



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?

2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .

3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.

5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.

7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n \in \mathbb{N} \text{ и } (n-1)! + n! + (n+1)! : 289.$$

Заметим, что $289 = 17^2$, где 17 - простое.

$$\begin{aligned} (n-1)! + n! + (n+1)! &= (n-1)! \cdot (1 + n + n(n+1)) = \\ &= (n-1)! \cdot (1 + 2n + n^2) = (n+1)^2(n-1)! : 289 \end{aligned}$$

Тогда пустя $n < 16$, тогда $0 < n+1 < 17 \Rightarrow (n+1) \nmid 17$

а значит и $(n+1)^2 \nmid 17$ т.к. 17 - простое
тогда и $(n+1)^2 \nmid 17^2$.

Значит $(n-1)! : 289 = 17^2$, раз $(n+1)^2 \nmid 17$

тогда раз 17 - простое, то $n-1 \geq 17$
потому что иначе в разложении $(n-1)!$ на
простые не встретится 17 вообще
т.е. $n \geq 18$, но мы предположили, что $n < 16$ (!!)

Значит $n \geq 16$ - оценка.

$$\begin{aligned} \text{Пример } n = 16: \quad (n+1)^2(n-1)! &= (16+1)^2 \cdot (16-1)! = \\ &= 17^2 \cdot 15! : 17^2 = 289. \end{aligned}$$

Ответ: $n = 16$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

пусть $a-3, a-2, a-1, a, a+1, a+2, a+3$ — эти семь последовательных натуральных чисел, т.е. $a \in \mathbb{N}$
 $(a-3) \in \mathbb{N}$

Тогда $(a-3)^2 + (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 - 28 = N^5$
 т.е. $\nabla \in \mathbb{N}$. \Downarrow

$$a^2 - 6a + 9 + a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + \\ + 6a + 9 - 28 = N^5 \quad \Downarrow$$

$$7a^2 + 2 \cdot (9+4+1) - 28 = N^5 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7a^2 + 28 - 28 = N^5 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7a^2 = N^5 \quad N^5 : 7 \Rightarrow N: 7 \\ \text{т.к. } 7\text{-простое}$$

тогда $N: 7 \wedge \begin{cases} N > 0 \\ N \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow N \geq 7$ — оценка

Пример: $N=7$; $a=49$: \rightarrow числа:

46, 47, 48, 49, 50, 51, 52

$$\text{и } 7a^2 = 7 \cdot (49)^2 = 7 \cdot (7^2)^2 = 7 \cdot 7^4 = 7^5$$

$$\text{и } N^5 = 7^5 = 7a^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (46)^2 + 47^2 + 48^2 + 49^2 + 50^2 + 51^2 + 52^2 - 28 = 7^5$$

Ответ: $N=7$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-x-2} + 5| \geq |\sqrt{x^2-x-2} + x-1| + |6-x| - \text{по условию}$$

$$\left[a = 6-x; b = \sqrt{x^2-x-2} + x-1 \right], \text{тогда}$$

$$\text{Заметим, что } a+b = \sqrt{x^2-x-2} + x-1 + 6-x = \\ = \sqrt{x^2-x-2} + 5.$$

$$\text{тогда } |a+b| \geq |a|+|b| - \text{по условию.}$$

$$\text{Но } |a+b| \leq |a|+|b| \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$$

$$\text{Докажем это: } 0 \leq |a+b| \leq |a|+|b| \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$$

тогда

$$(a+b)^2 \leq (|a|+|b|)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \leq a^2 + b^2 + 2|ab|$$

$$2ab \leq 2|ab|$$

$$ab \leq |ab| - \text{верно } \forall a, b \in \mathbb{R}.$$

тогда

$$\begin{cases} |a+b| \leq |a|+|b| \\ |a+b| > |a|+|b| \end{cases} \Rightarrow |a+b| = |a|+|b|$$

$$\text{т.е. } |\sqrt{x^2-x-2} + 5| = |\sqrt{x^2-x-2} + x-1| + |6-x|$$

$$|(6-x)(\sqrt{x^2-x-2} + x-1)| = (6-x)(\sqrt{x^2-x-2} + x-1) \quad \{ |ab| \neq ab \}$$

$$\text{тогда } x^2-x-2 + 25 + 2 \cdot 5 \sqrt{x^2-x-2} = 36 - 12x + x^2 + x^2 - x - 2 + \\ + x^2 - 2x + 1 + 2(x-1)(\sqrt{x^2-x-2}) + 2(6-x)(\sqrt{x^2-x-2} + x-1)$$

$$10\sqrt{x^2-x-2} = 12 - 12x + x^2 + x^2 - 2x + 2(x-1)\sqrt{x^2-x-2} + \\ + 2(6-x)\sqrt{x^2-x-2} + 2(6-x)(x-1)$$

$$\sqrt{x^2-x-2} (10 - 2x + 2 - 12 + 2x) = 12 - 14x + 2x^2 - 12 + 12x + 2x - 2x^2 \\ \{ = 0 \} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы при этом $\sqrt{x^2 - x - 2} \in \mathbb{R} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$(x-2)(x+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

