



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Реш. Пусть Т.к. мы хотим сделать  $abc$  минимальным, то кресты 2 и 7 в разложениях  $a, b, c$  на прост. или.

никаких других множителей брать не будем.

Пусть  $a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1}$ ;  $b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2}$ ;  $c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3}$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in \mathbb{Z}$ .

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \geq 0$

$ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 14 \\ \beta_1 + \beta_2 \geq 10 \end{cases} \quad \& \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 17 \end{cases}$

$ac : 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_3 \geq 20 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 37 \end{cases}$

$\{abc = 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \rightarrow \min \\ \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \rightarrow \min \end{cases}$  (чтобы минимизировать  $abc$ ).

$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 14 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 20 \end{cases} \Rightarrow 2\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 \geq 51$ , а т.к.  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{Z}$ , то  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 26$  (оценка).

Возьмем  $\alpha_1 = 8$ ;  $\alpha_2 = 6$ ;  $\alpha_3 = 12$   $\begin{cases} 14 \geq 14 \\ 18 \geq 17 \\ 20 \geq 20 \end{cases}$  Удовлетворяет (пример)

$\beta_1 + \beta_3 \geq 37 \Rightarrow \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 37$  (оценка)

Пусть  $\beta_1 = 14$ ;  $\beta_2 = 0$ ;  $\beta_3 = 23$ .

$\beta_1 + \beta_2 = 14 \geq 10$ ;  $\beta_2 + \beta_3 = 23 \geq 17$ ;  $\beta_1 + \beta_3 = 37 \geq 37$ .

Удовлетворяет (пример).

$\Rightarrow abc_{\min} = 2^{26} \cdot 7^{37} = (2^8 \cdot 7^{14}) \cdot (2^6 \cdot 7^0) \cdot (2^{12} \cdot 7^{23})$   
a b c

Ответ:  $abc_{\min} = 2^{26} \cdot 7^{37}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{2}$

$$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$(a, b) \stackrel{\text{НОД}}{=} \text{НОД}(a, b)$   
 означает

Т.к.  $\frac{a}{b}$  - несократима, то  $(a, b) = 1$ , но тогда  
 и  $(a+b, b) = 1$ ,  $(a+b, a) = 1$  (совместно по алгоритму Евклида)

Но тогда и  $(a+b, ab) = 1$ , т.к.  $a+b$  не имеет общих прост. множит. ни с  $b$ , ни с  $a$ .

Пусть  $a+b = mk$

Если мы можем сократить  $\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$  на  $m$ ,  
 то  $a$  и  $b$ , и  $8ab$ .  $\therefore m$

Пусть  $a+b = mk$

$$\frac{mk}{m^2k^2-8ab}$$

$$\frac{(mk):m}{(m^2k^2-8ab):m}$$

(если можем сократить)

$$\Rightarrow 8ab : m \text{ т.к. } m^2k^2 : m$$

$$8ab : m, (a+b) : m, \text{ но } (ab, a+b) = 1 \Rightarrow 8 : m$$

$$m = 1, 2, 4 \text{ или } 8 \Rightarrow m_{\max} = 8 \text{ (оценка)}$$

Пусть  $a=4; b=4$

$$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2} = \frac{8}{16-96+16} = \frac{8}{8(-8)} = \frac{8}{8 \cdot (-8)}$$

можно сократить

Пусть  $a=1; b=7$ . ~~(1;7) = 1~~ - подходит.

$$\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab} = \frac{1+7}{(1+7)^2-8 \cdot 1 \cdot 7} = \frac{8}{8^2-8 \cdot 7} = \frac{8}{8(8-7)} = \frac{8}{8}$$

можно сократить на

(пример)

