



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1.} \quad n! + (n+1)! + (n+2)! = n! ((n+1) + (n+1)(n+2)) = \\ = n! ((n+1)(1+n+2)) = (n+1)! \cdot (n+3) : 361$$

361 ер (простое), значит один из множителей: 1; 2; 3; ...; n-1; n; n+1; n+3

делим на 361, значит $n \geq 364 - 3 =$
 $= 358.$

• Если на 361 делится не $n+3$, то делится $n+k$,
где $k \in \mathbb{Z}$; $k \leq 2 \Rightarrow n = 361 - k \geq 359$, значит
 $n+3 = 361.$)

Ответ: $n = 361.$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№2. n -натуральное, N -натуральное, $N > 6$

$$S = ((n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2) - 10 = N^3$$

$$S = 5n^2 + (1+1+4+4) - 4n - 2n + 2n + 4n - 1 = 5n^2 = N^3$$

$$\Rightarrow n^2 : 25; \text{ т.к. } N^3 > 6, \text{ то } 5n^2 = 5^3 \cdot p_1^{3d_1}$$

$\times p_2^{3d_2} \times \dots$, где $d_1 \in \mathbb{Z}; d_2, \dots, 0$, тогда

$$N^3 = 5n^2 \geq 5^3 \cdot 2^3 = 1000, \text{ значит } N \geq 10$$

Ответ: ~~10~~ $N = 10$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|$$

I. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$, т.к. $\sqrt{a} \geq 0$, где $a \in \mathbb{R}$,
 $a \geq 0$

(2) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

$$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \geq 0, \text{значит:}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

(3) $\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| \geq 0$

$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$, выберем вправом, т.к. $x^2 - 2x$

(3). $\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| < 0$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0 - \text{всегда неравенство} \Rightarrow$$

при $1 - 2x \geq 0$ ($x \leq 0,5$) $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$

(4) при $x \geq 3,5$ $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$

(5) 1. $x \geq 3,5$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 - 7 + 2x$$

$$0 \geq 4x - 14 \Rightarrow x \leq 3,5 \quad \text{и}$$

2. $3,5 \leq x \leq 3,5$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 -$$

$$-2x$$

$$0 \geq 2x - 2x - 1 + 7 - 8 = 0$$

$$0 \geq 0 \Rightarrow x = \text{любое}$$

$$3. \quad x \leq 3,5$$

$$3. \quad x \leq -1$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x \quad | :2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x, \text{ возведем в квадрат,}$$

$$\text{т.к. } \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 + 1 - 4x$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0 \quad \text{зрятим формулу корней квадратного уравнения.}$$

$$\text{Ответ: } 3 \leq x \leq 3,5$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

1) Начертить в улье километр окружности с радиусом 5:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25, \text{ где } a, b \in \mathbb{N};$$

2) Каждая такая окружность проходит через 12 точек також:

$$(0;5); (0;-5); (3;4); (3;-4); (-3;4); (-3;-4); (4;3); (4;-3); (-4;3); (-4;-3); (5;0); (-5;0)$$

↑
Уже окр $x^2 - y^2 = 25$, где $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$
 $(x_0; y_0)$ к $x^2 - y^2 = 25$ $\rightarrow (x_0-a)^2 + (y_0-b)^2 = 25$
близко б. Пример: $(0;5) \rightarrow (a, 5+b)$

3) При пересечении 2 окр в этих точках образуются углы со стороной радиус 5.

4) Точки пересечения оформляются касанием 2 окр.

5) Ч. пересечения не могут быть диаметрально противоположными, иначе окружности сопадают.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6)

Кон-бо танк пересекущий Камчатку

4

$(2; 1)$
 $(2; 2)$
 $(2; 3)$
 $(2; 4)$
 $(2; 5)$

$(2; 6)$

F $\{0; 45\}$

6 $(2; 46)$

5 $(2; 47)$

4 $(2; 8)$

~~66~~ $\{48; 53\}$

~~66~~ $\{61; 33\}$

путь L = 4 километру кон-бо +
путь L = 5: +40
путь L = 6: +3
путь L = 66: 453: +3

• + повернулся на 90° чудо.

• Кон-бо и гонщик пошли чудо,

$$\text{запишем: } 322 \cdot 192 + 50 + 250 + 1050 + 15 \cdot 42^2 = \\ = 89634$$

Ответ: 89 634 метра.

