n+1)+$$
$$+(n^2)+(n^2+2n+1)+(n^2+4n+4)+(n^2+6n+9)=7n^2+2(9+4+1)=7n^2+28$$

из условия:

$7n^2+28-28=N^5$, где N натур >8 $\Rightarrow$
$\Rightarrow 7n^2=N^5$, поскольку n - натур, то $N^5 \vdots 7 \Rightarrow n^2 \vdots 7$, поскольку степень вхождения 7 в N^5 должна быть вида $5x$, где $x \in \mathbb{N}$, $x \geq 1$. $\Rightarrow$ пусть z степень вхождения 7 в n, тогда $1+2z=5x$, $x \geq 1 \Rightarrow 1+2z \geq 5 \Rightarrow z \geq 2$.
также поскольку $N \neq 7$ $(N>8)$, то $N=7d$ (где d - произведение всех остальных простых делителей N, $d>1$), наим. возможное значение $d=2^2=4$, поскольку d должен быть кратен квадрату простого числа, поскольку в n^2 любое простое число входит в четной степени. $\Rightarrow N \geq 28$, $N=28$ подходит, пример:
$n=7^2\cdot 2^5$, тогда $7(n^2)=7\cdot(7^2\cdot 2^5)^2=7\cdot 7^4\cdot 2^{10}=7^5\cdot 2^{10}=(7\cdot 2^2)^5=28^5$

Ответ: $N=28$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

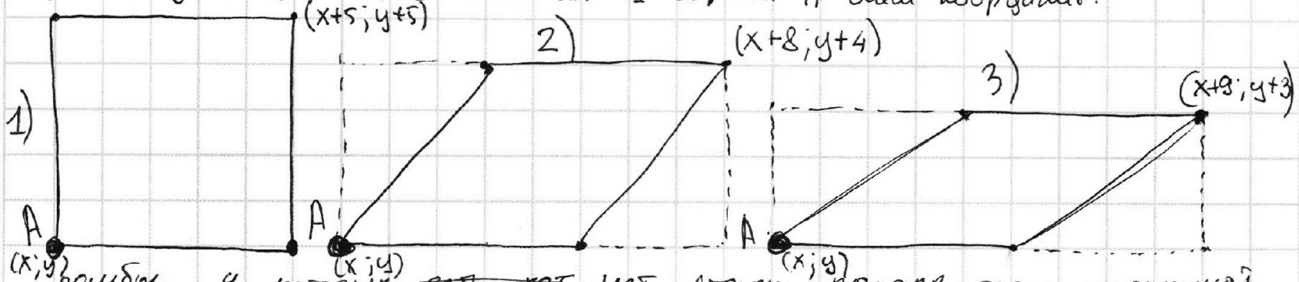
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

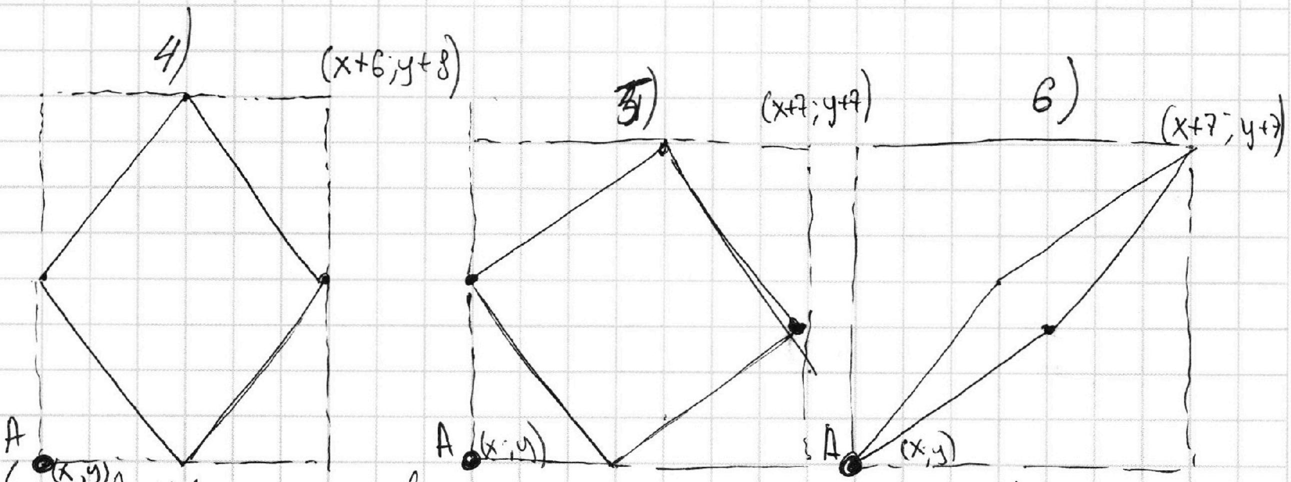
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

