



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 16

1. [3 балла] Свободный член квадратного трёхчлена увеличили на 4, в результате чего квадрат разности его корней уменьшился на 8. Затем к свободному члену полученного трёхчлена прибавили число d , и квадрат разности его корней уменьшился ещё на 2. Найдите d .
2. [4 балла] Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяет уравнению
- $$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot \sqrt{2025}} ?$$
3. [4 балла] Найдите все натуральные a и b такие, что
- $$\begin{cases} 12 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 6b, \\ 2(\min(a; b))^2 + 3 = 7 \cdot \text{НОД}(a; b). \end{cases}$$
4. [5 баллов] На медиане AM треугольника ABC выбрана точка P такая, что $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$. Найдите AC , если известно, что $AB = 15$, $BP = 9$, $CP = 6$.
5. [5 баллов] 6 сундуков закрыты на 3 замка каждый, все ключи ко всем замкам различны. Найдите количество способов выбрать из всех 18 ключей 6 так, чтобы с помощью них можно было открыть хотя бы один сундук.
6. [5 баллов] На дуге полукруга с центром O и диаметром MN взята точка K . Построен равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с катетами AC и BC , равными по длине радиусу полукруга, так, что его вершина A лежит на отрезке OK , вершина B — на отрезке ON , вершина C — на дуге KN . Найдите $\angle MOK$.
7. [5 баллов] Найдите наименьшее значение выражения $M = |a| + |3b - a| + |4b - a + 1|$, где a и b — действительные числа. При каких a и b оно достигается?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$ax^2 + bx + c$ - начальный квадратный трехчлен

$$1) \text{Пусть есть квадр. трехчлен } rx^2 + px + q \\ \Rightarrow \\ \text{по теореме Виета } x_1 + x_2 = -\frac{p}{r} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{q}{r}$$

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 \\ = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = \left(-\frac{p}{r}\right)^2 - \frac{4q}{r} \\ = \frac{p^2}{r^2} - \frac{4q}{r}$$

\Rightarrow квадрат разности корней уда трехчлена находится по этой формуле

2) \Rightarrow где нашего трехчлена $(\text{разность корней})^2(n)$ равна:

$$n = \frac{b^2}{a^2} - \frac{4c}{a} \quad ①$$

3) новый трехчлен: $ax^2 + bx + c + 4$

и его $(\text{разность корней})^2$ на 8 меньше

$$n - 8 = \frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+4)}{a} \quad ② \Rightarrow \text{равна } n - 8$$

Из ① и ②:

$$\frac{b^2}{a^2} - \frac{4c}{a} = 8 + \frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+4)}{a} \quad \left| - \frac{b^2}{a^2} \right.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4(c+d)}{a} = 6 + \frac{4c}{a} \quad | - \frac{4c}{a}$$

$$\frac{16}{a} = 8 \Rightarrow a = 2$$

5) Имеем трехчлен $ax^2 + bx + c + d$ и его (разность корней)² еще на 2 меньше \Rightarrow равна $n - 8 - 2 = n - 10$

$$n - 10 = \frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+d)}{a} \quad (3)$$

6) из (3) и (2)

$$\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+d)}{a} + 2 = \frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+d)}{a} \quad | - \frac{b^2}{a} \\ + \frac{4(c+d)}{a}$$

$$\Rightarrow -\frac{4d}{a} + 2 = 0$$

$$2a = 4d$$

$$d = \frac{2a}{4} = \frac{2 \cdot 2}{4} = 1$$

Ответ: $d = 1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 + 2025} \quad 2025 = 45^2$$

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot 45} \quad \sqrt{45} = 45$$

богъзведени обе части в квадрат

$$(\sqrt{7x})^2 + (\sqrt{2y})^2 + 2\sqrt{7x}\sqrt{2y} = (2024 \cdot 45)^2$$

$$\frac{7x + 2y + 2\sqrt{14xy}}{\in \mathbb{Z} \text{ (т.к. } x, y \in \mathbb{Z})} = 2024^2 \cdot 45$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{14xy} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{14xy} \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{14xy} = k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{14xy}{\in \mathbb{Z}} = \frac{k^2}{14} - \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow k^2 : 14 \Rightarrow k = 14a \quad 2 \cdot 7 \quad a \in \mathbb{Z}$$

$$\text{значе } \frac{k^2}{14} \notin \mathbb{Z} \quad \Rightarrow xy = \frac{k^2}{14} = 14a^2$$