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5. $y \in \mathbb{Z}$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2^x = \frac{y^2 - 2025}{19} = \frac{(y-45)(y+45)}{19}$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^k \cdot 19 \\ y+45 = 2^k \cdot 19, \text{ где } k \in \mathbb{Z}; k \geq 0 \end{cases}$$

$$1. \quad \begin{cases} y-45 = 19 \Rightarrow y = 19+45 \Rightarrow y+45 = 19+90 \neq \\ \neq 2^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^k \cdot 19 \Rightarrow y = 2 \cdot 19 + 45 \Rightarrow y+45 = 2 \cdot 19 + \\ + 90 = 128 \neq 2^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^k \cdot 19, \text{ где } k \in \mathbb{N}; k \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= 2^k \cdot 19 + 45 \Rightarrow y+45 = 2^k \cdot 19 + 90 = \\ &= 2^k (2^{k-2} \cdot 19 + 45) = 2^k, \text{ значит } (2^{k-2} \cdot 19 + 45) : 2 \\ \text{ тогда } k-2 &= 0 : 2^2 (2^0 \cdot 19 + 45) = 2^2 \cdot 2^6 = 2^8 \end{aligned}$$

$$\text{значит } k=2; y = 4 \cdot 19 + 45 = 121; x=8$$

$$2. \quad y+45 = 2^k \cdot 19$$

$$\begin{cases} y = 19 - 45 = -26 \Rightarrow y-45 = 19 - 90 \neq 2^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 19 \cdot 2 - 45 = 38 - 45 \neq 2^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 19 \cdot 2^k - 45, \text{ где } k \in \mathbb{N}; k \geq 2. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y+45 &= 2^k \cdot 19 - 45 = 4(19 \cdot 2^{k-2} - 45) = 2^k \cdot 2^2 = \\ &\Rightarrow k=2 (\text{отрицательно}) \vee 4 \cdot (-26) \neq 2^x \text{ и} \end{aligned}$$

L

L

L

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ Если $x < 0 \Rightarrow$

$$19 \cdot 2^x \notin \mathbb{Z}$$

$(19 \cdot 2^x + 2025) \in \mathbb{Z}$, значит

$y^2 \notin \mathbb{Z}$ и.

④ Если $y < 0 \Rightarrow y - 45 < 0$ и

$$\frac{(y-45)(y+45)}{19} = 2^x < 0, \text{ при } -45 < y < 0,$$

значит $y < -45$

. Значит $|y| = 121$; $x = 8$.

