



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Неправильный QR-код недопустим!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! : 361$$

Вынесем $n!$:

$$n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) : 361$$

$$n! (1 + (n+2) + (n+1)(n+2)) : 361$$

$$n! (n+2)^2 : 361$$

$361 = 19^2$, поэтому степень возведения простого числа 19 в $n! (n+2)^2$ должна быть равна двум. Тогда $n+2 = 19$, ~~тогда~~ $n = 17$, т.к. если мы будем искать 19 в факториале, то n будет больше 17, а меньше 17 n быть не может, т.к. тогда $n! (n+2)^2$ не будет иметь ни одной 19 в своём разложении на множители $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \min n = 17$$

Ответ: при $n = 17$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 = N^3$$
$$N > 6$$

$$\begin{aligned} n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 &= \\ = 5n^2 + 2n + 4n + 6n + 8n + 1 + 4 + 9 + 16 - 10 &= \\ = 5n^2 + 20n + 20 &\Rightarrow \\ \Rightarrow 5n^2 + 20n + 20 = N^3 &\Rightarrow \\ \Rightarrow 5(n^2 + 4n + 4) = N^3 &\Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot (n+2)^2 = N^3 \end{aligned}$$

Тогда $N^3 : 5 \Rightarrow N^3 = \dots, 5$ или $N^3 = \dots, 0$.
Если N^3 оканчивается на 0, то и N оканчивается на 0 $\Rightarrow N : 5$

Если N^3 оканчивается на 5, то и N оканчивается на 5 $\Rightarrow N : 5$

Таким образом, если $N^3 : 5$, то $N : 5$.

$$(n+2)^2 = \frac{N^3}{5}$$
$$(n+2)^2 = N^2 \cdot \frac{N}{5}$$

Так как слева квадрат, а справа один из мно -



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

числитель — тоже квадрат, то и знаменатель тоже квадрат $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{N}{5} = z^2, \text{ где } z \in \mathbb{N} \text{ (натуральные числа)}$$

Минимальный натуральный квадрат — 1, но тогда $N=5$, а по условию $N > 6 \Rightarrow$

$$\Rightarrow z^2 = 4 \text{ (следующий после 1 квадрат)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \min N = 20$$

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-2x-3 \geq 0$$

$$x^2-2x-3 = (x+1)(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-3) \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

Теперь перейдем к $|7-2x|$.

~~при $x \leq 3,5$~~

$7-2x \geq 0$ при $x \leq 3,5$, а ранее было сказано, что x может быть $\geq 3 \Rightarrow$ проверим промежуток $[3; 3,5]$. При нем все модули раскрываются с плюсом:

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+7-2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 \geq 6 \Rightarrow$$
 любой x из промежутка

$[3; 3,5]$ подходит.

$7-2x < 0$ при $x > 3,5$. При нем только

последний модуль раскрывается с минусом:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x+3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x+3} + 2x-1 + 2x-7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x \leq 14 \Rightarrow x \leq 3,5, \text{ однако } 7-2x < 0$$

при $x > 3,5 \Rightarrow$ ни один x при $x > 3,5$ не подходит.

Тогда рассмотрим x в промежутке $(-\infty; -1]$. В этом промежутке $7-2x \geq 0$

и $\sqrt{x^2-2x-3} + 6 > 0$, однако неизвестно,

что происходит со вторым модулем:

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \left| \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \right| + 7-2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \geq \left| \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \right|$$

Такое возможно только при $\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \geq 0$

Тогда $\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \text{ и } 1-2x \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-2x-3 \geq (1-2x)^2 \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 1-4x+4x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2-2x+4 \leq 0, \text{ но дискриминант}$$

этого уравнения равен $4-4 \cdot 3 \cdot 4 < 0 \Rightarrow$ граф

уравнения не пересекает ось абсцисс, а так



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

как старший коэффициент больше нуля, то
ветви данной параболы направлены
вверх $\Rightarrow$ график не лежит в четвертях
с отрицательными ординатами $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow$ ~~$\{x^2 - 2x - 3 + 2x - 1\}$~~ ~~$\{x^2 - 4\}$~~

~~больше нуля~~ отрицательные при $x \in (-\infty; -1]$

а, значит, при $x \in (-\infty; -1]$ корней нет $\Rightarrow$

$\Rightarrow x \in [3; 3,5]$ и только

Ответ: $[3; 3,5]$.



