



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 16



- [3 балла] Свободный член квадратного трёхчлена увеличили на 4, в результате чего квадрат разности его корней уменьшился на 8. Затем к свободному члену полученного трёхчлена прибавили число  $d$ , и квадрат разности его корней уменьшился ещё на 2. Найдите  $d$ .
- [4 балла] Сколько пар целых чисел  $(x; y)$  удовлетворяет уравнению

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot \sqrt{2025}} ?$$

- [4 балла] Найдите все натуральные  $a$  и  $b$  такие, что

$$\begin{cases} 12 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 6b, \\ 2(\min(a; b))^2 + 3 = 7 \cdot \text{НОД}(a; b). \end{cases}$$

- [5 баллов] На медиане  $AM$  треугольника  $ABC$  выбрана точка  $P$  такая, что  $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$ . Найдите  $AC$ , если известно, что  $AB = 15$ ,  $BP = 9$ ,  $CP = 6$ .
- [5 баллов] 6 сундуков закрыты на 3 замка каждый, все ключи ко всем замкам различны. Найдите количество способов выбрать из всех 18 ключей 6 так, чтобы с помощью них можно было открыть хотя бы один сундук.
- [5 баллов] На дуге полукруга с центром  $O$  и диаметром  $MN$  взята точка  $K$ . Построен равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с катетами  $AC$  и  $BC$ , равными по длине радиусу полукруга, так, что его вершина  $A$  лежит на отрезке  $OK$ , вершина  $B$  — на отрезке  $ON$ , вершина  $C$  — на дуге  $KN$ . Найдите  $\angle MOK$ .
- [5 баллов] Найдите наименьшее значение выражения  $M = |a| + |3b - a| + |4b - a + 1|$ , где  $a$  и  $b$  — действительные числа. При каких  $a$  и  $b$  оно достигается?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть исходный  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ ,  $x_1$  и  $x_2$  - его корни, тогда

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \Rightarrow$$

$$(x_1 - x_2)^2 = \frac{4D}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}, \text{ тогда по условию}$$

$$\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = -8$$

$$\frac{-16a}{4a^2} = -8 \Rightarrow \frac{2a}{a^2} = -2 \cdot 1, \text{ т.к. } a \neq 0 \Rightarrow 2 = a$$

По второму условию

$$\frac{b^2 - 4a(c+4) - b^2 - 4a(c+4+d)}{a^2} = 2$$

$$\frac{4ad}{a^2} = 2 \Rightarrow 4d = 2a, \text{ т.к. } a=2 \Rightarrow d=1$$

Ответ: 1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} 12 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 6b \\ \\ \end{array} \right.$$

$$2(\min(a; b))^2 + 3 = 7 \cdot \text{НОД}(a; b)$$

Пусть  $\text{НОД}(a; b) = k \Rightarrow a = kn, b = kd, (n, d) = 1$ , тогда

$$\left| \begin{array}{l} 2(\min(a; b))^2 : k, \text{независимо от } a \text{ и } b \\ \text{НОД}(a; b) : k \end{array} \right| \Rightarrow \frac{3}{k} : k \Rightarrow k = 1, \text{ или } k = 3$$

1. Пусть  $a < b$ , тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} 12a + b = 2a + 6b \\ 2a^2 + 3 = 7 \cdot \text{НОД}(a; b) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 5(2a - b) = 0 \\ 2a^2 + 3 = 7 \cdot \text{НОД}(a; b) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2a = b \\ 2a^2 + 3 = 7 \cdot \text{НОД}(a; b) \end{array} \right.$$

1.1. Пусть  $k = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a = b \\ 2a^2 + 3 = 7 \cdot 1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2a = b \\ a^2 = 2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} b = 2\sqrt{2} \\ |a| = \sqrt{2} \end{array} \right. , \quad a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N} \quad \text{не подходит по условию}$$

1.2. Пусть  $k = 3$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a = b \\ 2a^2 + 3 = 21 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2a = b \\ a^2 = 9 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} b = 6 \\ a = 3 \end{array} \right. \quad (3; 6)$$