$$\Rightarrow y = \frac{14a^2}{x}$$

$$7x + 2y + 2\sqrt{14xy} = 2024^2 \cdot 45$$

$$7x + \frac{28a^2}{x} + 28a = 2024^2 \cdot 45$$

~~$$7 \cdot 3 + 6 = 21.3 + 0.6$$~~
~~$$8 \cdot 9 + 3 = 7 \cdot 8$$~~

~~$$1208 \cdot 3 + 18 = 2 \cdot 12 + 0.3$$~~
~~$$54 = 54$$~~
~~$$2 \cdot 8 + 3 = 8 \cdot 3$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot 45$$

$$7x + 2y + 2\sqrt{14xy} = 2024^2 \cdot 45$$

$$7x + \frac{28k^2}{x} + 28k = 2024^2 \cdot 45$$

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot 45$$

$$2024 = 4 \cdot 2 \cdot 253$$

$$\begin{array}{r} 2024 \mid 4 \\ 20 \quad \cancel{4} \\ \cancel{5}06 \quad \cancel{2}25 \\ 160 \\ \hline 2023 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2024 \mid 7 \\ 14 \quad \cancel{2}89 \\ 56 \\ \hline 64 \\ 3 \cdot 45 = 3L \end{array}$$

$$\sqrt{14xy} = k$$

$$14xy = k^2$$

y в расположении на простые множители степени 7 больше чем x

если $x = 7^a \cdot t$ $\Rightarrow k^2 = 14xy = 7^{a+1} \cdot 2t y$

$$\Rightarrow u \ k : 14 \text{ бот из этого} \Rightarrow 14k^2$$

$$\begin{array}{l} 7x + 2y + 2\sqrt{14xy} = 2024^2 \cdot 45 \\ 7x + \frac{28k^2}{x} + 28k \end{array}$$

$$xy = \frac{14k^2}{y} = \frac{14k^2}{x}$$

y показывает большее чем x

$$\Rightarrow 7x + \frac{28k^2}{x} + 28k : 7 \text{ но } 2024^2 \cdot 45 \nmid 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

=> Противоречие

=> нет решения в целых числах

Ответ: О решений



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 3 случая : 1) $a > b$

$$2) a = b$$

$$3) a < b$$

1 случай $a > b \Rightarrow \min(a, b) = b$
 $\max(a, b) = a$

$$\Rightarrow 12 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 6b$$

$$12b + a = 2a + 6b$$

$$\Rightarrow a = 6b \Rightarrow \text{НОД}(a, b)$$

$$= \text{НОД}(b, 6b) = b$$

$$\Rightarrow 2(\min(a; b))^2 + 3 = 7 \cdot \text{НОД}(a; b)$$

$$2b^2 + 3 = 7b$$

$$2b^2 - 7b + 3 = 0$$

$$b^2 - 3,5b + 1,5 = 0$$

$$(b-3)(b-0,5) = 0$$

$$\begin{cases} b = 3 \\ b = 0,5 \end{cases} \times \text{т.к. } b \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = 6b = 18 \Rightarrow (a; b) = (18; 3)$$

2 случай $a = b = x \Rightarrow \min(a, b) = x$
 $\max(a, b) = x$

$$12 \cdot \min(a; b) + \max(a, b) = 2a + 6b \Rightarrow$$

$$12 \cdot x + x = 2x + 6x$$

$$\cancel{+ 6x} \rightarrow 5x = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{Противоречие, т.к.}$$

$$\underline{a = b = x = 0 \quad \text{и } a, b \in \mathbb{N}}$$

$$\exists \text{ случай } a < b \Rightarrow \min(a, b) = a \\ \max(a, b) = b$$

$$\underline{12 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 6b}$$

$$12 \cdot a + b = 2a + 6b$$

$$10a = 5b$$

$$2a = b$$

$$\Rightarrow \mu\text{OD}(a; b) = \mu\text{OD}(a; 2a) = a$$

$$2(\min(a; b))^2 + 3 = 7 \cdot \mu\text{OD}(a; b)$$

$$2a^2 + 3 = 7 \cdot a$$

$$2a^2 - 7a + 3 = 0$$

$$a^2 - 3,5a + 1,5 = 0$$

$$(a - 3)(a - 0,5) = 0$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ a = 0,5 \end{cases} \times \text{т.к. } a \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow b = 3 \cdot 2 = 6 \quad (b = 2a) \quad \text{т.к.}$$