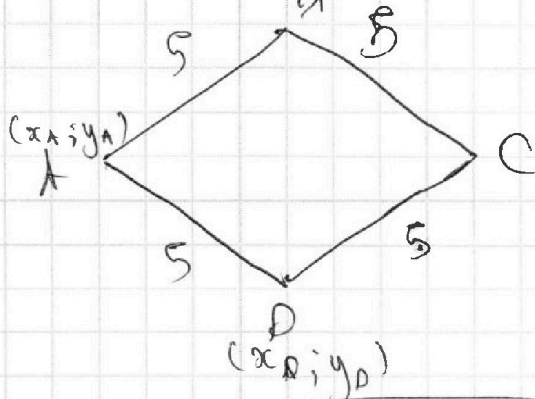
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть есть ромб $ABCD$:



$$\text{Тогда } \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2} = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_A - x_D \in \mathbb{Z} \text{ и } y_A - y_D \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A - x_D = 3 \\ y_A - y_D = 4 \end{cases} \Rightarrow BD = 3 \cdot 2 = 6 \text{ и } AC = 4 \cdot 2 = 8$$

$$\begin{cases} x_A - x_D = 4 \\ y_A - y_D = 3 \end{cases} \Rightarrow BD = 8 \text{ и } AC = 6$$

$$\begin{cases} x_A - x_D = 0 \\ y_A - y_D = 5 \end{cases} \Rightarrow AD \parallel Oy$$

$$\begin{cases} x_A - x_D = 5 \\ y_A - y_D = 0 \end{cases} \Rightarrow AD \parallel Ox$$



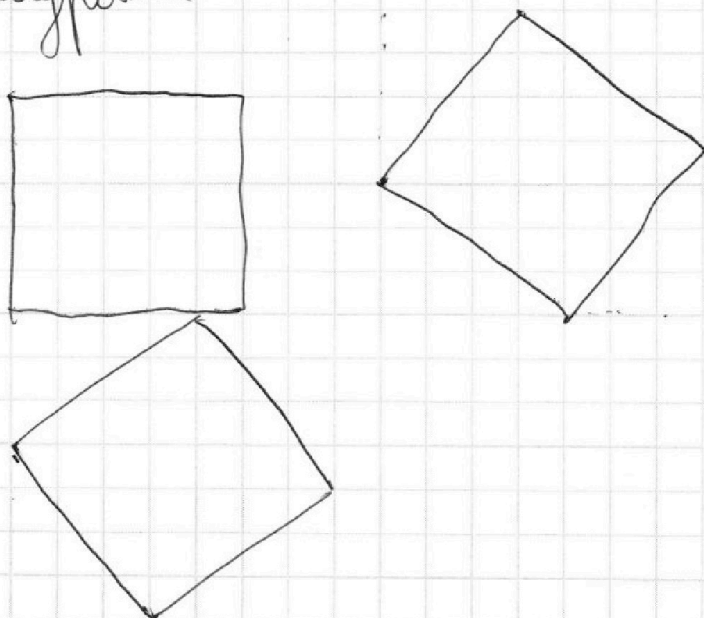
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получа есть два вида раппов и
три вида поворота квадратов.
У раппов это 42-44 у обоих вариантов.
Квадраты:



Для первого варианта 46^2 способов.

Для второго и третьего $46 \cdot 47 \cdot 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Всего $42 \cdot 44 \cdot 2 + 46 \cdot 47 \cdot 2 + 46^2$

Ответ: $42 \cdot 44 \cdot 2 + 46 \cdot 47 \cdot 2 + 46^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^{20} + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Тогда в какой-то из скобок $y-45$ или $y+45$ входит 19 с двойкой в какой-то степени, а в оставшейся входит двойка в оставшейся степени.

Пусть:

$$\begin{cases} 19 \cdot 2^y = y-45 \\ 2^z = y+45 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^y + 45 = 2^z$$

Внесем 2 за скобку:

$$2(19 \cdot 2^{y-1} + 45) = 2^z$$

$$19 \cdot 2^{y-1} + 45 = 2^{z-1}$$

Если $z-1 \neq 0$, то такое невозможно, т.к. $19 \cdot 2^{y-1}$ четно или нечетно, а 45 - нечетное, а если



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$19 \cdot 2^{y-1}$ нецелое, то тогда левая часть нецелая
и больше $1 \Rightarrow$ противоречие со степенью двойки.
Если $2-1=0$, то $19 \cdot 2^{y-1} = -44$, что невозможно.

Тогда:

$$\begin{cases} 19 \cdot 2^y = y + 45 \\ 2^z = y - 45 \end{cases} \Rightarrow$$
$$a + z = 9$$

$$\Rightarrow 2^z + 90 = 19 \cdot 2^a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^{a-1} - 45 = 2^{z-1}$$

Такая же ситуация при четности, а если

$$19 \cdot 2^{a-1} - \text{нечетное, то } 19 \cdot 2^{a-1} - 45 < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{z-1} < 0 \Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{ни один из вариантов не подходит} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ пар целых (x, y) , подходящих по условию, не существует.

