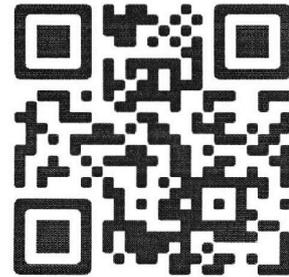




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$  делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа  $N$ , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 50]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $x^2 - 6x + a$  равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} N1 \quad n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! (n+1 + (n+1)(n+2)) = \\ &= n! (1+n+1 + n^2 + 3n + 2) = n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n^2 + 2)^2 \end{aligned}$$

$$n! (n+2)^2 : 361 \quad 361 = 19^2$$

$$n! (n+2)^2 : 19^2$$

1)  $n! : 19^2 \Rightarrow$  найм.  $n = 38$ , т.к. в  $38!$  встречается 19 и 38, равные факториалу на  $19^2$ , а  $37!$  имеет только 19 и факториал только на 19.

$$2) n! : 19, (n+2)^2 : 19$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

найм  $n = 19$     найм  $n = 17$

Можно найм  $n = 17$ , т.к. если  $(n+2)^2 : 19$ , то и  $(n+2) : 19$ , поскольку в разложении квадрата на простые множители все они в четных степенях.

$$3) (n+2)^2 : 19 \Rightarrow \text{найм } n = 17$$

Ответ: найм.  $n = 17$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

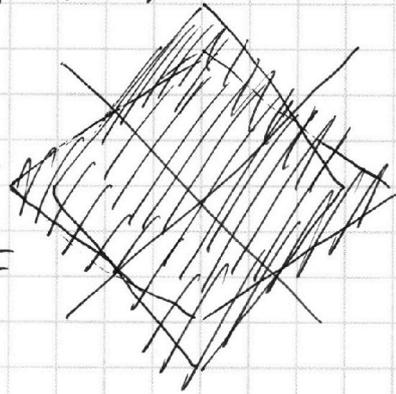
СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Заметим сумму квадратов 5ми последовательных чис.  
Зисел таким образом:

$$\begin{aligned}(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 &= \\ &= a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 = \\ &= 5a^2 + 10\end{aligned}$$



После вычитания 10 остается  $5a^2$

$$5a^2 = N^3$$

$$5a^2 : 5 \Rightarrow N^3 : 5 \Rightarrow 5a^2 : 5^3 \Rightarrow a^2 : 25 \Rightarrow a : 5$$

т.к. мы ищем наим.  $N$ , то надо найти наим.  $a$ , т.к.  $5a^2$  возрастает при  $a > 0$ . Мога т.к.  $a : 5$  а нам нужно наим.  $a$ , то  $a = 5b$ , где  $b : 5$ . И итерь нам нужно наим.  $b$ .

$$\text{Получим } 5 \cdot (5b)^2 = 5^3 \cdot b^2 = N^3 \Rightarrow b^2 - \text{куб наим. числа}$$

т.к.  $b^2$  - квадрат, то все простые множители в его разложении в степених, кратных 2, т.к.  $b^2$  - куб, то все его простые множители в степених, кратных 3. т.к. 2 и 3 - взаимно-простые, то все простые множители в степених, кратных 6

$$\text{Минимальное подходящее } b^2 = 2^6$$

$$\text{Мога } N^3 = 5^3 \cdot 2^6 \quad N = 5 \cdot 2^2 = 20 \quad \text{Ответ: наим. } N = 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad Q13: \sqrt{x^2-2x-3} \geq 0, \quad x^2-2x-3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3} + 6 > 0$$

$$1) \begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ 2x \leq 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x \geq 1 \\ x \leq 3,5 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0,5 \\ x \leq 3,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [0,5; 3,5] \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \end{cases}$$

$$x \in [3; 3,5]$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$6 \geq 6 \quad \text{верно}$$

$$x \in [3; 3,5]$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0 \\ 7 - 2x < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0,5 \\ x > 3,5 \end{cases} \quad x > 3,5$$

$$\begin{cases} x > 3,5 \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \end{cases}$$

$$x > 3,5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 2x - 7$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$4x \leq 14$$

$$x \leq \frac{14}{4}$$

$$x \leq 3,5$$

но  $x > 3,5$ , значит ~~нет~~ нет решений

$$3) \left( \begin{array}{l} \sqrt{x^2-2x-3} - 2x - 1 < 0 \\ 7 - 2x < 0 \Rightarrow x > 3,5 \end{array} \right)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} < 1 - 2x$$

т.к.  $\sqrt{x^2-2x-3} > 0$ , то  $1 - 2x > 0 \Rightarrow x < 0,5$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < 0,5 \\ x > 3,5 \end{array} \right.$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3,5; +\infty)$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup (3,5; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3} - 2x + 1 + 2x - 7$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -12$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq -6$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup (3,5; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Осталась четвертой задачей, когда  $\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 < 0$  и  $7-2x > 0$ , но из полученных решений  $x \in [3; 3,5]$ ,  $x \in (-\infty; -1] \cup (3,5; +\infty)$  получается, что  $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ , это совпадает с ОДЗ, значит это и есть ответ задачи.  
Ответ:  $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 Рамб однозначно задается тремя своими вершинами.  
Точки в узлах сетки на расстоянии 5 от точки 0:

$$\text{т.к. } 5^2 = 0^2 + 5^2 \text{ и } 5^2 = 3^2 + 4^2$$

Других точек нет, поскольку

$$\text{если } 5^2 = x^2 + y^2, \text{ то } x, y \leq 5$$

$$\text{если } x = 1, \text{ то } y^2 = 24, \text{ } y \text{ не целое}$$

$$\text{если } x = 2, \text{ то } y^2 = 21, \text{ } y \text{ не целое}$$

Пусть точка 0 — самая левая вершина рамба,  
если таких  $x$  несколько, то самая левая из них.