$$\Rightarrow (a; b) = (3; 6)$$

$$\text{Утв.: } (3; 6) \quad (18; 3)$$

Ответ: $(3; 6) \quad (18; 3) - (a; b)$

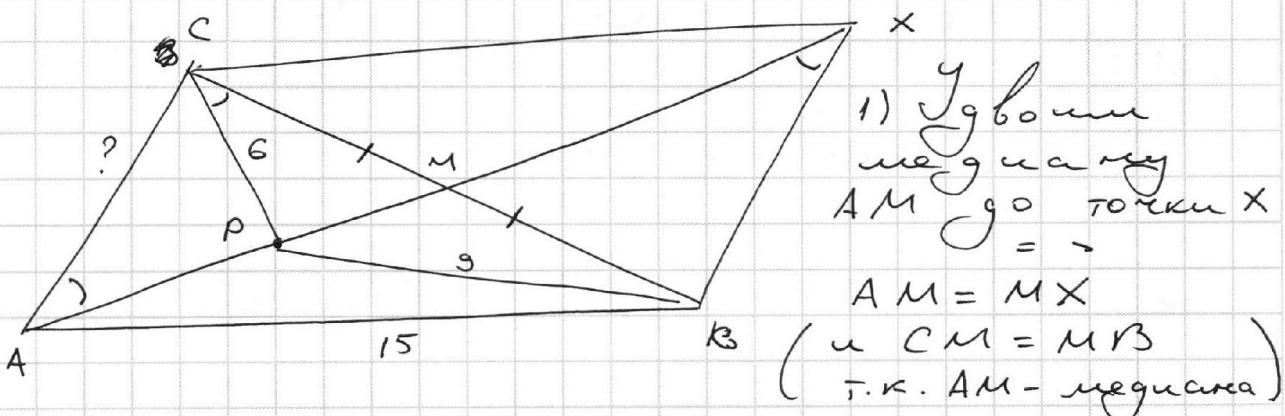


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



2) $A \times \cap C B = M : CM = MB \Rightarrow AC \times B - AM = MX$ *расщепление*

$$= \neg \angle A = \angle X$$

$$3) \text{CPBX : } \angle CPB + \angle X = \angle CPB + \angle CAB = 180^\circ$$

$\Rightarrow \text{CPBX - прямой}$

$$\Rightarrow \angle PCM = \angle PCB = \angle PXB = \angle AXB$$

(M \in CB) (P \in AX)

$$4) AC \times B - \text{параллелограмм} = - AC \parallel X B \\ + A X - \text{секущая} \Rightarrow$$

$$\angle CAM = \angle CAX = \angle AXB \quad (\text{как накрест-} \\ \text{лежащие})$$

$$\Rightarrow \angle CAM = \angle A \times B \Rightarrow \angle CAM = \angle PCM$$

$$\angle A \times B = \angle PCM$$

$$5) \Delta MCP \approx \Delta MAC : \quad \Rightarrow \Delta MCP \approx \Delta MAC \\ (\text{no symmetry})$$

$\angle CAM = \angle PCM$

$\angle CMP = \angle AMC$
(T.K P.EAMS)

Analogично:
 $\Delta MPB \approx \Delta MBA$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle MCP \sim \triangle MAC \Rightarrow \frac{MC}{AM} = \frac{CP}{AC}$$

$$\triangle MPB \sim \triangle MBA \Rightarrow \frac{MB}{AM} = \frac{BP}{AB}$$

$$\text{т.к. } MC = MB \Rightarrow \frac{CP}{AC} = \frac{MC}{AM} = \frac{MB}{AM} = \frac{BP}{AB}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{CP \cdot AB}{BP} = \frac{6 \cdot 15}{9} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5}{9} = 20$$

Ответ: $AC = 20$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего 18 ключей, в каждой группе (относящейся) к судьюку 3 из них по 3

Чтобы с помощью них можно было открыть хотя бы 1 судьюк

Среди этих 6 ключей должна быть одна помасгруппа

=> ЭТО 6 вариантов (всего 6 групп)

и оставшиеся 3 ключа выбираем как угодно из 15 других (не в помасгруппе)

$$=> N = 6 \cdot C_{15}^3 = 6 \cdot \frac{15!}{12! \cdot 3!} = 15 \cdot 14 \cdot 13$$

Однако 3 доп. ключа могут образовать свою группу =>
(иные два будут судии а судяй, это выборочно 2 группы)

$$\text{Из } N' = C_6^2 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$$

$$=> \text{Всего вариантов } N - N' = 15 \cdot 14 \cdot 13 - 15 = 15 \cdot 181 = 2715$$

(судяй когда смешала в зале группу а как доп сформировалась в итоге)