2. Пусть  $b < a$ , тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} 12b + a = 2a + 6b \\ 2b^2 + 3 = 7 \cdot \text{НОД}(a; b) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 6b = a \\ 2b^2 + 3 = 7 \cdot \text{НОД}(a; b) \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.1. Пусть  $k=1$

$$\begin{cases} 6b=a \\ 2b^2+3=7 \cdot 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 6b=a \\ b^2=2 \end{cases} \quad \begin{cases} 6b=a, a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N} \\ |b|=\sqrt{2} \text{ не подходит} \end{cases}$$

2.2. Пусть  $k=3$

$$\begin{cases} 6b=a \\ 2b^2+3=7 \cdot 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 6b=a \\ b^2=9 \end{cases} \quad \begin{cases} 6b=a \\ [b=3] \\ [b=-3] \end{cases} \quad \begin{cases} a=18 \\ b=3 \end{cases} \quad (18; 3)$$

Ответ:  $(3; 6); (18; 3)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.





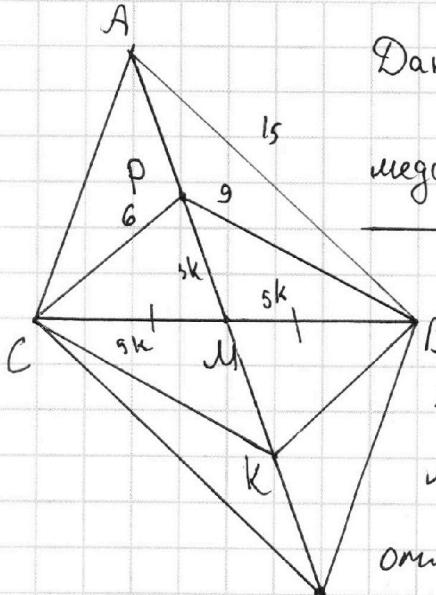






СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB=15$ ,  $BP=9$ ,  $CP=6$ ,  $AM$  - медиана,  $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$

$AC - ?$

1. Удлиним медиану  $AM$ ,  $AM=MQ$ ,  $ABDC$  - параллелограмм,

отмечаем на  $MQ$ - сторону  $K$ ,  $MP=MK$ ,

тогда  $PBKC$  - параллелограмм.  $PBCK$  - параллелограмм

$\Rightarrow$  по cb-бу  $\angle BPC = \angle BKC \Rightarrow \angle BKC + \angle BAC = 180^\circ \Rightarrow BKCA$  - вписанный

$\Rightarrow \angle KCM = \angle MAB$  - вписанные, опираются на  $BK$ , такие

$BP=CK=9$

$\triangle CMK \sim \triangle AMB$ :

1)  $\angle KCM = \angle MAB$

$\Rightarrow \triangle CMK \sim \triangle AMB$

2)  $\angle KMC = \angle BMA$  (вертикальные)

по I признаку  $\Rightarrow$

$\frac{CM}{AM} = \frac{MK}{MB} = \frac{9}{15} \Rightarrow 3MB = 5MK$ , тогда пусть  $MB = 5k$ ;  $MK = 3k$

$\Rightarrow 5CM = 3AM$

$CP$

$BK$

III.к.  $PBCK$  - параллелограмм  $\Rightarrow PB \parallel CK \Rightarrow \angle CPK = \angle PKB$

накрест лежащие при  $CP \parallel BK$  и сек.  $PK$   $\Rightarrow$ , а у вписанных

$\angle PKB = \angle BCA = \angle CPK$  (опираются leg друг на другой)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$\triangle PMC \sim \triangle CMA$

1)  $\angle M$ -общ.