значит $x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У двух вершин ромба, соседнейных стороной ромба. У их координаты — $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$ соответственно.

При этом $y_2 \geq y_1$. Не учитывая симметрии.

Тогда $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 5^2$ — т.к. диагональ ромба, рассматриваемого нами — б.

Тогда по условию $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$$\Rightarrow (x_2 - x_1)^2 \in \mathbb{Z} \text{ и } (y_2 - y_1)^2 \in \mathbb{Z}.$$

Тогда $(x_2 - x_1) = a$; $y_2 - y_1 = b \geq 0$

$$a^2 + b^2 = 5^2 \quad — \text{имеем всего 12}$$

решений в \mathbb{Z} .

Эти решения:

$$\begin{cases} a=0 \\ b=5 \end{cases} \quad \begin{cases} a=0 \\ b=-5 \end{cases} \quad \begin{cases} a=5 \\ b=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-5 \\ b=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-3 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-4 \\ b=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-4 \\ b=3 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-4 \\ b=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} a=4 \\ b=-3 \end{cases} \quad \text{при этом } b \geq 0 \Rightarrow$$

\Rightarrow нам подходит всего 7 из них:

$$\begin{cases} a=0 \\ b=5 \end{cases} \quad \begin{cases} a=5 \\ b=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-5 \\ b=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-3 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-4 \\ b=3 \end{cases}$$



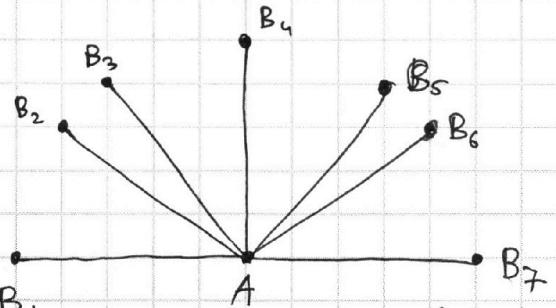
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда если $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, то
беско дыжем, что вектор старой рамы:



Bi - halometane B

При этом заметим, что выбрав две соседние стороны для ряда мы зададим его задача всех рядов со всеми в узлах координат-высшим будем выбирать виды.

Значит посчитать кон-бо ^{разных} ³ видов
разных кон-бо ячейк, ~~бес~~
посчитав кон-бо способов выстраиваний
пары соседних строк где ровно 9.

Тогда] A - общий вершина ^{стик} соседних сценария
рассказа, а B_i и B_j - расположение блоков
каждый сцена.

Т.е. мы считаем кон-бо пару (B_i, B_j) при которых сопровождаются разные решения. ($i < j$)

Torga замечанием, что ~~это~~ нара ($B_1; B_4$) и ($B_4; B_7$) даёт один и тот же тип признака — квадрат; нара ($B_1; B_7$) имеет признака даёт отрезок, не имеющий вида тоне и не уничтожаем.

A такие ~~нед~~ новые где нара буга
 $(B_1; B_j) \cup (B_j; B_7)$ дают один и тот же
 результат, потому что образуют смежные узлы \rightarrow
 \Rightarrow узел равен если оба его соседа являются.

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при этом пары $(B_i; B_j)$ и $(B_{8-i}; B_{8-j})$

будут давать различные ромбы, ~~но~~ хоть и равные, потому что их не получится совместить наложением, недостатка еще и осевое симметрие.