Ответ: 2715

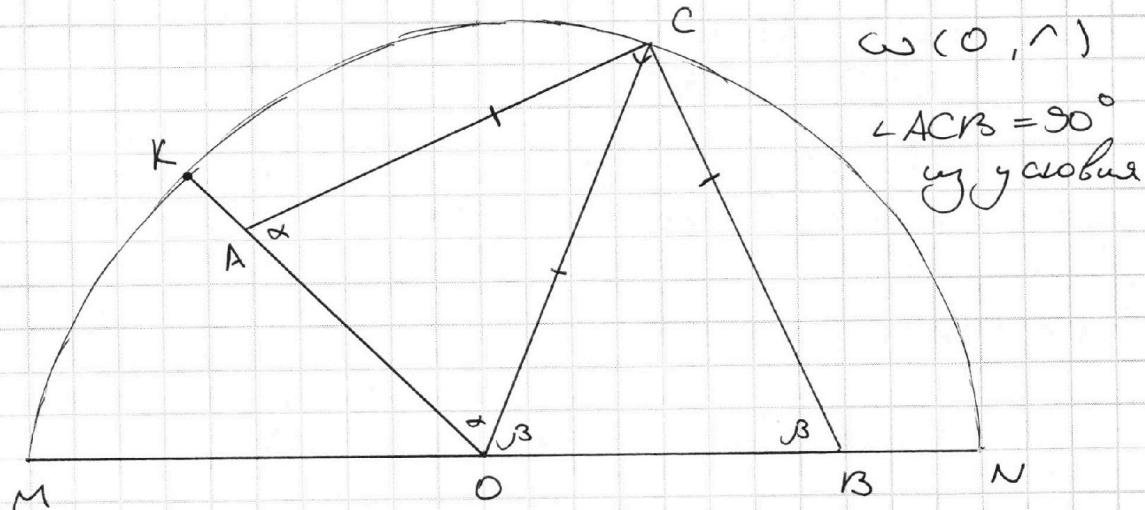
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) MN - диаметр полукруга
 $\angle MCN = 90^\circ$ - вписанный, опирается
на диаметр $MN \Rightarrow \angle MCN = 90^\circ$

2) $\triangle MCN : \angle MCN = 90^\circ \Rightarrow \triangle MCN$ - прям

O - середина MN (т.к. центр ω)

$\Rightarrow CO$ - медиана $\triangle MCN$ - прям
треугольника $\Rightarrow CO = MO = ON = r$

3) из условия $AC = CB = r \Rightarrow AC = CB = CO = r$

4) $\triangle ACO : AC = CO \Rightarrow \triangle ACO$ - прям $\Rightarrow \angle CAO = \angle COA = \alpha$
 $\triangle CBO : CO = CB \Rightarrow \triangle CBO$ - прям $\Rightarrow \angle CBO = \angle COB = \beta$

5) сумма углов четырехугольника $360^\circ \Rightarrow$

$$\angle CAO + \angle AOB + \angle CBO + \angle ACB = 360^\circ \quad \text{и } \angle AOB \\ \alpha + \alpha + \beta + \beta = 360^\circ \quad \angle COA + \angle COB = \alpha + \beta$$

$$2\alpha + 2\beta + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 135^\circ$$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle KON = \angle AOB = \alpha + \beta = 135^\circ$$

(т.к. $A \in OK$, $M \in OB$ и $N \in ON$)

$$\angle MOK = 180^\circ - \angle KON = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

смежные

Ответ: $\angle MOK = 45^\circ$

L

L

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 8 вариантов для каждого случая из выражений ног (когда меняет знак) модулем

$$\begin{array}{l} \text{1 случай } a \geq 0 \\ \begin{array}{l} 3b-a \geq 0 \\ 4b-a+1 \geq 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow b \geq \frac{a}{3} \\ M = |a| + |3b-a| + |4b-a+1| \end{array} \right. \\ \hline a + 3b - a + 4b - a + 1 = 7b - a + 1 \geq \frac{7a}{3} - a + 1 = \frac{4a}{3} + 1 \geq 1 \quad (\text{т.к. } a \geq 0) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{2 случай } a \geq 0 \\ \begin{array}{l} 3b-a \geq 0 \\ 4b-a+1 < 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{a}{3} \leq b \Rightarrow 0 \leq b \\ a > 4b+1 \end{array} \right. \\ \hline \begin{array}{l} \Rightarrow 3b \geq a > 4b+1 \\ 0 > b+1 \\ -1 > b \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow b \leq -1 \\ b \geq 0 \end{array} \right. \\ \text{-Противоречие} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{3 случай } a \geq 0 \\ \begin{array}{l} 3b-a < 0 \\ 4b-a+1 \geq 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow a > 3b \\ a \leq 4b+1 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{a-1}{4} \leq b \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow 3b < 4b+1 \\ -1 < b \end{array} \right. \\ \hline \begin{array}{l} \Rightarrow M = |a| + |3b-a| + |4b-a+1| = a - 3b + a + 4b - a + 1 \\ = b + a + 1 \\ \geq \frac{a-1}{4} + a + 1 = \frac{5a}{4} + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \quad (\text{т.к. } a \geq 0) \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{4 случай } a \geq 0 \\ \begin{array}{l} 3b-a < 0 \\ 4b-a+1 < 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow a > 3b \\ a > 4b+1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} b < \frac{a-1}{4} \\ -7b > \frac{-7a+7}{4} \end{array} \\ \hline \begin{array}{l} \Rightarrow M = |a| + |3b-a| + |4b-a+1| \\ \text{т.к. } a + a - 3b + a - 4b - 1 = 3a - 7b - 1 \end{array} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = 3a - 7b - 1 > 3a - \frac{7a}{4} + \frac{7}{4} - 1 = \frac{5a}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{3}{4} \quad \text{т.к. } a \geq 0$$