Ответ: $(x;y) : (8; 121); (8; -121)$

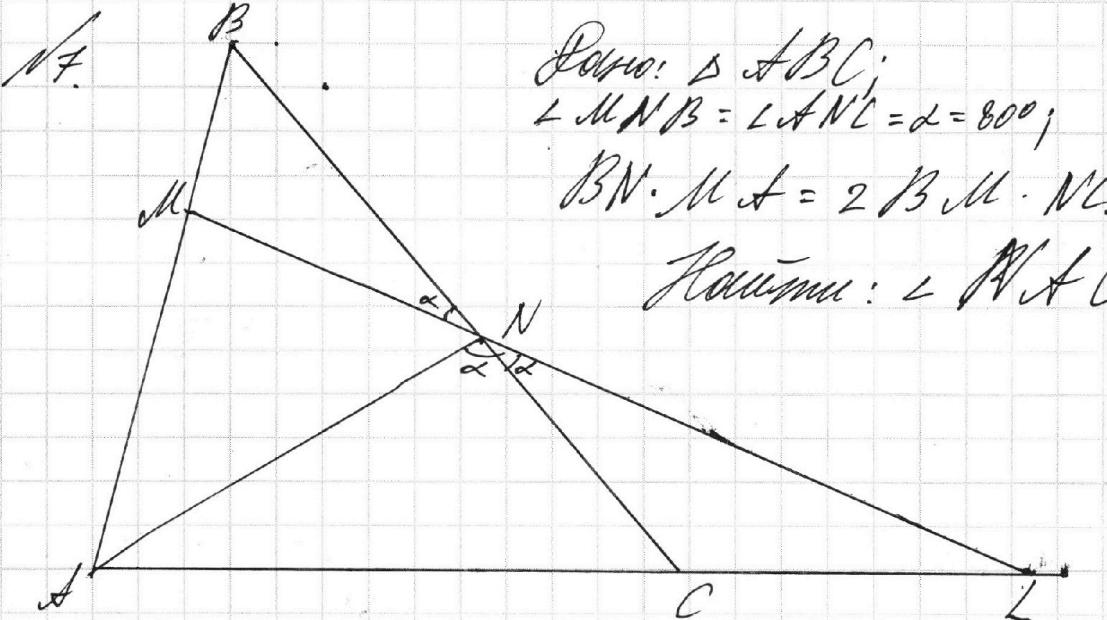


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



I. Продолжим MN за N и AC за C :

$$MN \cap AC = L$$

① По т. Менелая: $\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CL}{AL} = 1$
(б/c $\triangle ABC$ и прямой ML)

$$\textcircled{2} BN \cdot MA = 2 BN \cdot NC \cdot \frac{1}{NC \cdot MA}$$

$\frac{BN}{NC} = \frac{2BN}{MA}$ подставим в выражение ①:

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{2BN}{MA} \cdot \frac{CL}{AL} = \frac{2CL}{AL} = 1 \Rightarrow AL = 2CL \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CL = AL$$

II. $\angle BNM = \angle CNL$ (вертикальные)

$\angle CNL = \alpha = \angle ANC$
по условию $\Rightarrow NC$ - биссектриса и медиана,
значит $\triangle ANC$ - равнобедр.
 $\angle NAC = 90^\circ - \alpha = 10^\circ$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

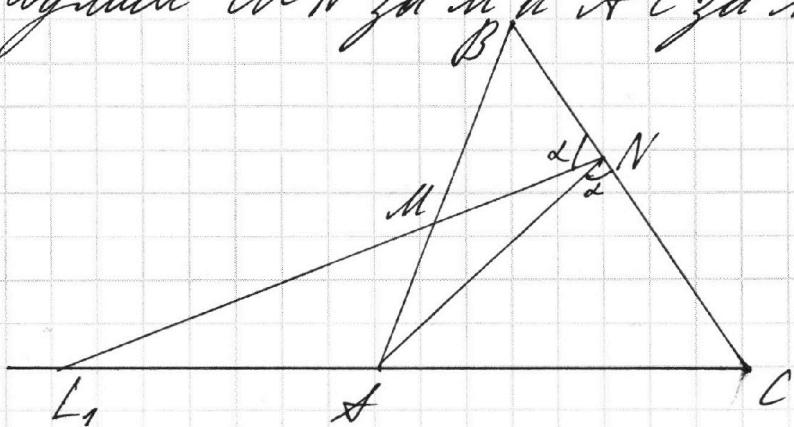


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

III. Рассмотрим случай, если продолжение MN за N и AC не пересекаются, значит продолжение MN за M и AC с. т: $MN \parallel AC \Rightarrow L_1$



Тогда по м. Неждан: $\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CL_1}{L_2, L_3} = 1$
 $\frac{BN}{NC} = \frac{2MB}{AM}$ (пункт I(2)) \Rightarrow

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{2MB}{AM} \cdot \frac{CL_1}{L_2, L_3} = \frac{2CL_1}{L_2, L_3} = 1 \Rightarrow L_1 = 2CL_2$$

что невозможно, т.к. $CL_1 = AL_1 + L_1$ и,
значит $CL_1 > AL_1$

вр

Ответ: $\angle NAC = 100^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

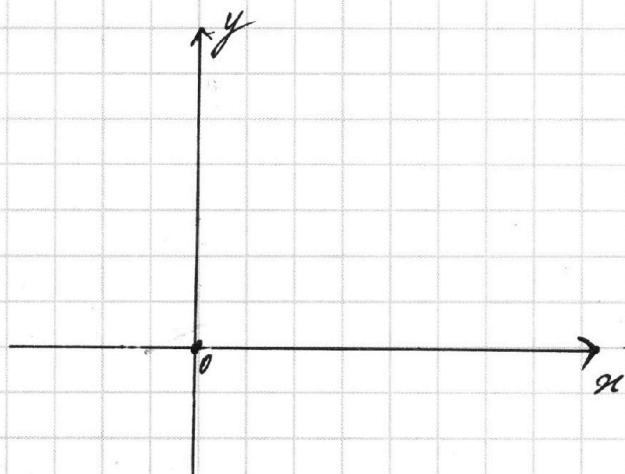
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$x^2 - 6x + (x-8) = 0 \Rightarrow$$