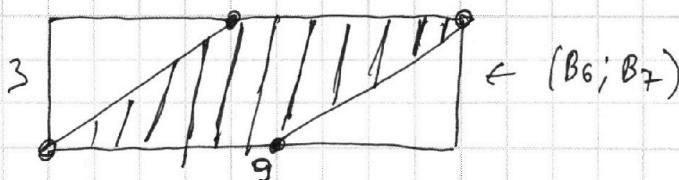
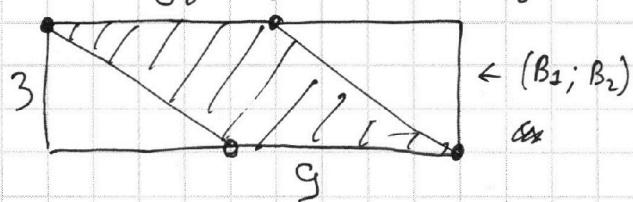
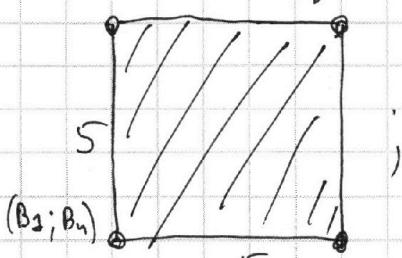
Итого возможными считаются такие пары:

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\cdot (B_1; B_4)$ | $\cdot (B_4; B_5)$ | $\cdot (B_2; B_6)$ |
| $\cdot (B_1; B_2)$ | $\cdot (B_4; B_6)$ | $\cdot (B_3; B_5)$ |
| $\cdot (B_1; B_3)$ | $\cdot (B_5; B_6)$ | $\cdot (B_3; B_6)$ |
| $\cdot (B_2; B_3)$ | $\cdot (B_5; B_7)$ | $\cdot (B_2; B_5)$ |
| $\cdot (B_2; B_4)$ | $\cdot (B_6; B_7)$ | |
| $\cdot (B_3; B_4)$ | | |

Всего 15 различных видов ромбов.

Тогда поместим каждый из этих ромбов в треугольник, касающийся вершин ромба и имеющей стороны, параллельные координатным осям.

Получатся следующие треугольники:



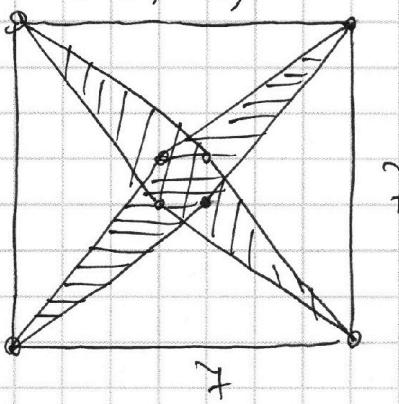
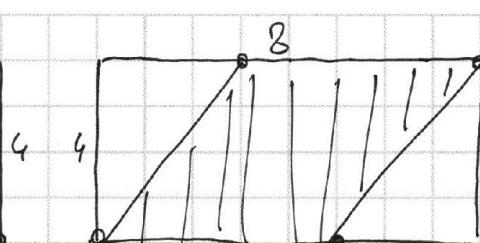
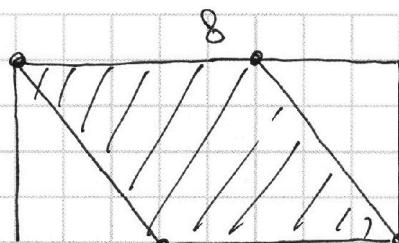


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

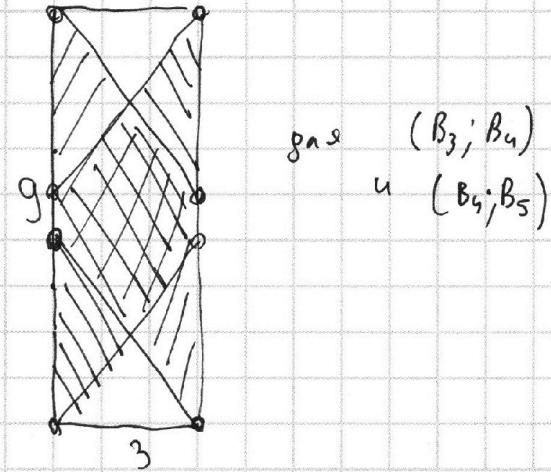
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 ИЗ 6

