



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! \cdot (1 + n + n \cdot (n+1)) = (n-1)! \cdot$$

$$(1 + n + n^2 + n) = (n-1)! \cdot (n^2 + 2n + 1) = (n-1)! \cdot (n+1)^2$$

$$289 = 17^2.$$

$$(n-1)! \cdot (n+1)^2 : 17^2$$

Если $(n+1)^2 : 17$, то значит ~~это~~ это число сразу делится и на 289.

То есть возможны 2 случая, разберем оба случая:

1). $(n-1)! : 17^2$.

Значит в числе $(n-1)!$ должны присутствовать хотя бы два множителя кратных 17. Минимальные их значения 17 и 34.

Тогда $n-1 \geq 34$, то есть $n \geq 35$. В этом случае мы

получим, что $n_{\min} = 35$

2) $(n+1)^2 : 17^2$, то есть $n+1 : 17$.

$n+1 \geq 17$, тогда $n \geq 16$. В этом случае мы получим,

что $n_{\min} = 16$.

Возможно, что и $(n-1)!$, и $(n+1)^2 : 17$, но тогда n - точно не будет принимать минимально возможное значение.

$$n_{\min} = 16. \quad (\text{т.к. } 16 < 35)$$

Ответ: 16.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть изначально нам даны такие 7 последовательных натуральных чисел: $x-3$; $x-2$; $x-1$; x ; $x+1$; $x+2$; $x+3$

$$(x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 9 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 28 - 28 = N^5$$

$$7x^2 = N^5$$

$$N : 7.$$

N не может равняться 7, т.к. N должно быть > 8 .

Тогда N имеет еще какие-то множители.

$$\text{Пусть } N = 7 \cdot K. \text{ (где } K \geq 2)$$

$$7x^2 = 7^5 \cdot K^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot K^5 \Rightarrow x = 7^2 \cdot \sqrt{K^5}$$

x — натуральное число, значит и $\sqrt{K^5}$ — натуральное число.

Тогда K квадрат какого-то натурального числа.

Чтобы N было min, тогда и x должно быть min $\Rightarrow K$ должно быть min, то есть $K = \overset{2^2=4}{4}$. (т.к. K не может равняться 1).

$$\cancel{N_{\min} = 7 \cdot K = 7 \cdot 1 = 7} \quad N_{\min} = 7 \cdot K = 7 \cdot 4 = 28.$$

Ответ: 28.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-x-2}+5| \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1| + |6-x| \quad D(x): x^2-x-2 \geq 0$$

$$(x-2)(x+1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [2; \infty)$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{x^2-x-2} + 5$$

$$\text{Пусть } b = \sqrt{x^2-x-2} + x - 1$$

$$|a| \geq |b| + |a-b|$$

$$|a| - |b| \geq |a-b| \quad (\text{обе части неравенства } \geq 0 \text{ значит можно возвести в квадрат})$$

$$|a|^2 - 2|a||b| + |b|^2 \geq a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - 2|a||b| + b^2 \geq a^2 - 2ab + b^2$$

$$ab \geq |a||b| \quad (\text{может выполняться только равенство})$$

$$ab \geq 0.$$

$$(\sqrt{x^2-x-2}+5)(\sqrt{x^2-x-2}+x-1) \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-x-2}+5 > 0.$$

