



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

$$(abc)^2 = (2^{23+32} \cdot 7^{29+39}) = (2^{55} \cdot 7^{68}).$$

Понятно, что степень **базы** простого числа p в произведении $(abc)^2$ — чётная. Тогда степень **базы** в выражении $\sqrt[abc]{abc}$ нечётная. Тогда $(abc) \geq 2^{28} \cdot 7^{34} \Rightarrow (abc) \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$. Тричлен $abc = 2^{28} \cdot 7^{34}$. При этом **степень** $a = 2^9 \cdot 7^{11}$ **степень** $b = 2^5 \cdot 7^0$ и $c = 2^{12} \cdot 7^{28}$.

$$abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$$

$$\begin{cases} a = 2^9 \cdot 7^{11} \\ b = 2^5 \cdot 7^0 \\ c = 2^{12} \cdot 7^{28} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } 2^{28} \cdot 7^{34}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Если $\frac{a}{b}$ кесекратимса, то $(a, b) = 1$.

$$(a+b, a^2 - 7ab + b^2) = (a+b, (a+b)^2 - 5ab) = \\ = (a+b, 5ab) \neq 1.$$

ab сәстәүн тәмжы ау жеткелеше
a и b, иeo $(a+b, a) = (a+b, b) = (a, b)$. Тәнде
 $(a+b, ab) = (a, b) = 1$.

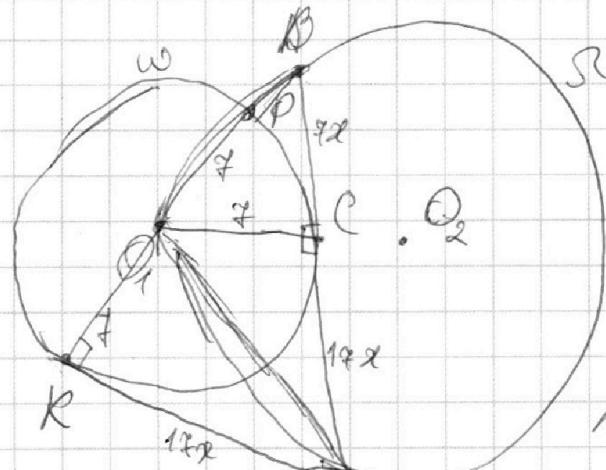
Тәнде $(a+b, 5ab) \leq 5$. Тәнде есми $(a+b, 5ab) = 5$, ми $(a+b) \mid 5$. Рәзүйгән $a+b=5$,
көрсөн $a=1, b=8$. Тәнде $\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2} = \frac{1+8}{1-56+64} = \\ = \frac{1+8}{1+8} = \frac{9}{9} = \frac{1}{1} = 1$.

Ответ: 9

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O_1 -центр
 O_2 -центр S .
Но же пусть $D =$
 $= BO_1 \cap \omega, K$ -точка
пересечения BD

RA с ω . Но же по сб-бу ка-

сательный $AB: (BO_1)^2 + (AO_1)^2 = O_1C^2 \Rightarrow O_1C \perp AB$.

Но же $(BD+14)BD = BC^2 = 7x^2$ где $x > 0$

(из условия, что $AC=7x \Rightarrow BD^2+14BD =$
 $= BC^2 = 49x^2 \Rightarrow 49x^2+49=7+BD)^2$

~~Изображение~~ RA -касательный рис, где-
смешально, как-т R и K и A и AB
пересекаются в одной точке, что

$AC = RAx$. Но же $x=A \Rightarrow \frac{BO_1}{BA} = \frac{x+BD}{2x} =$

~~= \frac{4}{14x}~~ ~~или~~ ~~7+2x~~ $7+2x$ (найдено)

$\triangle O_1BC$ и ABK no 2 углах)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Рівнення } x^2 - 9x = y \cdot 3x^2 + 3x + 1 = 0.$$

$$\text{Rasge } \sqrt{a+y} - \sqrt{a} = y.$$

Douglasellia $\propto (\sqrt{a} + \sqrt{a})$.