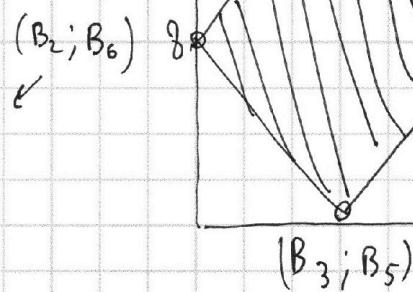
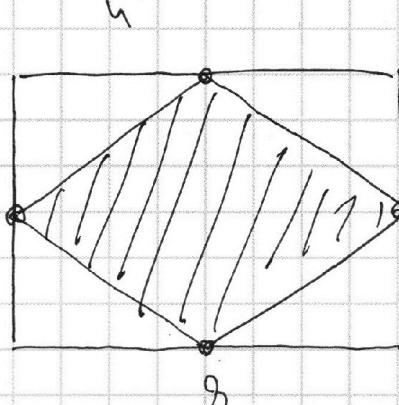
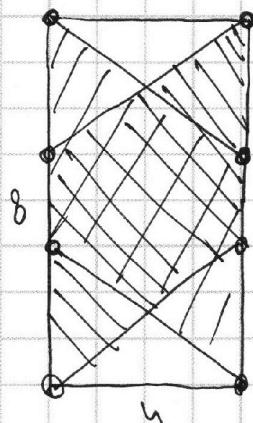
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



где $(B_2; B_3)$ и $(B_5; B_6)$



где $(B_2; B_4)$ и $(B_4; B_6)$

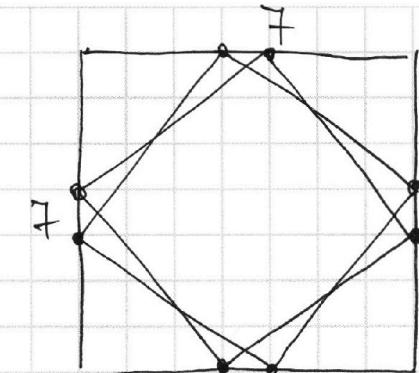


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
5 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



← где $(B_3; B_6)$ и $(B_2; B_5)$

Тогда кол-во решебов каждого вида = кол-ву правильных треугольников, куда их можно вписать, расположенных в квадрате 44×44 — по условию.

Тогда в квадрате 44×44 можно расположить квадрат 5×5 равно $\frac{44^2}{(44-(5-1)) \cdot (44-(5-1))} = 40 \cdot 40 = 1600$ способами $\Rightarrow 1600$ решебов вида $(B_1; B_4)$.

Аналогично находим кол-во решебов каждого вида:

$$(B_1; B_2) \rightarrow (44 - (9-1)) \cdot (44 - (3-1)) = 36 \cdot 42$$

$$(B_6; B_7) \rightarrow 36 \cdot 42$$

$$(B_1; B_3) \rightarrow (44 - (8-1)) \cdot (44 - (4-1)) = 37 \cdot 41$$

$$(B_5; B_7) \rightarrow 37 \cdot 41$$

$$(B_2; B_3) \rightarrow (44 - (7-1)) \cdot (44 - (7-1)) = 38 \cdot 38$$

$$(B_5; B_6) \rightarrow 38 \cdot 38$$

$$(B_2; B_4) \rightarrow 37 \cdot 41$$

$$(B_3; B_6) \rightarrow 38 \cdot 38$$

$$(B_1; B_6) \rightarrow 37 \cdot 41$$

$$(B_2; B_5) \rightarrow 38 \cdot 38$$

$$(B_3; B_4) \rightarrow 36 \cdot 42$$

$$(B_4; B_5) \rightarrow 36 \cdot 42$$

$$(B_2; B_6) \rightarrow (44 - (6-1)) \cdot (44 - (8-1)) = 39 \cdot 37$$

$$(B_3; B_5) \rightarrow 37 \cdot 39$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтого Всего

$$1600 + 4 \cdot 36 \cdot 42 + 4 \cdot 37 \cdot 41 + 4 \cdot 38^2 + 2 \cdot 39 \cdot 37$$

решеб

$$= 1600 + 6048 + 6068 + 5776 + 5772 =$$

$$= 1600 + 12116 + 11548 = 25264$$

Ответ: 25264 решеб



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Покажем, что $x \in \mathbb{N}$ и $x \neq 2$. $\bigcup_{x,y \in \mathbb{Z} - \text{неч.}}$

$$\nexists 2^n \bmod 3 : n \in \mathbb{N} \Rightarrow \nexists \exists k \in \mathbb{N} : \begin{cases} n = 2k-1 \\ n = 2k \end{cases}$$

$$1) \quad n = 2k-1 : 2^n = 2^{2k-1} \equiv \frac{2^{2(k-1)+1}}{3} \equiv \frac{2 \cdot (2^2)^{k-1}}{3} \equiv \frac{2 \cdot 4^{k-1}}{3} \equiv \frac{2 \cdot 1^{k-1}}{3} \equiv \frac{2}{3}$$

$$2) \quad n = 2k : 2^n = 2^{2k} \equiv \frac{(2^2)^k}{3} \equiv \frac{4^k}{3} \equiv \frac{1^k}{3} \equiv \frac{1}{3}$$

