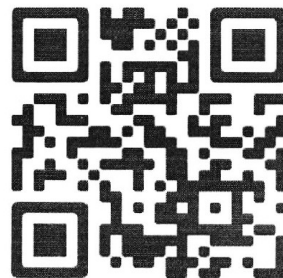




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $361 = 19 \cdot 19$.

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) =$$

$$= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2$$

$$n! (n+2)^2 \equiv 0 \pmod{361}.$$

$$\text{тогда } (n+2) \equiv 0 \pmod{19}$$

$$n+2=19; \quad n=17.$$

Меньше n быть не может, так $n!$ при $n < 17$ не делится на 19.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача x - наименьшее из 5 натуральных чисел.
Тогда сумма их квадратов:

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 = 5x^2 + 20x + 30$$

$$+ 1 + 4 + 9 + 16 = 5x^2 + 20x + 30$$

Вместо 10 получаем:

$$5x^2 + 20x + 20 = N^3$$

$$5(x^2 + 4x + 4) = N^3$$

$$5(x+2)^2 = N^3 \quad \text{Так как } N \neq 5 \text{ (} N > 6 \text{)}, \text{ то } (x+2) \text{ имеет вид:}$$

$$(x+2) = 5n^2 \quad \text{Наименьшее возможное } n=2.$$

$$\text{при } (x+2) = 5 \cdot 2^2 = 20; \quad 5(x+2)^2 = 800 = 20^3$$

$$\text{Ответ: } N=20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

Пусть $\sqrt{x^2 - 2x - 3} = y$. Заметим, что $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

т.к. $y \geq 0$, то

$$y + 6 \geq |y + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

Этот модуль раскрывается с группой знаков, когда

$$y + 2x - 1 < 0$$

$$y < 1 - 2x \quad \text{считая что } y \geq 0, \text{ то } 1 - 2x \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0, \quad D < 0, \text{ ветви параболы вверх.}$$

Верно для любого $x < 0,5$

$$\text{Иначе } (x > 0,5) \quad y \geq 0; \quad 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow y + 2x - 1 \geq 0.$$

$$\textcircled{1} \quad x < 0,5$$

$$y + 6 \geq -y - 2x + 1 + |7 - 2x|; \quad \text{при } x < 0,5: 7 - 2x > 0$$

$$2y \geq -4x + 1 + 7 - 6$$

$$y \geq -2x + 1$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 < 0$$

$D < 0$, корней нет, ветви вверх $\Rightarrow$ нет решений



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \quad x \geq 0,5$$

$$y + 6 \geq y + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$$\text{При } x \quad 0,5 \leq x < 3,5:$$

$$2x - 1 - 6 + 7 - 2x \leq 0$$

$$0 \leq 0 \quad ; \quad \text{но изначально были открыты}$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$$