Ответ: таких пар нет.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим неравенство $x^2 - 6x + a \leq 8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$$

$$D = 36 - 4(a - 8) = 68 - 4a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{6 - \sqrt{68 - 4a}}{2}\right) \left(x - \frac{6 + \sqrt{68 - 4a}}{2}\right) \leq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in [3 - \sqrt{17 - a}; 3 + \sqrt{17 - a}].$$

Также x принадлежит промежутку $[-a; a]$

Заметим, что чем больше $x(x-6)$, тем больше $x^2 - 6x + a$, тогда:

Если промежуток $[3 - \sqrt{17 - a}; 3 + \sqrt{17 - a}]$ целиком входит в $[-a; a]$, то при $x = -a$ $x^2 - 6x + a \geq 8$, т.к. $-a < 3 - \sqrt{17 - a} \Rightarrow -a(-a-6) < 3 - \sqrt{17 - a}$.

Если промежуток $[-a; a]$ целиком входит в $[3 - \sqrt{17 - a}; 3 + \sqrt{17 - a}]$, то $x^2 - 6x + a$ никогда не сможет достичь 8.

(Целиком входит — если промежуток $[a; b]$ целиком входит в $[x; y]$, то $x < a$, а $b < y$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Половые промежутки не могут быть равны,
т.к. тогда $3 - \sqrt{17-a} + 3 + \sqrt{17-a} = -a + a \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6 = 0,$

Тогда какой-то из концов первого промежутка
равен концу второго промежутка:

$$\begin{cases} 3 - \sqrt{17-a} = -a \\ 3 + \sqrt{17-a} = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \downarrow: & \quad 3 - \sqrt{17-a} = -a \Rightarrow \\ & \Rightarrow 3 + a = \sqrt{17-a} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 17 - a = a^2 + 6a + 9 \Rightarrow a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$D = 49 + 32 = 81$$

$$a_1 = \frac{-7+9}{2} = 1$$

$$a_2 = \frac{-7-9}{2} = -8$$

При $a = -8$ есть $x = -8$, при котором
 $x^2 - 6x + a = 64 + 48 - 8 = 104 \neq 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$II: 3 + \sqrt{17-a} = a$$

$$17-a = a^2 - 6a + 9$$

$$a^2 - 6a - 8 = 0$$

$$D = 26 + 32 = 57$$

$$a_1 = \frac{6 + \sqrt{57}}{2}$$

$$a_2 = \frac{6 - \sqrt{57}}{2}$$

Однако $\frac{6 + \sqrt{57}}{2} = a$ быть не может, т.к.

при нем есть $x = \frac{-6 - \sqrt{57}}{2}$, при котором

$$x^2 - 6x + a = \frac{26 + 10\sqrt{57} + 57}{4} + 7 \cdot \frac{6 + \sqrt{57}}{2} =$$

$$= 20,5 + 2,5\sqrt{57} + 17,5 + 3,5\sqrt{57} = 38 + 6\sqrt{57} > 8 \Rightarrow$$

$\Rightarrow a$ может быть равно только 1 и $\frac{6 - \sqrt{57}}{2}$

Ответ: $\frac{6 - \sqrt{57}}{2}; 1.$

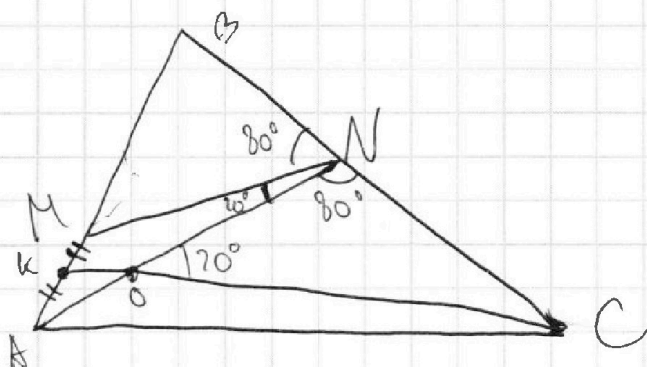


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Перча QR-кода недопустима!