2)  $\angle CPK = \angle BCA$  по 1 прип.

$$\Rightarrow \triangle PMC \sim \triangle CMA \Rightarrow \frac{PC}{AC} = \frac{PM}{MC} = \frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$AC = \frac{5PC}{3} = \frac{5 \cdot 6}{3} = 10$$

Ответ: 10



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы открыть хотя бы 1 сундук, нужно иметь три ключа от этого сундука. Т.е. необходимо выбрать тройку таких ключей. Это можно сделать 6 различными способами, т.к. нам неважен порядок. Далее необходимо выбрать еще 3 ключа  $\rightarrow \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3!}$  способами =)

$6 \cdot \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3!}$ , но необходимо вычесть те случаи, когда при трех 3 оставшихся ключах образовалась парочка от другого сундука, их  $\frac{6 \cdot 5}{2!} = 15$  вариантов =)

$$\frac{6 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13}{3!} - 15 = 2715 \text{ способов}$$

Ответ: 2715 способов

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 12 \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 6b \\ 2(\min(a; b))^2 + 3 = 7 \cdot \text{HOD}(a; b) \end{cases} \quad \begin{cases} 12a + b = 2a + 6b \\ 12b + a = 2a + 6b \\ 2a^2 + 3 = 7 \cdot \text{HOD}(a; b) \\ 2b^2 + 3 = 7 \cdot \text{HOD}(a; b) \end{cases} \quad \begin{cases} 5(2a - b) = 0 \\ 6b - a = 0 \\ 2a^2 + 3 = 7 \cdot \text{HOD}(a; b) \\ 2b^2 + 3 = 7 \cdot \text{HOD}(a; b) \end{cases}$$

$$2a^2 + 3 = 7 \cdot 1 \\ a = \sqrt{2}$$

$$2a^2 + 3 = 7 \cdot 3$$

$$\begin{cases} a^2 = 9 \\ 2a - b = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$2b^2 + 3 = 7 \cdot 1$$

$$b^2 = \sqrt{2}$$

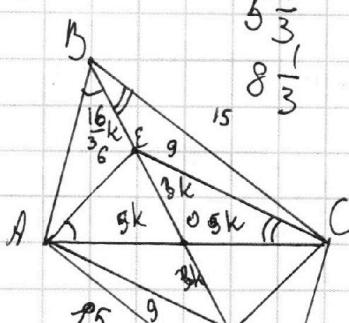
$$2b^2 + 3 = 7 \cdot 3$$

$$\begin{cases} b^2 = 9 \\ b = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 18 \end{cases}$$

$$\frac{5}{c} = \frac{9}{15} \quad \begin{matrix} 18 \\ 15 \\ 18 \\ 15 \end{matrix}$$