Можно все возможные соседние ей по стороне вершины  
также:

Количество способов выбрать 2 точки из данных 6 —  
это количество разностей  $x$  рамбов (не различительных  
рамбам не подразумеваются те, которые нельзя превра-



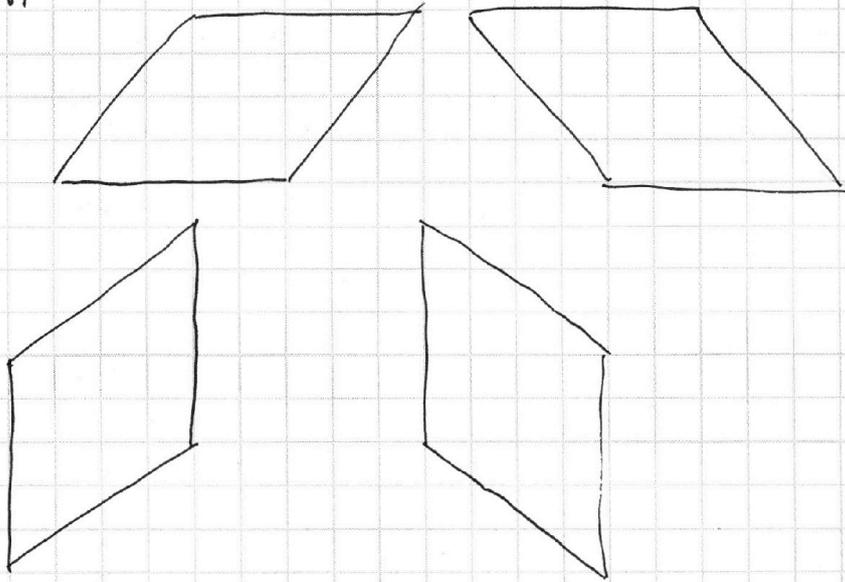
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нить друг в друга параллельно перпендикулярно, т.е.  
ребра



различны), т.к. если взять точку  $O$  не за крайнюю левую вершину, то в новой рамке такая вершина будет, а значит его можно определить через все 4 смежные стороны. Это количество равно

$$C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

Вот все возможные различные рамки!