$$a+y-a = y(\sqrt{a+y} + \sqrt{a})$$

$$y = y(\sqrt{a+y} + \sqrt{a})$$

$$\begin{cases} y=0 \\ \sqrt{a+y} + \sqrt{a} = 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{9} - \text{neglogum: } \sqrt{\frac{3x+1}{2x}} - \sqrt{\frac{3x}{2x}} = 0$$

$$2a + g + \sqrt{a^2 + ay} = 1$$

$$2\sqrt{a^2+ay} = (-2a-y)^2 \Rightarrow 2a^2 + 4ay = 1 + 4a^2 + y^2 - 4a - 2y.$$

$$+4 + 4ay$$

$$t - 4a - 2y + y =$$

$$(4-t) = \cancel{4a}$$

$$\cancel{y} (6x)^2 = 4(3x^2 + 3x + 1)$$

$$8x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

$$69x^2 + 72x + 4 = 0$$

$$D = 12^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 69 = 144 + 1104 = 1248$$

$$x = \frac{-127}{49.2} \pm \sqrt{287} = -\frac{4}{23} \pm \sqrt{287}$$

$$\text{Omben } \left\{ \frac{4}{23} + \sqrt{287}, \frac{4}{23} - \sqrt{287} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Сперва замечаем, что во втором
квадранте ~~уравнение~~^{сумма} ~~уравнений~~^{суммы} скрученостей
имеет вид $B(0;0)$ и равна $1 + 4$,
с центром $B(0;12)$ и радиуса ~~12~~⁴.
Но же, чтобы произведение складок
было оптимально, ~~нужен~~^{требуется} из них заме-
ниТЬ первое на -12 , а второе на 12 , так-
же скручивая, что сделано в задаче.

При га реческих координатах (x, y) -мог-
ся с координатами (x, y) , не являясь быт-
иу огнестрелью на границе огнестрелья.

Hoega One we welcome Sioux men.

Найти, каким условием $ax + y - 8b = 0$ не является точка, если она лежит на прямой $3x + 2y = 10$, но не лежит на прямой $2x + 3y = 7$, а ее ордината равна 4.

При $a^2t^4 - 8b = 0$ — Решение не имеет.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

запись,

$$\begin{cases} ax + y = 8b \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеем 1 решение.

$$y = 8b - ax$$

$$64b^2 - 16abx + a^2x^2 + x^2 = 1$$

$$x^2(a^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 = 0$$

$$D = (16ab)^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 1) = 256a^2b^2 - 256 \cdot a^2b^2 - 256b^2 + 4a^2 + 4 = -256b^2 + 4a^2 + 4 = 0.$$

$$256b^2 = 4a^2 + 4 \Rightarrow a^2 + 4 = 64b^2$$

По аналогии

$$\begin{cases} ax + by = 8b \\ x^2 + y^2 - 24y + 144 = 16 \end{cases}$$

имеем 1 решение

$$x^2(a^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 = 0$$

$$(a^2 + 1)x^2 - 192b + 24ax - 8abx = 0$$

$$64a^2(3-b)^2 = 192 \cdot b \cdot 4(a^2 + 1)$$

$$\text{Получаем } (64b^2 - 1)(3-b)^2 = 64 \cdot 48b^3.$$

Решая уравнение получим требуемые
 a .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

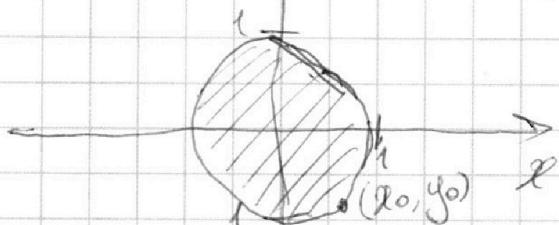
$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$y_0 = 8b - ax_0$$

