



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = 361$$

Вынесем $n!$:

$$n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) = 361$$

$$n! (1 + (n+2) + (n+1)(n+2)) = 361$$

$$n! (n+2)^2 = 361$$

$361 = 19^2$, поэтому степень входящий простого
числа 19 в $n! (n+2)^2$ должна быть равна
двум. Тогда $n+2 = 19$, т.к. если

не будет числа 19 в факториале, то

n будет больше 17, а меньше 17 n

быть не может, т.к. тогда $n! (n+2)^2$

не будет иметь ни одной 19 в своём

разложении на множители \Rightarrow

$$\Rightarrow \min n = 17$$

Ответ: при $n = 17$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 = N^3$$

$N > 6$

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 =$$
$$= 5n^2 + 2n + 4n + 6n + 8n + 1 + 4 + 9 + 16 - 10 =$$

$$= 5n^2 + 20n + 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5n^2 + 20n + 20 = N^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(n^2 + 4n + 4) = N^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot (n+2)^2 = N^3$$

Тогда $N^3 : 5 \Rightarrow N^3 = \dots, 5$ или $N^3 = \dots, 0$.

Если N^3 оканчивается на 0, то и N оканчивается на 0 $\Rightarrow N : 5$

Если N^3 оканчивается на 5, то и N оканчивается на 5 $\Rightarrow N : 5$

Таким образом, если $N^3 : 5$, то $N : 5$.

$$(n+2)^2 = \frac{N^3}{5}$$

$$(n+2)^2 = N^2 \cdot \frac{N}{5}$$

Так как слева квадрат, а справа один из мно -



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

числитель — тоже квадрат, то и знаменатель тоже квадрат \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{N}{5} = z^2, \text{ где } z \in \mathbb{N} \text{ (натуральные числа)}$$

Минимальный натуральный квадрат — 1, но

тогда $N=5$, а по условию $N > 6 \Rightarrow$

$$\Rightarrow z^2 = 4 \text{ (следующий после 1 квадрат)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \min N = 20$$

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-2x-3 \geq 0$$

$$x^2-2x-3 = (x+1)(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-3) \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

Теперь перейдем к $|7-2x|$.

~~при $x \leq 3,5$~~

$7-2x \geq 0$ при $x \leq 3,5$, а ранее было сказано, что x может быть $\geq 3 \Rightarrow$ проверим промежуток $[3; 3,5]$. При нем все модули раскрываются с плюсом:

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+7-2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 \geq 6 \Rightarrow$$
 любой x из промежутка

$[3; 3,5]$ подходит.

$7-2x < 0$ при $x > 3,5$. При нем только

последний модуль раскрывается с минусом:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - 1 + 2x - 7 \geq 0$$

$$\Rightarrow 4x \leq 14 \Rightarrow x \leq 3,5, \text{ однако } 7 - 2x < 0$$

при $x > 3,5 \Rightarrow$ ни один x при $x > 3,5$ не подходит.

Тогда рассмотрим x в промежутке $(-\infty; -1]$. В этом промежутке $7 - 2x > 0$

и $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 > 0$, однако неизвестно,

что происходит со вторым модулем:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + 7 - 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right|$$

Такое возможно только при $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$

Тогда $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \text{ и } 1 - 2x \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 \geq (1 - 2x)^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 4x + 4x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 \leq 0, \text{ но дискриминант}$$

этого уравнения равен $4 - 4 \cdot 3 \cdot 4 < 0 \Rightarrow$ граф

уравнения не пересекает ось абсцисс, а так



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

как старший коэффициент больше нуля, то
ветви дробной параболы направлены
вверх \Rightarrow график не лежит в четвертях
с отрицательными ординатами \Rightarrow

\Rightarrow противоречие \Rightarrow $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 + 2x - 1 \end{cases}$

~~больше нуля~~ отрицательное при $x \in (-\infty; -1]$

а, значит, при $x \in (-\infty; -1]$ корней нет \Rightarrow

$\Rightarrow x \in [3; 3,5]$ и только

Ответ: $[3; 3,5]$.