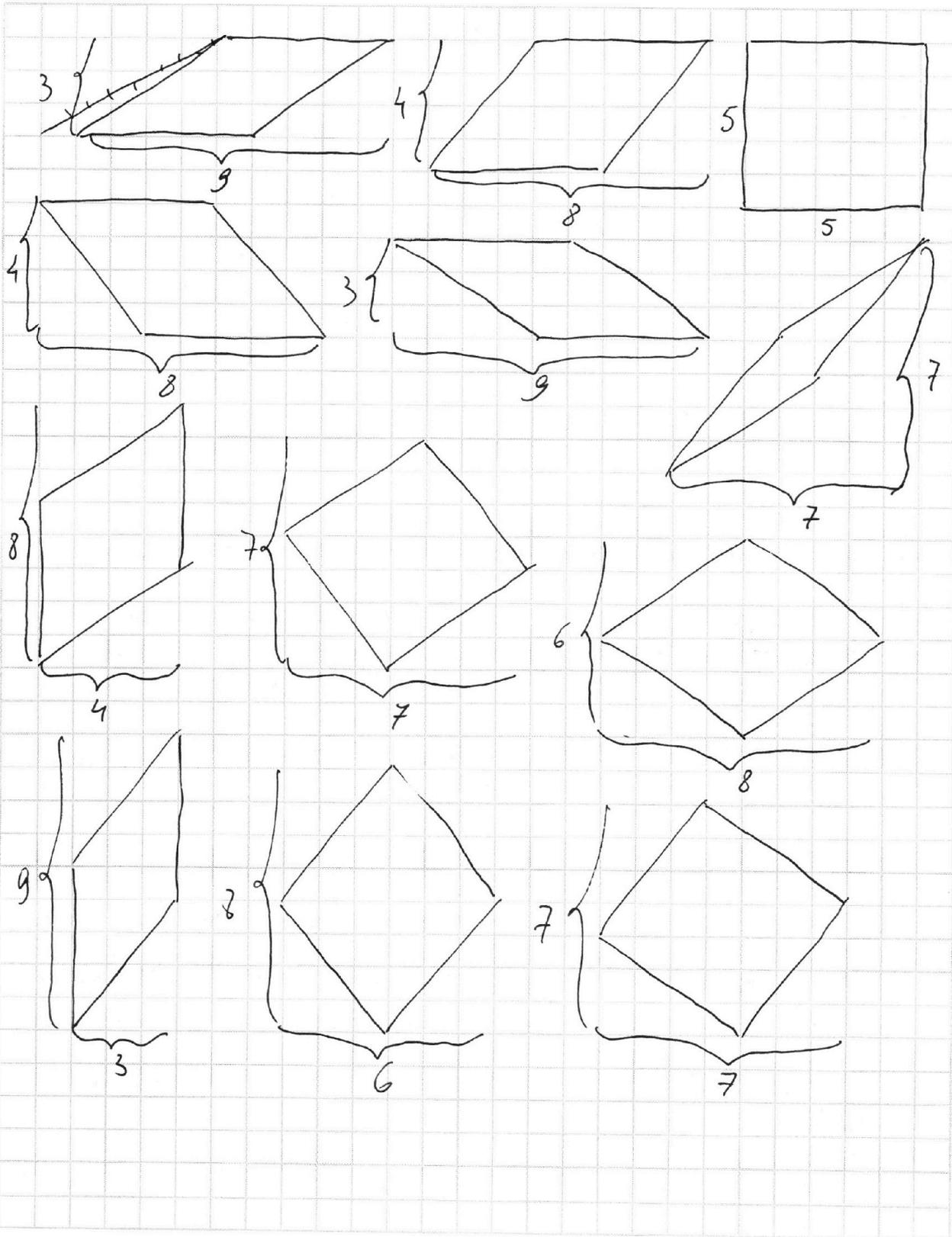


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



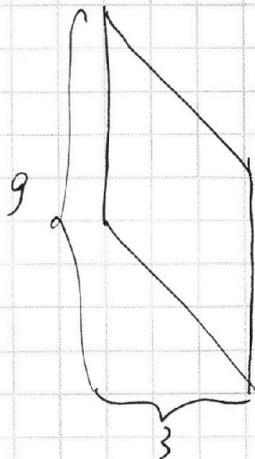
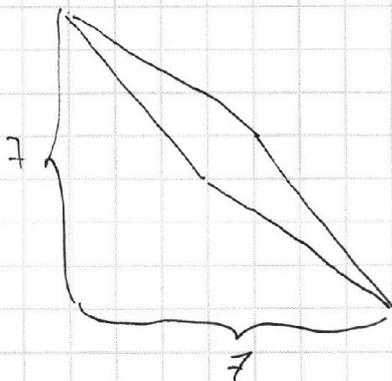
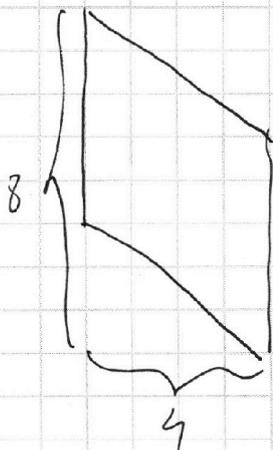


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Их можно разбить на 5 групп:  $3 \times 9$ ,  $4 \times 8$ ,  $7 \times 7$ ,  $6 \times 8$ ,  $5 \times 5$ .

т.к. абсциссы и ординаты их вершин — целые числа в промежутке  $[1; 50]$ , то рандом размещаются в квадрате  $50 \times 50$ .<sup>мозек</sup> Посчитать количество расположений рандом — тоже самое, что посчитать количество расположений прямоугольников соответствующего размера, т.к. если какая-либо сторона прямоугольника выйдет за пределы квадрата, то одна из вершин рандома тоже не войдет в квадрат. А поскольку мы размещаем прямоугольники в квадрате, то неважно горизонтальный или вертикальный прямоугольник, т.к. квадрат симметричен относительно поворота на  $90^\circ$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь посчитаем кол-во прямоугольников разного размера:

1)  $5 \times 5$

Если прямоугольник находится в квадрате, то его левая нижняя вершина тоже находится в фиксированной области.

Для прямоугольника  $5 \times 5$  эта область  $44 \times 44$ , т.к. квадрат  $50 \times 50$  ногек это квадрат  $49 \times 49$  и вершина не может находиться в правых 5ти или верхних 5ти ногках.

Прямоугольник известных размеров определяется по одной из точек левой вершины относительно, зная кол-во размещений этой вершины равно кол-ву размещений прямоугольника.

Область  $44 \times 44$  - это область  $45 \times 45$  ногек. Значит кол-во размещений прямоугольника  $5 \times 5$  равно  $45 \times 45 = 45^2$

В этом прямоугольнике вытравляется лишь один раз, поэтому учитываем на  $1: 45^2$ .

2)  $3 \times 9$

Аналогично прямоугольнику  $5 \times 5$  область имеет левую вершину где  $3 \times 9$  —  $4^7 \times 4^1$  ногек

Этому прямоугольнику соответствует 4 разряда, поэтому учитываем на  $4: 4^7 \cdot 4^1$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
6 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)  $4 \times 8$

Область ртутной левой вершины этого прямоугольника —  $4\sqrt{6} \times 4\sqrt{8}$  ногек

Этой прямоугольнику соответствуют 4 ряда, умножаем на 4:  $4 \cdot 4\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{8}$ .

4)  $7 \times 7$

Область этого прямоугольника —  $43 \times 43$  ногек

Этой прямоугольнику соответствуют 4 ряда, умножаем на 4:  $4 \cdot 43^2$

5)  $6 \times 8$

Область этого прямоугольника —  $44 \times 42$  ногек

Этой прямоугольнику соответствуют 2 ряда, умножаем на 2:  $2 \cdot 42 \cdot 44$ .