Тогда если $x \neq 2$, то $2^x \equiv 1$; $23 \equiv 2$

$$2025 \equiv 0$$

$$\text{тогда } y^2 = 2025 + 23 \cdot 2^x \equiv 0 + 1 \cdot 2 \equiv 2$$

$$(?!)\quad \text{т.к. } y^2 \equiv \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad \forall y \in \mathbb{N}.$$

Значит $x \neq 2$

$$\text{если } x < 0, \text{ то } 23 \cdot 2^x = \frac{23}{2^{|x|}} \notin \mathbb{Z}$$

$$\text{т.к. } 23 \neq 2, \text{ но } 23 \cdot 2^x = y^2 - 2025 \in \mathbb{Z}$$

$$(?!)\quad \text{значит } x \geq 0 \text{ и } x \neq 2 \Rightarrow x > 0.$$

Заметим, что $2025 = 45^2$

$$2^x \cdot 23 = y^2 - 2025 = (y-45)(y+45).$$

Заметим, что $2^x \cdot 23 \mid 23 - \text{ простое} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-45 \mid 23 \\ y+45 \mid 23 \end{cases} \quad \begin{cases} y \equiv 45 \\ y \equiv -45 \end{cases} \quad \begin{cases} y \equiv -1 \\ y \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \exists k \in \mathbb{N} : \begin{cases} y = 23k+1 \\ y = 23k-1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(значит } y=1 \\ \text{рассмотрим} \\ \text{отдельно}) \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Tanya \cancel{x} $y = 23k + 1$:

$$23 \cdot 2^x = (23k + 1 + 45)(23k - 44)$$

$$23 \cdot 2^x = 23(k+2)(23k - 44) \Rightarrow 2^x = (k+2)(23k - 44)$$

Значит $k+2$ и $23k - 44$ являются степенями двойки $k+2 = 2^m$

$$\text{Tanya } 2^x = 2^m(23 \cdot (2^{m-2}) - 44)$$

$$2^{x-m} = 23 \cdot 2^{m-2} - 44$$

$$2^{x-m} = 23 \cdot 2^{m-2} - 90$$

$$2^{x-m} = 23 \cdot 2^{m-2} - 2 \cdot 45$$

$$2^{x-m-1} = 23 \cdot 2^{m-3} - 45$$

Значит $m-1 \geq 1$

$$\text{Tanya } 2^{x-m-1} = 23 \cdot 2^{m-3} - 45$$

Значит $2^{x-m-1} \neq 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2^{x-m-1} = 1$$

$$\text{т.е. } x-m-1 = 0 \\ x = m+1.$$

$$2^{m+1} = 2^m (23 \cdot (2^{m-2}) - 44)$$

$$2 = 23 \cdot 2^{m-2} - 90$$

Значит $x=3$

$$92 = 23 \cdot 2^{m-2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$4 = 2^m \Rightarrow m=2.$$

$$\Rightarrow y = 23k+1 = 47.$$

Если же $y=1$, то

$$23 \cdot 2^x + 2025 = 1 \Rightarrow 23 \cdot 2^x = -2024 \quad (?) \quad \text{т.к. } x \in \mathbb{N}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Теперь } \cancel{x} \quad y = 23k - 1$$

$$23 \cdot 2^x = (23k - 1 + 45)(23k - 46)$$

$$23 \cdot 2^x = 23(k-2)(23k-49)$$

$$2^x = (k-2)(23k-49) \quad \text{тогда } \cancel{k \neq 2}$$

$$\exists m \in \mathbb{Z}^+: k-2 = 2^m$$

$$2^x = 2^m (23 \cdot 2^{m+2} - 49)$$

$$2^{x-m} = 23 \cdot 2^m + 2$$

$$\text{если } m=0:$$

$$2^x = 23k - 49$$

$$k = 2+1=3$$

$$2^x = 23 \cdot 3 - 49 \Rightarrow$$

$$\cancel{\div 2} : 2$$

$$\Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0 \quad (?!) \quad \text{т.к. } x \neq 2$$