Дано:

$$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$$

$M \in AB$

$N \in BC$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot KC$$

Найти:

$$\angle CAN$$

1) Обозначим середину MA за K,

$$\text{тогда } BN \cdot MK = BM \cdot NC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MK} \Rightarrow \text{по обратной мере}$$

$$\text{Получаю } KC \parallel MN \Rightarrow \angle MNA = \angle NCO \text{ как}$$

$$\text{накрест лежащие} \Rightarrow \angle NCO = 180^\circ - 80^\circ \cdot 2 = 20^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle NCO = 180^\circ - 80^\circ - 20^\circ = 80^\circ \Rightarrow NO = OC, \text{ т.к.}$$

$\triangle NOC$ - равнобедренный

2) $KO \parallel MN$, $MK = KA \Rightarrow KO$ - средняя линия

$$\triangle MAN \Rightarrow NO = OA \Rightarrow NO = OA = OC \Rightarrow \angle ACN -$$

прямоугольный, т.к. в нем медиана равна

$$\text{попавшей гипотенузы} \Rightarrow \angle CAN = 180^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$$

Ответ: 10°

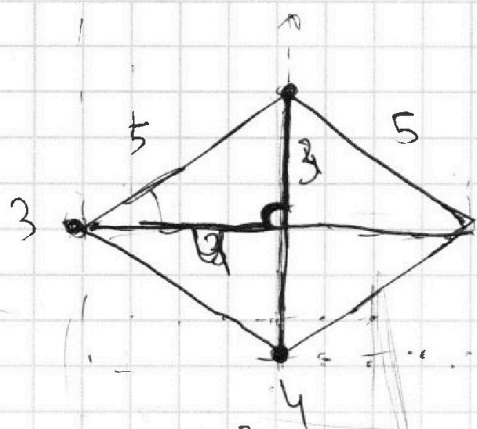


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

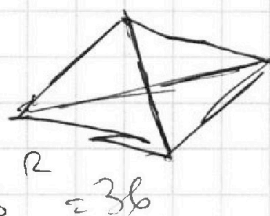
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



3 4
8
64

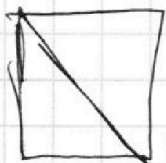


$$a^2 + b^2 = 5^2$$
$$a \in \mathbb{Z} \quad \frac{5}{\sqrt{2}}$$
$$b \in \mathbb{Z}$$

4; 46
5; 46

1; 44
44 позиций

6; 50
45 позиций



$$42 \cdot 44 + 45^2$$



45 позиций

$x \in$

[5; 46] (4; 47)

1; 50

$$2 \cdot 5 \cdot 5 \cos 2 \in \mathbb{Z}$$

$$42 \cdot 44 \cdot 2 + 45^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \left(3,5; +\infty\right) \quad a^2 - 6a + a = a^2 - 5a \\
 & \quad \quad \quad x(x-6) + x(x-6) \\
 & \quad \quad \quad a^2 - 5a = 8 \quad \frac{5-\sqrt{57}}{2} \quad x(x-6) + a - 8 \quad 8(8-2) \\
 & \quad \quad \quad b^2 - 6a - 8 = 0 \\
 & \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 7 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 7 \\
 & \quad \quad \quad a^2 + 6a + a - \max 8 \quad x(x-6) = a^2 + 7a - 8 \\
 & \quad \quad \quad a^2 + 7a = 8 \quad 6 \geq 4x - 8 \quad x(x-6) \quad a^2 + 7a - 8 = 0 \\
 & \quad \quad \quad 49 + 32 - 8 \\
 & \quad \quad \quad \frac{-7+9}{2} = 1 \\
 & \quad \quad \quad \frac{-7-9}{2} = -8 \\
 & \quad \quad \quad a \geq 0 \quad \frac{5-\sqrt{57}}{2} \\
 & \quad \quad \quad y=0 \\
 & \quad \quad \quad x^2 = a^2 \\
 & \quad \quad \quad (x=-a) \quad \left(\frac{5-\sqrt{57}}{2}\right)^2 - 6 \frac{5-\sqrt{57}}{2} + 2 \\
 & \quad \quad \quad \geq 0 \\
 & \quad \quad \quad (-\infty; 0,5) \\
 & \quad \quad \quad (-\infty; -1] \\
 & \quad \quad \quad -1 \geq \sqrt{(x+1)(x-3) + 2x - 1} - 2x \\
 & \quad \quad \quad x \geq 0,5 \\
 & \quad \quad \quad \left(\frac{5-\sqrt{57}}{2}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5-\sqrt{57}}{2} \\
 & \quad \quad \quad \frac{25 - 10\sqrt{57} + 57}{2} - \frac{25 - 5\sqrt{57}}{2} \\
 & \quad \quad \quad -1,5\sqrt{57} - \frac{25 - 5\sqrt{57}}{2} \\
 & \quad \quad \quad 20,5 \\
 & \quad \quad \quad 20,5 - 12,5 = 8 \\
 & x^4 - 12x^3 + 20x^2 + 96x + 64 = x^4 + 64 \\
 & x^4 - 12x^3 + 20x^2 + 96x = 0 \\
 & x = 0
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$6^2 - (a-8) \cdot 4 \geq 68 - 4a$$

$$\left[\frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2}; \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} \right]$$