~~Короче~~ Осталось сложить ответы.

$$\begin{aligned}
 & 45^2 + 4 \cdot 41 \cdot 47 + 4 \cdot 42 \cdot 46 + 4 \cdot 43^2 + 2 \cdot 42 \cdot 44 = \\
 & = 2025 + 4 \left( (44-3)(44+3) + (44-2)(44+2) + 43^2 \right) + 2(43-1)(43+1) = \\
 & = 2025 + 4(44^2 - 9 + 44^2 - 4 + 43^2) + 2(43^2 - 1) = \\
 & = 2025 + 8 \cdot 44^2 + 4 \cdot 43^2 - 13 \cdot 4 + 2 \cdot 43^2 - 2 = \\
 & = 2025 + 8 \cdot 44^2 + 6 \cdot 43^2 - 54 = 2025 + 15488 + 11094 - 54 = \\
 & = 28553 \quad \text{Ответ: } 28553
 \end{aligned}$$



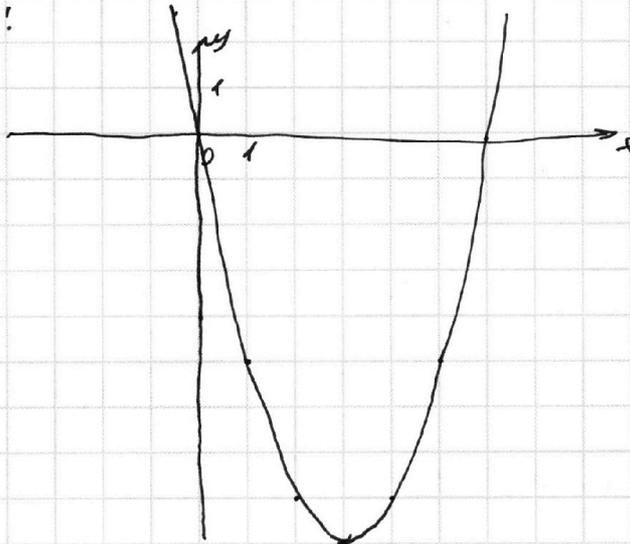
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 При  $a = 0$  Попробуем выражение  $x^2 - 6x$ , его график будет так:



Параметр  $a$  отвечает за перемещение графика вдоль  $Oy$ .

$x^2 + y^2 = a^2$  — окружность с центром в  $(0; 0)$  и радиусом  $|a|$

$$x \in [-|a|; |a|]$$

При  $x > 0$  Пусть исходное выражение равно  $f(x)$ . Тогда при  $x > 0$

$$f(x) < f(-x): x^2 - 6x + a < x^2 + 6x + a$$

Тогда при  $x < 0$  Пусть  $x_1 < x_2 < 0$   $f(x_1) > f(x_2)$ :

$$f(x_1) = x_1^2 - 6x_1 + a \quad f(x_2) = x_2^2 - 6x_2 + a$$

т.к.  $x_1 < x_2 < 0$ , то  $x_1^2 > x_2^2$ ,  $-6x_1 > -6x_2$ ,  $a = \text{const}$

Значит, сложив три выражения получим  $x_1^2 - 6x_1 + a > x_2^2 - 6x_2 + a$

Тогда на промежутке  $[-|b|; |b|]$  максимум достигается при

$x = -|b|$  по выше показанному.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А м.к.  $x^2 + y^2 = a^2$ , мо  $x \in [-|a|; |a|]$ , мо  $\max_{[-|a|; |a|]} f(x)$  достиг-

ется при  $x = -|a|$

1)  $a > 0 \Rightarrow x = -a$

~~1) 1)~~  $\max_{[-a; a]} f(x) = (-a)^2 - 6(-a) + a = 8$

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$a_1 = -8$$

$$a_2 = 1$$

по м. Виета

м.к.  $a > 0$ , мо  $a = 1$

2)  $a < 0 \Rightarrow x = a$

$$\max_{[a; -a]} f(x) = a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0$$

$$a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$49 < 57 < 64 \Rightarrow 7 < \sqrt{57} < 8 \Rightarrow 5 - \sqrt{57} < 0 \Rightarrow a_2 < 0$$

$$a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\max_{[0;0]} f(x) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 6 \neq 8$$

Знаем подкрепляющих значений  $a$  - два

$$\text{Ответ: } a = 1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y + 45 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$y \equiv 12 \pmod{19}$$