рассмотрим все возможные ромбы подходящие под условие

ромбы у которых есть хотя бы 1 сторона ∥ осям координат.



ромбы у которых ~~есть хот~~ нет сторон парал. осям координат.



(пусть A - левая нижняя вершина прямоугольника описываемого вокруг каждого из ромбов)

тогда для ромбов вида 1 точку A можно выбрать 40^2 разными способами (40 вариантов для абсциссы и ординаты), для ромбов вида 2 т. A можно выбрать $37\cdot41$ (37 вариантов абсциссы и 41 для ординаты), но всего этих ромбов в 4 раза больше (~~можно отразить относительно~~ можно "повернуть на 90°") для вариантов т. A для 3его вида $36\cdot42$, а всего их в 4 раза больше) (Аналогично),

для 4ого вида для т. A $39\cdot37$ вариантов, а всего их в 2 раза больше (при повороте на 180 ничего не изм., а поворот на 90 идентичен на 270)

для 5ого вида для т. A 38^2 вариантов, а всего их в 2 раза больше (Аналог.)

для 6ого вида для т. A 38^2 вариантов, а всего их в 2 раза больше (Аналог.)

тогда всего:

Ответ:

$$40^2+37\cdot41\cdot4+36\cdot42\cdot4+39\cdot37\cdot2+38^2\cdot4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

докажем, что $x \geqslant 1$:

если x:

$x=0$, то $23\cdot 1+2025=y^2$

$2048=y^2$, но 2048 не явл. кв. целого числа

$x<0$, то $\frac{23}{2^{|x|}}$ - не целое, а значит $23\cdot 2^x+2025$ - не целое.

поскольку $23\cdot 2^x>0$, то $23\cdot 2^x+2025>2025=45^2$, а значит мы можем представить y, как $45+z$ (z - целое, $z \geqslant 1$), (у берем положительный) тогда:

$23\cdot 2^x+2025=(45+z)^2 \Rightarrow 23\cdot 2^x=z^2+90z \Rightarrow 23\cdot 2^x=z(z+90)$

поскольку левая часть $\vdots\, 23\cdot 2^x$, то и правая тоже.

Значит, поскольку $z(z+90)\,\vdots\, 23$, то

$$\left[\begin{array}{l} z \,\vdots\, 23 \quad (1 \text{ случай}) \\ z \underset{23}{\equiv} -90 \underset{23}{\equiv} 2 \quad (2 \text{ случай}),\ z \not\vdots\, 23 \end{array}\right.$$

1) пусть $z=2^a\cdot 23$ (a - целое, $a\geqslant 0$; других делителей быть не может, иначе левая часть также бы на них делилась), тогда

$23\cdot 2^x=2^a\cdot 23(2^a\cdot 23+90) \Rightarrow 2^x=2^a(2^a\cdot 23+90)$, из этого следует что $2^a\cdot 23+90$ - степень двойки, но такого быть не может, покол.

$$\left[\begin{array}{l} a\geqslant 2 \text{ - тогда } 2^a\cdot 23 \,\vdots\, 4,\ 90 \not\vdots\, 4, \text{ значит } 2^a 23+90<4 \\ \quad (\text{поскольку явл. ст. двойки, но не кратна одной из}) \text{ - ложь} \\ a<2 \text{ - тогда если } a=1, \text{ то } 46+90=136 \text{ - степень двойки - ложь} \\ \quad \text{если } a=0, \text{ то } 23+90=113 \text{ - степень двойки - ложь.} \end{array}\right.$$