$$\Rightarrow x \in [3; 3,5).$$

$$\text{При } x \geq 3,5:$$

$$2x - 1 - 6 - 7 + 2x \leq 0$$

$$4x - 14 \leq 0$$

$$x \geq 3,5$$

$$x \in [3; 3,5] \cup [3,5; +\infty); \quad x \in [3; +\infty)$$

$$\text{Ответ : } x \geq 3.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

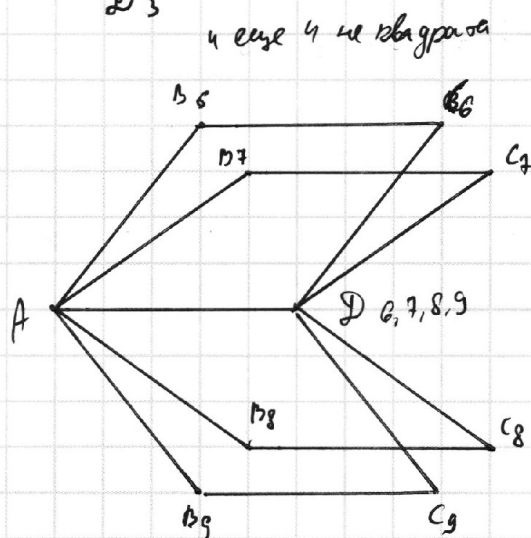
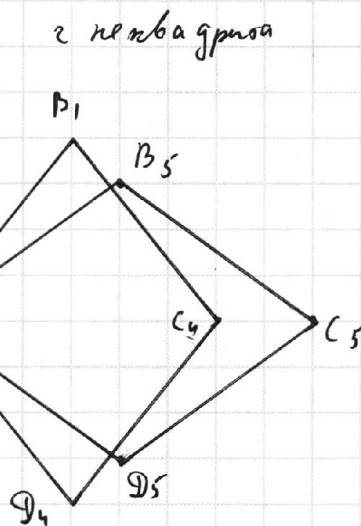
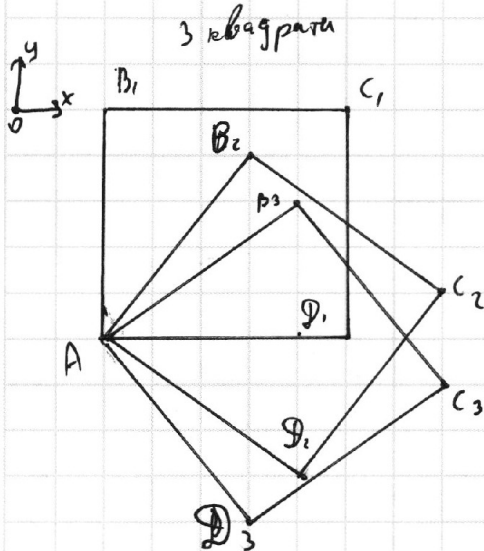
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Скажу, что каждой точке можно поставить в соответствие (без учета координатных линий) 9 рамок:



Всего ~~10~~ 9 типов рамок.

Пусть точка A имеет координаты x_0 и y_0 .

тогда есть ограничения на выбор точки A для

каждого из типов:

I: $x_0 \in [1; 45]$; $y_0 \in [1; 45]$, всего $45 \times 45 =$

II $x_0 \in [1; 43]$; $y_0 \in [4; 46]$, всего 43×43

III $x_0 \in [1; 43]$; $y_0 \in [5; 47]$ всего 43×43



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

IV $x_0 \in [1; 44]$; $y_0 \in [5; 48]$ всего 42×44

V $x_0 \in [1; 42]$; $y_0 \in [4; 47]$ всего 44×42

VI $x_0 \in [1; 42]$; $y_0 \in [1; 46]$ всего 42×46

VII $x_0 \in [1; 41]$; $y_0 \in [1; 47]$ всего 41×47

VIII $x_0 \in [1; 41]$; $y_0 \in [4; 50]$ всего 41×47

IX $x_0 \in [1; 42]$; $y_0 \in [5; 50]$; всего 42×46



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$\text{При } y - 45 = 38 : y = 83$$

$$y + 45 = 128 ; y^2 - 2025 = 19 \cdot 256 = 19 \cdot 2^8$$

Ответ: $(9; 83)$ и $(9; -83)$, так как искомая симметрия
относительно y и $-y$.

Других корней нет

$$\text{Пусть } y - 45 = 2^z \cdot 19$$

$$\text{тогда } 45 = 2 \cdot 19 + 7$$

$$\text{тогда } y = 19^{z+1} + 7$$

$$\text{тогда } y + 45 = 2^w \quad w - \text{какое-то}$$

$$2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 2^5 + 6 + 14 = 2^w \quad | : 4$$

$$2^{z+4} + 3 \cdot 2^{z-1} + 2^{3+5} = 2^{w-2}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{левая} & & \text{левая} \quad \text{прав.} \quad \uparrow \text{левая} \end{array}$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 2^{z-1} - \text{нечетное}; z = 1$$

$$y = \pm 83$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = a^2$ - окружность с радиусом $|a|$, $x \in [-|a|; |a|]$

Тогда наибольшее значение $x^2 - 6x + 9$ будет

на границе этого отрезка, при этом то, что дальше

от вершины параболы ($x = 3$), т.к. вершина вверху.

