



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 10

- [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?
- [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289 = 17^2$$
$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! (1 + n + (n+1)n) = (n-1)! (n+1)^2 :$$
$$: 17^2$$

17 - простое число

$$(n-1)! : 17 \text{ или } n+1 : 17$$

$$n-1 \geq 17$$

$$\cancel{n \geq} n+1 \geq 17$$

$$n \geq 16$$

$$n \geq 16$$

$$n = 16 \text{ подходит.}$$

$$(16-1)! + 16! + (16+1)! = 15! (1 + 16 + 16 \cdot (16+1)) = 15! (16+1)^2 =$$
$$= 15! \cdot 17^2 = 15! \cdot 289 : 289$$

Ответ: 16.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 + (n+5)^2 + (n+6)^2 - 28 =$
 $= N^5$, $N > 8$ — мы обозначили наименьшее из семи подряд идущих чисел n .

$$\begin{aligned} n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 + (n+5)^2 + (n+6)^2 - 28 &= \\ &= n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 + n^2 + 6n + 9 + n^2 + 8n + 16 + n^2 + 10n + \\ &+ 25 + n^2 + 12n + 36 - 28 = 7n^2 + 42n + 63 = 7(n^2 + 6n + 9) = \\ &= 7(n^2 + 3^2) = N^5 \end{aligned}$$

7 — простое число

$$N: 7$$

$$N > 8$$

$$N \geq 14$$

Допустим, $N = 14$.

$$7(n+3)^2 = 14^5 = 2^5 \cdot 7^5$$

$$(n+3)^2 = 2^5 \cdot 7^4$$

$2^5 \cdot 7^4$ не является точным квадратом. Противоречие, наше допущение неверно, $N \neq 14$.

$$N \geq 21$$

Допустим, $N = 21$.

$$7(n+3)^2 = 21^5 = 3^5 \cdot 7^5$$

$$(n+3)^2 = 3^5 \cdot 7^4$$

$3^5 \cdot 7^4$ не является точным квадратом. Противоречие — наше допущение неверно, $N \neq 21$.

$$N \geq 28$$

$N = 28$ подходит:

$$7(n+3)^2 = 28^5 = 2^{10} \cdot 7^5$$

$$(n+3)^2 = 2^8 \cdot 7^4$$

$$n+3 = 2^5 \cdot 7^2 = 32 \cdot 49 = 1568$$

$$n = 1565$$

~~1565²~~ — Ответ: 28. — Нету

Ответ: 28.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

Старший коэффициент положительный, условие выполняется при $x \in (x_1; x_2)$, где x_1 и x_2 — корни трёхчлена.

~~$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$~~

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = -1; 2$$

$$x \notin (-1; 2)$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [2; \infty)$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 > 0 + 0 = 0$$

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + 5| = \sqrt{x^2 - x - 2} + 5$$

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + 5| \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |6 - x| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |6 - x|$$

Выясним, при каких значениях x $|\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| = \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$.

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$$

При $1 - x < 0$, $x > 1$, $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0 > 1 - x$.

При $1 - x \geq 0$ и $x \leq 1$:

$$x^2 - x - 2 \geq 1 - 2x + x^2$$

$$x \geq 3$$

$$x \leq 1$$

Нет решений.

При $x > 1$, $\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0$;

При $x \leq 1$, $\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \leq 0$.

$$x \in (-\infty; -1] \cup [2; \infty)$$

При $x \geq 2$, $\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0$;

При $x \leq -1$, $\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \leq 0$.

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| = \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \text{ при } x \geq 2;$$

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| = -1 - x - \sqrt{x^2 - x - 2} \text{ при } x \leq -1.$$

Изложено, выяснили, при каких значениях x $|6 - x| = 6 - x$.

$$6 - x \geq 0$$

$$6 \geq x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При $x \leq 6$, $|6-x| = 6-x$;

При $x > 6$, $|6-x| = x-6$.

$x \in (-\infty; -1] \cup [2; \infty)$

При $x \in (-\infty; -1] \cup [2; 6]$, $|6-x| = 6-x$;

При $x > 6$ $|6-x| = x-6$.

При $x \leq -1$:

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |6 - x| = 1 - x - \sqrt{x^2 - x - 2} +$$

$$+ 6 - x = 7 - 2x - \sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} - 2 + 2x \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} - 1 + x \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$$

$$\text{ПЗ } 1 - x \geq 1 - (-1) = 2 > 0$$

$$x^2 - x - 2 \geq (1 - x)^2 = 1 - 2x + x^2$$

$$x \geq 3$$

$$x \leq -1$$

Нем решений.