Ответ: при  $m=8$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

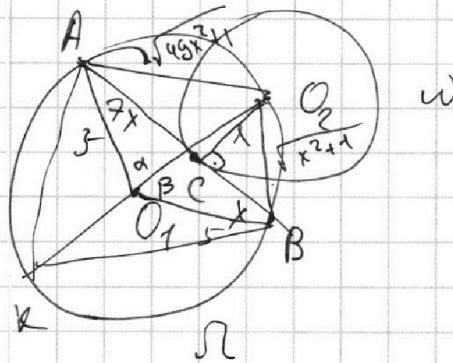
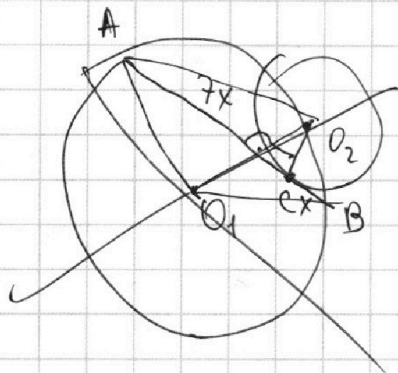
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

Найти:  $AB$



Решение:

- 1) Д.п.: отрезки  $O_1A, O_1B, O_2C, AO_2, O_2B$ .
- 2)  $O_2C$  - радиус к точке касания  $\Rightarrow O_2C \perp AB$ .
- 3) по тт Пифагора: в  $\triangle AO_2C$ :  $O_2A = \sqrt{49x^2 + 1}$   
в  $\triangle BO_2C$ :  $O_2B = \sqrt{x^2 + 1}$ .

- 4) Пусть  $\angle O_2O_1A = \alpha$ ,  
 $\angle O_2O_1B = \beta$ .

- 5) По тт синусов  $\Delta$ . Д.п.:  $O_2O_1 \cap \Omega = K$ .

По обоим тт синусов  $\Delta AKO_2$ :  $\frac{KO_2}{\sin \angle AKO_2} = 2R = 10$ .

$$\sin \angle AKO_2 = \frac{AO_2}{10} = \frac{\sqrt{49x^2 + 1}}{10}$$

Аналогично для  $\Delta O_2KB$ :  $\sin \angle O_2KB = \frac{O_2B}{10} = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{10}$

6)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Пусть  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a \geq 0$   
 $\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b \geq 0 \Rightarrow$  *линейная часть ур-ния: a - b.*

Тогда  $a^2 = 2x^2 - 5x + 3$   
 $b^2 = 2x^2 + 2x + 1$

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x$$

$$\Rightarrow a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b)$$

$$(a - b) - (a - b)(a + b) = 0$$

$$(a - b)(1 - a - b) = 0$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0$$

$$\begin{cases} a - b = 0 \\ a + b - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ a + b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 \end{cases}$$

$$1) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

на ОДЗ:  $2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$

$$2 - 7x = 0$$

$$7x = 2; \boxed{x = \frac{2}{7}} \in \text{ОДЗ}, \text{ т.к. } \frac{2}{7} < 1,5$$

$$2) \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 \quad | \quad b^2$$

$$2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 5x + 3)} + 2x^2 - 5x + 3 = 1$$

$$2\sqrt{(2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 5x + 3)} = 1 - 4x^2 + 3x - 3 - 1$$

$$2\sqrt{(2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 5x + 3)} = -4x^2 + 3x - 3$$

$$\begin{cases} -4x^2 + 3x - 3 \geq 0; \quad D = 9 - 48 = -39 < 0 \Rightarrow \text{Корней нет} \\ 4(2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 5x + 3) = (-4x^2 + 3x - 3)^2 \end{cases}$$

решений нет.  $x \in \emptyset \Rightarrow$  корней нет.  
 $a + b = 1$  нет.

**Ответ**

**Ответ:  $x = \frac{2}{7}$**

ОДЗ:  $\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases}$   
 $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$   
 $D = 25 - 24 = 1$   
 $x_1 = 2; x_2 = 1,5$   
 $x \in (-\infty; 1,5] \cup [2; +\infty)$   
 $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$   
 $D = 4 - 8 = -4 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$   
 $x \in (-\infty; 1,5] \cup [2; +\infty)$   
 $x \in \mathbb{R}$   
 ОДЗ:  $x \in (-\infty; 1,5] \cup [2; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