$$D = 36 - 40x + 32 = 68 - 40x = 4(17 - x)$$



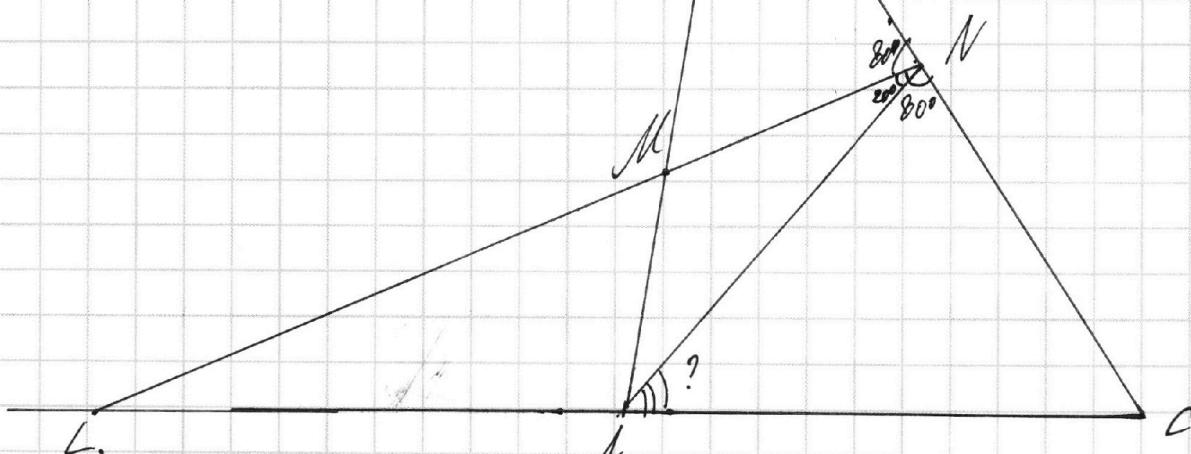
$$x^2 + y^2 = a^2$$

↑
окр. с центром $(0;0)$;
 $x = a$

$$\angle BN: \angle NC = 2\angle BNC.$$

$$\frac{\angle BN}{\angle NC} = \frac{2\angle BNC}{\angle NC}$$

№7.



П. Но т. Междуда:

$$\frac{\angle BN}{\angle NC} \cdot \frac{\angle CL}{\angle LM} \cdot \frac{\angle NM}{\angle NB} = 1 = \frac{2\angle BNC}{\angle NC} \cdot \frac{\angle LM}{\angle NB} \cdot \frac{\angle CL}{\angle LM} =$$