$$y \equiv 7 \pmod{19}$$

~~$$y \equiv 12 \pmod{19}$$~~

$$y - 45 \equiv 12 - 45 \equiv -33$$

$$y + 33 \equiv 0$$

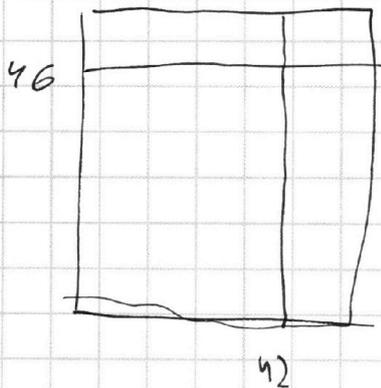
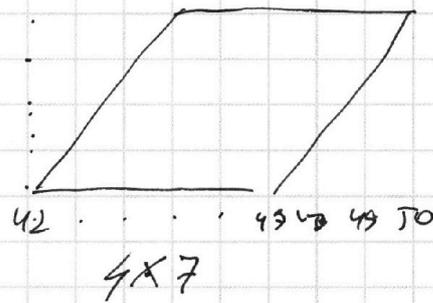
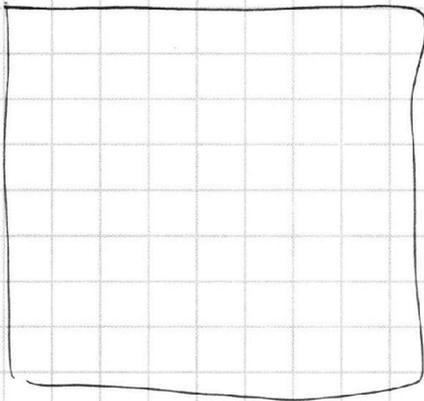
$$y \equiv 5$$

$$x \equiv 2$$

$$y \equiv 1; 3; 5; 7 \pmod{10}$$

$$y \equiv 7; 12 \pmod{19}$$

$$c_0 \equiv 15$$



$$46 \cdot 42$$

$$\begin{array}{r} + 2025 \\ 15488 \\ \hline 11040 \\ \hline 28553 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

The page contains several hand-drawn diagrams on a grid background. On the right side, there are two vertical multiplication problems:

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 49 \\ \hline 176 \\ \uparrow \\ 176 \\ \times 1936 \\ \hline 8 \\ \hline 15488 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 129 \\ \uparrow \\ 172 \\ \times 1849 \\ \hline 6 \\ \hline 1094 \end{array}$$

The diagrams include various quadrilaterals, some with dashed lines, and a small square with dots along its bottom edge. There are also some scribbled-out lines and shapes.