При $x \in [2; 6]$:

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |6 - x| = \sqrt{x^2 - x - 2} + x -$$

$$-1 + 6 - x = \sqrt{x^2 - x - 2} + 5$$

$$0 \geq 0$$

Неравенство верно.

При $x > 6$:

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |6 - x| = \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 +$$

$$+ x - 6 = \sqrt{x^2 - x - 2} + 2x - 7$$

$$12 \geq 2x$$

$$x \leq 6$$

$$x > 6$$

Нем решений.

Отвем: $[2; 6]$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отрезок длины 5 можно получить любым ~~из~~ ^{последовательным при поворотах} способом: прямым образом или как гипotenузу прямоугольного треугольника с катетами 3 и 4 — других способов не существует, т. к. существует ровно 1 параллева тройка с наибольшим числом 5: (3; 4; 5).

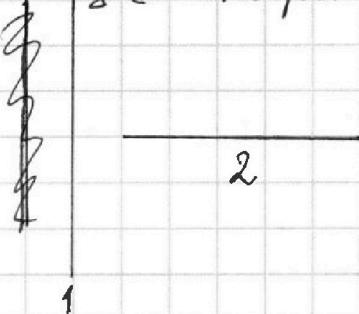
Рассмотрим, сколько существует различных при поворотах и переворотах типов рамок, получаемых комбинацией ~~двух~~ ^{двух} этих типов сторон.

Если замечим, что тип рамки в ~~этот~~ ^в ~~всю~~ полностью восстанавливается по положению двух сторон, например:

Стартом рассмотрим типы рамок, в которых есть „прямые“ стороны. Повернём и перевернём рамку так, что Повернётся ~~и~~ ^{на} ~~перевернётся~~ ^{360°} ~~рамку~~ ^{рамкой}, в т. ч. рамка, сумма углов прилегающих к стороне -180° , т. е. ~~один~~ ^{один} из них ~~четыре~~ ^{один}.

Повернём и перевернём рамку так, что „прямая“ сторона окажется справа и ~~четыре~~ ^{один} угол, ~~одна~~ ^{одна} из прямых прилегающих к ней, будет ~~верху~~ ^{вправо} ~~рамкой~~ ^{стороной} от прямой на перевернутой ^{стороне} лежит.

2 вида ~~имеют~~ ^{имеют} положения:



Поворотом и переворотом „косой“ стороны² получается 4 её положения:

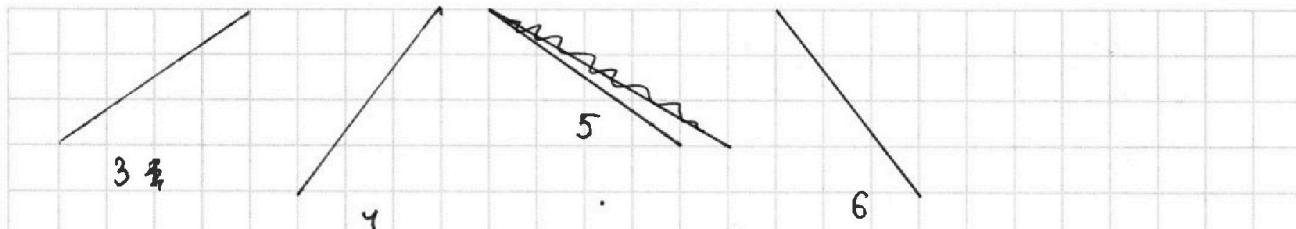


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

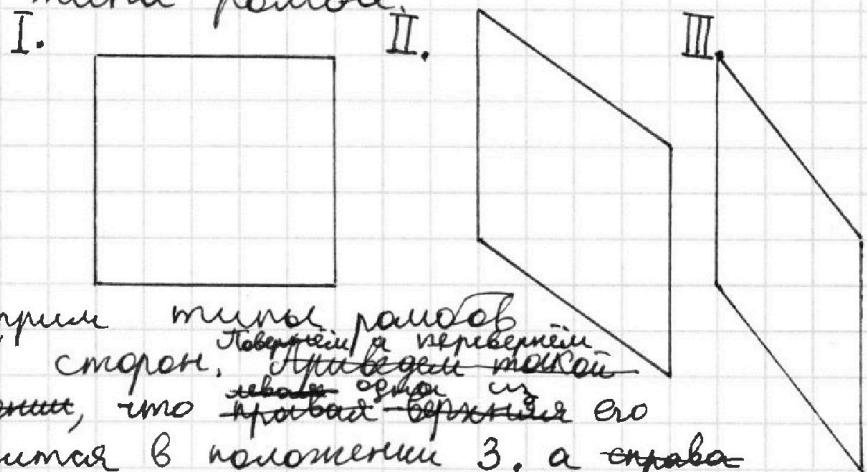
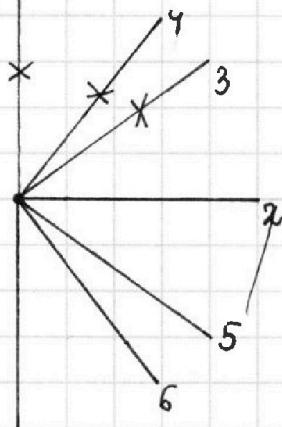
СТРАНИЦА
2 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

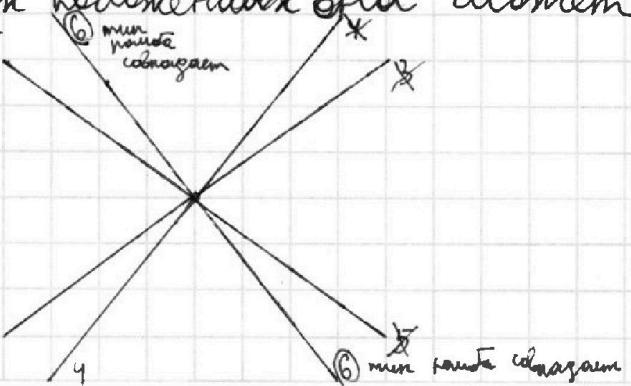
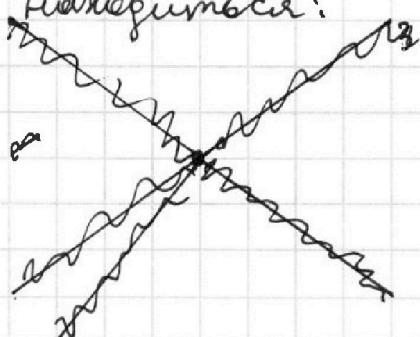


~~Как~~ С В каком положении может находиться стопа, образующая в верхней теменной кости с рассматриваемой костью "прямой" стопкой?

- В паломнических 2, 5, 6, а паломнические 1, ~~и~~ 3, 4 образуют здесь тупой ~~угол~~
~~и~~ или разъергнутый угол.



Теперь рассмотрим третий развод ~~левой~~^{правой} стороны. ~~Левая~~^{Правая} в первом же ~~разводе~~^{шаге} ~~сторона~~^{сторона} ~~находится~~^{находит} в ~~положении~~^{положении}, что ~~против~~^{против} ~~стороне~~^{стороне} его ~~стороне~~^{стороне} находится в положении 3, а ~~справа~~^{левой} угол ~~находится~~^{находит} на правой вершине её конца, ~~Вторая~~^{Второй} сторона ~~сторона~~^{сторона} ~~образует~~^{образует} этот угол, не ~~„прямой“~~, т. е. не лежит ~~находится~~^{находит} в положениях 1 и 2. В каких положениях ~~она~~^{она} может находиться?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

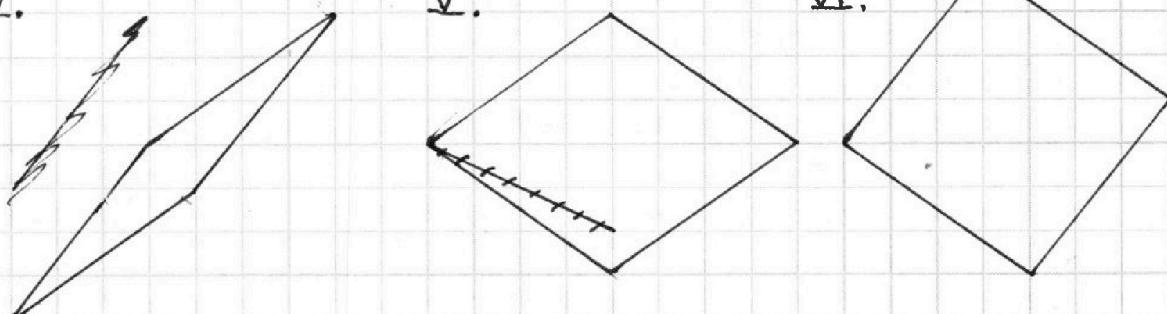
— В положениях 4, 5, 6.