2) поскольку $2\not\vdots\, 23$, то $z=2^b \Rightarrow$

$23\cdot 2^x=2^b(2^b+90)$, $x>b$ (иначе $23 \geqslant 2^b+90$, такого быть не может)

значит $2^b+90=23\cdot 2^{x-b}$, (пусть $x-b=c$)

$2^b+90=23\cdot 2^c \Rightarrow c\leqslant 2$ (иначе $2^b+90 \,\vdots\, 8 \Rightarrow 2^{b-1}+45 \,\vdots\, 4$, такого быть не может)

если $c=1$, то $2^b+90=46$, реш. нет; если $c=2$, то $2^b+90=92 \Rightarrow$

$2^b=2 \Rightarrow b=1$, а тогда $z=2 \Rightarrow y=47$, $x=3$ (для $y<0$, можно не расм. поскольку $y^2=(-y)^2$)

Ответ: $(3; 47)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

уравнением $x^2+y^2=a^2$, задается окр. с центром в т. $(0,0)$ и радиус $|a|$, тогда $-|a| \leq y \leq |a|$ – значения которые могут принимать точки принадлежащие данной окружности.

$y^2-4y-a=f(y)$, тогда $f(y)$ – парабола. с ветвями напр. вверх. $\Rightarrow$ наиб. значение в отрезке $[-|a|;|a|]$:

либо $f(a)$, либо $f(-a)$ $\Rightarrow$

$f(a)=a^2-4a-a=a^2-5a$ $\to$ $f(a)$ – наиб. при $a<0$ $\Rightarrow$

$f(-a)=a^2+3a$ $\to$ $f(-a)$ – наиб при $a \geq 0$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a\geq 0\\ f(a)=6\end{cases}\\ \begin{cases}a<0\\ f(a)=6\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a\geq 0\\ a^2+3a=6\end{cases}\\ \begin{cases}a<0\\ a^2-5a=6\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}a=\frac{-3+\sqrt{33}}{2}=-1{,}5+\frac{\sqrt{33}}{2}\\ a=-1\end{array}\right.$$

Ответ: $a \in \left\{-1; -1{,}5+\frac{\sqrt{33}}{2}\right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	■	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

рассмотрим все остатки, которые может давать целый квадрат при делении на 4:

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv_4 0 \Rightarrow x^2 \equiv_4 0 \\ x \equiv_4 1 \Rightarrow x^2 \equiv_4 1 \\ x \equiv_4 2 \Rightarrow x^2 \equiv_4 4 \equiv_4 0 \\ x \equiv_4 3 \Rightarrow x^2 \equiv_4 9 \equiv_4 1 \end{array}\right\} \to \text{только остатки 0 и 1}$$

рассмотрим все остатки, которые может давать квадрат целого числа при делении на 3:

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv_3 0 \Rightarrow x^2 \equiv_3 0 \\ x \equiv_3 1 \Rightarrow x^2 \equiv_3 1 \\ x \equiv_3 2 \Rightarrow x^2 \equiv_3 4 \equiv_3 1 \end{array}\right\} \to \text{только 0 и 1}$$

заметим, что x – натуральное число, иначе $x=0$ или $x<0$, при $x=0 \Rightarrow 23\cdot 1+2025=2048 \Rightarrow$ $2025<2048<2116 \Rightarrow 45^2<2048<46^2$, значит 2048 не явл. кв. целого числа.

при $x<0 \Rightarrow \frac{23}{2^{|x|}}+2025$ – целое число, но 2025 – целое, а $\frac{23}{2^{|x|}}$ – не целое ($23 \not\vdots\, 2$) – такого быть не может. $\Rightarrow$

$x \geq 1$.

При $x \,\vdots\, 2$: пусть $x=2z$ (z – целое, $z \geq 1$)

$23\cdot 2^{2z} \equiv_3 2\cdot(2^2)^z \equiv_3 2\cdot(4)^z \equiv_3 2\cdot 1 \equiv_3 2$,

$2025 \equiv_3 0 \Rightarrow 23\cdot 2^{2z}+2025 \equiv_3 2$ – но это такие кв. целого числа $\Rightarrow$ остаток должен быть равен 0 или 1, противореч.