$$\text{Значит и } \sqrt{x^2-x-2}+x-1 \geq 0.$$

$$f(x) = \sqrt{x^2-x-2}$$

$$g(x) = x-1$$

$$f(x) + g(x) \geq 0.$$

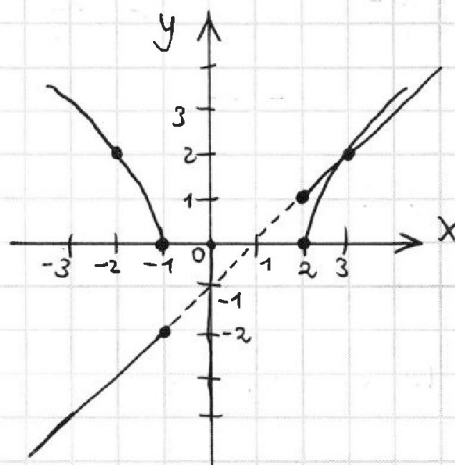
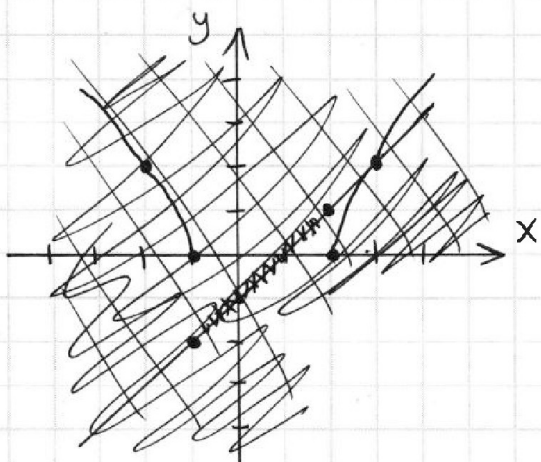


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



При $x \in [2; \infty)$ $f(x) + g(x) > 0$.

При $x \in (-\infty; -1]$ $f(x) + g(x) < 0$

~~Ответ: $[-1; 2]$.~~

Получается, что первые два модуля раскрываются с плюсом

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + |6 - x|$$

$$6 - x \geq |6 - x|$$

$$6 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 6.$$

Ответ: $[2; 6]$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~23 · 2^x + 2025 = y^2~~

$$2025 = 45^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

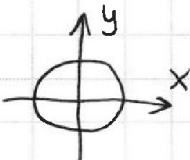
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2$$

это окружность с радиусом $|a|$



1) Если $a \geq 0$, то $y^2 - 4y - a$ принимает max значение, когда

$$y = -a.$$

$$a^2 + 4a - a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} \quad (\text{т.к. } a \geq 0).$$

2) Если $a < 0$, то $y^2 - 4y - a$ принимает max значение, когда

$$y = a.$$

$$a^2 - 4a - a = 6$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0.$$

$$a = -1 \text{ или } a = 6$$

$$a = -1 \quad (\text{т.к. } a < 0)$$

$$\text{Ответ: } -1; \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

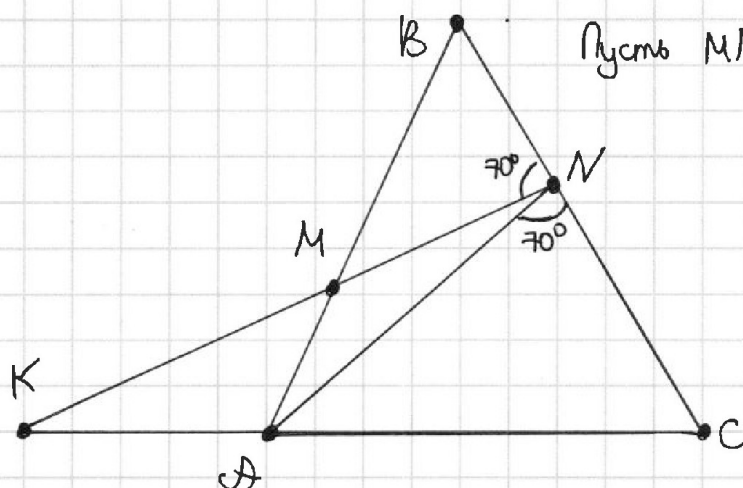
7
☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продлим NM до пересечения с AC . Прямая NM точно пересекает AC , т.к. иначе бы не выполнялось равенство $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.
Потому что при $NM \parallel AC$ выполняется равенство $BN \cdot MA = BM \cdot NC$.
Тогда возможны 2 случая, разберем оба случая:

1). Прямая NM пересекает прямую AC за точкой A .