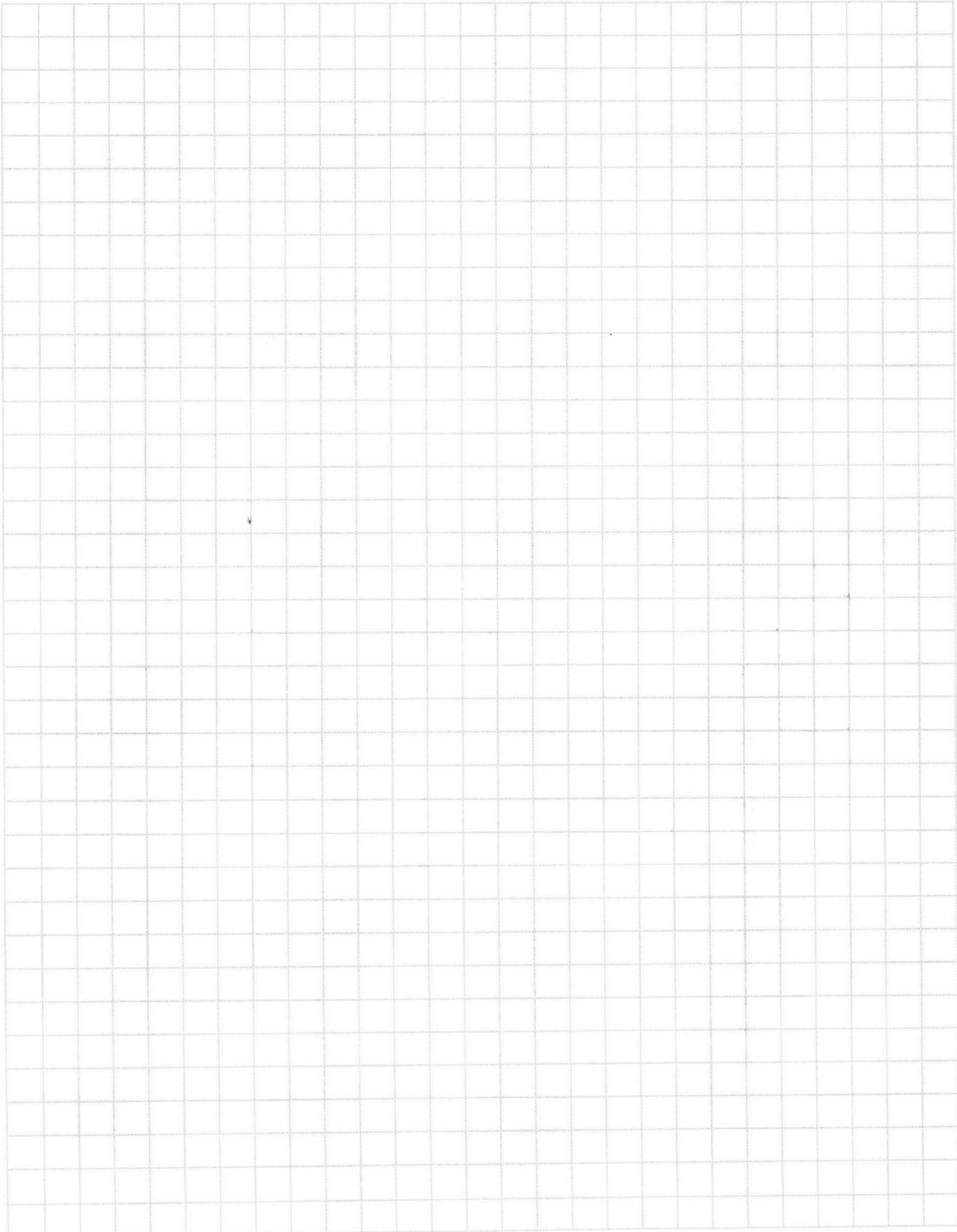


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

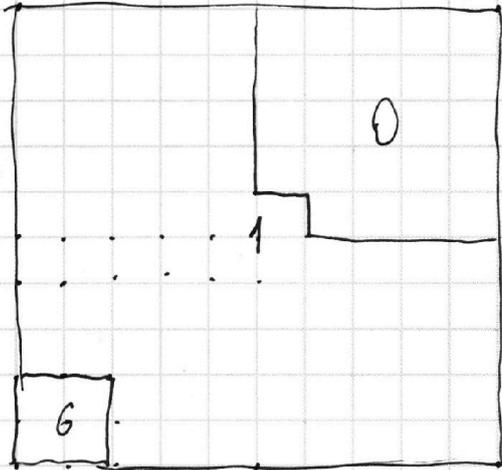
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y - 45 \equiv 0 \pmod{19} \quad y + 45 \equiv 7 + 45 \equiv 52 \equiv 36 \pmod{19} \quad 9 \cdot 6$$

$$y \equiv 45 \pmod{19} \quad y \equiv 7 \pmod{19}$$



1 19

0 0	
1 1	2
2 4	
3 9	2378
4 6	
5 5	2468
6 6	8642
7 9	+5 3197
8 4	
9 1	

$y = 1, 3, 7, 9$

$$y + 45 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$y \equiv -45 \pmod{19}$$

$$y \equiv 7 \pmod{19}$$

$$y^2 - 45^2 = (y - 45)(y + 45)$$

$$19 \cdot 2 \cdot x \equiv 2 \pmod{19}$$

$$2025 \equiv 2 \pmod{19} \Rightarrow y^2 \equiv 2 \pmod{19}$$

$$y \equiv 2 \pmod{19}$$

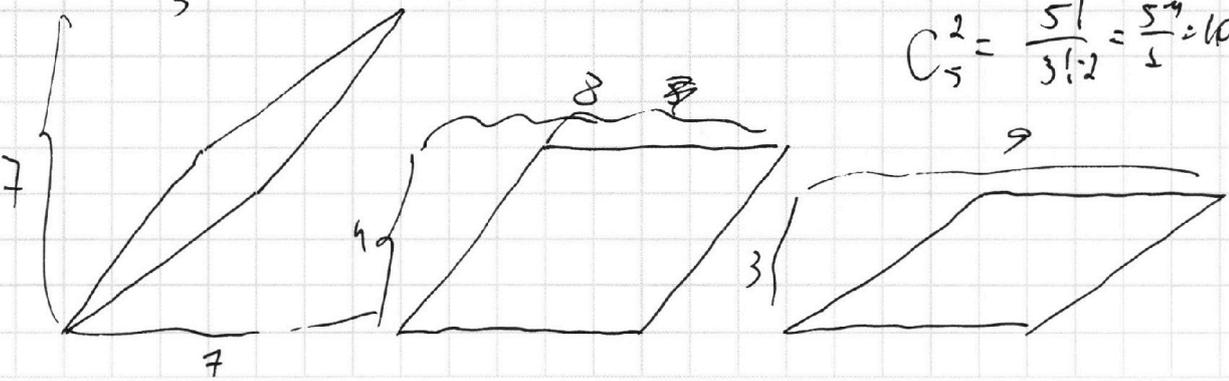
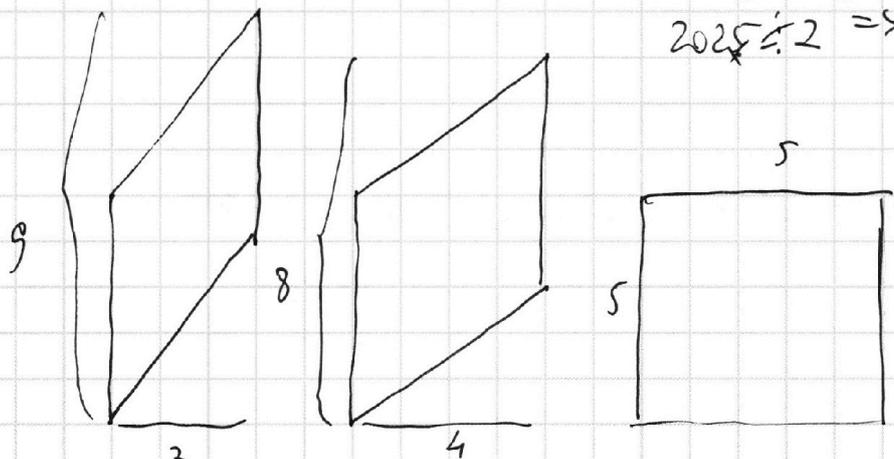
$x : 2$