Значит $m > 0$, тогда

$$2^{x-m-1} = 23 \cdot 2^{m-1} + 1$$

модо $m=1$, тогда $2^{x-m-1} = 23+1=24 \quad (?!)$

модо $m > 1$, тогда

$$2^{x-m-1} = 23 \cdot 2^{m-1} + 1$$

$$\Rightarrow 2^{x-m-1} \cancel{\div 2} \Rightarrow 2^{x-m-1} = 1 \Rightarrow x = m+1.$$

$$2^{m+1} = 2^m (23 \cdot 2^m + 2)$$

$$2 = 23 \cdot 2^m + 2$$

$$0 = 23 \cdot 2^m \quad (?!)$$

Ответ: $x=3; y=47$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

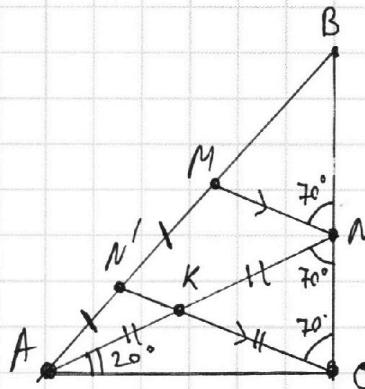
Дано:

$$\begin{aligned}\triangle ABC \\ NC \parallel AB \\ NC \parallel BC\end{aligned}$$

$$\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

Н-ли: $\angle CAN = ?$



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

II

$$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$$

Проведём из т. С
прямую параллельную

MN , тогда пусть она пересекает AB в т. N'
и AN в т. K . Тогда раз $MN \parallel CN'$

$$\text{то } \frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MN'} - \text{по т. Радса}$$

$$\text{и при этом } \frac{BN}{NC} = 2 \frac{BM}{MA} \Rightarrow$$

$$\frac{BM}{MN'} = 2 \frac{BM}{MA} \Rightarrow MA = 2MN' \text{ т.е. } N'$$

- середина AM . $\nexists \triangle MAN$: в нём прямая
 $N'K \parallel MN$ проходит через середину AM (N') \Rightarrow
 \Rightarrow Эта прямая - среднее линии.

Значит $\triangle KEC \cong \triangle KDC$, $AK = KN$.

Раз $MN \parallel N'C$, то $\angle MNB = \angle N'CB = 70^\circ$ как соответственные

углы $\angle N'CB = \angle KCB = \angle KCN = 70^\circ = \angle ANC = \cancel{70^\circ}$

т.е. $\angle KCN = 2 \cancel{\frac{70^\circ}{2}} \Leftrightarrow KN = KC = AK$. $\cancel{= \angle KNC}$

Тогда заметим, что в $\triangle ANC$ медиана CK равна
половине AN ($\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ$ при этом $\angle ANC = 70^\circ$)

Значит второй острый $\angle CAN = 90^\circ - \angle ANC = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

в прямоугольном $\triangle ANC$ где $\angle ACN = 90^\circ$

Ответ: 20°

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} |\sqrt{x^2-x-2} + 5| \geq |\sqrt{x^2-x-2} + x-1| + |6-x| \\ |\sqrt{x^2-x-2} + 5| \leq |\sqrt{x^2-x-2} + x-1| + |6-x| \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$|\sqrt{x^2-x-2} + 5| = |\sqrt{x^2-x-2} + x-1| + |6-x|$$

$$\Rightarrow |ab| = ab$$

$$ab > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ a < 0 \\ b < 0 \\ a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$(x+2)(x-1)$$

$$(x-2)(x+1) \geq 0$$

$$2x^2 - 14x + 12 = 0$$

$$1) \quad \begin{cases} \sqrt{x^2-x-2} + x-1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases}$$

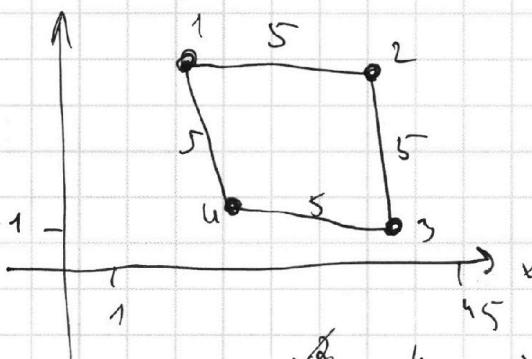
$$\sqrt{(x-2)(x+1)} + x-1 \geq 0$$

$$x < 6$$

$$x \geq 2$$

$$x \leq -1$$

$$\sqrt{(x-2)(x+1)} > 1-x$$



$$(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) (x_4, y_4)$$

$$x_i \in \mathbb{Z} \cap [1; 45]$$

$$y_i \in \mathbb{Z} \cap [1; 45]$$

$$\begin{aligned} (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 &= 25 = (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = \\ &= (x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 = (x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2 \end{aligned}$$