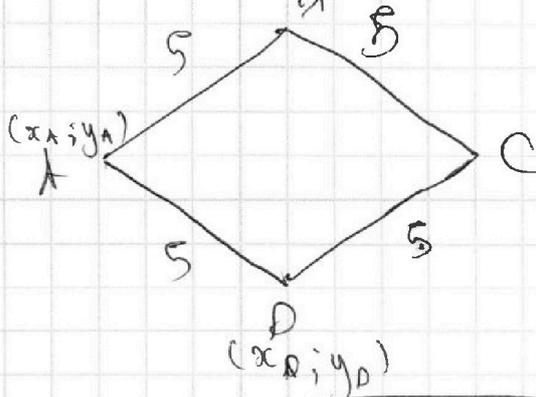
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть есть ромб ABCD:



$$\text{Тогда } \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2} = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_A - x_D \in \mathbb{Z} \text{ и } y_A - y_D \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A - x_D = 3 \\ y_A - y_D = 4 \end{cases} \Rightarrow BD = 3 \cdot 2 = 6 \text{ и } AC = 4 \cdot 2 = 8$$

$$\begin{cases} x_A - x_D = 4 \\ y_A - y_D = 3 \end{cases} \Rightarrow BD = 8 \text{ и } AC = 6$$

$$\begin{cases} x_A - x_D = 0 \\ y_A - y_D = 5 \end{cases} \Rightarrow AD \parallel Oy$$

$$\begin{cases} x_A - x_D = 5 \\ y_A - y_D = 0 \end{cases} \Rightarrow AD \parallel Ox$$



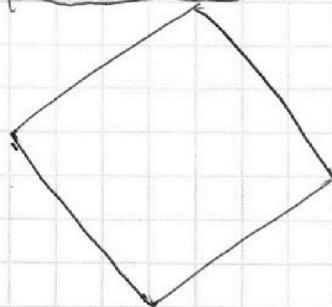
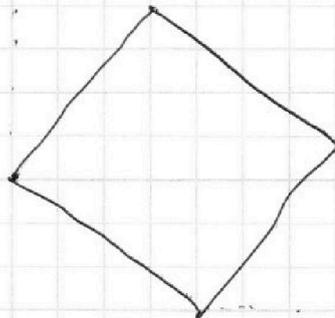
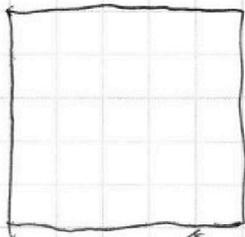
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда есть два вида ромбов и
три вида поворота квадратов.
У ромбов это 42-44 у обоих вариантов.
Квадраты:



Для первого варианта 46^2 способов.

Для второго и третьего $46 \cdot 47 \cdot 2 \Rightarrow$

\Rightarrow Всего $42 \cdot 44 \cdot 2 + 46 \cdot 47 \cdot 2 + 46^2$

Ответ: $42 \cdot 44 \cdot 2 + 46 \cdot 47 \cdot 2 + 46^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^{20} + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Тогда в какой-то из скобок $y-45$ или $y+45$ войдут 19 с какой-то в какой-то степени, а в оставшейся войдут двойка в оставшейся степени.

Пусть:

$$\begin{cases} 19 \cdot 2^y = y - 45 \\ 2^z = y + 45 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^y + 45 = 2^z$$

Вынесем 2 за скобку:

$$2(19 \cdot 2^{y-1} + 45) = 2^z$$

$$19 \cdot 2^{y-1} + 45 = 2^{z-1}$$

Если $z-1 \neq 0$, то такое невозможно, т.к. $19 \cdot 2^{y-1}$ четно или нечетно, а 45 - нечетное, а если



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$19 \cdot 2^{y-1}$ нецелое, то тогда левая часть нецелая и больше $1 \Rightarrow$ противоречие со степенью двойки.
Если $z-1=0$, то $19 \cdot 2^{\frac{a}{y-1}} = -45$, что невозможно.

Тогда:

$$\begin{cases} 19 \cdot 2^a = y + 45 \\ 2^z = y - 45 \end{cases} \Rightarrow$$
$$a + z = 90$$

$$\Rightarrow 2^z + 90 = 19 \cdot 2^a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^{a-1} - 45 = 2^{z-1}$$

Такая же ситуация про z -ность, а если

$$19 \cdot 2^{a-1} - \text{нецелое}, \text{ то } 19 \cdot 2^{a-1} - 45 < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{z-1} < 0 \Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{ни один из вариантов не подходит} \Rightarrow$$

\Rightarrow пар целых (x, y) , подходящих по условию, не существует.

Ответ: таких пар нет.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим неравенство $x^2 - 6x + a \leq 8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$$

$$D = 36 - 4(a - 8) = 68 - 4a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{6 - \sqrt{68 - 4a}}{2}\right) \left(x - \frac{6 + \sqrt{68 - 4a}}{2}\right) \leq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in [3 - \sqrt{17 - a}; 3 + \sqrt{17 - a}]$$

Также x принадлежит промежутку $[-a; a]$

Заметим, что чем больше $x(x-6)$, тем больше $x^2 - 6x + a$, тогда:

Если промежуток $[3 - \sqrt{17 - a}; 3 + \sqrt{17 - a}]$ целиком входит в $[-a; a]$, то при $x = -a$ $x^2 - 6x + a > 8$,

т.к. $-a < 3 - \sqrt{17 - a} \Rightarrow -a(-a - 6) < 3 - \sqrt{17 - a}$.