$x > 0$

$$C_7^2 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$$

$$C_6^2 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + \binom{2a}{2a} + \binom{4a}{4a} + \binom{6a}{6a} + \binom{8a}{8a} = 5a^2 + 20a + 30$$

$$5a^2 + 20a + 20 = x^3$$

	x	x <sup>3</sup>		x	x <sup>3</sup>
	0	0		0	0
	1	1		1	1
	2	2		2	0

$$5 + 20 + 20 = 45$$

$$20 + 80 + 20 = 80$$

$$45 + 60 + 20 = 125 = 5^3$$

$$80 + 80 + 20 = 180$$

$$125 + 100 + 20 = 245$$

$$180 + 120 + 20 = 320$$

$$245 + 140 + 20 = 405$$

$$320 + 160 + 20 = 500$$

	x	x <sup>2</sup>	5x <sup>2</sup>
	0	0	0
	1	1	1
	2	2	0
	3	3	1

	0	0	6	6
	1	1	7	3
	2	8	8	2
	3	7	9	9
	4	4		
	5	5		

$$5(a+1)^2 + 20(a+1) + 20 =$$

$$= 5a^2 + 20a + 20 =$$

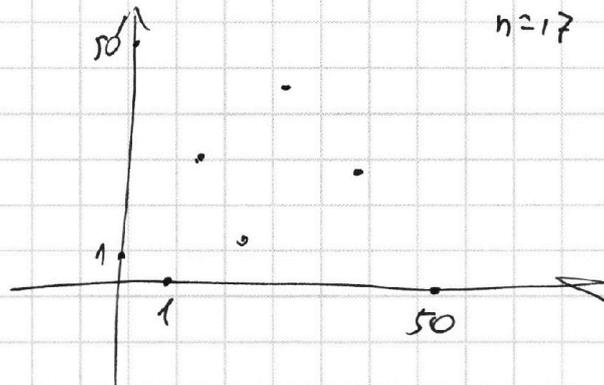
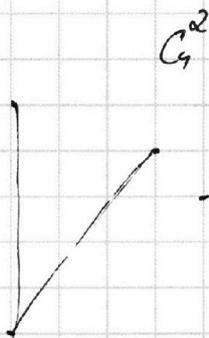
$$= 10a + 15 + 20 = 10a + 35$$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = 361$$

$$n! (1 + n + 1 + n^2 + 3n + 2) = n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 = 361$$

$$n+2 = 19$$

$$n = 17$$



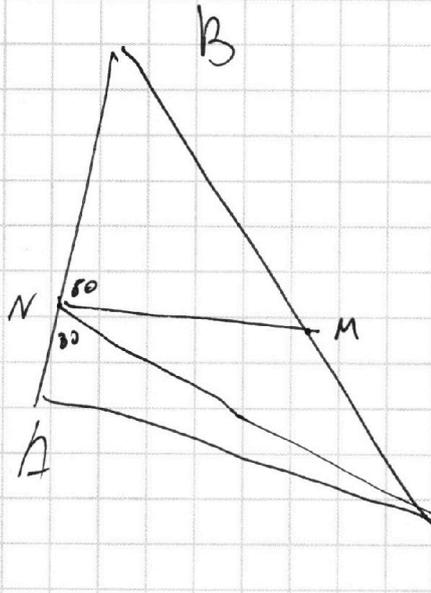


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

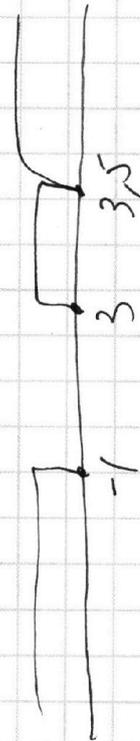


$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 6x + a \\ x^2 + 6x + a \\ \hline 11 \\ 31 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (a-1)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+1)^2 &= \\ = 5a^2 + 10 & \\ 5a^2 = x^3 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \\ a^2 &: 25 \\ a &: 5 \end{aligned}$$



$$(-a)^2 + 6a + a = 8 \quad a > 0$$

$$a^2 + 7a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$a_1 = 1 \quad a = 1$$

$$a_2 = -8$$

$$a^2 - 6a + a = 8 \quad a < 0$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0 \\ a_2 &= \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

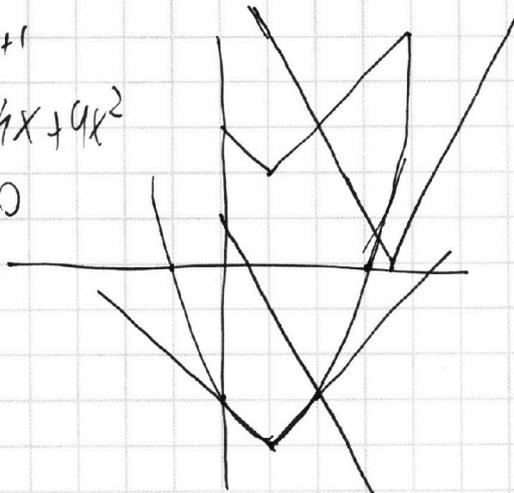
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3} = -2x+1$$

$$x^2-2x-3 = 1-4x+4x^2$$

$$3x^2-2x+4 = 0$$

$$\Delta = 4 -$$



$$3x^2-2x+4=0$$

$$\Delta = 4 - 48 < 0$$

$$x^2-2x+3 \geq 0$$

$$(x+1)(x+3) \geq 0$$

$$x \leq -1$$

$$x^2-2x-3 = 4 \quad x \geq 3$$

$$x^2-2x+7 = 0$$

$$\Delta = 4 - 28 = -24$$

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{-24}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{6}i}{2} = 1 - \sqrt{6}i$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{6}i$$