$$= \frac{2CL}{LM} = 1 \Rightarrow LM = 2CL$$

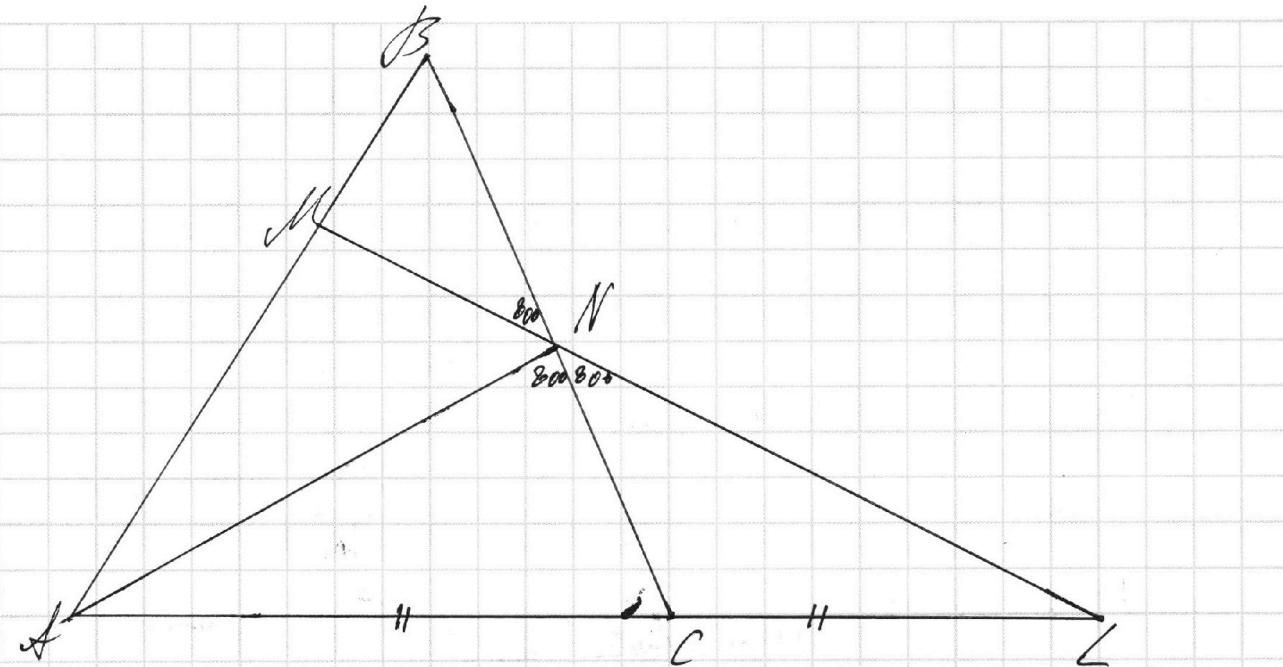


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



I. Пом. Менделея: $\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CL}{LA} = 1 = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{2BN}{NC} \cdot \frac{LC}{LA}$

$$\frac{2LC}{LA} = 1 \Rightarrow LA = 2LC \Rightarrow LC = CL$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| +$$

$$+ |x - 2x|$$

I. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$, т.к. $\sqrt{a} \geq 0$, где $a \in \mathbb{R}$

① $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

② $x > 3, 5$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 7$$

$$0 \geq 4x - 14 \quad | :2$$

$$0 \geq 2x - 7$$

$$x \leq 3,5 \quad \text{в.}$$

③ $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x, \text{ возведем в квадрат,}$$

$$x^2 - 2x - 3 < 1 + 4x^2 - 4x, \text{ т.к. } \sqrt{x^2 - 2x - 3} > 0$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1



2



3



4



5



6

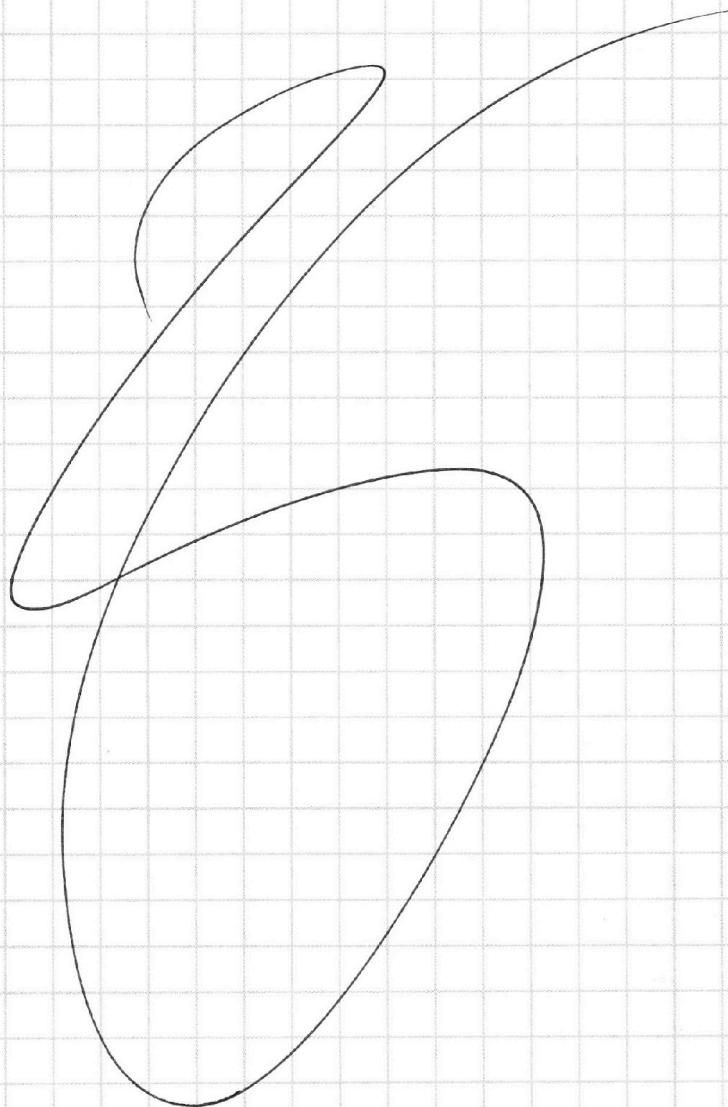


7



СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15.