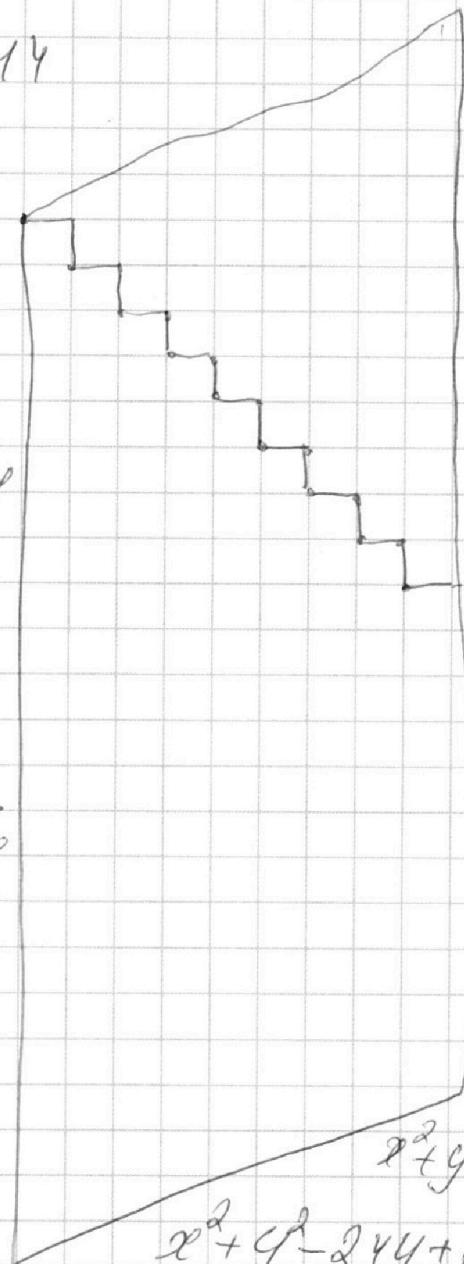
$$y = 8b - ax$$

$$64b^2 - 16abx + a^2x^2 + x^2 - 1$$

19



$$ax + y = 8b$$



$$x^2 + y^2 - 24y + 128$$

$$x^2 + y^2 - 24y + 144 - 16 \geq 0$$

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 16)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$ax - 8b + y = 0$$

$$ax + y = 8b - \text{расщепление}$$

$$\begin{cases} ax + 8b + y = 0 \\ (x^2 + (y - 12)^2 - 16) = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять ТОЛЬКО ОДИНУ задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(9x)^2 = 2(3x^2 + 3x + 1)$$

$$81x^2 = 6x^2 + 6x + 2$$

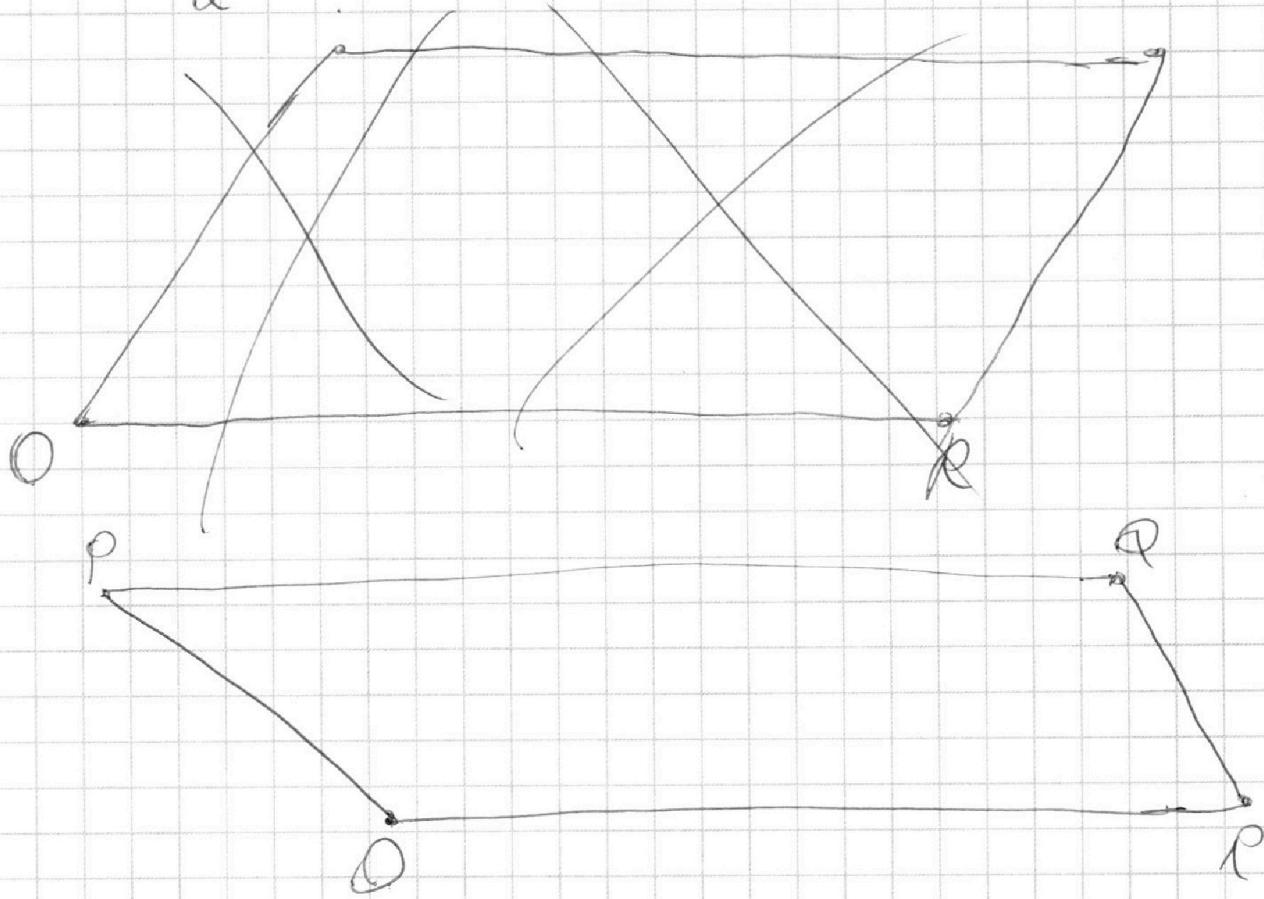
$$75x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot 75 \cdot (-2) = 36 - 4 \cdot 300 \cdot (-2) = 36 + 300 = 336$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{336}}{2}; \quad \frac{-6 \pm \sqrt{336}}{2}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{84}}{2} = -3 \pm \sqrt{21}$$