Если промежуток $[-a; a]$ целиком входит в $[3 - \sqrt{17 - a}; 3 + \sqrt{17 - a}]$, то $x^2 - 6x + a$ никогда не сможет достичь 8.

(Целиком входит - если промежуток $[a; b]$ целиком входит в $[x; y]$, то $x < a$, $a < b < y$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Положе промежутки не могут быть равны,

$$\text{т.к. тогда } 3 - \sqrt{17-a} + 3 + \sqrt{17-a} = -a + a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 = 0,$$

Тогда какой-то из концов первого промежутка равен концу второго промежутка:

$$\begin{cases} 3 - \sqrt{17-a} = -a \\ 3 + \sqrt{17-a} = a \end{cases}$$

$$\downarrow: 3 - \sqrt{17-a} = -a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 + a = \sqrt{17-a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17 - a = a^2 + 6a + 9 \Rightarrow a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$D = 49 + 32 = 81$$

$$a_1 = \frac{-7+9}{2} = 1$$

$$a_2 = \frac{-7-9}{2} = -8$$

При $a = -8$ есть $x = -8$, при котором

$$x^2 - 6x + a = 64 + 48 - 8 = 104 \neq 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{II: } 3 + \sqrt{17-a} = a$$

$$17-a = a^2 - 6a + 9$$

$$a^2 - 6a - 8 = 0$$

$$D = 29 + 32 = 57$$

$$a_1 = \frac{6 + \sqrt{57}}{2}$$

$$a_2 = \frac{6 - \sqrt{57}}{2}$$

Однако $\frac{6 + \sqrt{57}}{2} = a$ быть не может, т.к.

при нем есть $x = \frac{-6 - \sqrt{57}}{2}$, при котором

$$x^2 - 6x + a = \frac{29 + 10\sqrt{57} + 57}{4} + 7 \cdot \frac{6 + \sqrt{57}}{2} =$$

$$= 20,5 + 2,5\sqrt{57} + 17,5 + 3,5\sqrt{57} = 38 + 6\sqrt{57} > 8 \Rightarrow$$

$\Rightarrow a$ может быть равно только 1 и $\frac{6 - \sqrt{57}}{2}$

Ответ: $\frac{6 - \sqrt{57}}{2}; 1.$

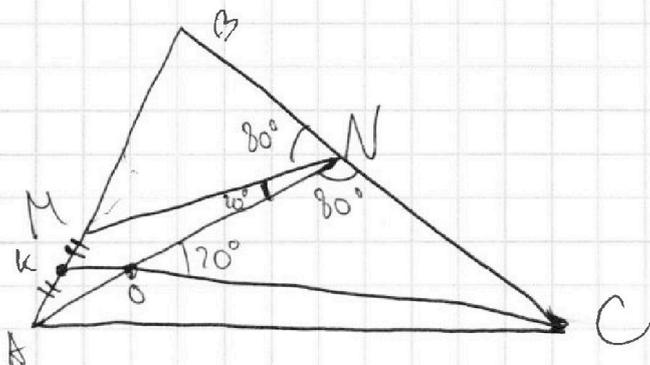


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$$

$M \in AB$

$N \in BC$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot KC$$

Найти:

$\angle CAN$

1) Обозначим середину MA за K,

тогда $BN \cdot MK = BM \cdot NC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MK} \Rightarrow \text{по обратной мере}$$

Получаю $KC \parallel MN \Rightarrow \angle MNA = \angle NOC$ как

накрест лежащие $\Rightarrow \angle NOC = 180^\circ - 80^\circ \cdot 2 = 20^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle NCO = 180^\circ - 80^\circ - 20^\circ = 80^\circ \Rightarrow NO = OC, \text{ т.к.}$$

$\triangle NOC$ - равнобедренный

$\Rightarrow KO \parallel MN, MK = KA \Rightarrow KO$ - средняя линия

$\triangle MAN \Rightarrow NO = OA \Rightarrow NO = OA = OC \Rightarrow \angle ACN$ -

прямоугольный, т.к. в нем медиана равна

полюсу гипотенузы $\Rightarrow \angle CAN = 180^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$