Пусть $MN \cap AC$ в точке K

$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{AK}{KC} = 1 \quad \text{по теореме Менелая}$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \quad \text{из условия}$$

$$\frac{NC}{BN} = \frac{MA}{2BM}$$

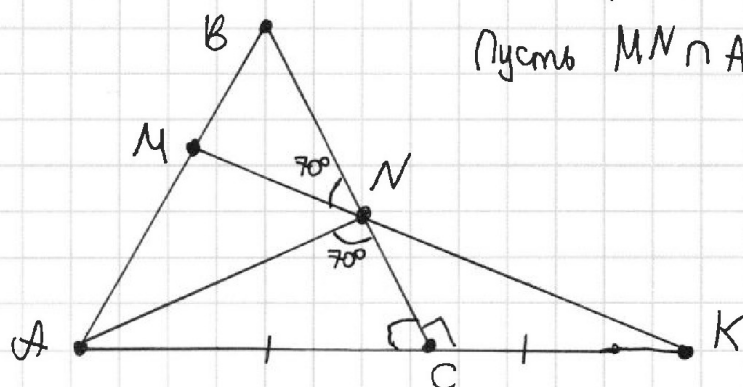
$$\frac{MA}{2BM} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{AK}{KC} = 2 \Rightarrow AK = 2KC$$

Такое невозможно, т.к. $KC > AK$.

Противоречие. Значит этот случай невозможен.

2). Прямая NM пересекает прямую AC за точкой C .



Пусть $MN \cap AC$ в точке K .

$$\frac{MA}{BM} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CK}{AK} = 1 \quad \text{по теореме Менелая}$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \quad \text{из условия}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{MA}{BM} \cdot \frac{2BM}{MA} \cdot \frac{CK}{AK} = 1$$

$$\frac{CK}{AK} = \frac{1}{2} \Rightarrow AK = 2CK.$$

$AC = CK \Rightarrow NC$ — медиана в треугольнике ANK .

$\angle MNB = \angle CNK$ — вертикальные углы

$\angle CNK = \angle MNB = \angle ANC \Rightarrow NC$ — биссектриса в треугольнике ANK

NC — медиана и биссектриса в треугольнике $ANK \Rightarrow \triangle ANK$ — равнобедренный по признаку.

NC — высота в треугольнике ANK — по свойству равнобедренного треугольника.

$$\downarrow$$
$$\angle NCA = 90^\circ$$

$$\angle CAN = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ \text{ — по сумме углов в треугольнике.}$$

Ответ: 20°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

4 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть изначально нам дали такие 7 последовательных натуральных чисел: $x-3$; $x-2$; $x-1$; x ; $x+1$; $x+2$; $x+3$

$$(x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 9 + 4 + 1 + 9 + 4 + 2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 28 - 28 = N^5$$

$$7x^2 = N^5 \quad 49.$$

$$N : 7.$$

Нам нужно найти наименьшее возможное значение N , значит

число N имеет только один простой множитель, не считая

7. Т.к. если не имеет, то $N=7$ (а N должно быть больше 7).

То есть если N не имеет кроме 7 простых множителей,

то $N = 49$ или 289 или ... (7^K , где K натуральное число > 1).

Пусть $N = 7 \cdot p$. (где p - какой-то ~~другой~~ множитель)

$$7x^2 = 7^5 \cdot p^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot p^5 \Rightarrow x = 7^2 \cdot \sqrt{p^5}$$