тогда наибольшее значение будет при $x = -|a|$

При $a \geq 0$:

$$x = -a$$

$$a^2 - 7a = 8$$

$$a_1 = 1; a_2 = -8.$$

↓

$$a = 1$$

$$\text{Ответ: } a = 1; a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}.$$

при $a \leq 0$

$$x = a$$

$$a^2 - 5a = 8$$

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}; a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

↓

$$a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Kpa \quad (y + 45) = 19 \cdot 2^z$$

$$y = 19(2^z - 3) + 12$$

$$y - 45 = 19 \cdot 2^z$$

$$2^{z+9} + 3 \cdot 2^z - y = 2^w$$

$$\underbrace{2^{z+9}}_{\text{целое}} + \underbrace{3 \cdot 2^{z-1}}_{\text{целое}} - \underbrace{45}_{\text{целое}} = 2^{w-1}$$

$$\Rightarrow z = 1$$

$$KO \quad y = 19(2 - 3) + 12 = -7 - \text{не является}$$

вариант



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$2y \geq (7 - 2x) - 2x - 7.$$

$$5y = 27 : 2$$

Пусть $x \geq 3,5$. тогда

$$2y \geq 14$$

$$6 \cdot 9$$

$$y \geq 7$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 49$$

$$x^2 - 2x - 52 \geq 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 52 = 216$$

$$x_0 = \frac{2 \pm \sqrt{216}}{2} = 1 \pm 3\sqrt{3}$$

всегда верно, т.е. $x \geq 1 + 3\sqrt{3}$

$$\text{или } x \leq 1 - 3\sqrt{3}$$

Пусть $x \leq 3,5$. тогда

$$2y \geq -4x$$

при $x \in [3; 3,5]$ решение ~~никогда~~.

$$\text{или } -4x \leq 0, \text{ а } 2y > 0.$$

при $x < -1$:

$$2y \geq 4x$$

$$y \geq 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2$$

$$3x^2 + 2x + 3 \leq 0$$

$D < 0$, ~~решения нет~~ всегда нет.

всегда верно, т.е. $3x^2 + 2x + 3 > 0$ для любого x .

Ответ: $x \in [3; 3,5] \cup [1 + 3\sqrt{3}; +\infty)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик Задача 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$
$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

① $y-45=19$
 $y=64$
 $y+45=109 \neq 2^x$

② $y+45=19$
 $y=-26$
 $y-45=-71$

③ $y-45=-19$
 $y=26$

④ $y+45=-19$
 $y=-64$

Здесь

$$y-45=38$$
$$y=83$$
$$y+45=128=2^7$$
$$y+45=38$$
$$y=-7$$
$$y+45=-52$$

Здесь

$$y-45=19$$
$$y=64$$
$$y+45=109$$
$$y-45<0$$
$$(y-45)(y+45)<0$$
$$y+45=-19$$
$$y=26$$
$$y+45=69 \neq 2^x$$
$$y+45=-19$$
$$y=-64$$
$$-64-19$$

83 - 83

$z=1$ проверю не группа?

$$y-45=2^z \cdot 19$$
$$45=19-2+7$$
$$19 \cdot 2^{z+1} + 7 + 19 \cdot 2 + 7 = 19 \cdot 2^{z+2} + 14 = 2^{10}$$
$$19 = 2^4 + 3$$
$$14 = 2^3 + 6$$
$$2^{z+6} + 3 \cdot 2^{z+2} + 2^3 + 6 = y \equiv 7 \pmod{19} = 19 \cdot 2^z$$
$$= 2^{\omega}$$
$$2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 7 = 2^{\omega+1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