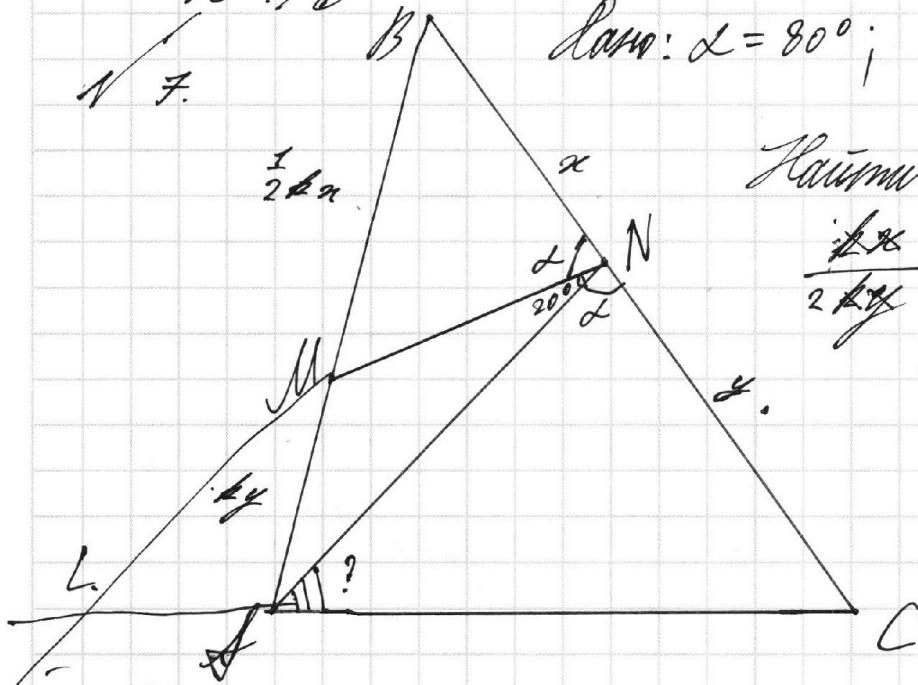
$x, y \in \mathbb{Z}$

$$19 \cdot 2^n + 2025 = y^2$$

$$\begin{array}{r} \times 19 \\ \times 105 \\ \hline 945 \end{array}$$

$$2025 - 945 = 30 / 10$$

$9C > 0$



дано: $\alpha = 80^\circ$; $BN \cdot M\delta = 2BM \cdot NC$.

Найти: $\angle CMN$

$$\frac{\cancel{BN}}{2\cancel{BM}} \cdot \frac{\cancel{MC}}{\cancel{LC}} \cdot \frac{\cancel{NC}}{\cancel{NC}} = 1$$

$$MC = 2LC$$

$$I. BN \cdot M\delta = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MC}; \quad \frac{BN}{BM} = 2 \cdot \frac{NC}{MC}$$

$$AB \cdot MB = \left(\frac{1}{2} \cancel{BN} + \cancel{NY} \right) \cdot \frac{1}{2} \cancel{MC} = \frac{1}{2} \cancel{B}^2 \cancel{N} \left(\frac{1}{2} \cancel{NY} \right) =$$

$$BN \cdot BN = \cancel{N}^2 \cancel{Y}^2$$

$$NY \cdot \frac{\cancel{N}}{\cancel{Y}} \cdot \frac{2LC}{\cancel{MC}} \cdot \frac{\cancel{NY}}{\cancel{MC}} = 1 \Rightarrow MC = 2LC$$

$$\frac{\cancel{N}}{\cancel{Y}} \cdot \frac{LC}{\cancel{MC}} \cdot \frac{\cancel{NY} \cdot 2}{\cancel{MC}} = 1 \quad \frac{2LC}{\cancel{MC}} = 1$$

$$MC = 2LC$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

②

~~2x <~~

$$1 - 2x = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$1 + 4x^2 - 4x = x^2 - 2x - 3$$

$$1 - 2x > \sqrt{x^2 - 2x - 3} \text{ при } \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