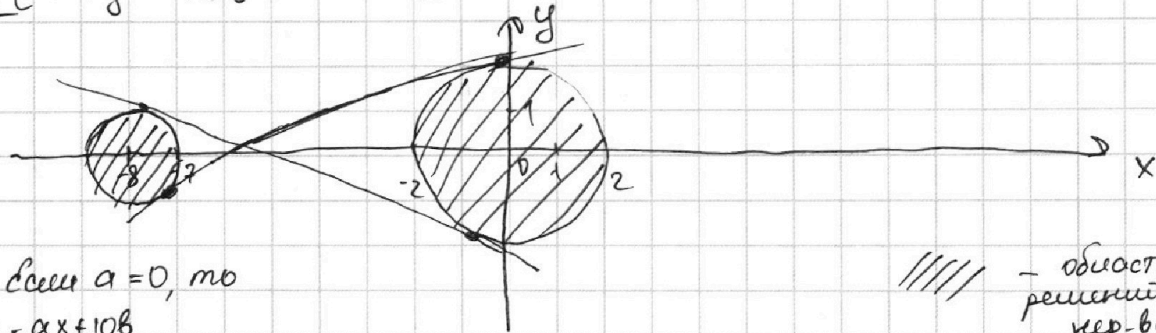
№6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, & \Rightarrow y = ax + 10b \\ ((x+b)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \end{cases}$$

$$(x+b)^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$\begin{cases} (x+b)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \\ (x+b)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+b)^2 + y^2 \leq 1 & \leftarrow \text{внутри окр.} \\ x^2 + y^2 \geq 4 & \leftarrow \text{за окр.} \\ (x+b)^2 + y^2 \geq 1 & \leftarrow \text{за окр.} \\ x^2 + y^2 \leq 4 & \leftarrow \text{внутри окр.} \end{cases}$$



Если  $a = 0$ , то

$$y = ax + 10b$$

$y = 10b$  - горизонт. прямая,

имеет с о. имеет с окр. или 0, или 1, или бескон. много общих точек (в случае касания) кругами

Если наша прямая касается окр., то она должна касаться обеих окр., что невозможно

Если  $a \neq 0$ , то  $y = ax + 10b$  - наклонная прямая. Аналогично имеет 0, или 1 (в случае касания), или 2 общие точки с кругами.

Нужно 2 общие точки  $\Rightarrow 2 = 1 + 1$  - должна касаться обеих окр.

Если прямая касается окр., то подставив  $y = ax + 10b$  в уравнение окр., должны получить один корень (т.е.  $D = 0$ )

~~у нас~~

$\Rightarrow$  Нам нужно найти такие  $a$ , что найдётся к нему такое  $b$ , что оба дискриминанта будут равны 0.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 (продолжение)

I 
$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ (x+b)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$(x+b)^2 + (ax+10b)^2 = 1$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$(a^2+1)x^2 + x(20ab+16) + 100b^2 + 63 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 4(a^2+1)(100b^2+63) = 0 \quad | :4$$

$$100a^2b^2 + 160ab + 64 - (a^2+1)(100b^2+63) = 0$$

$$100a^2b^2 + 160ab + 64 - 100a^2b^2 - 63a^2 - 100b^2 - 63 = 0$$

$$160ab - 63a^2 - 100b^2 + 1 = 0$$

$$D = (160a)^2 - 4 \cdot (-100) \cdot (-63a^2 + 1) \geq 0$$

$$25600a^2 - 25200a^2 + 400 \geq 0$$

25600

$$100a^2 - 4 \cdot (-100) \cdot (-63a^2 + 1) \geq 0 \quad | :100$$

$$a^2 - 25 \cdot (63a^2 + 1) \geq 0$$

$$1600a^2 - 1575a^2 - 25 \geq 0$$

$$25a^2 \geq 25$$

$$a^2 \geq 1$$

$$a \in [-1, 1], \text{ но } a \neq 0$$

$$\Rightarrow a \in [-1, 0) \cup (0, 1]$$

$$a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

II 
$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$x^2 + (ax+10b)^2 = 4$$

$$(a^2+1)x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2+1) = 0 \quad | :4$$