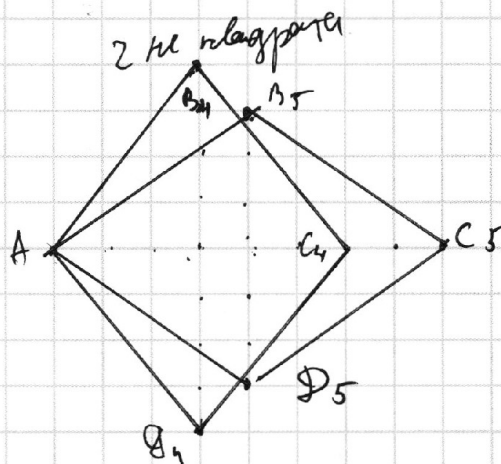
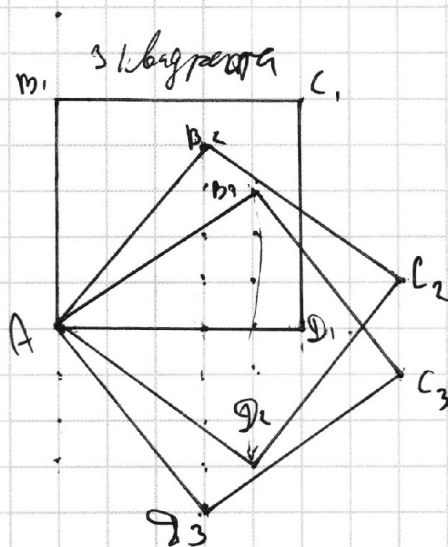
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

! Упрощен

Площа ^{~4} задает рамб, а также ее ~~нижний~~ ~~левый~~ угол. Всего таких рамб 500 (от 1 точки без учета координатных значений)



Углы 1 и 2
 тип совпадает

углы 1, 2 и 3 тип совпадает

Площа для первого типа

I: $x_0 \in [1; 45]$, $y_0 \in [1; 45]$ - всего $45 \times 45 = 2025$

II: $x_0 \in [4; 45]$, $y_0 \in [4; 46]$ - всего $43 \times 43 =$

III: $x_0 \in [1; 43]$, $y_0 \in [5; 47]$ - всего $43 \times 43 =$

IV: $x_0 \in [1; 44]$, $y_0 \in [5; 46]$ - всего $44 \times 42 =$

V: $x_0 \in [1; 42]$, $y_0 \in [4; 47]$ - всего $42 \times 44 =$

VI: $x_0 \in [1; 40]$, $y_0 \in [1; 46]$ - всего $42 \times 46 =$

VII: $x_0 \in [1; 41]$, $y_0 \in [1; 47]$ - всего $41 \times 47 =$

VIII: $x_0 \in [1; 40]$, $y_0 \in [4; 50]$ - всего $41 \times 42 =$

IX: $x_0 \in [1; 42]$, $y_0 \in [5; 50]$ - всего $42 \times 46 =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

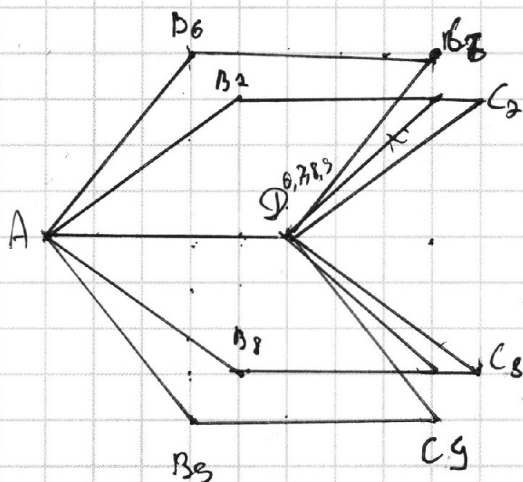
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

! Задача 4

ср. 4 и квадраты



!

Задача 6

~~Задача 6~~
 $x^2 + y^2 = a^2$ тогда $x \in [-a; a]$.