$$x^2 - 6x + a - 8 \geq 0$$

$$-8 \cdot -14 - 8 = 78$$

при $a \geq 0$
 $a \leq 17$
 $[0; 17]$

$$\begin{cases} \frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2} = -a \\ \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2} = -a \\ \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} = a \end{cases}$$

$$\frac{12}{2} = 0$$

$$\frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2} = a$$

$$6 + 2\sqrt{17-a} = 2a$$

$$6 - 2\sqrt{17-a} = -2a$$

$$\sqrt{17-a} = -a - 3$$

$$2\sqrt{17-a} =$$

$$17-a = a^2 - 6a + 9$$

$$17-a = a^2 + 6a + 9$$

$$= 6 - 2a$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$\sqrt{17-a} = 3 - a$$

$$25 + 82 = 67$$

$$17-a = 9 - 6a + a^2$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

$$\frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \end{cases}$$

$$[-8]$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} = -a$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(x - \frac{6+2\sqrt{17-a}}{2}\right)\left(x - \frac{6-2\sqrt{17-a}}{2}\right) \leq 0$$

$$17-a \geq a^2$$

$$(x-a)(x-b) \leq 0$$

$$\sqrt{17-a} \geq a$$

$$a \leq 17$$

$$(x-4)(x-2) \leq 0$$

$$x \in \left[\frac{6-2\sqrt{17-a}}{2}, \frac{6+2\sqrt{17-a}}{2} \right] \quad a \geq 0$$

$$[0; 17]$$

$$x \in [-a; a]$$

$$a^2 + a - 17 \leq 0$$

$$\frac{1+68-69}{2} = \frac{-1+\sqrt{69}}{2}$$

$$-a - \left[\frac{-1-\sqrt{69}}{2}, \frac{-1+\sqrt{69}}{2} \right] - a$$

$$-a + 3 + \sqrt{17-a} \geq 3 - \sqrt{17-a} + a$$

$$2\sqrt{17-a} \geq 2a$$

$$\frac{6-2\sqrt{17-a}}{2} = -a$$

$$\frac{6+2\sqrt{17-a}}{2} = a$$

$$\begin{array}{l} 2,5\sqrt{17} \\ 20,5 - 2,5\sqrt{17} \\ 20,5 - 2,5\sqrt{17} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -a \geq \frac{6-2\sqrt{17-a}}{2} \\ a \leq \frac{6+2\sqrt{17-a}}{2} \end{array}$$

$$\left(\frac{5-\sqrt{57}}{2}\right)^2 = 6 \frac{5-\sqrt{57}}{2} + \frac{5-\sqrt{57}}{2}$$

$$\frac{25-10\sqrt{57}+57}{2} = 5 \cdot \frac{5-\sqrt{57}}{2}$$

$$\begin{array}{l} -a \geq 3 - \sqrt{17-a} \\ a \leq 3 + \sqrt{17-a} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$y+z=x$$

$$y \geq 45$$

$$y \geq 1 \quad z \geq 1$$

$$2y$$

$$19 \cdot 2^z$$

$$46^2$$

$$z=1$$

$$19 \cdot 2^y = y - 45$$

$$-45$$

$$-45 - 45 = -88 \cdot 19$$

$$2^z = y + 45$$

$$\begin{array}{r} \text{ker} \cdot 2 \\ 2401 \quad 2304 \\ 2500 \\ 2025 \quad 2116 \quad 2209 \end{array}$$

$$19 \cdot 2^y + 90 = 2^z$$

$$y \geq 1$$

$$2 \cdot (19 \cdot 2^{y-1} + 45) = 2^z$$

$$162 \cdot 2 = 304$$

$$\begin{array}{r} 2048 \\ 4096 \end{array}$$

$$\underbrace{19 \cdot 2^{y-1}}_{\text{ker}} + \underbrace{45}_{\text{ker}} = \underbrace{2^{z-1}}_{\text{ker}}$$

$$76 \cdot 2 = 152$$

$$304 \cdot 2 = 608$$

$$608 \cdot 2 = 1216$$

$$2^y = y - 45$$

максим пар кер

$$19 \cdot 2^z = y + 45$$

$$2063$$

$$2329$$

$$2^y + 90 = 19 \cdot 2^z$$

$$2101$$

$$2633$$

$$\underbrace{2^{y-1}}_{\text{ker}} + \underbrace{45}_{\text{ker}} = \underbrace{19 \cdot 2^{z-1}}_{\text{ker}}$$

$$2177$$

$$3241$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$
$$45^2$$

y - нечет
нечет

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$
$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