x - натуральное число, тогда $\sqrt{p^5}$ тоже должно быть натуральным числом



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|A| \geq |5| + |A-5|$$

$$A^2 + 5^2 - 2|A||5| \geq A^2 + 5^2 - 2A5$$

$$2A5 \geq |A||5|$$

$$A5 \geq 0.$$

$$\sqrt{\dots + 5} (\sqrt{\dots + 5} - 1) \geq 0$$

$$\sqrt{18+5} \geq \sqrt{18+4+1}$$

$$\sqrt{88+5} \geq \sqrt{88+9+4}$$

$$100-10$$

$$\sqrt{88+5} \geq \sqrt{88+9+4}$$

$$\sqrt{28+5} \geq \sqrt{28+5+0}$$

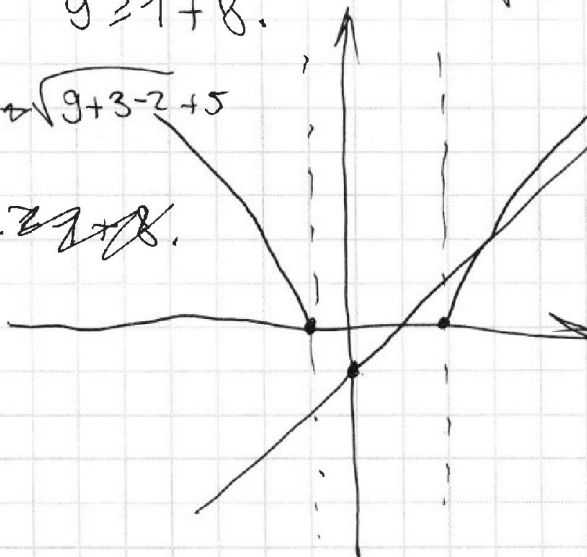
$$\sqrt{\dots + 5} \geq \sqrt{\dots + 5 + 1}$$

$$\sqrt{49+7-2+5} \geq \sqrt{\dots + 6+1}$$

$$9 \geq 1+8.$$

$$\sqrt{9+3-2+5}$$

$$7 \geq 2+8.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть изначально даны числа:

$x-3 \quad x-2 \quad x-1 \quad x \quad x+1 \quad x+2$

$$23 \cdot 2x = y^2 - 2025$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

y ост 1 или 22 при : 23.