~~При $x \not\vdots\, 2$: пусть $x=2z+1$ (z – целое, $z \geq 0$):~~

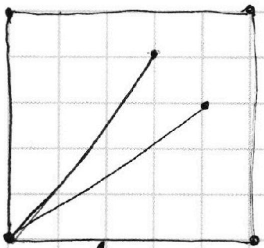
$\cancel{23\cdot 2^{2z}\cdot 2 \equiv_4 3\cdot 4^z\cdot 2 \equiv}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

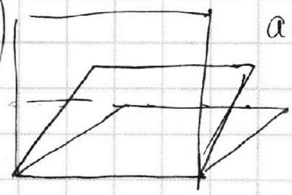
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$a^2-5a-6=0$

$(a+1)(a-6)$



$(a+1{,}5)^2-1{,}5^2=6$

$a+1{,}5=\sqrt{\ }$

y - четн. $\Rightarrow$

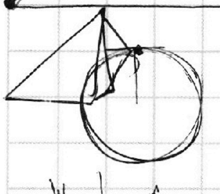
$y\equiv_4 x \quad y^2 \vdots 4$

a^2+3a-6

$D=9+24=33$

$a=\frac{-3+\sqrt{33}}{2}$

$y\le a$



2

$2\Rightarrow 4\Rightarrow 8$

$y\equiv_4 x$

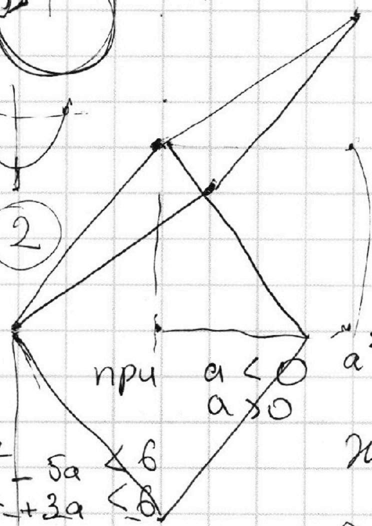
$:5$

0	0
1	1
2	4
3	4
4	1

$\equiv_3 \quad y^2\equiv_3$

0	0
1	1
2	1

x	$y^2\equiv_4$
0	0
1	1
2	0
3	1



при $a<0$

$a>0$

$a^2-5a<6$

$a^2+3a<6$

a^2-5a - наиб.

$2025 \vdots 5$

$x\geq 2$

$23\equiv_5 3$

$25\equiv_8 1$

$2^x\cdot 23\equiv_3 1$

$8\equiv_3$

$2^{x+1}\equiv_3 1$

$a^2-5a=6$

если $x\equiv_2 0\Rightarrow$

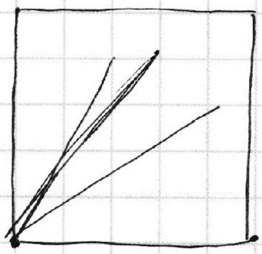
если $x\not\vdots 2\Rightarrow$

$2^{x+1}=(2^2)^n=(2^2)^n=1$

a^2-4a-a

$a^2+4a-a=$

$\frac{23}{4}$ 92



$:8$

0	0
1	1
2	4
3	1
4	0
5	1
6	4
7	1

$x\not\vdots 2$

$3\cdot 2+1=6+1=7$

$23\equiv_4 3$

$2025\equiv_4 1$

$23\equiv_4 3$

$x:2\Rightarrow$

$25\equiv_4 1$

если $x\vdots 2\Rightarrow x=2z$

$2^x\vdots 4=$

$32\times 32 = 64 + 960 = 1024$

3.