$$|(6-x)(\sqrt{x^2-x-2} + x-1)| = (6-x)(\sqrt{x^2-x-2} + x-1)$$

$$1) \quad 6 = x:$$

$$\begin{aligned} (2\sqrt{x^2-x-2} + x+4)(6-x) &\geq 0 \\ 2\sqrt{x^2-x-2} + x+4 &\geq 0 \\ 2\sqrt{x^2-x-2} &\geq -x-4 \\ (\sqrt{x^2-x-2})^2 &\geq (-x-4)^2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n \in \mathbb{N}$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289$$

$$(n-1)! (1+n+(n+1)) \neq 289(n-1) \cdot (n+1)$$

$$\begin{aligned} (n-1)! (1+n+n^2+n) &= (n-1)! \cdot (1+2n+n^2) = \\ &= (n+1)^2 \cdot (n-1)! \end{aligned}$$

$$289$$

$$\cancel{2} \cancel{8} \cancel{9} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{9} \cancel{17} \cancel{19}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ -28 \\ \hline 9 \\ -7 \\ \hline 2 \end{array} \text{ (ок.)}$$

$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$a^2 + b^2 + 2|ab| \geq a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ -26 \\ \hline 29 \end{array} \text{ (13)}$$

$$|ab| \geq ab$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ -12 \\ \hline 69 \end{array} \text{ (11)}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ -17 \\ \hline 119 \\ -119 \\ \hline 0 \end{array} \text{ (17)}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$(n+1)^2 \cdot (n-1)! : 17^2$$

$$\exists n < 16, \text{ range } n+1 < 17 \Rightarrow n+1 \nmid 17$$

$$n < 16 \Rightarrow n-1 < 15$$

$$(n+1)^2 \nmid 17$$

$$\boxed{n \geq 16} \quad n = 16: \quad 17^2 \cdot (15)! : 17^2$$

$$(a-3)^2 + (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 - 28 = n^5$$

$$a^2 - \cancel{6a+9} + a^2 - \cancel{4a+4} + a^2 - \cancel{2a+1} + a^2 + \cancel{a^2+2a+1} + a^2 + \cancel{4a+6} + a^2 + \cancel{6a+9} - 28 = n^5$$

$$7a^2 + 2(9+4+1) - 28 = n^5; \quad 7a^2 + 28 - 28 = n^5$$

$$7a^2 = n^5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1

2

1

2

$$2^x = 23k^2 + 23k^2 + 2k - 98 \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2$$

$$2^x = 4 - 4 \cdot 23$$

$$2^x = 1 - 23(2^{x-88})$$

$$(y-1)^2 < 23 \cdot 2^x + 45^2 < (y+1)^2$$

$$2^x < 88$$

$$2^x < 64$$

$$2^x < 48$$

$$2^x < 32$$

$$2^x < 16$$

$$2^x < 8$$

$$2^x < 4$$

$$2^x < 2$$

$$2^x < 1$$

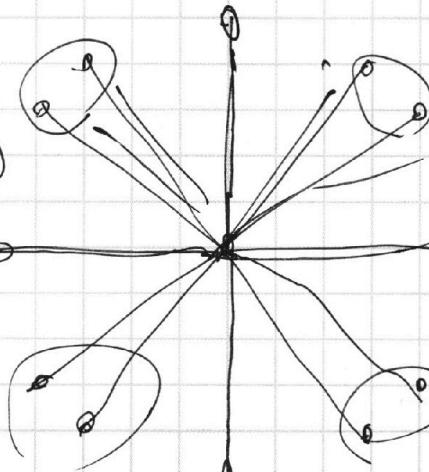
$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$23 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$2025 \equiv 0 \pmod{3}$$

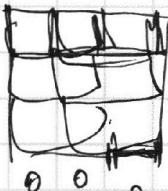
$$\begin{array}{r} 2^5 \\ 2 | 2 \\ 2^2 | 1 \\ 2^3 | 2 \\ 2^4 | 1 \end{array} \pmod{3}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & x^2 \\ \hline 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{array}$$