$$100a^2b^2 - (25b^2 - 1)(a^2+1) = 0$$

$$100a^2b^2 - 25a^2b^2 - (25b^2 - 1)(a^2+1) = 0$$

$$75a^2b^2 - (25b^2 - 1)(a^2+1) = 0$$

$$75a^2b^2 - 25b^2a^2 - 25b^2 + a^2 - 1 = 0$$

$$50a^2b^2 - 25b^2 + a^2 - 1 = 0$$

$$25b^2 = a^2 - 1$$

$$b^2 = \frac{a^2 - 1}{25}$$

Найдется  $b$ , удовлетворяющее

условию, только если

$$a^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow a \in [-1, 1]$$

но так как  $a \neq 0$ , то  $a \in [-1, 0) \cup (0, 1]$

$$a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$a \in [-1, 0) \cup (0, 1]$$

$$a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$a \in [-1, 0) \cup (0, 1]$$

$$a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$a \in [-1, 0) \cup (0, 1]$$

$$a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

Осталось понять, при каких  $a$  и второе уравнение совпадают. Если этого не хватает, то для  $a \in [-1, 0) \cup (0, 1]$  уравнение обратится в нуль.

используем  $b$  из первого уравнения  $b^2 = \frac{a^2 - 1}{25}$ ,  $b = \pm \sqrt{\frac{a^2 - 1}{25}} = \pm \frac{\sqrt{a^2 - 1}}{5}$  в I ур-не.

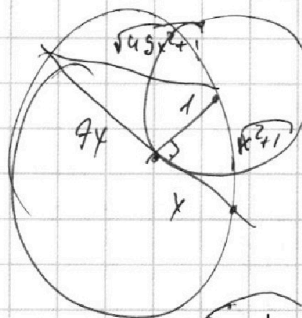
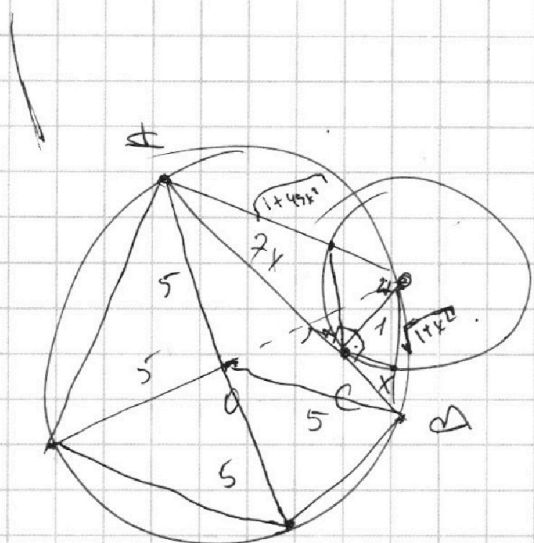
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

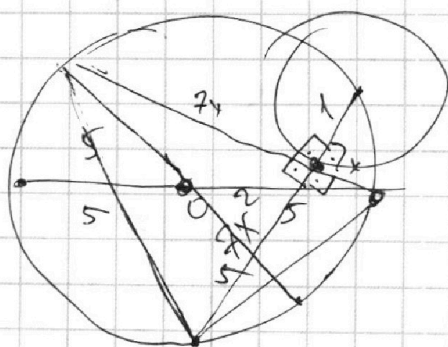
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2 \cdot 50x^2 -$$

$$(\sqrt{49x^2 + 1} - 1)$$

$$7x^2 = 1 \cdot 7x^2$$



$$49x^4 + 49x^2$$

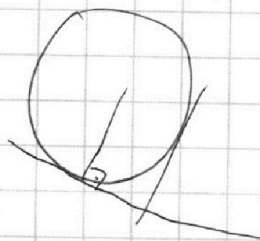
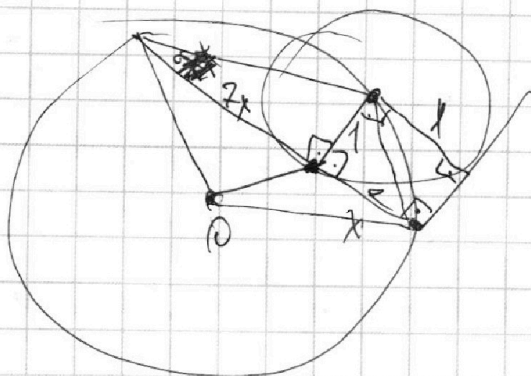
$$49x^4 + x^2$$

$$50 - 14x^2 \cos \alpha$$

$$49x^4 + 49x^2 + 49x^4 + x^2 - 2 \cdot 7x \cdot \sqrt{x^2 + 1} \cdot x \sqrt{49x^2 + 1}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos^2 \alpha =$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Проверит  
на шагр.ур