$x:2,$

$2025+92$

~~$0+2025=0$~~

$1\cdot 2+0=2$

$23\cdot 2^{2z}\equiv_3 2\cdot(2^2)^z\equiv_3 2$

$45\times 45 = 225 + 1800 = 2025$

$46\times 46 = 276 + 1840 = 2116$

$2+2025\equiv_3 2\neq 1$

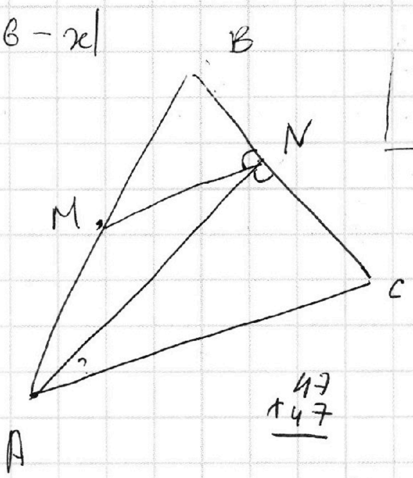
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\left|\overbrace{\sqrt{x^2-x-2}}^{z}+5\right| \geqslant \left|\sqrt{x^2-x-2}+x-1\right|+|6-x|$$



$x^2-x-2 \geqslant 0$

$(x-2)(x+1) \geqslant 0$

$x \in (-\infty;-\cancel{2})\cup(2;+\infty)$

при $z \geqslant -5$

$z+5 \geqslant |z+x-1|+|6-x|$

при $x \leqslant 6$

$z+5 \geqslant |z+x-1|+6-x$

$47 \cdot 47$

при $x+z \geqslant 1$ $\qquad x+z \geqslant 1$

$z+5 \geqslant z+x-1+6-x$

$5 \geqslant 5$ — подходят все решения при которых $z \geqslant -5$, $x+z \geqslant 1$, $x \leqslant 6$

при $x+z<1$

$z+5 \geqslant -z-x+1+6-x$ $\qquad BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$2z \geqslant -2x+2$ $\qquad \frac{BN}{NC}=\frac{2BM}{MA}$

$z \geqslant -x+1$ $\qquad 2025+90+4$ $\qquad 160+24=184$

94

$a=0$ — поль

$a=1$ $\qquad 23\cdot 2^x+2025=(\cancel{z}+45)^2$ $\qquad \frac{BN}{NC}\cdot\frac{MA}{BM}=2$

$23\cdot 2^x+2025=z^2+2025+90z$ $\qquad 2025:23=88$, 184, 185, 184, 1 $\qquad 90-69=21$

$23\cdot 2^x=z(z+90)$

$\vdots 2$ $\qquad \vdots 4$ — не подх. $\qquad z$ — четное:

$\left[23\cdot 2^x=2^y(2^y+90)\right.$ $\vdots 2^z$ $\qquad$ V

$\begin{cases} z \vdots 23 \\ z \equiv_{23} -90 \equiv -21 \equiv 2 \end{cases}$ $\quad 23=23$

$23 \times 8 = 4$

$z \vdots 2^z \cdot 23$

$2 \Rightarrow 4 \Rightarrow 8 \Rightarrow 16 \Rightarrow 9 \Rightarrow 18 \Rightarrow 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3 \Rightarrow 6 \Rightarrow 12 \Rightarrow 1 \Rightarrow 2$

1, 2, 3, 4, (32), 6, (36), (26), (24), 8, 9, 10, 11, 12

$23\cdot 2^x=2^z\cdot 23\left(2^z\cdot 23+90\right)$

$2^x=2^z\left(\underbrace{2^z\cdot 23+90}_{\vdots 2 \quad \vdots 2}\right)$ $\qquad$ подходит только $y=11k+1$