2^x $19 \cdot 2^x$ 2^x

$$19 \cdot 2^y = y - 45$$

$$2^2 = y + 45$$

$$19 \cdot 2^y + 90 = 2^2$$

$$2(19 \cdot 2^{y-1} + 45) = 2^2$$

$$\underbrace{19 \cdot 2^{y-1}}_{\text{четное}} + \underbrace{45}_{\text{нечет}}$$

$$\text{четное} + \text{нечет} = \text{нечет}$$

$$2^2$$

нечет не 2^i

$$2^y + 90 = 19 \cdot 2^2$$
$$2(19 \cdot 2^{y-1} - 45) = 2^y$$

$$2y \geq y - 45$$

$$2y = y - 45$$

$$19 \cdot 2^2 = y + 45$$

$$y = 1$$

$$46 = 19 \cdot 2^{2-1}$$

$$46$$

$$19 \cdot 2^{2-1} - 45 = 2^{y-1}$$

$$\text{четное} \quad \text{нечет}$$

$$\text{четное} - \text{нечет} = \text{нечет}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

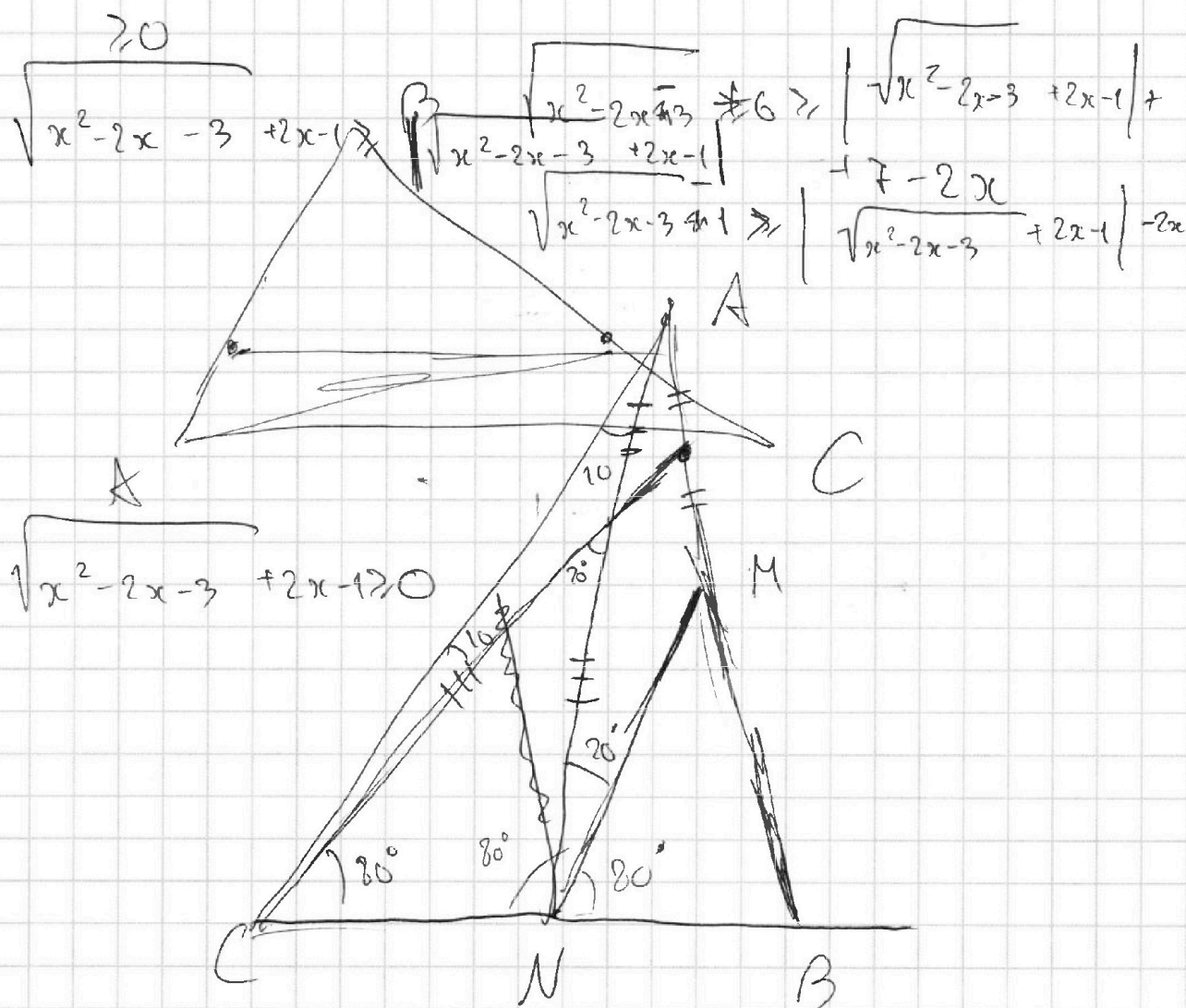
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$BN \cdot \frac{1}{2}MA = BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{\frac{1}{2}MA}$$