Ответ: 10°

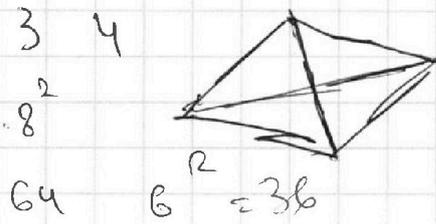
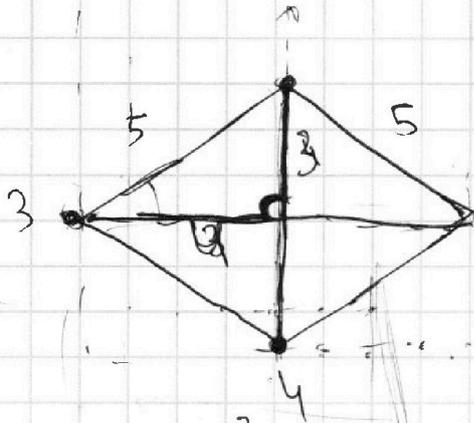


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$a^2 + b^2 = 5^2$
 $a \in \mathbb{Z} \quad \frac{5}{\sqrt{2}}$
 $b \in \mathbb{Z}$

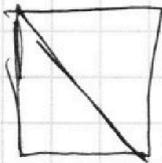
$x^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cos \alpha$

4; 46

1; 44

5; 46

44 позиций



42
 $42 \cdot 44 + 45^2$



6; 50
 45 позиций

$x \in \mathbb{Z}$

45 позиций

$2 \cdot 5 \cdot 5 \cos \alpha \in \mathbb{Z}$

[5; 46] (4; 47)

1; 50

42 44
 $42 \cdot 44 \cdot 2 + 45^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(3,5; +\infty\right) \quad a^2 - 6a + a = a^2 - 5a$$

$$a^2 - 5a = 8 \quad \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \quad x(x-6) + x(x-6)$$

$$a^2 - 6a - 8 = 0 \quad 25 + 32 = 57 \quad x(x-6) + a - 8 \quad 8(8-2)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 7$$

$$a^2 + 6a + a - \max 8 \quad x(x-6) = a^2 + 7a - 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0 \quad 6 \geq 4x - 8 \quad x(x-6) \quad a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \quad 14 \geq 4x \quad -x(-x-6) \quad \frac{49 + 32 - 8}{2} = 1$$

$$x \leq 3,5 \quad x^2 - 6x \quad \frac{-7 - 9}{2} = -8$$

$$a \geq 0 \quad \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$6 \geq \left| \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x - 1 \right| + 7 - 2x \quad (3,5; +\infty)$$

$$6 \geq 8 - 1 + 1 \Rightarrow 6 \geq 8 \quad y = 0 \quad x^2 = a^2 \quad \left(\frac{5 - \sqrt{57}}{2}\right)^2 - 6 \frac{5 - \sqrt{57}}{2} + 2$$

$$x = -a \quad \geq 0$$

$$(-\infty; 0,5)$$

$$(-\infty; -1]$$

$$-1 \geq \left| \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x - 1 \right| - 2x$$

$$6 \geq x \geq 0,5 \quad \left(\frac{5 - \sqrt{57}}{2}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$x^4 - 12x^3 + 20x^2 + 96x + 64 = x^2 + 64$$

$$x^4 - 12x^3 + 19x^2 + 96x = 0$$

$$x = 0$$

$$\frac{25 - 10\sqrt{57} + 57}{2} - \frac{25 - 5\sqrt{57}}{2}$$

$$-2,5\sqrt{57} - \frac{25 - 5\sqrt{57}}{2}$$

$$20,5$$

$$20,5 - 12,5 = 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$6^2 - (a-8) \cdot 4 \geq 68 - 4a$$

$$\left[\frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2}; \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} \right]$$

$$x^2 - 6x + a - 8 \geq 0$$

$$-8 \cdot -14 - 8 = 78$$

при $a \geq 0$
 $a \leq 17$
[0; 17]

$$\begin{cases} \frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2} = -a \\ \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2} = -a \\ \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} = a \end{cases}$$

$$\frac{12}{2} = 0$$

$$\frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2} = a$$

$$6 + 2\sqrt{17-a} = 2a$$

$$6 - 2\sqrt{17-a} = -2a$$

$$\sqrt{17-a} = -a - 3$$

$$2\sqrt{17-a} =$$

$$17-a = a^2 - 6a + 9$$

$$17-a = a^2 + 6a + 9$$

$$= 6 - 2a$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$\sqrt{17-a} = 3 - a$$

$$25 + 82 = 67$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \end{cases}$$

$$\boxed{-8}$$

$$\begin{cases} 17-a = 9 - 6a + a^2 \\ a^2 - 5a - 8 = 0 \end{cases} \quad a = \frac{5 + \sqrt{67}}{2}$$