$$|A| \geq |b| + |A-b|$$

$$|A| - |b| \geq |A-b|$$

$$A^2 - 2|A||b| + b^2 \geq A^2 + b^2 - 2Ab$$

$$Ab \geq |A||b|$$

$$Ab \geq 0.$$

$$(\sqrt{x^2-x-2}+5)(\sqrt{x^2-x-2}+x-1) \geq 0.$$

$$\sqrt{x^2-x-2}+x-1 \geq 0.$$

$$\sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x$$

$$x^2-x-2 = 1-x$$

$$x^2-x-3 = 0$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

$$x^2-x-2 = 1+x^2-2x$$

$$x = 3.$$

$$25+5-2$$

$$|\sqrt{28}| < |-5|$$

$$2\sqrt{9+3-2}$$

$$|\sqrt{10}| < |-4|$$

$$\sqrt{28}+5 \geq |\sqrt{28}-6|+11$$

$$\sqrt{28}+5 \geq 6-\sqrt{28}+11$$

$$x+3 \cdot \sqrt{28}+5 \leq 17-\sqrt{28}$$

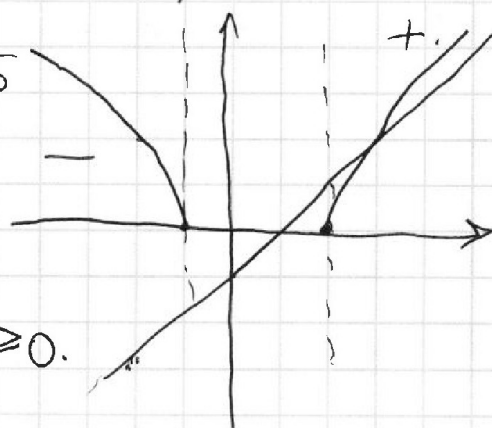
$$2\sqrt{28} \leq 12.5.$$

$$10 \leq 10.2 \leq 11$$

$$5+\sqrt{28} \geq 17-\sqrt{28}$$

$$\sqrt{28}+5 \geq \sqrt{28}+6+11$$

$$2\sqrt{28} \geq 0.$$



$$\sqrt{x^2-x-2} = 1-x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

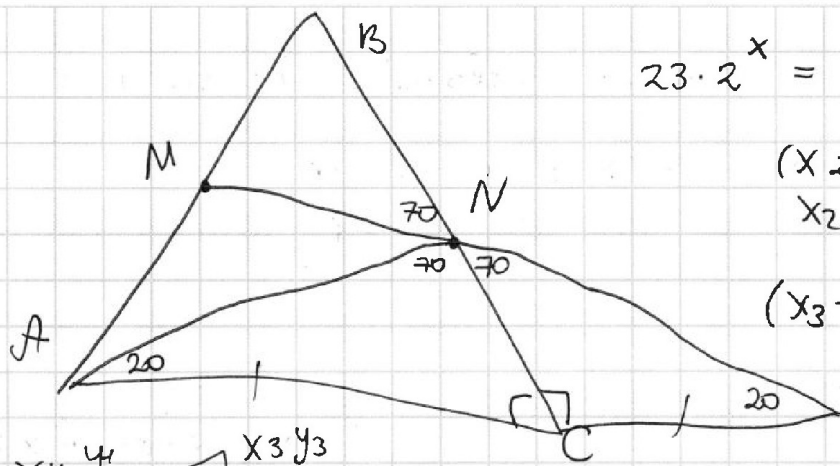
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 25$$

$x_2 - x_3$ $y_2 - y_3$

$$(x_3 - x_1)(x_2 - x_1 - x_3)$$

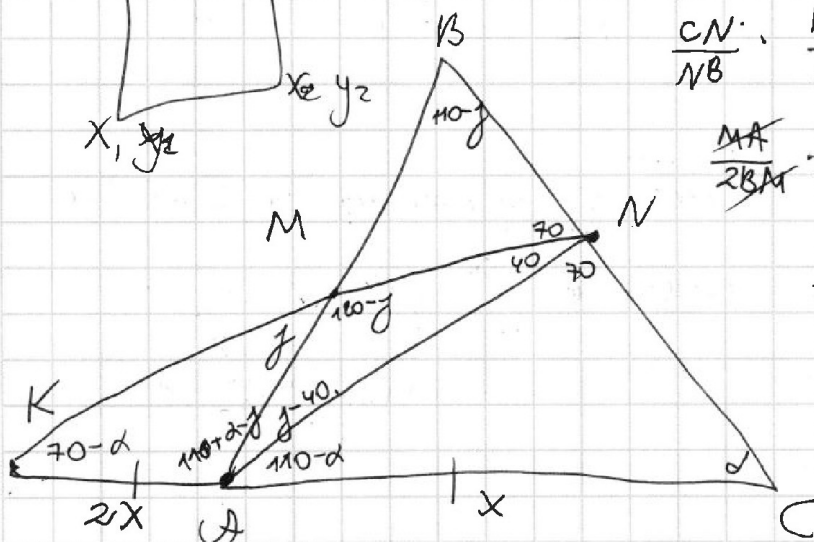
$$x^2 + y^2 = a^2$$
$$y^2 - 4y - a$$

$$\frac{CN}{NB} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{MA}{2BA} \cdot \frac{BA}{AM} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{2}{2} \cdot 2$$