$x^2 - 6x + 9$

Вершина $x = \frac{b}{2a} = 3$

~~Вершина~~ верши в верш, т.е. максимальная

укажите на одном из концов / который

ближе от вершины $b_0 = \frac{-b}{2a} = 3$, т.е. $-a$ при $b < a$.
 подставив $b = -a : (a \geq 0)$

$a^2 + 2a = 8$

$a^2 + 2a - 8 = 0$

$a_1 = 1, a_2 = 8$

$a_1 = 1; a_2 = 8$

$a_1 = 1$

$x = a \quad (a < 0)$

$a^2 - 3a = 8$

$a^2 - 5a - 8 = 0$

$a = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 32}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$

$\therefore a < 0: a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$



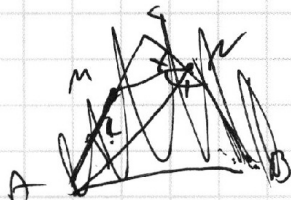
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

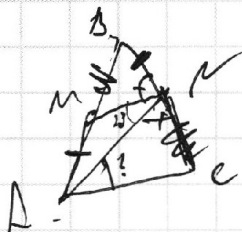
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик задачи 7



$$\angle AMB = 80^\circ$$



$$19 \cdot 4 + 7 + 19 \cdot 2 + 7$$

$$= 16 \cdot (4+2) +$$

$$+ 3 \cdot 6 + 7 + 14$$

$$= 16 \cdot 23 + 3$$

$$\frac{19 \cdot 4 + 7 + 19 \cdot 2 + 7}{2}$$

Задача 5

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$y-45 = 2^z \cdot 19$$

$$y = 19 \cdot 2^{z+1} + 4$$

$$y + 45 = 19 \cdot 2^{z+1} + 7 + 19 \cdot 2 + 7 = 2^w$$

$$19 = 2^4 + 3$$

$$2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 14 = 2^w$$

$$2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 2^5 + 6 + 14 =$$

$$= 2^{z+5} + 3 \cdot 2^{z+1} + 2^5 + 20 = 2^w$$

$$2^{z+4} + 3 \cdot 2^z + 2^4 + 10 = 2^{w-1}$$

$$2^{z+4} + 3 \cdot 2^{z-1} + 2^3 + 5 = 2^{w-2}$$

$$\uparrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 2^{z-1} - \text{нечетное} \Rightarrow z = 1.$$

как и в варианте



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. решено задача 1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1 + n + 1 + n(n+1)) =$$

$$361 = 19^2$$

$$= n! (n^2 + 2n + 2)$$

$$485 = 5 \cdot 97$$

$$n^2 + 2n + 2 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$n^2 + 2n \equiv 17 \pmod{19}$$

$$n(n+2) \equiv 17 \pmod{19}$$

$$+ 285$$

$$34$$

$$325$$

$$+ 18 \cdot 27$$

$$n = 19k + 7$$

$$2(7+2) \equiv 17 \pmod{19}$$

$$2 \equiv 17$$

$$2+2 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$2+2 \equiv 17$$

$$5x^2 + 2x + 4x +$$

$$6x + 8x + 1 + 4 + 9 + 16 =$$

$$n^3$$

$$n^3 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$2x+2 \equiv 0 \pmod{25}$$

$$5x^2 + 20x + 30 = n^3$$

$$5(x^2 + 4x + 6) = n^3$$

$$5(x+2)^2 = n^3$$

$$x+2 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$7. \text{ так } n > 6 \Rightarrow (x+2) = n^3$$

$$500 / 25 =$$

наименьшее боодуе

боодуе n = 2. тогда

$$x+2 = 2^3 = 8$$

$$1200 \cdot 5 = 6000 = 20^3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик задачи 1

$$n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) \equiv n! (n^2 + 4n + 4) \equiv$$

$$= n! (n+2)^2 \equiv 0 \pmod{19^2}$$

$$n+2 \equiv 19 \pmod{19} \quad n \equiv 17$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 19 \\ \times 19 \\ \hline 81 \end{array}$$

Задача 3

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = y$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = 3$$

ветви направлены вверх

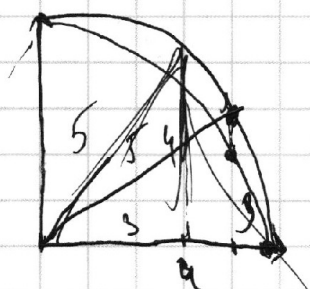
$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$y \geq 0$$

$$|y+6| = |y+2x-1| + |7-2x|$$

$$y+6 = |y+2x-1| + |7-2x|$$

Задача 4.