1)  $\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0$

$$2x - 1 \geq 0$$

$$x \geq \frac{1}{2}$$

$$7 - 2x \geq 0$$

$$2x \leq 7$$

$$x \leq 3,5$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$6 \geq 6$$

2)  $\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0$

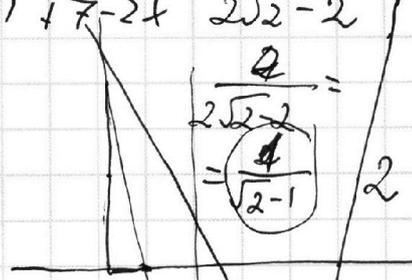
$$x \geq \frac{1}{2}$$

$$7 - 2x < 0$$

$$2x > 7$$

$$x > 3,5$$

$$x > 3,5$$



$$\sqrt{\quad} + 6 \geq \sqrt{\quad} + 2x - 1 + 2x - 7$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$3 \geq 2x - 4$$

$$2x \leq 7$$

$$x \leq 3,5$$

3)  $x < \frac{1}{2}$

$$1 < 2\sqrt{2} - 2$$

$$3 < 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x + 2$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq -2x + 1$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} = -2x + 1$$

$$x^2-2x-3 = 4x^2-4x+1$$

$$3x^2-2x+4 = 0$$

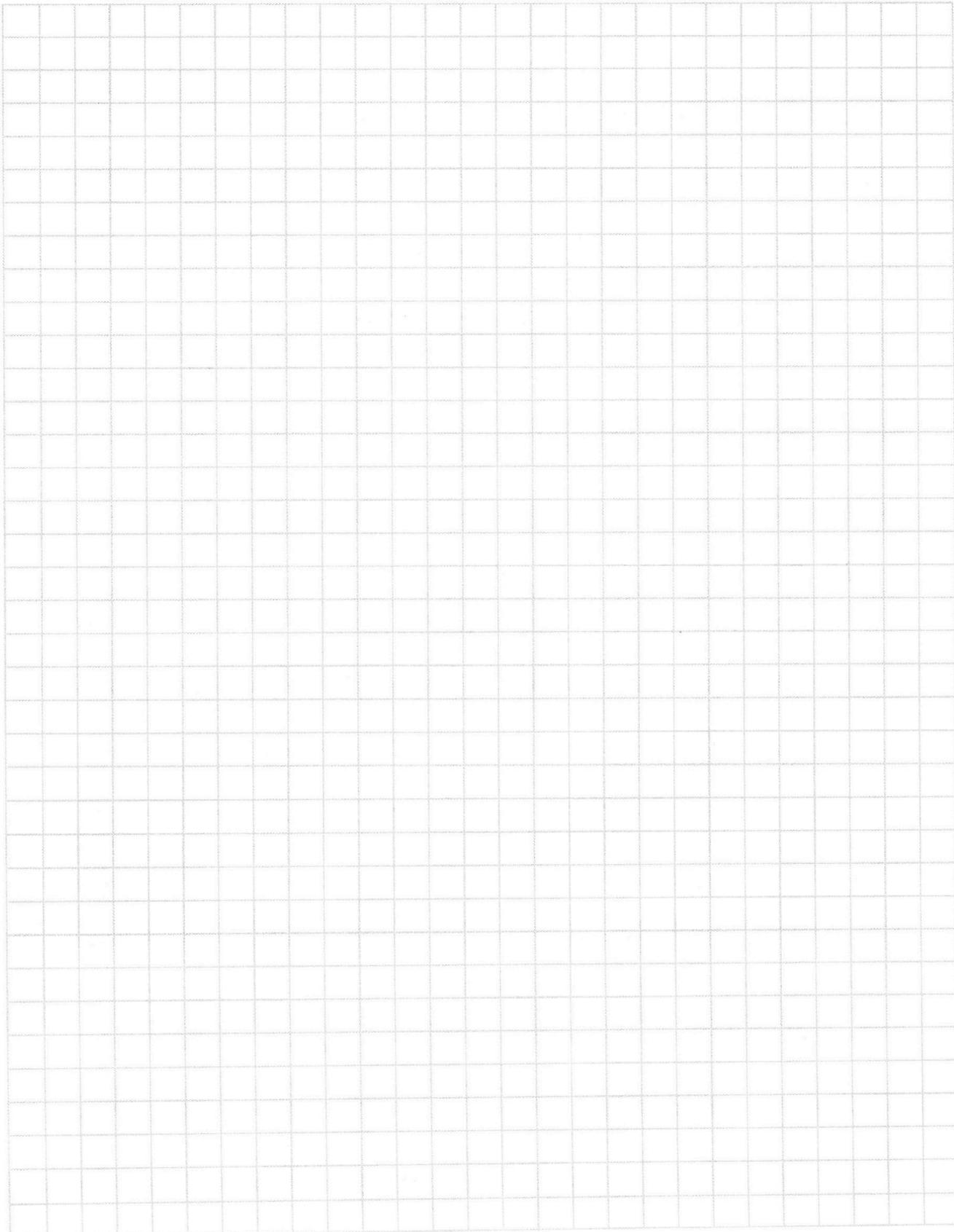


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