$$\frac{25}{3} = c \quad \begin{matrix} 24 \\ 15 \end{matrix} \quad a < 1$$

$$|a| + k + |k - (a-1)|$$

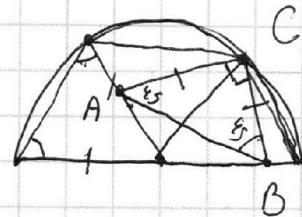
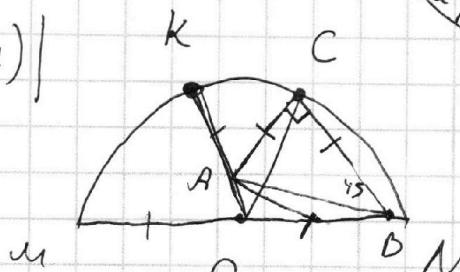
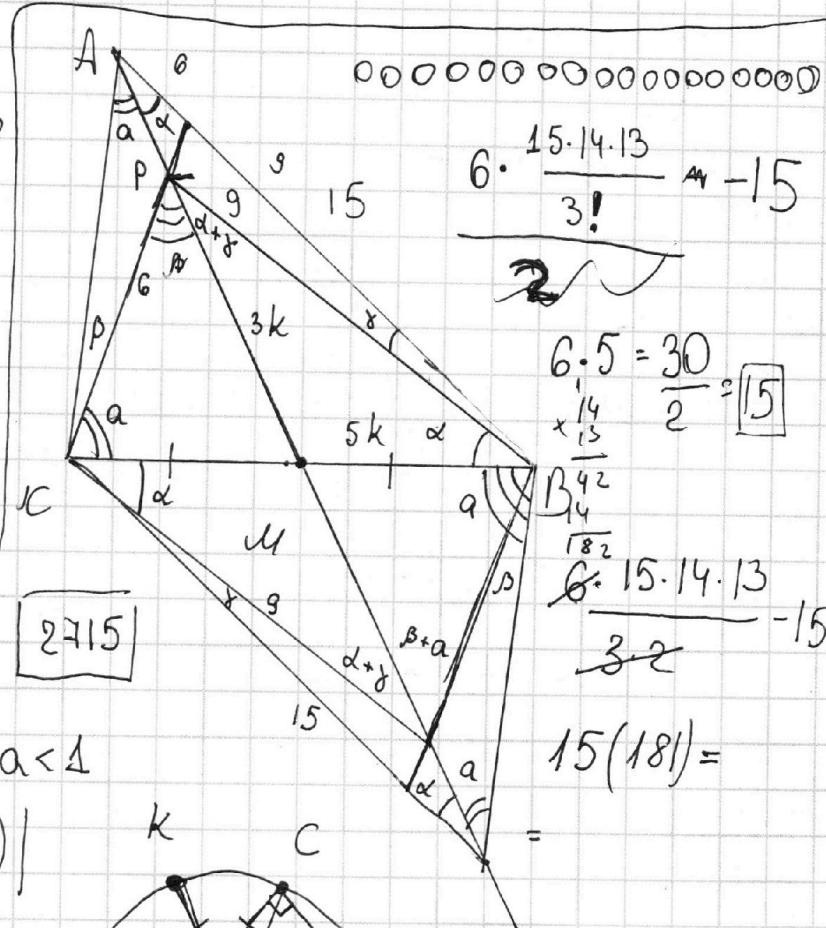


$$BO^2 - OE^2 = 2BO \cdot CO \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha + 2OE \cdot CO \cdot \cos \alpha = 6.24$$

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} &= \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \\ \frac{5k}{c+3k} &= \frac{3}{5} \\ c+3k &= 5k \\ 25k &= 9k+3c \\ c &= 16k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BO^2 + OC^2 - 2BO \cdot CO \cdot \cos \alpha &\leq 15^2 \\ OE^2 + OC^2 - 2OE \cdot CO \cdot \cos \alpha &\leq 9^2 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} BO^2 - OE^2 - 250 \cdot 00 &= 2 \cdot \cos \alpha \cdot CO(BO - OC) = 144 \\ (BO - OE)(BO + OE - 2 \cos \alpha \cdot CO\ell) &= 144 \\ (3\frac{1}{3}k)(13\frac{1}{3}k + 10k \cdot \cos \alpha) &= 144 \quad k^2 = \frac{9 \cdot 13}{4 \cdot 17} \quad 68k^2 = 117 \end{aligned}$$

$$gk^2 + 25k^2 - 2 \cdot 15k^2 \cdot \cos \alpha = 36$$

$$9k^2 + 25k^2 + 2 \cdot 15k^2 \cdot \cos \alpha = 36$$

$$k^2 \left( \frac{390}{9}k^2 + \frac{100}{3}k^2 \cdot \cos \alpha \right) = 144 \quad 4 \cdot 17 \quad 9 \cdot 13$$

$$k^2 = \frac{144 \cdot 9}{390 \cdot 300 \cos \alpha} = \frac{144}{130 \cdot 100 \cos \alpha} = \frac{36}{25 \cdot 130 \cdot \cos \alpha}$$

$$\begin{aligned} 25k^2 + \frac{25}{9}k^2 &= 2 \cdot \frac{125}{3}k^2 \cdot \cos \alpha = b^2 ? \quad \frac{45 \cdot 68}{4 \cdot 13 \cdot 17} = \cos \alpha \quad 4 \cdot 15k^2 \cdot \cos \alpha = 45 \\ 2 \cdot \frac{125}{3}k^2 \cdot \cos \alpha &= b^2 \quad \cos \alpha = \frac{68}{17} \quad 6 \sqrt{13} = \frac{11050}{4250} \\ \frac{9 \cdot 13}{4 \cdot 17} \left( 25 + \frac{25}{9} - 2 \cdot \frac{125}{3} \cdot \frac{17}{39} \right) &= \frac{9 \cdot 13 \cdot 17}{4 \cdot 17} \cdot \frac{68}{17} = \frac{6800}{432} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{250}{1750} &= \frac{10}{175} \quad \frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{3} = \frac{10 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 13 \cdot 11}{3 \cdot 2} \\ \frac{250}{1750} &= \frac{10}{175} \quad \frac{1875}{175} = \frac{1875}{175} = \frac{6800}{432} = \end{aligned}$$