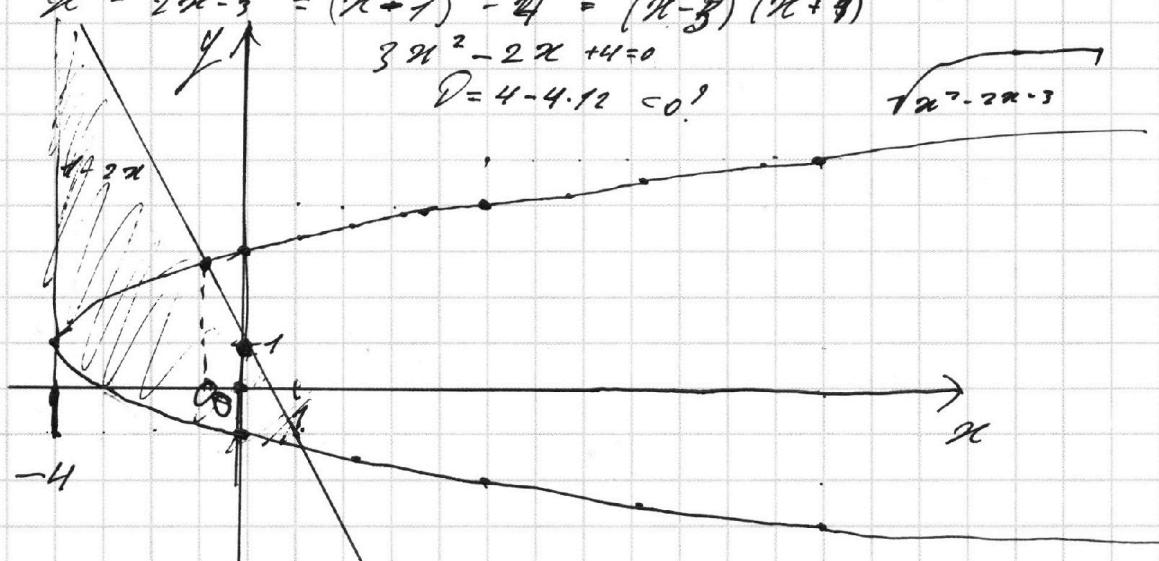
Нем.р.

$$x^2 - 2x - 3 = (x+1)^2 - 4 = (x-3)(x+1)$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot 12 < 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$



$$|x| > 4$$

$$4x^2 - 4x + 1 > x^2 - 2x - 3$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0$$

$$x_0 = \frac{4 \cdot 4 - 4}{42} = \frac{11}{3}$$

③

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ 3 \geq x \leq 3,5 \end{cases}$$

$$1. 0 > 1 - 2x - 1 + 7 - 2x - 6$$

$$0 > 10$$

$$\begin{array}{r} 322 \\ \times 192 \\ \hline 644 \\ + 2898 \\ + 322 \\ \hline 61824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 67824 \\ + 26460 \\ \hline 88284 \\ + 1350 \\ \hline 89634 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{№1. } n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! \left((n+1)(n+3) \right) = \\ &= (n+3) \cdot (n+1)! \end{aligned}$$

$$361 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \Rightarrow 361 \in \mathbb{P}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{3} \\ \times 5 \\ \hline \cancel{15} \\ + 6 \cancel{5} \\ \hline \cancel{25} \\ + 2 \cancel{6} \\ \hline 3 \cancel{9} \cancel{8} \Rightarrow 351 \neq 361 \end{array}$$

$$(n+3) \cdot (n+1)! : 361 \Rightarrow n+3 = 361 \text{ либо } n+1 = 361 \Rightarrow n \geq 361 - 3 = 358.$$

Ответ: 358.

№2. $n \in \mathbb{N}$.

$$S = \left((n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 \right) - 10 = N^3$$

$n \in \mathbb{N}; n > 6$

$$S = 5n^2 + (8+1+1+4+4) - 8n + 4n - 2n + 2n + 0 - 10 =$$

$$= 5n^2 = N^3 \Rightarrow n^2 : 5^2, \text{ т.к. } N > 6 \Rightarrow$$

$$5n^2 = 5^3 \cdot k^3 \Rightarrow 5^3 \cdot 2^3 = 10^3$$

Ответ: 10



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|$$

(1)

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{-D}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-12 - 4}{4} = -4$$

$$\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases} \quad x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