Соответствующие положениям 4, 5, 6 мы получаем еще 3 различных при ~~на 90°~~ ^{на 90°} и ~~перевороте~~ ^{повороте} ~~и~~ ^{на 180°} перевороте типа рамки:

IV.

V.

VI.



Получая типы рамок с „прямой“ стороной, в рассуждении мы заранее указываем полуточность, где отмечаем острый угол. В общем случае тоже делают неизд., поэтому необходимо сделать замечание, что конкретно в этом случае мы не потеряем типы рамок, виду симметрии „прямой“. Стороны относительно вертикальной оси, т.к. получающиеся во второй полуточности прямые ~~и~~ касаются углы при перевороте совпадают с получающимися в рассматриваемой полуточности.

Также, на них получено 6 типов рамок. Заметим, что для каждого типа как-то рамки на доске точности ~~одинаково~~ ~~одинаково~~ ^{одинаково} из положений, различающихся ~~поворотами~~ ^{на 90°} и ^{на 180°} ~~переворотами~~, одинаково, т.к. ~~эти~~ интересующую нас точности обеих точности этого можно также повернуть ^{на 90°} и ^{на 180°} ~~переворачивать~~: ~~так~~ это квадратичная и при таких преобразованиях не изменяется.

Таким образом для каждого из пяти типов каждого типа достаточно наложить как-то рамки этого положения этого типа, как-то генерации этого типа и полученные качества перепишут. Каждое Рамки определенного положения определенного типа однозначно задаются сооружением определенной вершины.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

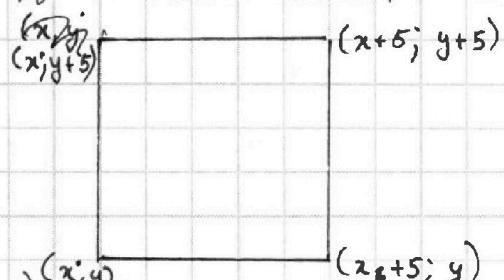
СТРАНИЦА
ЧИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I. Этот тип имеет только одно положение. В каждом типе далее рассмотрение аналогичны.

1. Находим кел-бо положений.
2. Избираем первое из найденных положений.
3. Избираем вершину этого положения, задаём ей координаты $(x; y)$.
4. На рисунке показываем координаты остальных вершин из $(x; y)$.
5. Находим пределы x и y из краиние вершины ромба.
6. Находим кел-бо значений, которые принимают x и y .
7. Находим кел-бо решений изображенного положения — кел-бо значений, которые принимают координаты изображенной вершины $(x; y)$ как произведение кел-бо значений, которые принимают x и y .
8. Находим кел-бо решений изображенного типа как произведение кел-бо решений изображенного положения на кел-бо положений,

I. Тип I положение:



$$(x; y) : x \geq 1, y \geq 1$$

$$(x+5; y+5) : x+5 \leq 45, y+5 \leq 45$$

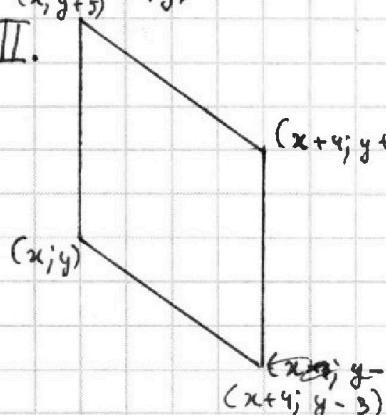
$$x \leq 40, y \leq 40$$

$$x: 40 - 1 + 1 = 40 \text{ значений}$$

$$y: 40 - 1 + 1 = 40 \text{ значений}$$

Положение: $40 \cdot 40 = 1600$ решений
При: 1600 решений. 1 = 160 решений

II.