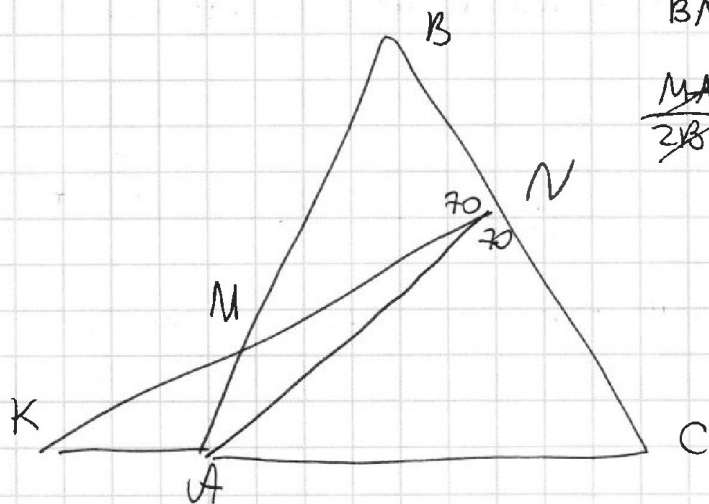
$$AK = 2KC$$



$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{MA}{2BM} \cdot \frac{BA}{MA} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{AK}{KC} = 2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1} \quad (n-1)! + n! + (n+1)! : 289 \quad \begin{array}{r} 17 \\ 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -17 \\ 119 \\ -119 \\ 0 \end{array}$$

$$289 = 17^2$$

$$n! + \frac{n!}{n} + n! \cdot n : 17.$$

$$(n-1)! (1+n+n^2+n) =$$

$$n! (n + \frac{1}{n} + 1) : 17$$

$$= (n-1)! (1+2n+n^2) = (n-1)! (n+1)^2 : 289$$

$$n-1 : 17$$

$$n+1 : 17.$$

$$n+1 \geq 17$$

$$n \geq 16 \quad \underline{\min 16}$$

$$\frac{n^2+n+1}{n} : 17.$$

$\sqrt{4} \cdot 3.$

$$N > 8(x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + (x)^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 18 + 8 + 2 = N^5$$

$$7x^2 + 28 = N^5$$

$$7(x^2+4) = N^5$$

$$N : 7. \quad N=7:$$

$$7x^2 = N^5$$

$$7 \cdot 49^2 = 7^5$$

$$N=7.$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 49 \\ 3 \cdot 49 \\ 441 \\ 196 \\ 2401 \\ 2394 \\ 7 \end{array}$$

$\sqrt{3}.$

$$|\sqrt{x^2-x-2}+5| \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1| + |6-x|$$

A B

$$|A| \geq |B| + |A-B|$$

$$|A|-|B| \geq |A-B|$$

$$A^2 - 2|A||B| + B^2 \geq A^2 + B^2 - 2AB$$

$$2|A||B| \leq 2AB$$

$$|A||B| \leq AB.$$

$$\underline{AB \geq 0.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sqrt{x^2-x-2}+5)(\sqrt{x^2-x-2}+x-1) \geq 0.$$

$$\sqrt{(x-2)(x+1)} \geq 0 \quad x \geq 2 \text{ или } x \leq -1$$

$$\sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x$$

Если $x < 1$:

$$x^2-x-2 \geq 1-2x+x^2$$

$x \geq 3$. кет рен.

Если $x \geq 1$

$$x^2-x-2 \leq 1-2x+x^2$$

$$x \leq 3.$$

$$1 \leq x \leq 3$$

$$x \in [2; 3].$$

$$x-1$$

$$\sqrt{7}$$

$$BM \cdot NC = BN \cdot AM$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC.$$

