



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $361 = 19 \cdot 19$.

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n!(n+1+1 + (n+1)(n+2)) =$$
$$= n!(n^2 + 4n + 4) = n!(n+2)^2$$

$$n!(n+2)^2 \equiv 0 \pmod{361}$$

$$\text{тогда } (n+2) \equiv 0 \pmod{19}$$

$$n+2=19 ; n=17.$$

Меньше n быть не может, так $n!$ при $n < 17$ не делится на 19.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача x - наименьшее из 5 натуральных чисел.
Когда сумма их квадратов:

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 = 5x^2 + 2x + 4x + 6x + 8x +$$

$$+ 1 + 4 + 9 + 16 = 5x^2 + 20x + 30$$

Вместо 10 получаем:

$$5x^2 + 20x + 20 = N^3$$

$$5(x^2 + 4x + 4) = N^3$$

$$5(x+2)^2 = N^3 \quad \text{Так как } N \neq 5 \ (N > 6), \text{ то } (x+2) \text{ имеет}$$

вид: $(x+2) = 5n^3$. Наименьшее вообще водноотдел $n=2$.

$$\text{при } (x+2) = 5 \cdot 2^3 = 40; \quad 5(x+2)^2 = 8000 = 20^3$$

Ответ: $N=20$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

Положим $\sqrt{x^2 - 2x - 3} = y$. Заметим, что $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

т.к. $y \geq 0$, то

$$y + 6 \geq |y + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

Этот модуль раскрываем с группой знаков, когда

$$y + 2x - 1 < 0$$

$$y < 1 - 2x \quad \text{считая что } y \geq 0, \text{ то } 1 - 2x \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0, \quad D < 0, \quad \text{ветви параболы вверх}$$

Верно для любого $x < 0,5$

$$\text{Иначе } (x > 0,5) \quad y \geq 0; \quad 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow y + 2x - 1 \geq 0$$

$$\textcircled{1} \quad x < 0,5$$

$$y + 6 \geq -y - 2x + 1 + |7 - 2x|; \quad \text{при } x < 0,5: 7 - 2x > 0$$

$$2y \geq -4x + 1 + 7 - 6$$

$$y \geq -2x + 1$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 < 0$$

$D < 0$, корней нет, ветви вверх \Rightarrow нет решений



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \quad x \geq 0,5$$

$$y + 6 \geq y + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

При $x \quad 0,5 \leq x < 3,5$:

$$2x - 1 - 6 + 7 - 2x \leq 0$$

$0 \leq 0$! но изначально были определены

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\Rightarrow x \in [3; 3,5)$$

При $x \geq 3,5$:

$$2x - 1 - 6 - 7 + 2x \leq 0$$

$$4x - 14 \leq 0$$

$$x \geq 3,5$$

$$x \in [3; 3,5) \cup [3,5; +\infty); \quad x \in [3; +\infty)$$

Ответ : $x \geq 3$.