$$\boxed{\frac{5 - \sqrt{67}}{2}}$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} = -a$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(x - \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2}\right) \left(x - \frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2}\right) \leq 0$$

$$17 - a \geq a^2$$

$$(x-a)(x-b) \leq 0$$

$$\sqrt{17-a} \geq a$$

$$(x-4)(x-2) \leq 0$$

$$a \leq 17$$

$$x \in \left[\frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2}, \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} \right] \quad a \geq 0$$

$$x \in [-a; a]$$

$$a^2 + a - 17 \leq 0$$

$$\frac{1+68-69}{2} = \frac{-1+\sqrt{69}}{2}$$

$$-a \in \left[\frac{-1-\sqrt{69}}{2}, \frac{-1+\sqrt{69}}{2} \right]$$

$$-a + 3 + \sqrt{17-a} \geq 3 - \sqrt{17-a} + a$$

$$2\sqrt{17-a} \geq 2a$$

$$\frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2} = -a$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} = -a$$

$$2,5\sqrt{17-a} \geq 20,5 - 2,5\sqrt{17-a}$$

$$-a \geq \frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2}$$

$$a \leq \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2}$$

$$\left(\frac{5 - \sqrt{57}}{2}\right)^2 = 6 \frac{5 - \sqrt{57}}{2} + \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\frac{25 - 10\sqrt{57} + 57}{4} = 5 \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$-a \geq 3 - \sqrt{17-a}$$

$$a \leq 3 + \sqrt{17-a}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$y+z=x$$

5✓

$$y \geq 45$$

$$y \geq 1 \quad z \geq 1$$

$$2y$$

$$19 \cdot 2^z$$

$$46^2$$

$$z=1$$

$$19 \cdot 2^y = y-45$$

$$-45$$

$$-45-45 = -88 / 19$$

$$2^z = y+45$$

ker	2	2401	2304
		2500	
2025	2116	2209	

$$19 \cdot 2^y + 90 = 2^z$$

$$y \geq 1$$

$$2 \cdot (19 \cdot 2^{y-1} + 45) = 2^z$$

$$162 \cdot 2 = 304$$

~~2048~~
~~4096~~

$$19 \cdot 2^{y-1} + 45 = 2^{z-1}$$

ker ker ker

$$76 \cdot 2 = 152$$

$$304 \cdot 2 = 608$$

$$2y = y-45$$

максим пар кер

$$19 \cdot 2^z = y+45$$

$$2063$$

$$2329$$

$$2y+90 = 19 \cdot 2^z$$

$$2101$$

$$2633$$

$$2^{y-1} + 45 = 19 \cdot 2^{z-1}$$

ker ker ker

$$2177$$

$$3241$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

45^2

$$y - \text{ker}$$

$\frac{y - \text{ker}}{2}$

$$19 \cdot 2^{2x} + 45^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^{2x} = (y - 45)(y + 45)$$

$19 \cdot 2^{2x}$

$$2y + 90 = 19 \cdot 2^z$$

$$2(19 \cdot 2^{z-1} - 45) = 2y$$

$$19 \cdot 2^y = y - 45$$

$$2^z = y + 45$$

$$2y = y - 45$$

$$2y = y - 45$$

$$19 \cdot 2^z = y + 45$$

$$19 \cdot 2^y + 90 = 2^z$$

$$2(19 \cdot 2^{y-1} + 45) = 2^z$$

$$\underbrace{19 \cdot 2^{y-1}}_{\text{ker}} + \underbrace{45}_{\text{ker}}$$

~~2ker~~

$$y = 1$$

$$46 = 19 \cdot 2^{z-1}$$

~~46~~

ker ke 2ⁱ

$$\text{ker} + \text{ker} = \text{ker}$$

$$\underbrace{19 \cdot 2^{z-1}}_{\text{ker}} - \underbrace{45}_{\text{ker}} = 2^{y-1}$$