$$(x; y) : x \geq 1$$

$$(x; y+5) : y+5 \leq 45$$

$$(x+4; y-3) : x+4 \leq 45, y-3 \geq 1$$

$$y \leq 40$$

$$x \leq 41$$

$$y \geq 4$$

$$x: 41 - 1 + 1 = 41 \text{ значений}$$

$$y: 40 - 4 + 1 = 37 \text{ значений}$$

$$\text{Положение: } 37 \cdot 41 = 1517 \text{ решений}$$

4 положения:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

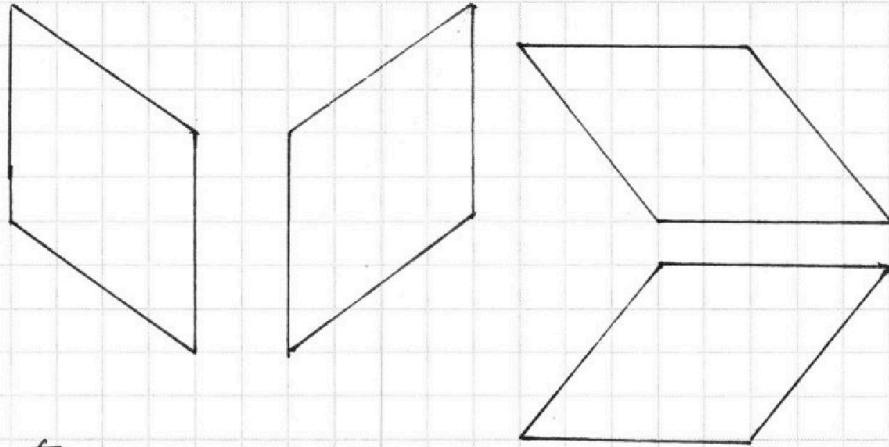
5

6

7

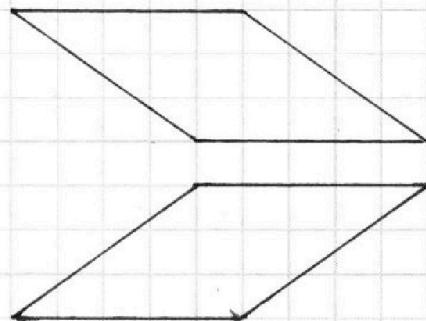
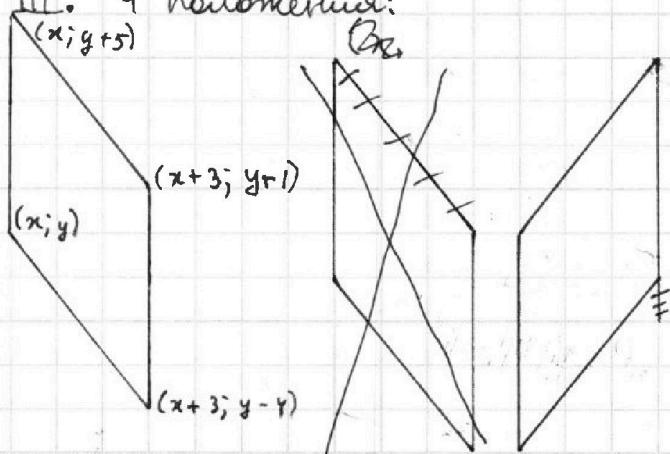
СТРАНИЦА
5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



План: $1512 \cdot 4 = 6048$ рабоч.