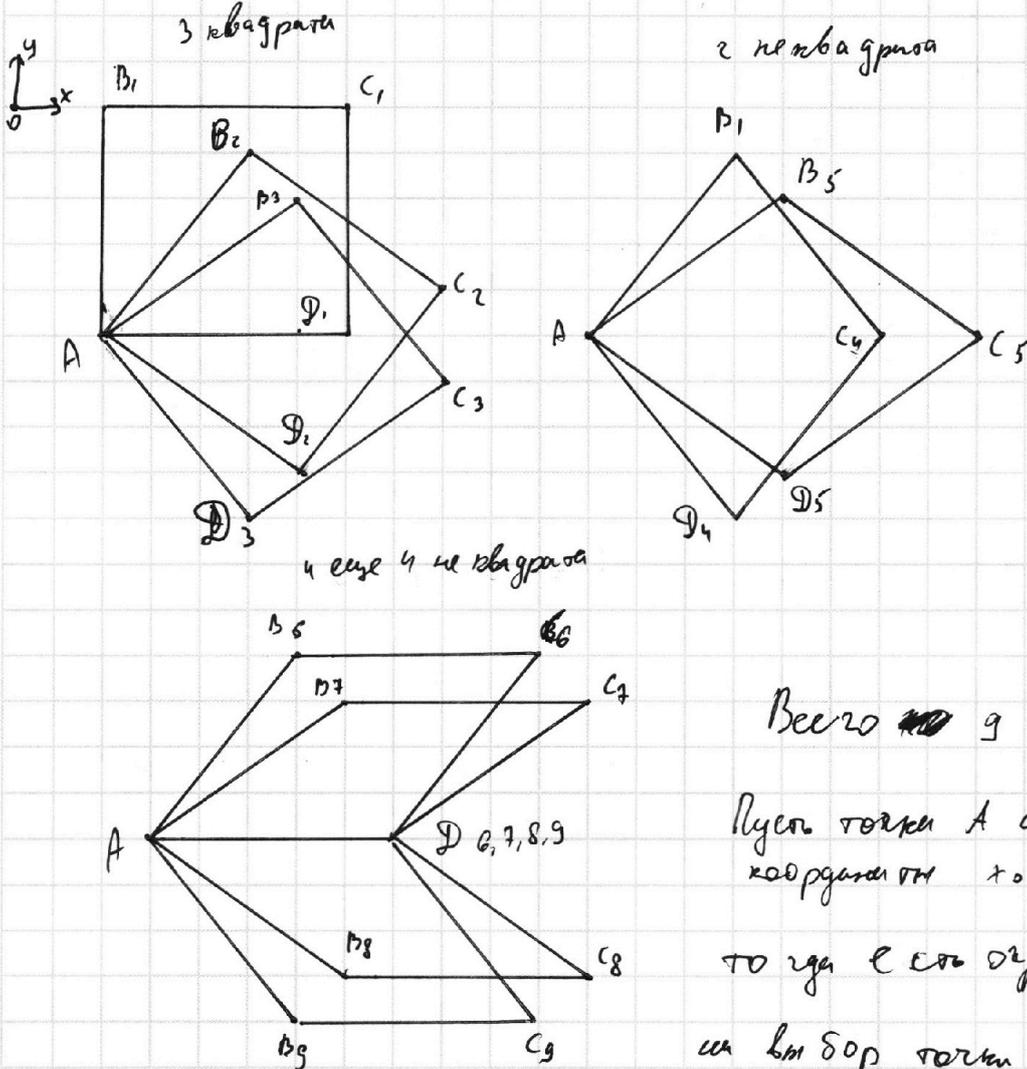
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Скату, 200 катедри точки можно поставить в соответствии (без учета координатных лимитов) 9 рабов:



Всего ~~10~~ 9 типов рабов.

Пусть точка A имеет координаты x_0 и y_0 .

тогда есть ограничения на выбор точки A для

каждого из типов:

I: $x_0 \in [1; 45]$; $y_0 \in [1; 45]$, всего $45 \times 45 =$

II $x_0 \in [1; 43]$; $y_0 \in [4; 46]$, всего 43×43

III $x_0 \in [1; 43]$; $y_0 \in [5; 47]$ всего 43×43



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

IV $x_0 \in (1; 47]$; $y_0 \in [5; 48]$ всего 42×44

V $x_0 \in (1; 42]$; $y_0 \in [4; 47]$ всего 44×42

VI $x_0 \in (1; 42]$; $y_0 \in [1; 46]$ всего 42×46

VII $x_0 \in (1; 41]$; $y_0 \in (1; 47]$ всего 41×47

VIII $x_0 \in (1; 41]$; $y_0 \in [4; 50]$ всего 41×47

IX[?] $x_0 \in (1; 42]$; $y_0 \in (5; 50]$; всего 42×46



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$\text{При } y - 45 = 38 : y = 83$$

$$y + 45 = 128 ; y^2 - 2025 = 19 \cdot 256 = 19 \cdot 2^9$$

Ответ: $(9; 83)$ и $(9; -83)$, так штука симметрии

относительно y и $-y$.