$\vdots 4$

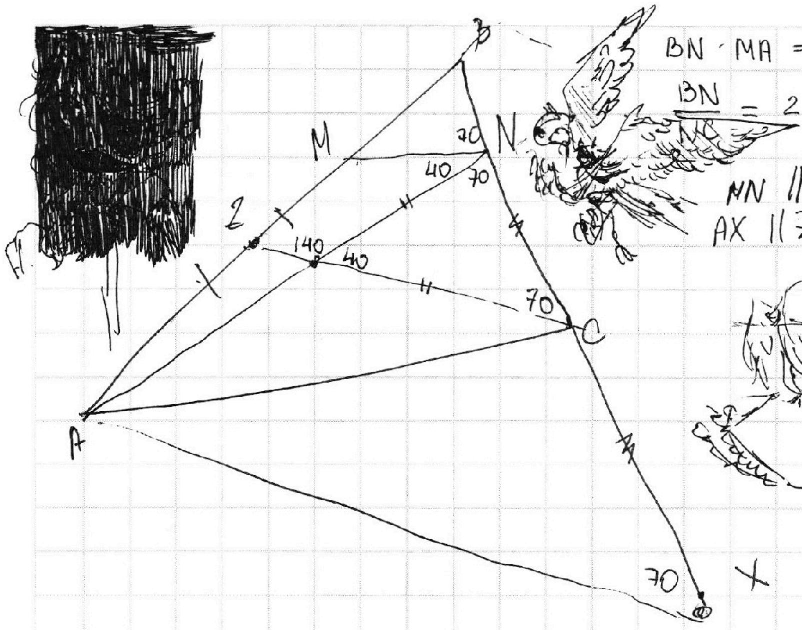
$\boxed{2(92=23\cdot 4)}$ $\qquad 90=5\cdot 3^2\cdot 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$\frac{BN}{NC} = 2\frac{BM}{MA}$

$MN \parallel ZD$ по Фалесу

$AX \parallel ZD \parallel MN$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

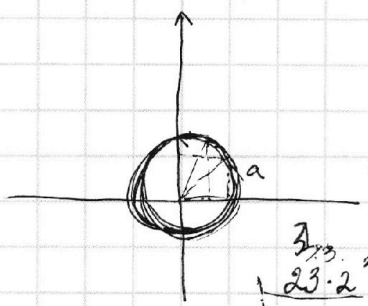
$28 \vdots 2$ 1 0

$(n+x)^2+(n-x)^2=2n^2+2x^2$

$y^2=x^2-a^2$

$\pm y=\sqrt{x^2-a^2}$

$y^2-4y-a\leq 6$



$y\leq a$

$|23\cdot 2^x+2025|=y^2$

$x\vdots 2$, поскольку $23\cdot 2^x\equiv 1$

при $x=0$ $2048=2^{11}$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ +\ 23 \\ \hline 2048 \end{array}$$

$y=$ нег.

$n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2+\ldots+(n+6)^2$

$(n-3)^2+(n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$

$7n^2+18+8+2 \quad -28 = 7n^2=N^5$

$N\neq 7$, $N \vdots 7$

$N\vdots 7$ $N\geq 9$

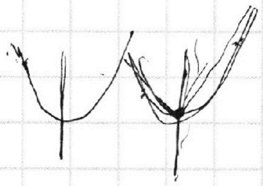
$n=5$

$n=49$. $N=7^5 x$

$1+2x \vdots 5$ $1+2x\equiv 0$

$2x\equiv 4$

$x\equiv 2$



$7\cdot(2^5\cdot 7^2)^2=7^5\cdot 2^{10}=N$

$(7\cdot 2^2)^5=N^5$

$N=28$.

$\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2$

2024

$7\cdot 2^5$ $23\equiv_3 2$

$x\vdots 2$

$x=1$

$7^2\cdot 2^5 \Rightarrow$

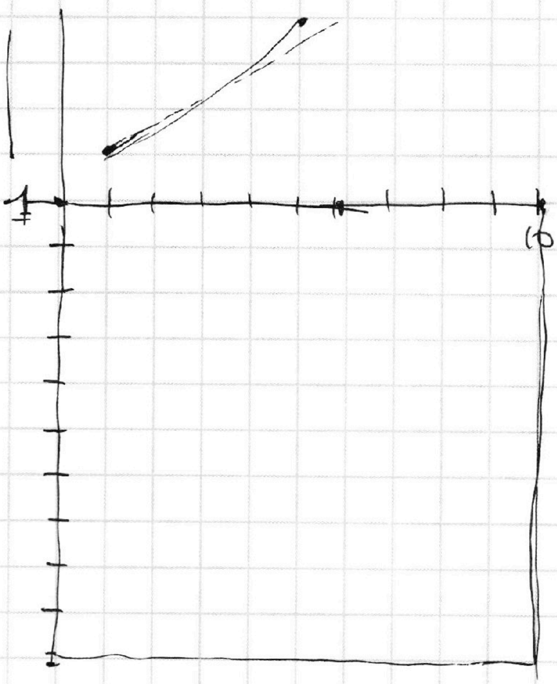
$7^4\cdot 2^{10}\cdot 7=$ $2^{34}x\equiv 1$