III. Ч положения:



$$(x; y) (x; y+5): x \geq 1; y+5 \leq 45$$

$$(x+3; y-4): x+3 \geq 45; y-4 \leq 1$$

$$y \leq 40$$

$$x \geq 42$$

$$y \leq 5$$

$$x: 42 - 1 + 1 = 42 \text{ зк.}$$

$$y: 40 - 5 + 1 = 36 \text{ зк.}$$

$$\text{Сталочение: } 42 \cdot 36 = 1512 \text{ п.}$$

$$\text{План: } 1512 \cdot 4 = 6048 \text{ п.}$$

IV. 2 положение (см. след. стр.)

$$(x; y): x \geq 1; y \geq 1$$

$$(x+y; y+y): x+y \leq 45; y+y \leq 45$$

$$x \leq 38; y \leq 38$$

$$x: 38 - 1 + 1 = 38 \text{ зк.}$$

$$y: 38 - 1 + 1 = 38 \text{ зк.}$$

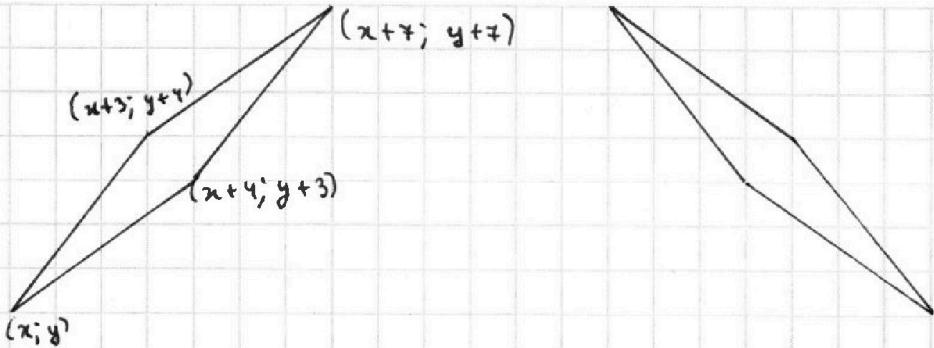


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
6 из 7

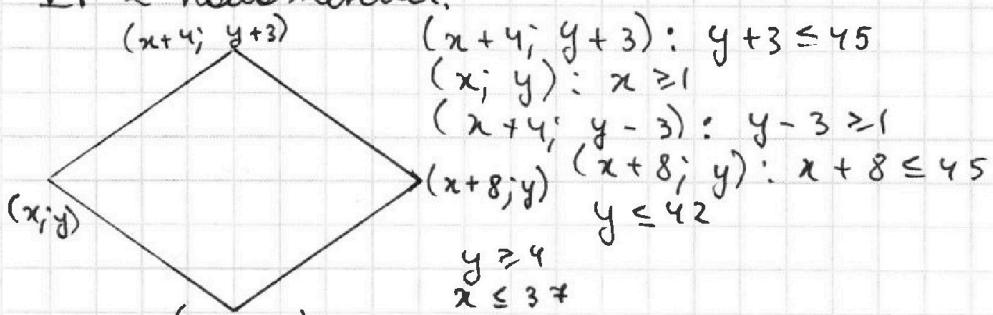
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Положение: } 38 \cdot 38 = 1444 \text{ р.}$$

$$\text{Прил: } 1444 \text{ р.} \cdot 2 = 2888 \text{ р.}$$

V. 2 положения:



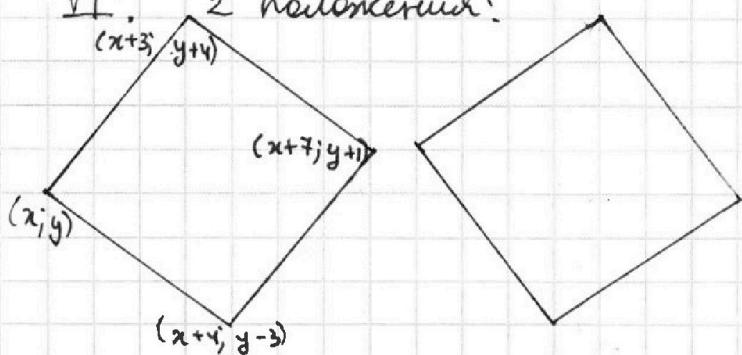
$$x: 37 - 1 + 1 = 37 \text{ зм.}$$

$$y: 42 - 4 + 1 = 39 \text{ зм.}$$

$$\text{Положение: } 37 \cdot 39 = 1443 \text{ р.}$$

$$\text{Прил: } 2886 \text{ р.}$$

VI. 2 положения:



$(x; y)$: $x \geq 1$
 $(x+3; y+4)$: ~~$x+3 \geq 1$~~ $y + 4 \leq 45$
 $(x+4; y-3)$: $y - 3 \geq 1$
 $(x+7; y+1)$: $x + 7 \leq 45$
 $y \leq 41$
 $y \geq 4$
 $x \leq 38$
 $x: 38 - 1 + 1 = 38 \text{ зм.}$
 $y: 41 - 4 + 1 = 38 \text{ зм.}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пояснение: $38 \cdot 38 = 1444$ р.

Прил: $1444 \cdot 2 = 2888$ р.

Дз

Итого: $1600 + \cancel{1544}^{6068} + 6048 + 2888 + 2886 + 2888 = 22378$ р.