Других корней нет

$$\text{Пусть } y - 45 = 2^z \cdot 19$$

$$\text{тогда } 45 = 2 \cdot 19 + 7$$

$$\text{тогда } y = 19^{z+1} + 7$$

$$\text{тогда } y + 45 = 2^w \quad w - \text{какое-то}$$

$$2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 2^5 + 6 + 14 = 2^w \quad | : 4$$

$$2^{z+4} + 3 \cdot 2^{z-1} + 2^3 + 5 = 2^{w-2}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{зетт} & \text{зетт} & \text{нет} \\ \uparrow & & \uparrow \text{зетт} \end{array}$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 2^{z-1} - \text{кажется}; z = 1$$

$$y = \pm 83$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = a^2$ - окружность с радиусом $|a|$, $x \in [-|a|; |a|]$

Тогда наибольшее значение $x^2 - 6x + 9$ будет

на границе этого отрезка, причем то, что дальше

от вершины параболы ($x = 3$), т.к. ветви вверх.

тогда наибольшее значение в точке $x = -|a|$

При $a \geq 0$:

$$x = -a$$

$$a^2 - 7a = 8$$

$$a_1 = 1; a_2 = -8.$$

↓

$$a = 1$$

$$\text{Ответ: } a = 1; a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}.$$

при $a \leq 0$

$$x = a$$

$$a^2 - 5a = 8$$

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}; a_2 = 5 - \frac{\sqrt{57}}{2}$$

↓

$$a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Кра } (y + 45) = 19 \cdot 2^z$$

$$y = 19(2^z - 3) + 12$$

$$y - 45 = 19 \cdot 2^z$$

$$2^{z+9} + 3 \cdot 2^z - 90 = 2^w$$

$$\underbrace{2^{z+9}}_{\text{целое}} + 3 \cdot \underbrace{2^z}_{\text{целое}} - 90 = \underbrace{2^w}_{\text{целое}}$$

$$\Rightarrow z = 1$$

$$\text{то } y = 19(2 - 3) + 12 = -9 - \text{не является}$$

решением



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Будем считать z

$$2y \geq (7 - 2x) - 2x - 7.$$

$$5y = 27 : 2$$

целое $x \geq 3,5$. тогда

$$6 \cdot 9$$

$$2y \geq 14$$

$$y \geq 7$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 49$$

$$\begin{array}{r} 208 \\ 216 \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 52 \geq 0$$

$$2\sqrt{54} = 6\sqrt{6}$$

$$D = 4 + 4 \cdot 52 = 216$$

$$x_0 = \frac{2 \pm 6\sqrt{6}}{2} = 1 \pm 3\sqrt{3} \quad \text{все } x \text{ вверх, т.е. } x \geq 1 + 3\sqrt{3}$$

~~и $x \leq 1 - 3\sqrt{3}$~~

целое $x \leq 3,5$. тогда

$$2y \geq -4x$$

при $x \in [3; 3,5)$ решение ~~нет~~.

~~$-4x < 0$ и $2y > 0$~~

$$-4x < 0, \text{ а } 2y > 0.$$

при $x < -1$:

$$2y \geq 4x$$

$$y \geq 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2$$

$$3x^2 + 2x + 3 \leq 0$$

$D < 0$, ~~решения нет~~ \rightarrow решений нет.

все x вверх, т.е. $3x^2 + 2x + 3 > 0$ при любом x .

Ответ: $x \in [3; 3,5] \cup [1 + 3\sqrt{3}; +\infty)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик *Задача 5*

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

① $y-45=19$
 $y=64$
 $y+45=109 \neq 2^x$

② $y+45=19$
 $y=-26$
 $y-45=-71$

③ $y-45=-19$
 $y=26$

④ $y+45=-19$
 $y=-64$

~~$y=26$~~
 $y+45=19$
 $y-45 < 0$
 $y+45=-19$
 $y=26$
 $y+45=-19$
 $y=-64$
 $-64-19$

~~$y=64$~~
 $y+45=109$
 $(y-45)(y+45) < 0$
 $y+45=69 \neq 2^x$

~~$y=109$~~
 $y-45=19$
 $y+45=128 = 2^7$

Заметим

$$y-45=38$$

$$y=83$$

$$y+45=128 = 2^7$$

$$y+45=38$$

$$y=-7$$

$$y+45=52$$

$z=1$ *переносим несгруппировано?*

$$y-45 = 2^z \cdot 19$$

$45 = 19 \cdot 2 + 7$

$$19 \cdot 2^{z+1} + 7 = (19 \cdot 2 + 7) =$$

$$2^{z+6} + 3 \cdot 2^{z+2} + 2^3 + 6 = y \equiv 7 \pmod{19} = 19 \cdot 2^z$$

$$= 2^{\omega}$$

$$2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 7 = 2^{\omega-1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