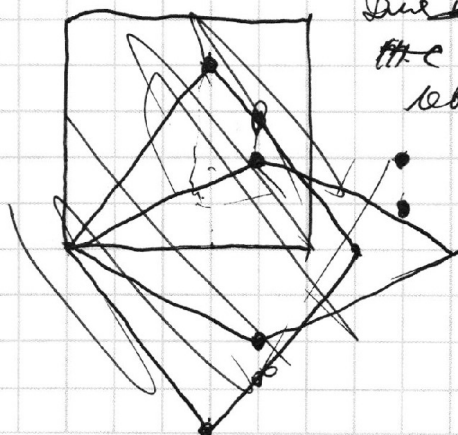


3
3
4

не квадрат
Квадрат, это параллелограмм такой точки
 (x_0, y_0) если для группы точек выполняется
 $x_1 \geq x_0, y_1 \geq y_0$

так как $x > x_0$

Две ~~точки~~ вершины
не являются точками
внутри или на границе





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+45)/(y-45) = 19 \cdot 2^x$$

$$y+45 = 2^z \cdot 19$$

$$y + 19 \cdot 2 + 7 = 2^z \cdot 19$$

$$y = 12 + 19 \cdot b$$

$$19(b+2) + 19 = 2^z \cdot 19$$

$$b+3 = 2^z$$

$$b = 2^z - 3$$

$$y = 19(2^z - 3) + 12$$

$$y - 45 = 19(2^z - 3) + 12 - 19 \cdot 2 + 7 = 2^w$$

$$19(2^z - 5) + 5 = 2^w$$

$$19 = 2^4 + 3$$

$$2^{z+4} - 5 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^z - 15 + 5 = 2^w$$

$$2^{z+4} - 80 + 3 \cdot 2^z - 10 = 2^w$$

$$2^{z+4} - 90 + 3 \cdot 2^z - 20 = 2^w$$

$$2^{z+3} + 3 \cdot 2^{z+1} - 45 = 2^{w+1}$$

$$\text{левое} \quad || \quad \text{правое}$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 2^{z+1} - \text{левое} \quad z=1$$

$$\text{Огранич } y = 19(2-3) + 12 = -7 \quad \text{тогда}$$

$$\begin{aligned} y+45 &= 38 > 0 & (y+45)(y-45) < 0 \\ y-45 &= -52 < 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

! Задача 3 Черновик

$$y = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup (3; \infty)$$

$$y + 6 \geq (y + 2x - 1) \cdot \sqrt{7 - 2x}$$

~~$y \geq 0$~~

~~$x^2 - 2x - 3 \geq 2x$~~

~~$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2$~~

~~$3x^2 + 2x + 3 \leq 0$~~

~~Вспомогательная $x > 0$ не решается~~

~~$y < -2x + 1$~~

~~$\sqrt{x^2 - 2x - 3} < -2x + 1$~~

так $y \geq 0$, то $x^2 - 2x - 3 \leq 0$

~~$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 - 4x + 1$~~

~~$3x^2 - 2x + 4 > 0$~~

~~$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 - 4x + 1$~~

$D < 0$

корней нет. всегда верно $x \geq 3$ $3x^2 - 2x + 4 > 0$

$\Rightarrow y < -2x + 1$ для любого x , не нужно

тогда $y + 2x - 1 < 0$ для любого x ,

поэтому неравенство с правой конечностью
знаком

$$y + 6 \geq -y - 2x - 1 \cdot \sqrt{7 - 2x}$$

то ~~$2x - 7 \neq \sqrt{7 - 2x}$~~