Ответ: 22 378 ~~рублей~~.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = y^2 - 45^2 = (y - 45)(y + 45)$$

23; 2 - простые числа

$$\begin{array}{l} y = 45 : 23 - \\ y + 45 = 2^k, k < x \end{array}$$

$$y - 45 = 2^{x-k} \text{ или}$$

$$y + 45 = 2^{x-k}$$

$$\cancel{y = 23} \Rightarrow k \leq x$$

$$y = 23 \cdot 2^k + 45$$

$$23 \cdot 2^k + 45 = 2^{x-k}$$

$$23 \cdot 2^k + 80 = 2^{x-k}$$

$$23 \cdot 2^{k-1} + 45 = 2^{x-k-1}$$

Если $k=1, x=k+1$

$$45 - \text{неч.} \Rightarrow \cancel{k=1} \cancel{x=2}$$

$$k-1 \leq 0 \text{ или } x-k-1 \leq 0$$

$$k \leq 1 \quad x \leq k+1$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \cancel{23 \cdot 2^x \in \mathbb{Z}} \Rightarrow x \geq 0$$

$$k \in [0; 1]$$

$$\cancel{\exists} \cancel{R} \\ \cancel{k} \cancel{R} \leq x$$

$$x \leq k+1$$

$$x = k+1$$

$$y = 45 = 2^k, k < x$$

$$y + 45 = 23$$

$$y - 45 = \cancel{23} \cancel{23} 2^k$$

$$y + 45 = 23 \cdot 2^{x-k} (k \leq x, k \in \mathbb{Z})$$

$$y = 2^k + 45$$

$$2^k + 45 + 45 = 23 \cdot 2^{x-k}$$

$$2^k + 80 = 23 \cdot 2^{x-k}$$

$$2^{k-1} + 45 = 23 \cdot 2^{x-k-1}$$

$$45 - \text{неч.} \Rightarrow$$

$$k-1 \leq 0 \text{ или } x-k-1 \leq 0$$

$$k \leq 1$$

$$x \leq k+1$$

$$\cancel{\exists} \cancel{R} \\ \cancel{k} \cancel{R} \leq x$$

$$x \leq k+1$$

$$x = k+1$$

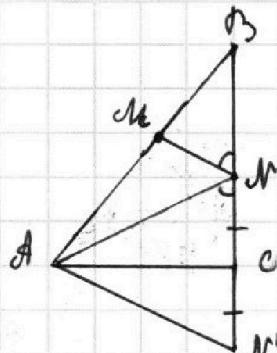


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



M' — точка продолжения BC за точку C такая, что $M'C = CM'$.
 $BN \cdot MA = 2BN \cdot NC = BN \cdot NN'$
 $\frac{BN}{BN} = \frac{NN'}{MA} \Leftrightarrow$ но, обратной теореме Фалеса $MM' \parallel AN' \Rightarrow$ Соответственное при пар. MM' , AN' , сек. $BN' \subset MNB = \angle AN'B$
 $\Rightarrow \triangle ANN'$ — равнос., $AN = AN'$
 $NC = N'C \Rightarrow AC$ — мег. равнос. $\triangle ANN' \Rightarrow$
 $\Rightarrow AC$ — бисс., $\angle ANC = 90^\circ$
 $\angle NAC = 180^\circ - \angle ANC - \angle ANC = 180^\circ - 70^\circ - 90^\circ = 20^\circ$ —
 по сумме углов тр.
 Ответ: 20° .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 20 \cdot 2^x = 25 = y^2$$
$$23 \cdot 2^x - 20 \cdot 2^x = y^2 - h^2 = (-5h+y)(5h-y) =$$
$$23 \cdot 2^x - 20 \cdot 2^x = y^2 - h^2 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

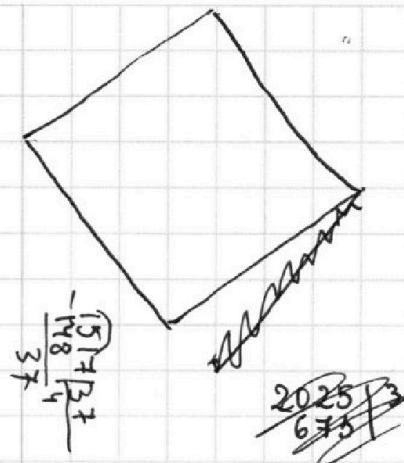
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