$$\begin{array}{l|l} \text{5 случай } a < 0 & \Rightarrow a \leq 3b \Rightarrow b \geq \frac{a}{3} \\ 3b - a \geq 0 & a \leq 4b + 1 \\ 4b - a + 1 \geq 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} M &= |a| + |3b - a| + |4b - a + 1| = -a + 3b - a + 4b - a + 1 \\ &= 7b - 3a + 1 \geq \frac{7a}{3} - 3a + 1 \\ &= -\frac{2a}{3} + 1 > 1 \quad (\text{т.к. } a < 0) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{6 случай } a < 0 & \Rightarrow a \leq 3b \Rightarrow -a \geq -3b \\ 3b - a \geq 0 & a \geq 4b + 1 \\ 4b - a + 1 < 0 & \Rightarrow 4b + 1 < 3b \\ & b < -1 \end{array}$$

$$M = |a| + |3b - a| + |4b - a + 1| \quad \textcircled{3}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad -a + 3b - a - 4b + a - 1 &= -a - b - 1 \geq -4b - 1 \\ &> -4(-1) - 1 = 3 \quad (\text{т.к. } b < -1) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{7 случай } a < 0 & a > 3b \Rightarrow 3b < 4b + 1 \\ 3b - a < 0 & a \leq 4b + 1 \quad -1 < b \\ 4b - a + 1 \geq 0 & \cancel{\begin{array}{l} a > 3b \\ \cancel{-3} \end{array}} \quad \cancel{\begin{array}{l} a < 4b + 1 \\ -1 < b \end{array}} \end{array}$$

$$\begin{aligned} M &= |a| + |3b - a| + |4b - a + 1| = -a - 3b + a + 4b - a + 1 \\ &= b - a + 1 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{т.к. } a \leq 4b + 1 \Rightarrow b \geq \frac{a-1}{4}$$

$$\Rightarrow M = b - a + 1 \geq \frac{a-1}{4} - a + 1 = -\frac{3a}{4} + \frac{3}{4} > \frac{3}{4} \quad (\text{т.к. } a < 0)$$

$\begin{aligned} & \text{8 случай } a < 0 \\ & 3b - a < 0 \\ & 4b - a + 1 < 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & a > 3b \\ & a > 4b + 1 \\ & b < \frac{a-1}{4} \\ & \Rightarrow -7b > \frac{7a-7}{4} \end{aligned}$
--	---

$$\Rightarrow M = |a| + |3b - a| + |4b - a + 1| = -a - 3b + a - 4b + a - 1 = a - 7b - 1$$

$$\Rightarrow a - \frac{7a}{4} + \frac{7}{4} - 1 = -\frac{3a}{4} + \frac{3}{4} > \frac{3}{4} \quad (\text{т.к. } a < 0)$$

$\Rightarrow \exists_0$ less случаев $M > \frac{3}{4}$,
кроме случая ③

$$a \geq 0$$

$$3b - a < 0$$

$$4b - a + 1 \geq 0$$

$$\text{так } M \geq \frac{5a}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow M \geq \frac{3}{4}, \text{ а parabola}$$

$$\text{тык } M = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{5a}{4} + \frac{3}{4} \Rightarrow a = 0$$

$$M = |0| + |3b - 0| + |4b - 0 + 1| = \frac{3}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ЧИЗ Ч

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{если } b < -\frac{1}{4} \Rightarrow M = -3b - 4b + 1 = \frac{3}{4}$$

$$(\text{Противоречие т.к. } b < -\frac{1}{4}) \quad b = -\frac{1}{4}$$

$$\text{если } 0 > b \geq -\frac{1}{4} \Rightarrow M = -3b + 4b + 1 = \frac{3}{4}$$

$$b = -\frac{1}{28}$$

$$\text{если } b \geq 0 \Rightarrow M = 3b + 4b + 1 = \frac{3}{4}$$

$$b = -\frac{1}{28}$$

- Противоречие т.к. $b > 0$

\Rightarrow minimum когда $a = 0$

$$M_{\min} = \frac{3}{4} \quad b = -\frac{1}{4}$$

Ответ: $M_{\min} = \frac{3}{4} \quad a = 0 \quad b = -\frac{1}{4}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