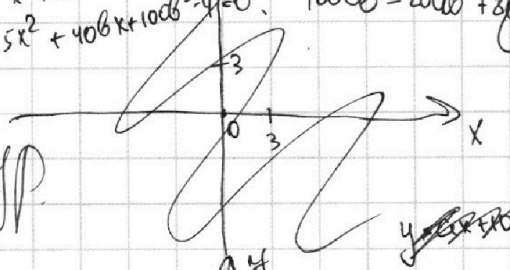
$$y = 2x + 10b$$

$$x^2 + 4x^2 + 40bx + 100b^2 = 4$$

$$5x^2 + 40bx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

$$1600b - 2000b^2 + 80 = a^2 - 25b^2 + 1 = 0$$



$$25b^2 - 1$$

$$25b^2 = a^2 - 1$$

$$b^2 = \frac{a^2 - 1}{25}$$

$$a^2 \geq 1$$

$$-4(a^2 - 1) + 1600ab - 1600b^2 + 16 = 0$$

$$-67a^2 + 32a\sqrt{a^2 - 1} + 5 = 0$$

$$\sqrt{a^2 - 1} = t$$

$$t^2 + 1 = a^2 \quad a = \sqrt{t^2 + 1}$$

$$-67(t^2 + 1) + \sqrt{t^2 + 1} \cdot t + 5 = 0$$

$$-252a^2 + 6400ab + 4 - 400b^2 = 0$$

$$63a^2 - 160a\sqrt{\frac{a^2 - 1}{25}} - 1 + 100b^2 = 0$$

$$67a^2 - 32a\sqrt{a^2 - 1} - 5 = 0$$

$$67a^2 = 32a\sqrt{a^2 - 1} + 5$$

$$32a\sqrt{a^2 - 1} + 5 \geq 0$$

$$\frac{1}{1575} \times \frac{63}{25} = \frac{315}{1575}$$

$$\frac{315}{1575} = \frac{1}{5}$$

$$32a\sqrt{a^2 - 1} = 67a^2 - 5$$

$$32^2 a^2 (a^2 - 1) = 67^2 a^4 - 670a^2 + 25$$

$$32^2 a^4 - 32^2 a^2 = 3465a^4 + 354a^2 + 25$$

$$\frac{12 - 4y}{67} \times \frac{67}{67} = \frac{469}{402}$$

$$\frac{469}{402} \times \frac{402}{402} = \frac{402}{402}$$

$$4489 \sqrt{1024} = 3465$$

$$32 \times 32 = 1024$$

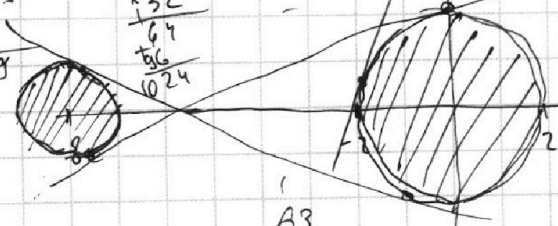
$$670 + 1024 = 354$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 + (ax + 10b)^2 = 4$$

$$(a^2 + 1)x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 0$$



$$(x+b)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$(x+b)^2 +$$

$$\frac{63}{252}$$

$$y = ax + 10b$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1 = 0$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (20ab + 16)x + 100b^2 + 63 = 0$$

$$D_1 = 400a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(100b^2 - 4)$$

$$D_2 = 400a^2b^2 + 6400ab + 256 - 4(a^2 + 1)(100b^2 + 63)$$

$$D_1 = 400a^2b^2 - 4(100a^2b^2 - 4a^2 + 100b^2 - 4) = 16a^2 - 400b^2 + 16$$

$$D_2 = 6400ab + 256 - 4(252a^2 - 400b^2 - 252 + 6400ab + 4 - 400b^2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$(a;b) = \epsilon$$

$$(a+b; ab) \neq K$$

$$(a+b; ab) = \dots$$

$$a(1-b) + b(1-a) + a$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(135^\circ) = \cos(90^\circ+45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