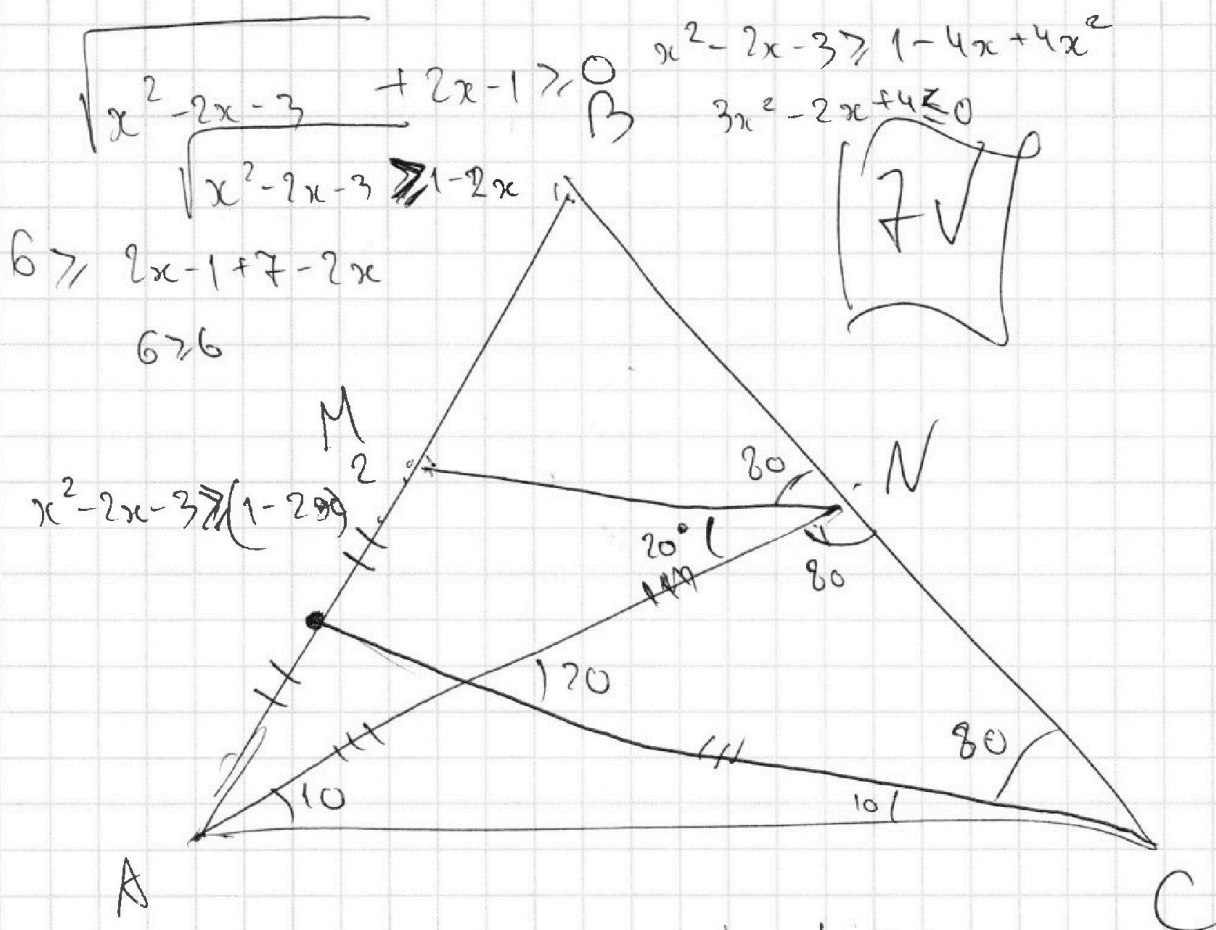


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

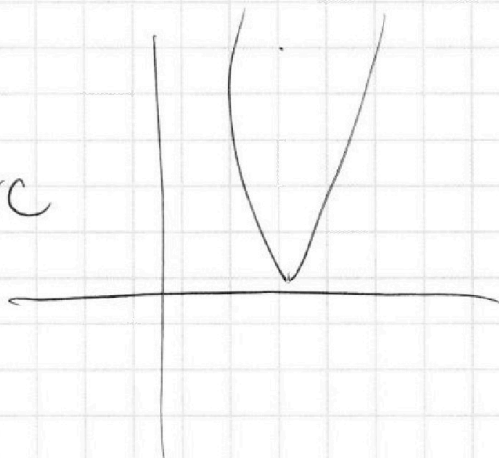
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BH \cdot NC$$