$7^5\cdot 2^{10}$

$-1\cdot x\equiv 1$

$x\equiv -1$

$x\equiv 2$



$45-9=36$

$45-8=37$

39

48 =

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$289 \cancel{\vdots 13} \; \cancel{\vdots 23}$

$289 = \cancel{13 \cdot 23}$ $\quad 289 = 17^2$

при $n = $ ~~17~~ очев. $\quad n = 35 \Rightarrow n-1 \vdots 17^2$ и пр.

$1 \cdot 2 = 2 \quad 2 \cdot 3 = 6 \quad 6 \cdot 4 = 24 = 7 \quad 7 \cdot 5 = 35 = 1$

$1 \cdot 6 = 6 \quad 6 \cdot 7 = 42 = 8 \quad 8 \cdot 8 = 64$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

$-34 \Rightarrow 8$

$289 \,|\, 17$; 17; 119 — 17

$17 \cdot 17$: 119, 170, 289

$289 \,|\, 7$; 28 — 4

$289 \,|\, 13$; 26; 29 — 23

$23 \cdot 13$: 69, 230, 299

$17 \cdot 7 = 119$

$x + xn + x(n+1) \vdots 17^2$

$x(2n+1) \vdots 17$ $\quad x > n \quad n \geq 8$

$2n+1 = 34x \quad 2n+1$

$2n+1 = 17 \quad n$

$17! + 18! +$

$(n-1)!(2n+2) = (n-1)!(n+1) \vdots 17^2$

$(n-1)! \vdots 17^2 \qquad (n+1) \vdots 17^2$

$\left[\begin{array}{l}(n-1)! \vdots 17 \\ (n+1) \vdots 17\end{array}\right.$

$n = 33!$

$32! + 33! + 34! =$

$(32!) \cdot (1+33+34) \cdot$

$\vdots 17$

$1 + n + n^2 + n$

$n^2 + 2n + 1$

$(x+1)(x-2) \geq 0$

$x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

$-1 \qquad 2$

$|\sqrt{x^2-x-2} + 5| \geq |\sqrt{x^2-x-2} + x - 1| + |6-x|$

$|z+5| \geq |z+x-1| + |6-x|$

1) если $z \geq -5$

$z + 5 \geq$

$(n+1)^2$

$n+1 \vdots 17$

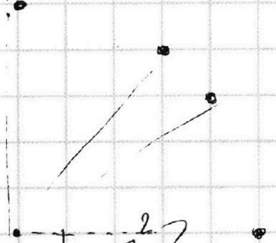
$n+1 \vdots 17 \Rightarrow \quad n(n-3) \geq \sqrt{5} \quad -2$

$(n+1)^2 \vdots 17 \Rightarrow$

$(n-1)! \vdots 17^2$

$\Rightarrow n \geq 35$

$(x+1)(x+2) \geq \sqrt{5}$



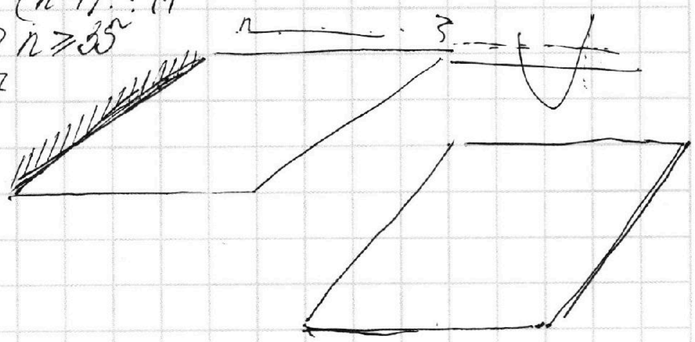
$15! + 16! + 17! \vdots 17$?

$15!(1 + 16 + 16 \cdot 17)$

$17 + 16 \cdot 17$

$n+1 \vdots 17$

$n \geq 16$



2) если $z < -5 \qquad 17^2 \qquad 16$