$$\frac{Q}{69} = \frac{4}{23}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} (1-2a-y)^2 &= (1-2a-y)(1-2a-y) = \\ &= (1-2a^2-y-2a+4a^2+2ay-y^2-2ay+y^2) = 0 \end{aligned}$$

$$D_1 = 36 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 36 - 24 = 12 = 1-2a-2y+y^2+4a^2+$$

$$D_2 = 9 - 4 \cdot 1 \cdot 3 < 0 \quad (1-2y+y^2) = 2a + 2ay \neq 0$$

$$y = 1-9x \quad (1-y)^2 = 2a \quad y \geq 0 \quad 1-2a \quad y \geq -a$$

$$-(3x^2 + 3x + 1) \neq 1-9x$$

$$\sqrt{a+y} - \sqrt{a} = \cancel{\sqrt{a+y}}$$

$$(a+y+a-\sqrt{a^2+ay}) = y^2 \quad \sqrt{a+y} + \sqrt{a}$$

$$(2a+y)-2\sqrt{a^2+ay}=y^2 \quad 6x^2+6x+2+2(3x^2+3x+1)$$

$$y^2-2a-y=-2\sqrt{a^2+ay}$$

$$\cdot (1-9x) + (1-9x)$$

$$a+y-a = y(\sqrt{a+y} + \sqrt{a})$$

$$\cancel{a+x+y-8b=0}$$

$$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$$

$$\sqrt{a+y} + \sqrt{a} = 1 \quad \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - \frac{6}{9} + 1} = \sqrt{\frac{241}{81} - \frac{6}{9} + 1} = \sqrt{\frac{32}{27}}$$

$$\cancel{a+y} \quad 2a+y+2\sqrt{a^2+ay}=1$$

$$(1-2a-y)^2 = (\sqrt{a^2+ay})^2 \quad 2 \cdot 2ay = 4ay$$

$$1+2a^2+y^2-4a-4y+4ay=4a^2+4ay$$

$$1+y-4a-4y-4ay=0$$

$$(y^2-2y+1) + 2(2a+2ay+y)=0$$

$$(y-1)^2 + 2(2a+2ay+y)=0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

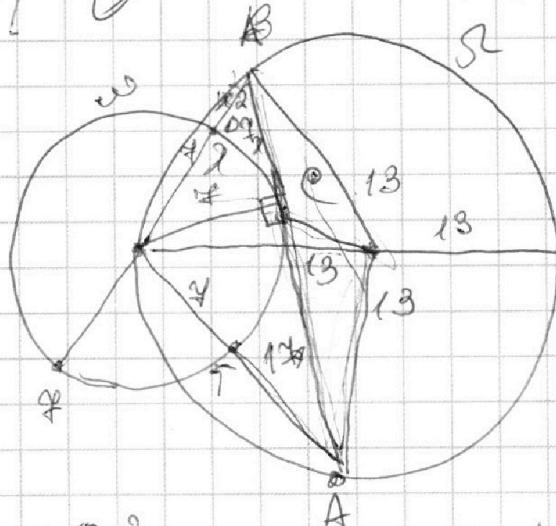
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 49x \quad \cancel{\frac{96+49}{4}} > 13 \frac{87}{32}$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} =$$