(2)

$$x > 3,5$$

$$1. \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 - 7 + 2x =$$

$$0 \geq 4x - 14 \quad | :2$$

$$0 \geq 2x - 7; \quad 7 \geq 2x; \quad x \leq \cancel{3,5}$$

$$2. \cancel{4x^2 - 8x - 12 \geq 16x^2 -}$$

W

$$2x^2 - 4x - 6 \geq 4x^2 + 4x - 28x$$

$$-2x^2 + 24x - 55 \geq 0 \quad | \cdot -1$$

$$2x^2 - 24x + 55 \leq 0$$

$$\begin{aligned} D &= 24^2 - 8 \cdot 5 \cdot 11 = 8(8 \cdot 9 - 5 \cdot 11) = 8(72 - 55) = \\ &= 8 \cdot 17 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{24 \pm \sqrt{8 \cdot 17}}{4} = \frac{24 \pm 2\sqrt{2 \cdot 11}}{4} = 6 \pm \frac{\sqrt{34}}{2}$$

$$6 + \frac{\sqrt{34}}{2} > 9,5; \quad 6 - \frac{\sqrt{34}}{2} > 3$$

$$3,5 \leq x \leq 6 + \frac{\sqrt{34}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 5. $y \in \mathbb{Z}$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 69 \\ \hline 711 \\ 594 \\ \hline 681 \end{array}$$

✓ 19

$$2^x = y^2 - 2025$$

$$2^x = \frac{y^2 - 45^2}{19} = \frac{(y-45)(y+45)}{99}$$

$$1216$$

$$\begin{array}{r} 7270 \\ \times 2025 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$$\begin{cases} (y-45) = 2^{k_1} \cdot 19 & y=11^2 \Rightarrow x=8 \frac{121}{121} \\ (y+45) = 2^{k_2} \cdot 19 & k_1, k_2 \geq 0 \\ y = 45 + 19 & y=45+19 \end{cases}$$

$$y=11^2 \Rightarrow x=8 \frac{121}{121}$$

$$1) \quad | \quad y - 45 = 19 \Rightarrow y + 45 = 2^{k_2} - 45 = \textcircled{1}$$

$$2) \quad | \quad y - 45 = 19 \Rightarrow y = 19 - 45 \quad x=8$$

$$y - 45 = 19 - 45 - 45 = 19 - 90 + 2^{k_1} \quad \begin{matrix} 19-45 \\ \hookrightarrow k_1 \neq 0 \Rightarrow k_1 \in \mathbb{N} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 19-45 \\ 78-45=121 \end{matrix} \quad x. *$$

3)

$$1. \quad y = 2^{k_1} \cdot 19 + 45 \quad k_1 \geq 2$$

$$2^{k_1} \cdot 19 + 90 = 2^x = 2^{k_2} (2^{k_2-2} \cdot 19 + 45)$$

$$2. \quad y = 2^{k_1} \cdot 19 - 45 \Rightarrow 2^{k_1} \cdot 19 - 90 = 2^x$$

$$\begin{matrix} 19-45= -24 & : 2 \Rightarrow \\ 2^{k_1-2} & = 12 \\ 2^{k_1-2} & = 2^4 \cdot 3 \\ 2^{k_1-2} & = 2^4 \cdot 3 \\ k_1-2 & = 4 \\ k_1 & = 6 \end{matrix}$$

$k_1 \geq 3$

$$2^2 (19 \cdot 2^{k_1-2} - 45) = 2^x$$

$$2^2 \Rightarrow k_1-2=0 \quad k_1=2$$

$$4 \cdot 19 - 90 = 4(19 - 45) < 0 \quad \textcircled{2}$$

$$\begin{matrix} 19-45=-24 & : 4 \Rightarrow \\ 2^{k_1-2} & = 6 \\ 2^{k_1-2} & = 2^2 \cdot 3 \\ 2^{k_1-2} & = 2^2 \cdot 3 \\ k_1-2 & = 2 \\ k_1 & = 4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 19-45=-24 & : 4 \Rightarrow \\ 2^{k_1-2} & = 6 \\ 2^{k_1-2} & = 2^2 \cdot 3 \\ 2^{k_1-2} & = 2^2 \cdot 3 \\ k_1-2 & = 2 \\ k_1 & = 4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 19-45=-24 & : 4 \Rightarrow \\ 2^{k_1-2} & = 6 \\ 2^{k_1-2} & = 2^2 \cdot 3 \\ 2^{k_1-2} & = 2^2 \cdot 3 \\ k_1-2 & = 2 \\ k_1 & = 4 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