ker ker

$$\text{ker} - \text{ker} = \text{ker}$$

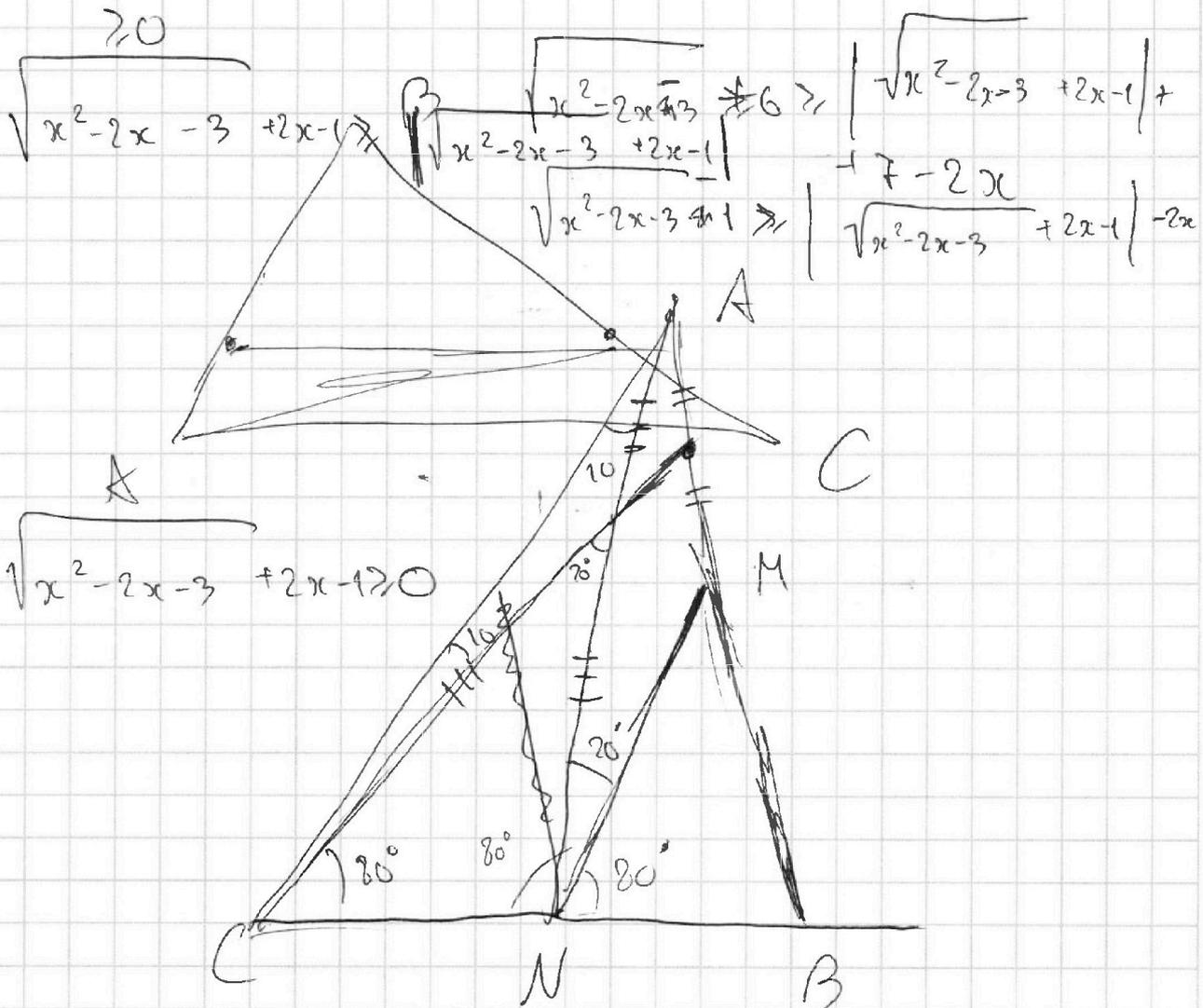


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot NA = 2BM \cdot NC$$

$$BN \cdot \frac{1}{2}NA = BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{NA}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{\frac{1}{2}NA}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$$

$$D = 36 - (a - 8) \cdot 4 = 68 - 4a$$

$$x_1 = \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} = 3 + \sqrt{17-a}$$

$$x_2 = \frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2} = 3 - \sqrt{17-a}$$

$$(x - (3 + \sqrt{17-a})) (x - (3 - \sqrt{17-a})) \leq 0$$

$$(1) \quad x \in [3 - \sqrt{17-a}; 3 + \sqrt{17-a}]$$

$$(2) \quad x \in [-a; a]$$

Если (1) \supset (2), то \forall не достигается

Если (2) \supset (1), то $\max \neq 8$

Если $a = 8$, то да,

Если $-a = 3 - \sqrt{17-a}$ или $a = 3 + \sqrt{17-a}$, то ок и
имеет нужные корни