$$= (1 - 9x)^2 = 1 - 18x + 81x^2 \quad 49x^2 + 49 - 81 \Rightarrow 49x^2 = 32$$



$$49x^2 = 49 \cdot 13^2 = 49 \cdot$$

$$x = \sqrt{\frac{32}{49}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{49}} = \frac{7\sqrt{2}}{7}$$

$$(7+x)^2 = 7^2 / (7x)^2 =$$

$$= 49 + 14x + x^2 = 7^2 + 49x^2$$

$$14x + x^2 = 49x^2$$

~~$$14BD + BD^2 = 49x^2$$~~

~~$$49x^2 + 49 = (7+BD)^2$$~~

~~$$AB = 7$$~~

~~$$89 + 14BD + BD^2 =$$~~
~~$$= 49 + BD^2 + 28BD$$~~

~~$$14x = 48x^2$$~~

~~$$7x = 24x^2$$~~

~~$$7 = 24x \Rightarrow x = \frac{7}{24}$$~~

~~$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$~~

~~$$(3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1) - 2\sqrt{\dots} = 1 - 18x +$$~~
~~$$+ 81x^2$$~~

~~$$6x^2 - 3x + 3 - 2\sqrt{\dots} = 1 - 18x + 81x^2$$~~

~~$$65x^2 - 15x - 2 = 2\sqrt{\dots}$$~~

~~$$(7x)^2 + 49 = (7+x)^2$$~~

~~$$49x^2 + 49 = 49 + 7x^2 + 2x^2$$~~

~~$$42x^2 = x^4 \Rightarrow x^4 = \sqrt{42} \Rightarrow AB = 2\sqrt{42}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$64a^2(3-b)^2 = 192b \cdot 4 \cdot (a^2 + 1)$$

$$\begin{cases} a^2(3-b)^2 = 48b(a^2 + 1) \\ a^2 + 1 = 64b^2 \end{cases}$$

$$a^2 = 64b^2 - 1$$

$$(64b^2 - 1)(3-b)^2 = \cancel{192} 64 \cdot 48 b^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 24y + 144 = 16 \end{cases}$$

$$-244 + 144 = 185$$

$$245(6-4)=15$$

$$6 - \frac{4}{3} = \frac{15}{24} \Rightarrow y = 6 - \frac{15}{24} = 5\frac{9}{24} = 5\frac{3}{8}$$

$$px + qy = 8b$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \end{array} \right.$$

$$\cancel{(ax+y)^2 = 84b^2}$$

$$a^2 + 2axy + y^2 = ab^2 \quad \text{and} \quad 16abx + a^2y^2 + x^2 = 1$$

$$(a^2 - 1)x^2 + 2axy + y^2 - x^2(a^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 = 0$$

$$D = (6ab)^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 1) = 36a^2b^2 - 4a^2b^2 - 256a^2b^2$$

$$-28b^2 + 4a^2 + 4 = -25b^2 + 4a^2 + 4 \neq 0$$

$$4a^2 + 4 = 256b^2 \quad | \quad \text{Part 4} = 8b$$

$$a^2 + 1 = 64b^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 24y + 128 = 0 \\ x^2 + y^2 = 64b^2 \end{array} \right.$$

J. H. G.

$$6^2(3 - b)^2 \geq$$

192 b.4

$$(a+1)^2 - 8ab + 24ax - 8ba^2 = 0$$

~~(S)~~ 48

$$24b + 30ab - ab = 0$$

$$240 = 240 + 342 =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy + 128 = 0 \\ ax - by = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ -492 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$y = 8b - ax$$

~~$$x^2 + y^2 - 2xy = 0$$~~

$$64b^2 - a^2x^2 + x^2 - 24(8b - ax) + 128 = 0$$

$$y^2 D = 24^2 - 4 \cdot (28 - 12) = 576 - 492 = 64 - 48 = 0$$

$$y = \frac{24 \pm \sqrt{64 - 4x^2}}{2} = 8b - ax = \sqrt{1 - x^2}$$

~~$$864b^2 + a^2x^2 = 1 - x^2 + 16abx$$~~

$$(a^2 + 1)x^2 - 16abx + 64b^2 - 1 = 0$$

$$D = 256a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 1) = 256a^2b^2 - 256a^2b^2 - 280b^2$$

$$-256b^2 + 4a^2 - 1 \geq 0$$

$$-256b^2 + 4a^2 - 1 \geq 0$$

$$4a^2 - 1 \geq 256b^2$$