$$\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC}.$$

$$\frac{BM}{AM+MB} = \frac{BN}{BN+NC}$$

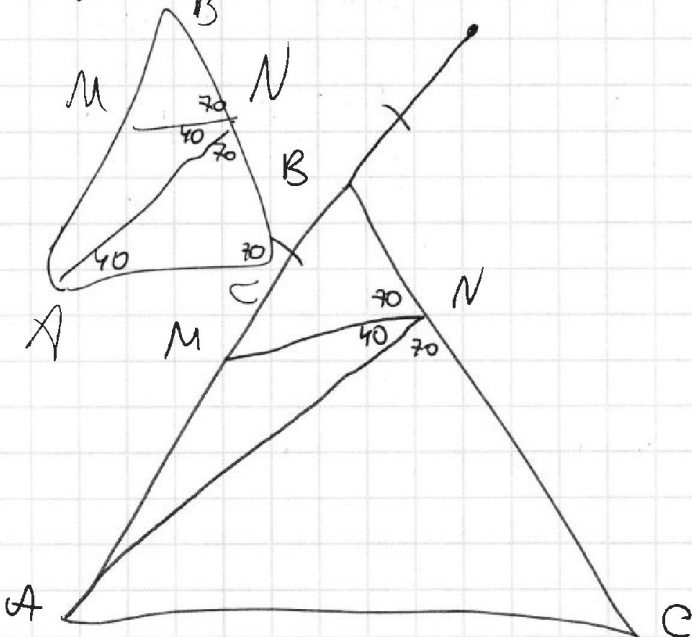
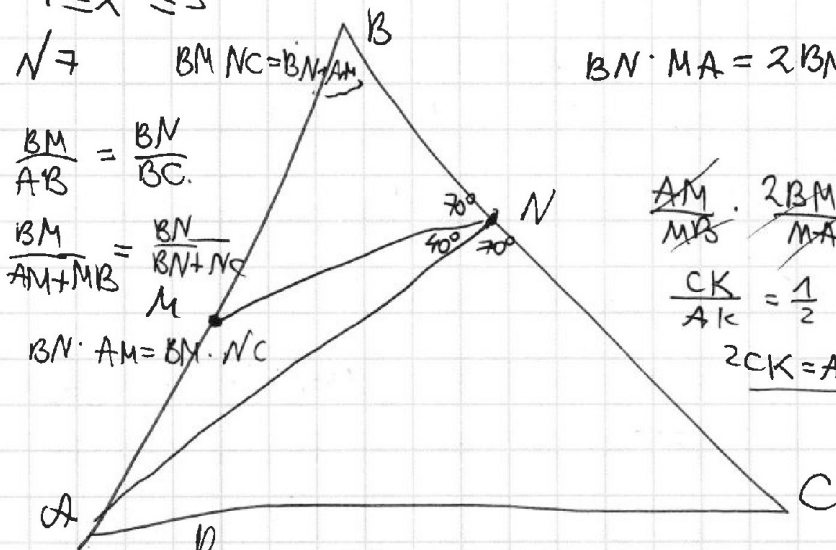
$$BN \cdot AM = BN \cdot NC$$

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{2BM}{MA} \cdot \frac{CK}{AK} = 1$$

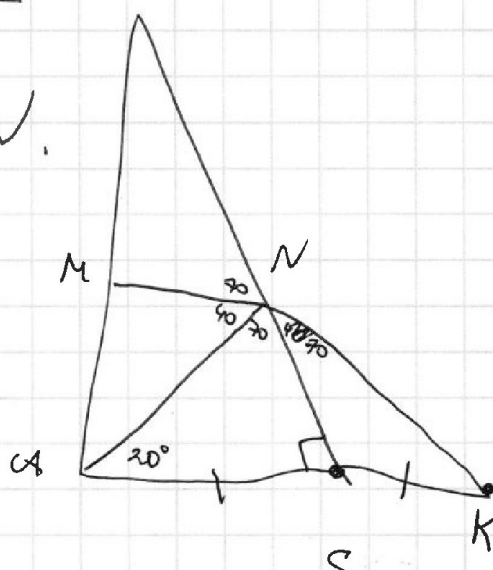
$$\frac{CK}{AK} = \frac{1}{2}$$

$$2CK = AK \quad \frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CK}{AK} = 1.$$

$$\frac{AN}{NK} = \frac{AC}{CK}$$



V.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

y окр 1 или 22

$$y = 23 + 1.$$

$$23 \cdot 2^x = (2K-44)(23K+46)$$

$$\angle MNB = \angle CNK \quad y-45 = 23 \cdot 2^x$$

$$y+45 = 2K$$

$$2^x = (23K-44)(K+2)$$

$$23K^2 + 2K - 88 - 2^x = 0$$

наименьшее

$$D = 4 + 4(88 + 2^x) \cdot 23 = 4(1 + 23 \cdot 88 + 23 \cdot 2^x)$$

$$y = 23K + 22$$

$$23 \cdot 2^x = (23K-23)(23K+67)$$

$$2^x = (K-1)(23K+67)$$

$$2^x = 23K^2 + 44K - 67.$$

$$23K^2 + 44K - 67 - 2^x = 0$$

$$D = 44^2 + 4 \cdot 23 \cdot (67 + 2^x)$$

$$D = 4 \cdot (22^2 + 23 \cdot 67 + 23 \cdot 2^x)$$

$$7^5 \cdot K^5$$

$$7x^2 = N^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot K^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot K^5$$