101

$$\sqrt{7x^2} + \sqrt{2y^2} = 2024 \sqrt{45}$$

$$7x^2 + 2y^2 + 2\sqrt{14xy} = 2024^2 \cancel{\sqrt{45}}$$

$$x^2 : 2$$

$$56xy = (2024^2 \cdot 45 + 2y^2 - 7x^2) : 7$$

$$56xy = 2024^2 \cdot 45 : 2$$

$$|a| + 13b - a + 14b - a + 1$$

$$a > 0$$

$$\frac{a-1}{4} < b < \frac{a}{3}$$

$$3a - 3 < 4a \\ -3 < a$$

$$3b - a < 0$$

$$4b - a + 1 > 0 > 3b - a$$

$$a - 3b + a + 4b - a + 1 = a + b + 1 \\ > \frac{5}{4}a + \frac{3}{4}$$

$$a > 0$$

$$3b - a < 0$$

$$4b - a + 1 \leq 0$$

$$a > 3b$$

$$a > 4b + 1$$

$$b < \frac{a}{3}$$

$$-7b > -\frac{7a}{3}$$

$$a - 3b + a - 4b + a - 1$$

$$= 3a - 7b - 1$$

$$> \frac{2a}{3} + 1$$

$$M = a - 3b + a + 4b - a + 1 = b + \frac{a-1}{4} \geq 0$$

$$3a - 7b + 1$$

$$b < \frac{a-1}{4}$$

$$-7b > \frac{-7a+7}{4}$$

$$a > 0$$

$$3b < a$$

$$4b + 1 < a$$

$$3a - 7b - 1 > \frac{18a - 7a}{4} + \frac{3}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ax^2 + bx + c$$

$$\frac{b}{a} = -(x_1 + x_2)$$

$$\frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2$$

$$\frac{b^2}{a^2} - \frac{4c}{a} = (x_1 - x_2)^2$$

$$\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+4)}{a} = (x_1 - x_2)^2 - 8$$

$$\left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+4)}{a} \right) + 8 = \left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{4c}{a} \right)$$

$$- \frac{(c+4)}{a} + 2 = -\frac{c}{a}$$

$$\begin{array}{r} \times 14 \\ \times 13 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\frac{c}{a} + 2 = \frac{c+4}{a} \quad | \cdot a$$

$$c + 2a = c + 4 \quad 6 \cdot 15$$

$$a = 2$$

$$\boxed{\frac{6 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 13}{6}}$$

$$\cancel{\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+4+d)}{a}} = (x_1 - x_2)^2 - 10 \quad - \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

$$\left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+4+d)}{a} \right) = \left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+4)}{a} \right) - 2$$

$$2 + \frac{4(c+4)}{a} = \frac{4(c+4+d)}{a}$$

$$2 = \frac{d}{a}$$

$$\boxed{d = 4}$$

$$15 \cdot 4 \cdot 13 - 15$$

$$\boxed{15 \cdot 18} !$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ax^2 + bx + c$$

$$-b = x_1 + x_2$$

$$c = x_1 \cdot x_2$$

$$ax^2 + bx + c + 4$$

$$a = (x_1 - x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 = b^2 - 4c$$

$$a - 8 = b^2 - 4(c + 4)$$

$$b^2 - 4(c + 4) + 8 = b^2 - 4c$$

$$ax^2 + bx + c$$

$$x_1, x_2$$

$$\begin{aligned} (x_1 - x_2)^2 &= ? \\ x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \\ b^2 - 4 \cdot c & \end{aligned}$$

$$b^2 - 4c$$

$$b^2 - 4(c + 4)$$

~~$$x^2 + 2x + 4 + 4(x-3)(x-5) = x^2 - 8x + 15$$~~

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 5$$

~~$$x_1 = x_2$$~~

$$(x_2 - x_1)^2 = 8^2 - 4 \cdot 15$$

$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

$$2025 = 45^2$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\sqrt{7x^2 + 2y^2} = \sqrt{2024^2 + 2025^2}$$

$$\sqrt{7x^2 + 2y^2} = 2024 + \sqrt{45^2}$$

$$7x^2 + 2y^2 + 2$$

$$-a - b >$$

$$b < \frac{a-1}{4}$$

$$-b > \frac{1-a}{4}$$

$$a \leq 3b$$

$$-a \geq -3b$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = 2024 \sqrt{45}$$