$$\frac{250}{1750} = \frac{10}{175}$$

10

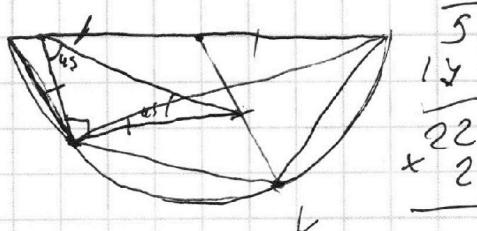
$$\frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{3}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 13 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 13 \\ \hline 182 \end{array}$$

$$15 \cdot 181$$

$$\begin{array}{r} 181 \\ \times 15 \\ \hline 1905 \\ 181 \\ \hline 2915 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 24 \\ \hline 221 \end{array}$$

221

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$(x_1^2 - x_2^2) = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$(x_1 - x_2)^2 = \left( \frac{\sqrt{D}}{2a} \right)^2 = \frac{D}{a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{a^2}$$

$$\frac{b^2 - 4a(c+4)}{a^2} + 8 = \frac{b^2 - 4ac}{a^2} + \frac{4}{\frac{45}{45}} = -8 \frac{180}{2025}$$

$$\frac{b^2 - 4ac - 16a - b^2 + 4ac}{a^2} = -8 \frac{180}{2025} \quad |a=2|$$

$$\frac{-16a}{a^2} = -8 \quad \frac{2a}{a^2} = \frac{4}{1} \quad 2024 =$$

$$\frac{b^2 - 4a(c+d) - b^2 - 4ac}{a^2} = \frac{b^2 - 4a(c+d)}{a^2} = \frac{b^2 - 4a(c+4)}{a^2} = 8 \cdot 253 =$$

$$\frac{b^2 - 4a(c+4+d)}{a^2} + 2 = \frac{b^2 - 4a(c+4)}{a^2} = 8 \cdot 253 = 8 \cdot 11 \cdot 23$$

$$\frac{-4ad}{a^2} + 2 = 0 \quad |d=1|$$

$$\frac{2d}{a} = 1$$

$$\sqrt{7}x(\sqrt{7}x - 2024 \cdot 3\sqrt{5}) -$$

$$\sqrt{2}y(\sqrt{2}y + 2024 \cdot 3\sqrt{5}) = 0$$

$$\frac{-2b}{2a} \cdot \frac{\frac{2\sqrt{D}}{2}}{2}$$

$$\sqrt{7}x + \sqrt{2}y = \sqrt{2024^2 \cdot 2025}$$

$$7x + 2\sqrt{14xy} + 2y = 2024^2 \sqrt{2025}$$

$$2025 = 5 \cdot 405 =$$

$$= 5 \cdot 81 \cdot 5 = 5 \cdot 9^2$$

$$7x + 2\sqrt{14xy} + 2y =$$

$$2024^2 \cdot 45$$

$$2024 \cdot 3\sqrt{5} = \sqrt{7}x + \sqrt{2}y$$

$$2024 \cdot 3 \cdot 5 = \sqrt{35x} + \sqrt{10y}$$

$$x:7; x:5$$

$$y:5; y:2$$

$$7x - 2y = 2024 \sqrt{45} \cdot (\sqrt{7}x + \sqrt{2}y)$$

$$7x - 2y = 2024 \cdot 3\sqrt{35x} + 2024 \cdot 3\sqrt{10y}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot \sqrt{45} = 28 \cdot 11 \cdot 23 \cdot 3 \sqrt{5}$$