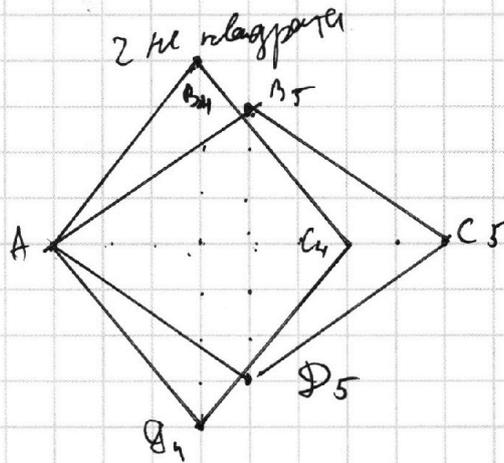
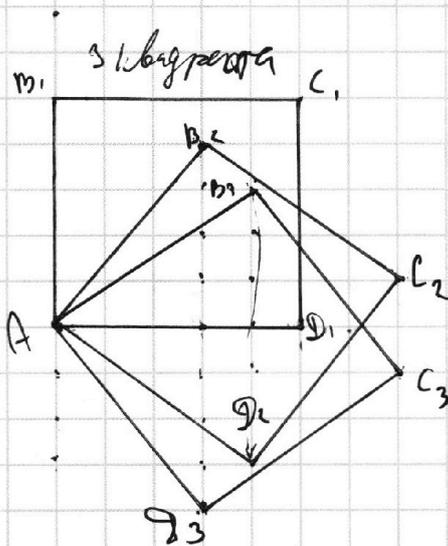
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Условие

Площа ⁻⁴ задает рамб, а вые асо ее ~~найти~~ ~~в~~ левым углом. всего так же
рамб сов (от 1 точки, без учета координатных значений)



2 не плагиат
линейки и т.д. и т.д. сего всего

линейки по 1, 2 и 3 тип соответствия

Площа для первого типа

I: $x_0 \in [1; 45]$, $y_0 \in [1; 45]$ - всего $45 \times 45 = 2025$

II: $x_0 \in [4; 45]$, $y_0 \in [4; 46]$ - всего $43 \times 43 =$

III: $x_0 \in [1; 43]$, $y_0 \in [5; 47]$ - всего $43 \times 43 =$

IV: $x_0 \in [1; 44]$; $y_0 \in [5; 46]$ - всего: $44 \times 42 =$

V: $x_0 \in [1; 42]$; $y_0 \in [4; 47]$ - всего: $42 \times 44 =$

VI: $x_0 \in [1; 42]$; $y_0 \in [1; 46]$ - всего $42 \times 46 =$

VII: $x_0 \in [1; 41]$; $y_0 \in [1; 47]$ - всего $41 \times 47 =$

VIII: $x_0 \in [1; 40]$; $y_0 \in [4; 50]$ - всего $41 \times 42 =$

IX: $x_0 \in [1; 42]$; $y_0 \in [5; 50]$ - всего $42 \times 46 =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

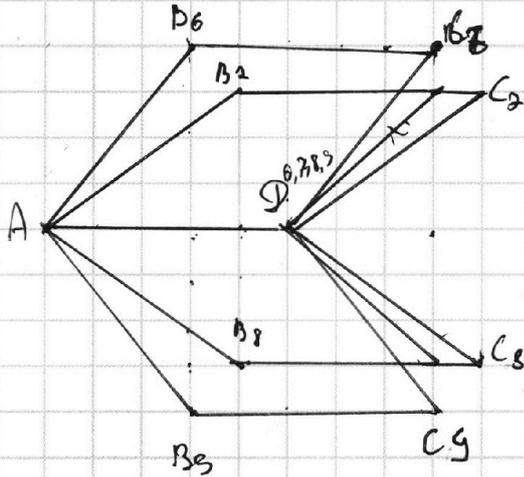
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

! Задача 4

суп 4 не квадрат



!

Задача 6

~~Задача 6~~ $x^2 + y^2 = a^2$ тогда $x \in [-a; a]$.