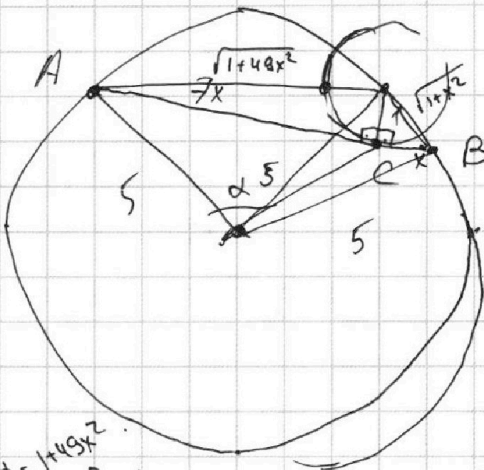
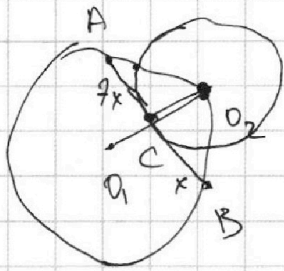
$$a+b = mK$$

$$\frac{mK}{m^2K^2-8ab}$$

$$8ab : m$$

$$ab : m$$

$$8 : m$$



$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$4x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 4x^3 - 10x^2 + 6x - 2.5x^3 = 5^2 - 2.25 \cos^2\alpha = 1 + 49x^2$$

$$50 - 50 \cos^2\alpha = 1 + 49x^2$$

$$49x^2 - 49 = -50 \cos^2\alpha$$

$$50 \cos^2\alpha = 49 - 49x^2$$

$$\cos^2\alpha = \frac{49}{50} - \frac{49}{50}x^2$$

$$\cos\alpha = \frac{49}{50} - \frac{49}{50}x^2$$

$$50 - 50 \cos^2\beta = 1 + x^2$$

$$50 \cos^2\beta = 49 - x^2$$

$$\cos\beta = \frac{49}{50} - \frac{x^2}{50} = \frac{49}{50} - \frac{1}{50}x^2$$

$$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{49^2}{50^2} + 2 \cdot \frac{49}{50}x^2 - \frac{1}{50^2}x^4}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{49^2}{50^2} + \frac{49}{25}x^2 - \frac{1}{50^2}x^4}$$

$$\sin\alpha = 1 - \frac{49^2}{50^2} + 2 \cdot \frac{49}{50}x^2 - \frac{49^2}{50^2}x^4$$

$$= 1 - \frac{49^2}{50^2} + \frac{49}{25}x^2 - \frac{49^2}{50^2}x^4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1}$$

$$b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2}$$

$$c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3}$$

$$abc = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot k$$

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 14 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \geq 10 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 17 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 37 \end{cases}$$

$$2\beta_1 + 2\beta_2 + 2\beta_3 \geq 64$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 32$$

$$2\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 \geq 51$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 26$$

$$\begin{cases} \beta_3 - \beta_1 \geq 7 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 37 \end{cases}$$

$$2\beta_3 \geq 44$$

$$\beta_3 \geq 22$$

~~$$\beta_3 \geq 22$$~~

~~$$\beta_1 - \beta_2 \geq 20$$~~

$$abc_{\min} = 2^{26} \cdot 7^{32}$$

~~$$a = 2^{10}$$~~
~~$$b = 2^{10} \cdot 6$$~~
~~$$c = 2^{10}$$~~

~~$$a = 2^{20}$$~~
~~$$b = 2^{17}$$~~
~~$$c = 2^4$$~~

$$a = 2$$

226

~~$$c = 2^{12}$$~~
~~$$a = 2^8$$~~

$$b = 26$$

н.ч.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

~~$$a - 2\sqrt{ab} + b = 2a^2 - 2ab + b^2$$~~

~~$$a - b = a^2 - b^2$$~~

~~$$(a - b)(a + b) = a - b$$~~

~~$$\frac{(\sqrt{49x^2 + 1} - 1)(\sqrt{49x^2 + 1} + 1)}{49x^2}$$~~