$$12a + b = 2a + 6b \\ 56 - 10a$$

$$7x + 2y + 2\sqrt{14xy} = 8^2 \cdot 11^2 \cdot 23^2 \cdot 9 \cdot 5$$

$$0 \leq 5(b-2a)$$

$$x:2; x:7$$

$$y:2$$

$$\begin{cases} 12 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 6b \\ 2(\min(a; b))^2 + 3 = 7 \cdot \text{HOD}(a; b) \end{cases}$$

$$xy:14$$

$$x = 14k$$

$$98k + 2y + 2\sqrt{28\sqrt{ky}}$$

$$2kd + 3 = 7k$$

$$a = kd \quad 12b + a = 2a + 6b$$

$$a - 6b \leq 0$$

$$b = kr$$

$$2a^2 + 3 \equiv 0 \pmod{7}$$

$$\text{HOD} = 1 \text{ или } 3$$

$$2(a^2 - 2) \equiv 0$$

$$a^2 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$(a+1)(a+1)$$

$$\begin{cases} 12b + a = 2a + 6b \\ 2 \end{cases}$$

$$144(\min(a, b))^2 + 24ab + (\max(a, b))^2 = (2a + 6b)^2 - 7 \cdot 72 \text{HOD}(a, b)$$

~~$$- 72(\min(a, b)^2) - 3 \cdot 72$$~~

$$24ab + (\max(a, b))^2 - 216 = 4a^2 + 36b^2 - 7 \cdot 72 \text{HOD}(a, b)$$

$$(\max a, b)^2 - 216 = 4a^2 + 36b^2 - 7 \cdot 72 \text{HOD}(a, b)$$

$$a^2 - 216 = 4a^2 + 36b^2 - 7 \cdot 72 \cdot k \quad k = 1, 2, 3, 4, 6, 8$$

$$3a^2 + 36b^2 - 7 \cdot 72k + 216 = 0$$

$$12\min^2 + ab = \min(2a + 6b)$$

$$- 12\min^2 - 18 = - 72 \text{HOD}$$

$$a^2 + 12b^2 - 7 \cdot 24k + 72 = 0$$

$$ab - 18 = \min \cdot (2a + 6b) - 42 \text{HOD}$$

$$k^2d^2 - 7 \cdot 24k + 72 = -12kr^2$$

$$24(2a^2 + 5ab)$$

$$\frac{a}{b} = k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot 3\sqrt{5} = 8 \cdot 11 \cdot 23 \cdot 3\sqrt{5}$$

$$7x + 2\sqrt{14xy} + 2y = 8^2 \cdot 11^2 \cdot 23^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$x = 14k$$

$$ky : 4$$

$$y : 2$$

$$x : 52 \quad y : 2 \quad x : 14$$

$$y : 4 ; x : 28$$

$$xy : 14$$

$$98k + 28\sqrt{ky} + 2y = 8^2 \cdot 11^2 \cdot 23^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$x : 7$$

$$49k + 14\sqrt{ky} + y = 8^2 \cdot 11^2 \cdot 23^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$k_n - \sqrt{k_n y_n} + y_n = 49k_1 + 14\sqrt{k_1 y_1} + y_1 = 2^6 \cdot 11^2 \cdot 23^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$= 0$$

$$49k_n + 14\sqrt{k_n y_n} + y_n = 11^2 \cdot 23^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\sqrt{k_n} (\sqrt{k_n} - \sqrt{y_n}) + y_n$$

$$x : 35 \quad x : 7 ; x : 5$$

$$7x - 2y = 2024 \cdot 3\sqrt{5} (\sqrt{7x} - \sqrt{2y}) \quad y : 10 \quad y : 2 ; y : 5$$

$$7x - 2y = 2024 \cdot 3 (\sqrt{35x} - \sqrt{10y}) \quad \sqrt{5} (\sqrt{7x} - \sqrt{2y}) : 5$$

$$5(49k_1 - 4y_1)$$

$$\sqrt{7x} - \sqrt{2y} : \sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!