$x^2 - 6x + 9 = 8$ Вершина $x = \frac{6}{2} = 3$

~~Вершина~~ верши в берх, те максимальная

укажите на одном из концов / какой

ближе от вершины $b_0 = \frac{-b}{2a} = 3$, т.е. $-[a]$ при $b < a$.
подставив $b = -a : (a \geq 0)$

$a^2 + 2a = 8$

$a^2 + 2a - 8 = 0$

$a_1 = 1, a_2 = 8$

$a_1 = 1; a_2 = 8$

$a_1 = 1$

$x = a \quad (a < 0)$:

$a^2 - 3a = 8$

$a^2 - 3a - 8 = 0$

$a = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 32}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{2}$

$\because a < 0: a = \frac{3 - \sqrt{41}}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

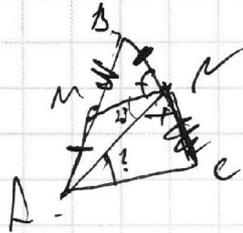
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Методом Зегера 7



$$\angle AMN = 280^\circ$$



$$19 \cdot 4 + 7 + 19 \cdot 2 + 7$$

$$= 16 \cdot (4+2) +$$

$$+ 3 \cdot 6 + 7 + 11 +$$

$$= 16 \cdot 23 + 3$$

~~19 \cdot 4 + 7~~ $\frac{19 \cdot 4 + 7 + 19 \cdot 2 + 7}{2}$

Зегера 5

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$y-45 = 2^z \cdot 19$$

$$y = 19 \cdot 2^{z+1} + 4$$

$$y+45 = 19 \cdot 2^{z+1} + 7 + 19 \cdot 2 + 7 = 2^w$$

~~19 = 2^4 + 3~~ $19 = 2^4 + 3$

$$\begin{aligned} 2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+2} + 14 &= 2^w \\ 2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 7 &= 2^{w-1} \end{aligned}$$

$$2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 2^5 + 6 + 14 =$$

$$= 2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 2^5 + 20 = 2^w$$

$$2^{z+4} + 3 \cdot 2^z + 2^4 + 10 = 2^{w-1}$$

$$2^{z+4} + 3 \cdot 2^{z-1} + 2^3 + 5 = 2^{w-2}$$

↑ $3 \cdot 2^{z-1}$ - нечетное $\Rightarrow z=1$

$$\Rightarrow 3 \cdot 2^{z-1} - \text{нечетное} \Rightarrow z=1$$

как и в варианте



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в первом варианте

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1 + n + 1 + n(n+1)) =$$

$$361 = 19^2 = n! (n^2 + 2n + 2)$$

~~$$n^2 + 2n + 2 = 19$$~~

$$n^2 + 2n + 2 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$n^2 + 2n \equiv 17 \pmod{19}$$

$$n(n+2) \equiv 17 \pmod{19}$$

$$n = 19k + r$$

$$2(r+2) \equiv 17 \pmod{19}$$

$$2r + 4 \equiv 17 \pmod{19}$$

$$2r \equiv 13 \pmod{19}$$

$$5x^2 + 2x + 4x + 6x + 8x + 1 + 4 + 9 + 16 =$$

$$5x^2 + 20x + 30 = N^3$$

$$5(x^2 + 4x + 6) = N^3$$

$$5(x+2)^2 = N^3$$

$$x+2 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$\text{т.к. } N > 6 \Rightarrow (x+2) = N^3$$

$$500 / 25 =$$

$$x+2 = 2^3 \cdot 5 = 20$$

$$1200 \cdot 5 = 6000 = 20^3$$

наименьшее возможное
возможное $n = 2$. тогда

Handwritten calculations on the left side of the page, including several long division problems:

- $361 \div 19 = 19$
- $380 \div 19 = 20$
- $399 \div 19 = 21$
- $418 \div 19 = 22$
- $437 \div 19 = 23$
- $456 \div 19 = 24$
- $475 \div 19 = 25$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик задачи 1

$$n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) = n! (n^2 + 4n + 4) =$$

$$= n! (n+2)^2 \equiv 0 \pmod{19^2}$$

$$n+2 = 19 \quad n = 17$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 2 \times 19 \\ + 19 \\ \hline 81 \end{array}$$