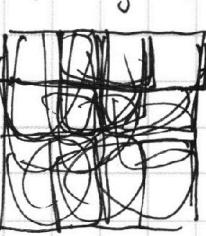


$$X \not\equiv 2 \pmod{3}$$

$$2 \cdot 1 \equiv 2 \pmod{3}$$



$$23 \cdot 2^{2k} + 2025 \equiv 2 \pmod{3}$$



$$1949$$

$$86$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$45 \equiv 22 \pmod{23}$$

$$x^2 + y^2 = 5^2$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$x \in \mathbb{N}$$

$$y = 23k+1$$

$$y = 23k-1$$

$$y = 23k+1:$$

$$23 \cdot 2^x = (23k+1-45)(23k+45)$$

$$46 - 44$$

$$3k - 44 \leq 2$$

1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$24 + 6 = 30$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 144 \\ \hline 111 \\ 444 \\ \hline 1444 \end{array}$$

$$\frac{374}{574}$$

$$\begin{array}{r} 638 \\ \times 38 \\ \hline 5104 \\ + 1864 \\ \hline 24096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1514 \\ \times 1514 \\ \hline 6068 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1443 \\ \times 1443 \\ \hline 1144 \\ 2886 \\ \hline 20743 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1514 \\ \times 123 \\ \hline 1514 \\ 287 \\ \hline 1864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ \times 36 \\ \hline 52 \\ 152 \\ \hline 5472 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6048 \\ \times 6048 \\ \hline 48116 \\ 36288 \\ \hline 36288 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14116 \\ \times 6048 \\ \hline 11548 \\ 85472 \\ \hline 85472 \end{array}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MA} \cdot 2$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MA} \cdot 2$$

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BM'}{M'N}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BN'}{NC}$$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

101

102

103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

115

116

117

118

119

120

121

122

123

124

125

126

127

128

129

130

131

132

133

134

135

136

137

138

139

140

141

142

143

144

145

146

147

148

149

150

151

152

153

154

155

156

157

158

159

160

161

162

163

164

165

166

167

168

169

170

171

172

173

174

175

176

177

178

179

180

181

182

183

184

185

186

187

188

189

190

191

192

193

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

209

210

211

212

213

214

215

216

217

218

219

220

221

222

223

224

225

226

227

228

229

230

231

232

233

234

235

236

237

238

239

240

241

242

243

244

245

246

247

248

249

250

251

252

253

254

255



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

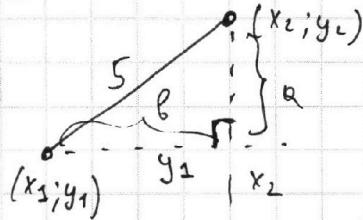
входится в координаты любой вершины — целые числа, значит эти точки находятся в узлах координатной сетки.

Заметим, что может быть всего 4 вида отрезков-сторон этих ромбов

т.к. уравнение $a^2 + b^2 = 5^2$ имеет ровно 4 решения в \mathbb{Z}^+

$$\text{тако} \quad \begin{cases} a=0 \\ b=5 \end{cases} \quad \begin{cases} a=5 \\ b=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}.$$

Тогда если взять две соседние точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2) (вершины ромба)

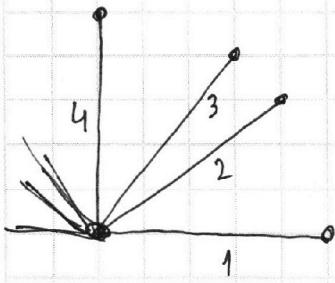


сединить их отрезками длины 5, то

$$\text{тако} \quad \text{можмо} \quad \text{взять } b = |x_1 - x_2|$$

и $a = |y_1 - y_2|$, тогда мы

имеем всего 4 пары подходящих $(a, b) \Rightarrow$
 \Rightarrow 4 вида отрезков:



Тогда заметим, что для



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Покажем, что $x \in \mathbb{N}$ и $\sqrt[23]{2025} \neq 2$

$$\cancel{x} \quad 2^n \pmod{3}: \quad 2 \equiv 2 \pmod{3}; \quad 2^2 \equiv 1 \pmod{3}; \quad 2^3 \equiv 2 \pmod{3} \dots$$

$$\dots \quad 2^{2k} \equiv 1 \pmod{3}; \quad 2^{2k+1} \equiv 2 \pmod{3} \quad \forall k \in \mathbb{N}$$

Тогда если $x \nmid 2$, то $2^x \equiv 2 \pmod{3}$
 и $23 \equiv 2 \pmod{3}$ значит $23 \cdot 2^x \equiv 1 \pmod{3}$ и $2025 \not\equiv 1 \pmod{3}$
 значит $y^2 = 2025 \not\equiv 1 \pmod{3}$.

$2^n \pmod{3}$	
2^1	2
2^2	1
2^3	2
2^4	1

$2^{2k+1} \equiv 2 \pmod{3}$

$2^{2k} \equiv 1 \pmod{3}$



L

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **репении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

L**L**