$$x = 7^2 \cdot \sqrt{K^5}$$

$$K \text{ простое } x = 7^2 \cdot \sqrt{K^5} = 7^2 \cdot K^2 \cdot \sqrt{K}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 45} \\ - 180 \\ \hline 225 \\ - 225 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$y-45 = 2^{23}$$

$$y+45 = 2^K$$

$$\frac{MA}{BN} \cdot \frac{2BM}{MA} \cdot \frac{CK}{AK} = 1.$$

$$\frac{N!}{(n-1)!} (1+n+n^2+n) =$$

$$= (n-1)! (n+1)^2 : 289$$

$$1) \text{ min } 3 \text{ кол } n+1=17 : 17$$

$$n+1=17$$

$$n=16$$

$$2) \frac{17 \cdot 34}{n+1} = 34$$

$$n=35$$

$$N > 8.$$

$$N/2.$$

$$(x-3)^2 + (x-2)^2 + \dots + x^2 + \dots + (x+3)^2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 48x + 82 - 28$$

$$7x^2 = N^5$$

$$7^2 \cdot \sqrt{2^{10}}$$

$$2^5 \cdot 7 = x$$

$$N = 7x^2 = 7 \cdot 7^2 \cdot 2^5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2 \text{ с прож. } a.$$

$$y^2 - 4y - a = 6.$$

$$y^2 - 4y - a = 6.$$

$$\max y = a$$

$$a < 0.$$

$$a^2 - 4a - a = 6$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0.$$

$$D = 25 + 24 = 49.$$

$$a = \frac{5 \pm 7}{2} = 5,5.$$

$$\frac{-1}{-1} a \geq 0.$$

$$(-a)^2 + 4a - a = 6.$$

$$a^2 + 3a = 6.$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$y^2 - 4y - 20 = 6.$$

$$(y - 4y + 4) (y - 2)^2 = 0.$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ - 875 \\ \hline 1150 \\ - 1150 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3^4 \cdot 5^2$$

$$23 \cdot 2^x + 3^4 \cdot 5^2 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 3^2 \cdot 5)(y + 3^2 \cdot 5)$$

$$23 \cdot 2^x = y + 45 : 23.$$

$$y = 45 : 23$$



$$\min y = -a$$

$$a^2 - 4a - a = 6$$

$$a = -1 \text{ or } 6.$$

$$a^2 + 4a - a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$a < 0.$$

$$a^2 - 4a - a = 6$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0$$

$$a = -1 \text{ or } 6$$

$$\text{Если } a \geq 0.$$

$$y^2 + 4$$

$$a^2 + 4a - a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0.$$

$$D = 9 + 24 = 33.$$

$$D = 16 + 4a + 24 = 40 + 4a = 4(10 + a) \geq 0.$$

$$36 - 6 \cdot 4 - a = 6.$$

$$y^2 - 4y - a$$

$$y^2 + 4y$$

$$|a|^2 + 4|a| - a = 6.$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_2)^2 = 25$$

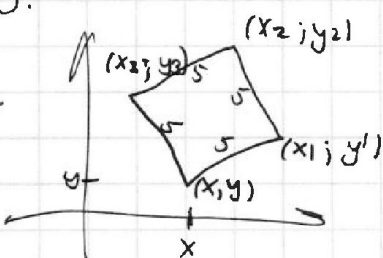
$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 = 25$$

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 25$$

$$(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 = 25$$

$$\neq (x - x_2)(2x_1 + x - x_2)$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$



$$x \text{ цел.}$$

$$y \text{ цел.}$$