Задача 3

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = y$$

$$y \geq 0$$

$$\sqrt{(x+1)^2 - 4}$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = 3$$

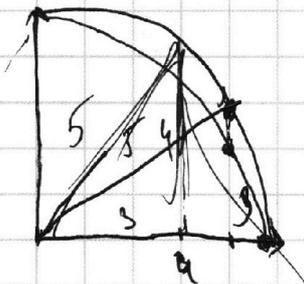
ветви направлены вверх

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$|y+6| = |y+2x-1| + |7-2x|$$

$$y+6 = |y+2x-1| + |7-2x|$$

Задача 4.



3
3
3

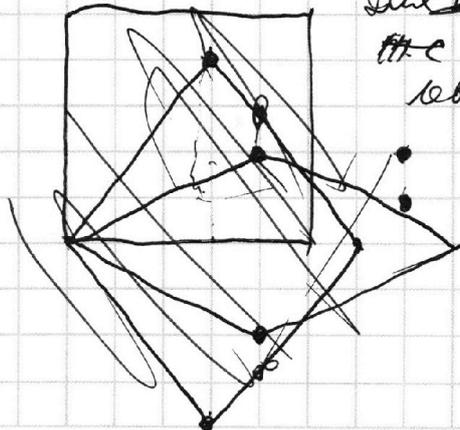
не квадрат
Квадрат, это ромб, задается такой точкой:

(x_0, y_0) если группа точек выкапывается

~~$$x_1 \geq x_0, y_1 \geq y_0$$~~

так как $x > x_0$

Для квадрата всегда
это идеальная точка
внутри или на границе угла





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+45)/(y-45) = 19 \cdot 2^x$$

$$y+45 = 2^z \cdot 19$$

$$y + 19 \cdot 2 + 7 = 2^z \cdot 19$$

$$y = 12 + 19 - b$$

$$19(b+2) + 19 = 2^z \cdot 19$$

$$b+3 = 2^z$$

$$b = 2^z - 3$$

$$y = 19(2^z - 3) + 12$$

$$y - 45 = 19(2^z - 3) + 12 - 19 \cdot 2^z + 7 = 2^w$$

$$19(2^z - 5) + 5 = 2^w$$

$$19 = 2^4 + 3$$

$$2^{z+4} - 5 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^z - 15 + 5 = 2^w$$

$$2^{z+4} - 80 + 3 \cdot 2^z - 10 = 2^w$$

$$2^{z+4} + 3 \cdot 2^z - 90 = 2^w$$

$$2^{z+3} + 3 \cdot 2^{z+1} - 45 = 2^{w+1}$$

$$\overline{\text{левая}} \quad || \quad \overline{\text{правая}}$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 2^{z+1} - \text{первое} \quad z=1$$

$$\text{Ответ } y = 19(2-3) + 12 = -7 \quad \text{тогда}$$

$$y+45 = 38 > 0 \quad (y+45)(y-45) < 0$$

$$y-45 = -38 < 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

! Задача 3 Черновик

$$y = \sqrt{x^2 - 2x - 3} \quad x \in (-\infty; -1] \cup [3; \infty)$$

$$y + 6 \geq (y + 2x - 1) \sqrt{7 - 2x}$$

~~$y \geq 0$~~
 ~~$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2$~~
 ~~$3x^2 + 2x + 3 \leq 0$~~
~~Вспомогат. $x > 0$ решается~~

~~$y < -2x + 1$~~

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} < -2x + 1$$

так $y \geq 0$, то $x^2 - 2x - 3 \leq 0$

$$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 = 4x + 1 \quad -2x + 1 \geq 0$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0$$

~~$x^2 - 2x - 3 < 4x^2$~~

$D < 0$
корней нет. всегда верно $x \in \mathbb{R}$, $3x^2 - 2x + 4 > 0$: x

$\Rightarrow y < -2x + 1$ для любого x , можно

тогда $y + 2x - 1 < 0$ для любого x ,
можно сравнить с предельно возможными значениями

$$y + 6 \geq -y - 2x - 1 \quad (x^2 - 2x - 3)$$

$$2y \geq -2x - 7 \quad (x^2 - 2x - 3)$$