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = 6072 \sqrt{5}$$

$$\sqrt{\frac{7 \cdot 14 k^2}{3} + \sqrt{2y}} = 60727\sqrt{5}$$

$$7k\sqrt{y^2} + \sqrt{2y} = 6072\sqrt{5}$$

$$\frac{14k}{\sqrt{y}} + 2\sqrt{y} = 6072700 \times \frac{181}{15}$$

$$3+4+4+5 \cdot 4 = 31$$

$$\frac{12}{31}$$

$$\begin{array}{r} 905 \\ 181 \end{array}$$

$$|a| \quad |3b-a| \quad |4b-a+1|$$

$$a > 0$$

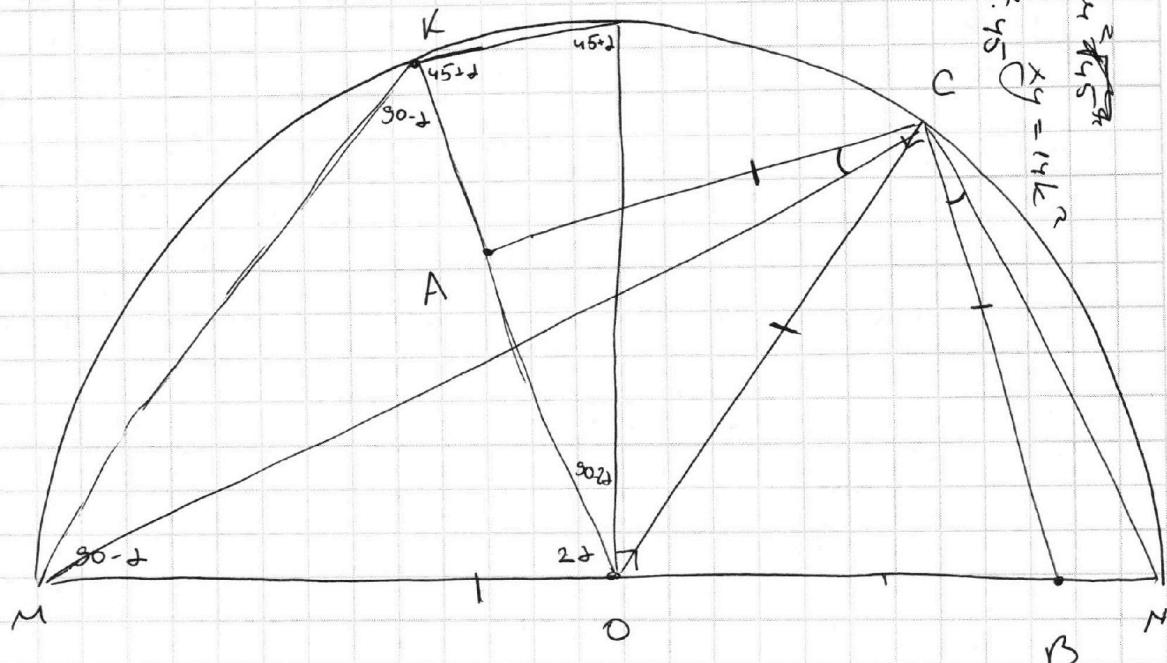
$$\begin{array}{l} a > 3b \\ a < 3b \end{array}$$

$$a > 4b + 1$$

$$a > 0$$

$$a > 3b$$

$$a > 4b + 1$$



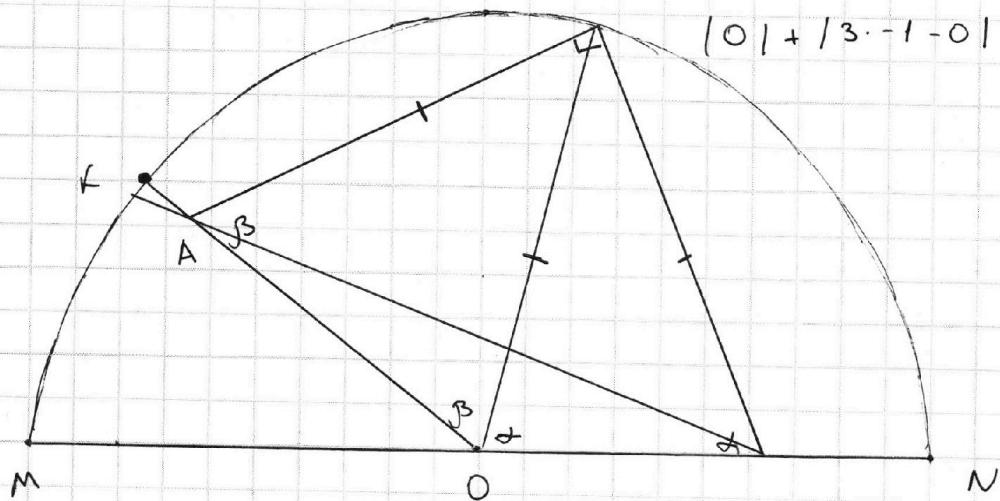


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|0| + |3 \cdot 1 - 0|$$

$$\begin{aligned} 2\beta + 2\alpha + 90 &= 360 \\ \alpha + \beta &= 135 \end{aligned}$$