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

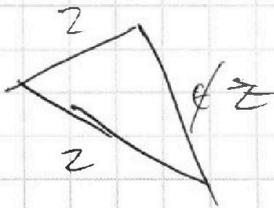
$$-5 - \sqrt{57}$$

$$\frac{25 + 10\sqrt{57} + \cancel{57}}{4}$$

$$\frac{z}{z} \left| \begin{array}{l} \epsilon z \\ \sqrt{z} \end{array} \right.$$

$$-5 = \frac{-(5 + \sqrt{57})}{2}$$

$$\frac{\epsilon z}{\epsilon z} \left| \begin{array}{l} \epsilon z \\ \epsilon z \end{array} \right.$$



$$20,5 + 2,9\sqrt{57} - \frac{-25 - 5\sqrt{57}}{2}$$

~~$$32 + 6\sqrt{57} \geq 8$$~~

$$\frac{z}{z} \left| \begin{array}{l} \epsilon z \\ \epsilon z \end{array} \right.$$

$$1 \text{ u } \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

~~$$\frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$~~

$$a + 3 = \sqrt{17 - a}$$

$$a^2 + 6a + 9 = 17 - a$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$D = 49 + 32 = 81$$

$$a_1 = \frac{-7 - 9}{2} = -8$$

$$a_2 = \frac{-7 + 9}{2} = 1$$

$$a - 3 = \sqrt{17 - a}$$

$$a^2 - 6a + 9 = 17 - a$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a_{12} = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

$$a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + n!(n+1) + n!(n+1)(n+2) = \frac{N^3}{5}$$

$$= n!(n+2 + (n+1)(n+2)) = 5^2 \cdot 2^2 \quad \boxed{N:5}$$

$$= n!(n+2)^2 \quad 10^2 \quad (n+2)^2 = N \cdot N \cdot \frac{N}{5}$$

$$361 = 19 \cdot 19$$

$$n=17 \Rightarrow n! \cdot 19^2 \quad \boxed{20}$$

$$N^3 : 5 \quad 5^d \quad d=2$$

$$> 6^3$$

$$n!(n+2)(n+2)$$

$$5 \cdot (n+2)^2 = 10^3$$

$$(n+2)^2 = 10 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}$$

одно число содержит 219

$$(\sqrt{5}(n+2))^2 = N^3$$

$$\Rightarrow \boxed{n=17}$$

$$(n+2)^2 = 300$$

$$5(n+2)^2 = N^3$$

$$\boxed{19}$$

$$19 \cdot 19 \cdot 3 = 225 \cdot 3$$

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 = N^3 \quad 20 \cdot 20 \cdot 4 = 1600$$

$$N > 6$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10 \cdot 2 = 20$$

424

$$5n^2 + 2n + 4n + 6n + 8n + 1 + 4 + 9 + 16 - 10 = N^3$$

$$5n^2 + 20n + 30 - 10 = N^3$$

$$5n^2 + 20n + 20 = N^3$$

$$(\sqrt{5}n + \sqrt{20})^2 = N^3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + \left| 7 - 2x \right|$$

$$x \geq 0,5$$

$$x > 3,5$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$\boxed{6 \geq 6}$$

$$[0,5; 3,5]$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

$$\frac{2+4}{2} = 3$$

$$\frac{2-4}{2} = -1$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x > 3$$

$$x \leq -1$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$[3; 3,5] \Rightarrow$$

\Rightarrow все здесь неограниченно

$$\boxed{3 \checkmark}$$

$$3,5^2 = 4^2 - 3,5^2 = 0,5 \cdot 7,5 = 3,75$$

$$\sqrt{4^2 - 3,75} = 12,25$$

$$\left| \sqrt{12,25 - 7 - 3} + 6 \right| < \left| \sqrt{12,25 - 7 - 3} + 7 - 14 - 7 \right|$$

$$0 > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 - 6x + a$ $x^2 - 6x + a - 8 = 0$ $x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$
 $x^2 - 6x$ $a = 0$ $36 - 4(a-8) = 36 + 32 - 4a = 68 - 4a = 4(17 - a)$ $x^2 - 6x + a = y$
 $x^2 - 6x + a \leq 8 \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2}$ $x^2 + y^2 = a^2$

$(5; 7)$ $(1; 9)$ $19 + 18 \cdot 19 = 19 \cdot 19$
 $18 \cdot 20$
 $17! (18 + 18 \cdot 19 + 1)$
 $(5; 4)$ $(4; 9)$ $(1; 5)$ $(7; 5)$ $(4; 1)$

$\begin{cases} x^2 + 64 = a^2 \\ x^2 - 6x + a = 8 \end{cases}$ $x^2 - 6x - 8 = -a$
 $a^2 = (x^2 - 6x - 8)^2$
 ~~$a^2 = 64 - 6x + a = 8$~~ $(8 + 6x - x^2)^2$