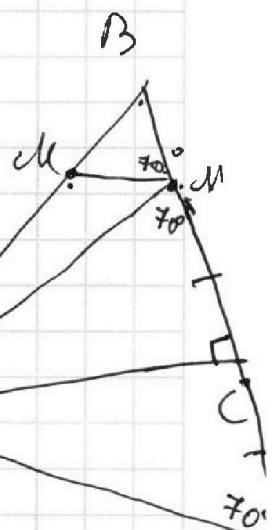
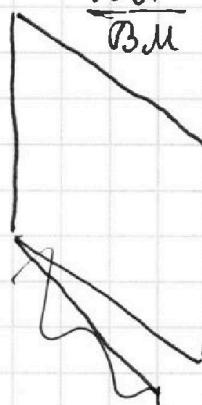
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2^k + 90 : 23 \\ 2^{k-1} + 45 : 23$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$



$$\frac{B_M - M_A}{B_M} = 2 \frac{M_A \cdot M_C}{M_A}$$



$$\begin{array}{r} +1600 \\ 6068 \\ \hline 7668 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +7668 \\ 6048 \\ \hline 13716 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +13716 \\ 2888 \\ \hline 16604 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +16604 \\ 2886 \\ \hline 13880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +18480 \\ 2888 \\ \hline 22378 \end{array}$$

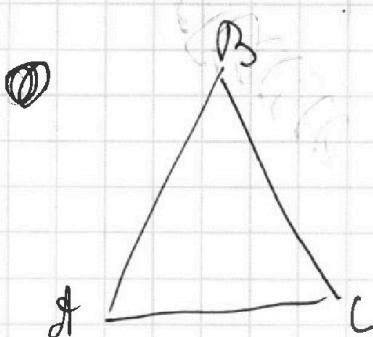
$$\begin{array}{r} +2888 \\ 2886 \\ \hline 5774 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +5774 \\ 2888 \\ \hline 8662 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +20778 \\ 1600 \\ \hline 2378 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +8662 \\ 6048 \\ \hline 13710 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +15710 \\ 6068 \\ \hline 20778 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 8909 \\ \hline 2151 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 > 0 + 0 = 0$$

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + 5| = 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$$

При $1 - x < 0$, $x < 1$, $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0 \geq 1 - x$

При $1 - x \geq 0$, $x \leq 1$:

$$x^2 - x - 2 \geq (1 - x)^2$$

$$x^2 - x - 2 \geq 1 - 2x + x^2$$

$$x \geq 3$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0 \text{ при } x > 1, \text{ при}$$

при $x \leq 1$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \leq 0 \text{ при } x < 1$$

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| = \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \text{ при } x > 1$$

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| = 1 - x - \sqrt{x^2 - x - 2} \text{ при } x \leq 1$$

$$|6 - x| = 6 - x \text{ при } x < 6$$

$$|6 - x| = x - 6 \text{ при } x \geq 6$$

$$x \in (-\infty; -6] \cup [6; \infty)$$

При $x \in (-\infty; -1] \cup [6; \infty)$, $x \leq 1$, $x \in (-\infty; -1]$

При $x \leq -1$:

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + 5| = \sqrt{x^2 - x - 2} + 5$$

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |6 - x| = 1 - x - \sqrt{x^2 - x - 2} + 6 - x =$$

$$= 7 - 2x - \sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq 7 - 2x - \sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} + 2x - 2 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0$$

$$1 - x \geq 1 - (-1) = 2 > 0$$

$$x^2 - x - 2 \geq (1 - x)^2 = 1 - 2x + x^2$$

$$x - 3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

Нет решений — $x \leq -1$

Нет решений.

При $x \in (1; 6)$, $x \in [6; \infty)$.

При $x \in [-1; 6]$:

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + 5| = \sqrt{x^2 - x - 2} + 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} (16-1)! + 16! + (16+1)! &= 15!(1+16+16\cdot17) = \\ &= 15!(17+16\cdot17) = 15! \cdot 17^2 = 15! \cdot 289 : 289 \end{aligned}$$

~~$n > 8$~~

~~$n \geq 14$~~

~~$\text{Ecum } n = 14, \text{ mo}$~~

~~$\neq (n+3)^2 = 14^2 = 2^5 \cdot 7^5$~~

~~$(n+3)^2 = 2^5 \cdot 7^4$~~

~~$2^5 \cdot 7^4 \text{ не является квадратом, } n \neq 14$~~

~~$\text{Ecum } n = 21, \text{ mo}$~~

~~$\neq (n+3)^2$~~

~~$\text{Таким } n = d \cdot x^b, d \geq 1, x \geq 2$~~

~~$\neq (n+3)^2 = d^2 \cdot x^{2b}$~~

$x^2 - x - 2 \geq 0$

$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = -1; 2$

$x \in (-\infty; -1] \cup [2; \infty)$