~5

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 4 & 5 & 6 \\ \hline 7 & 8 & 9 \\ \hline \end{array}$$

1 2 3

$$|\alpha| + |3b - a| + |4b - a + 1|$$

$$\begin{array}{l} a = 0 \\ 3b - a = 0 \end{array} \quad 4b - a + 1 = 0$$

~~0123456~~

$$a > 0$$

$$3b - a > 0$$

$$4b - a + 1 > 0$$

$$a > 0 \quad b > \frac{a}{3}$$

$$a + 3b - a + 4b - a + 1$$

$$= 7b - a + 1$$

$$> \frac{4}{3}a + 1 > 1$$

$$4b + 1 - 3b \\ b < -1$$

$$a > 0$$

$$a > 0$$

$$a - 3b + a + 4b - a + 1$$

$$3b - a > 0$$

$$3b - a < 0$$

$$a + b + 1 > 0$$

$$4b - a + 1 < 0$$

$$4b - a + 1 > 0$$

$$0 < -1 + 1$$

$$4b + 1 - a < 3b$$

$$3b < a < 4b + 1$$

$$b < -1$$

$$0 < a < b + 1$$

$$\frac{a}{3} > b > -1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7x} + \sqrt{2y} = 2024 \sqrt{45}$$

$$7x + 2y + 2\sqrt{14xy} = 2024^2 \cdot 45$$

$$7x + 2y + 2\sqrt{14xy} = 2024^2 \cdot 45$$

$$2\sqrt{14xy} = 2024^2 \cdot 45 - 2y - 7x$$

$$56xy = 20$$

$$2 \geq b$$

$$\begin{array}{r} 161 \\ \times 15 \\ \hline 15 \end{array} \quad b \geq a$$

$$12b + a = 2a + 6b$$

$$6b = a$$

$$\begin{array}{r} 181 \\ \times 15 \\ \hline 2715 \end{array}$$

$$12a + b = 2a + 6b$$

$$10a = 5b$$

$$2 \cdot b^2 + 3 = 7b$$

$$abc \quad -2 \quad 5a = b$$

$$2b^2 - 7b + 3 = 0$$

$$2 \cdot a^2 + 3 = 7 \cdot a$$

$$b^2 - 3,5b + 1,5 = 0$$

$$\begin{array}{c} Q = 3 \\ b = 15 \end{array}$$

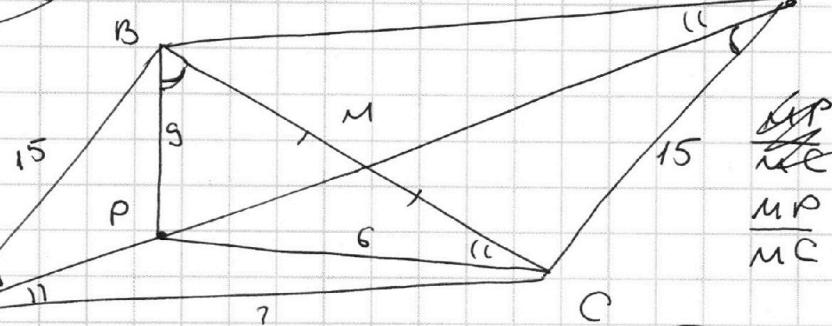
$$(b - 3)(b - 0,5) = 0$$

$$\frac{b^2}{c^2} - \frac{4(c+5)}{2} + 10$$

$$\begin{array}{l} b = 3 \\ a = 18 \end{array}$$

$$0,5 \times$$

$$= \frac{b^2}{c^2} - \frac{4c}{2}$$



$$\frac{MP}{MC} = \frac{PC}{AC}$$

$$\frac{MP \cdot MB}{MC \cdot AM} = \frac{PC \cdot BP}{AC \cdot AB}$$

$$\frac{MP}{MC} = \frac{PC}{AC}$$

$$\frac{MB}{AM} = \frac{BP}{AB}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\begin{array}{r} *81 \\ \times 36 \\ \hline 117 \end{array}$

$\begin{array}{r} 225 \\ -117 \\ \hline 108 \end{array}$

$b < \omega_1 \rho$

$-7b > -\frac{7a}{3}$

$b < \frac{a-1}{4}$

$-7b > -\frac{7a+7}{4}$

$AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle C = BC^2$

$15^2 + AC^2 - 30AC \cos 90^\circ = 21 + 3G + 108 \cos 6^\circ = 0$

$\cancel{\text{From}} \quad \frac{BP}{AB} = \frac{x}{AM} = \frac{PC}{AC}$

~~From~~ $AC = \frac{AB \cdot PC}{BP} = \frac{6 \cdot 15}{9} = 10$

$7b + 1 = \frac{3}{4} O$