$x^2 + 64 = (x^2 - 6x - 8)^2$
 $x^2 + 64 = x^4 + 36x^2 + 8^2 -$

$(8 + 6x - x^2)^2 = (8 + 6x - x^2)(8 + 6x - x^2) =$
 $= 64 + 48x - 8x^2 + 48x + 36x^2 - 8x^3 - 8x^2 - 6x^3 +$
 $+ x^4 = x^2 + 64$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

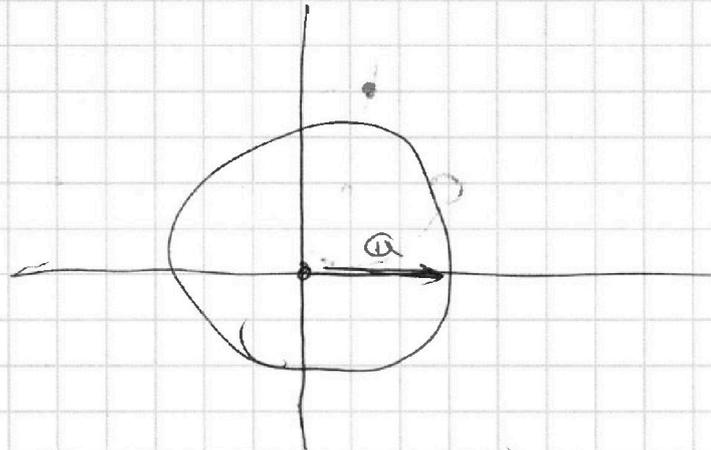
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2$$

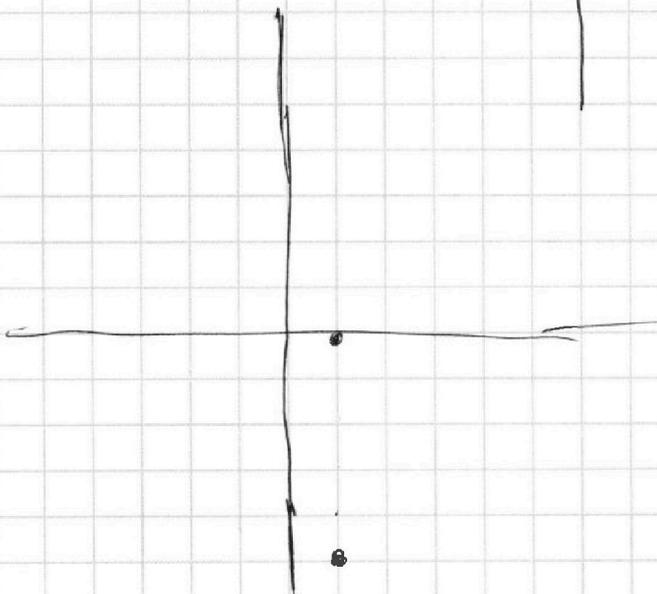
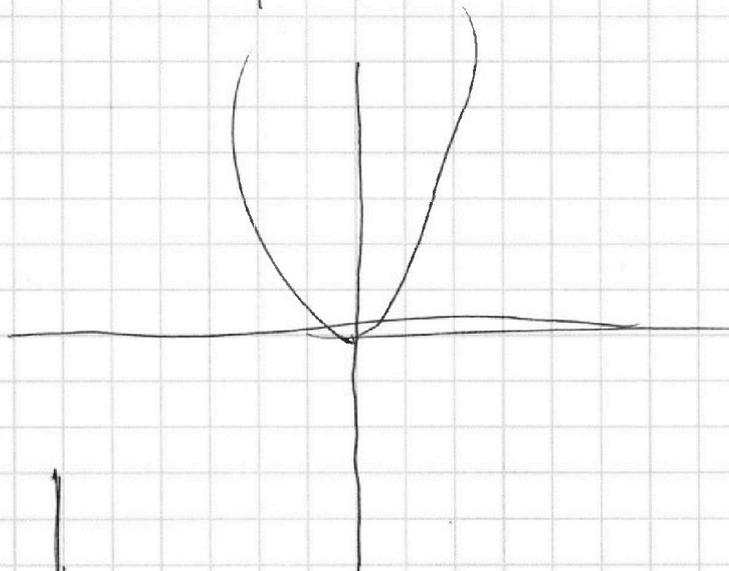
$$x^2 - 6x + a = 8$$



$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

9-18





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Предположим, что у ребра есть
неузловая (по длине) диагональ, тогда
либо абсцисса, либо ордината или ~~или~~ все
координаты точек, которые соединяет
эта диагональ, отличаются на нецелое
число \Rightarrow одна из координат точек будет нецелой \Rightarrow
 \Rightarrow противоречие с условием~~

~~Предположим, что у ребра есть неузловая
(по длине) диагональ~~



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