$$BN \cdot \frac{1}{2}MA = BH \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BH}{\frac{1}{2}MA}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$$

$$D = 36 - (a - 8) \cdot 4 = 68 - 4a$$

$$x_1 = \frac{6 + 2\sqrt{17-a}}{2} = 3 + \sqrt{17-a}$$

$$x_2 = \frac{6 - 2\sqrt{17-a}}{2} = 3 - \sqrt{17-a}$$

$$(x - (3 + \sqrt{17-a}))(x - (3 - \sqrt{17-a})) \leq 0$$

$$(1) \quad x \in [3 - \sqrt{17-a}; 3 + \sqrt{17-a}]$$

$$(2) \quad x \in [-a; a]$$

Если (1) > (2), то $\emptyset$ не достигается

Если (2) > (1), то $\max \neq 8$

Если $a = 2$, то $\emptyset$

Если $-a = 3 - \sqrt{17-a}$ или $a = 3 + \sqrt{17-a}$, то ок и
имеет нужные корни



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$-5 - \sqrt{57}$$

$$\frac{25 + 10\sqrt{57} + 57}{4} - 5 = \frac{(6 + \sqrt{57})^2}{2} =$$

$$20,5 + 2,9\sqrt{57} - \frac{-25 - 5\sqrt{57}}{2}$$

$$32 + 6\sqrt{57} \geq 8$$

$$1 \cup \frac{6 - \sqrt{57}}{2}$$

$$a + 3 = \sqrt{17 - a}$$

$$a^2 + 6a + 9 = 17 - a$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$D = 49 + 32 = 81$$

$$a_1 = \frac{-7 - 9}{2} = -8$$

$$a_2 = \frac{-7 + 9}{2} = 1$$

$$a - 3 = \sqrt{17 - a}$$

$$a^2 - 6a + 9 = 17 - a$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

$$a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + n!(n+1) + n!(n+1)(n+2) = \boxed{2\sqrt{N=20}} \quad (n+2)^2 = \frac{N^3}{5}$$

$$= n! (n+2 + (n+1)(n+2)) = 5^2 \cdot 2^2 \quad \boxed{N:5}$$

$$= n! (n+2)^2 \quad 10^2 \quad \frac{10^2 \cdot 5}{(n+2)^2 = N \cdot N \cdot \frac{N}{5}} \quad \boxed{\frac{N}{5}}$$

$$361 = 19 \cdot 19 \quad n=17 \Rightarrow n! \cdot 19^2 \quad \boxed{20}$$

$$N^3 : 5 \quad 5^2 \quad 2=2 \quad n! (n+2)(n+2) \quad 5 \cdot (n+2)^2 = 10^3$$

$$> 6^3 \quad (n+2)^2 = 10 \cdot 10 \cdot 2$$

$$(\sqrt{5}(n+2))^2 = N^3 \Rightarrow \boxed{n=17} \quad \text{ровным содержанием } 210 \Rightarrow \boxed{1\sqrt{}}$$

$$5(n+2)^2 = N^3 \quad (n+2)^2 = 200$$

$$15 \cdot 15 \cdot 3 = 225 \cdot 3$$

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 = N^3 \quad 20 \cdot 20 \cdot 4 = 1600$$

$$N > 6 \quad 38$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10 \cdot 2 = 20$$

n^2

$$5n^2 + 2n + 4n + 6n + 8n + 1 + 4 + 9 + 16 - 10 = N^3$$

$$4n \quad 5n^2 + 20n + 30 - 10 = N^3$$

$$5n^2 + 20n + 20 = N^3$$

$$(\sqrt{5}n + \sqrt{20})^2 = N^3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 + 7-2x$$

$$\left| \sqrt{x^2-2x-3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \right| + \left| 7-2x \right|$$

$$x \geq 0,5$$

$$x > 3,5$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}$$

$$[0,5; 3,5]$$

$$x^2-2x-3 \geq 0$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

$$\frac{2+4}{2} = 3$$

$$\frac{2-4}{2} = -1$$

$$[3; 3,5] \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ всё здесь подходит

$$3 \checkmark$$

$$6 \geq 6$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x > 3$$

$$x \leq -1$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$3,5^2 = 4^2 - 3,5^2 = 0,5 \cdot 7,5 = 3,75$$

$$\begin{aligned} 4^2 - 3,75 &= 12,25 \\ \left| \sqrt{12,25 - 7 - 3} + 6 \right| &\geq \left| \sqrt{12,25 - 7 - 3} + 7 - 1 \right| + \left| 7 - 7 \right| \\ 0 &\geq 0 \end{aligned}$$



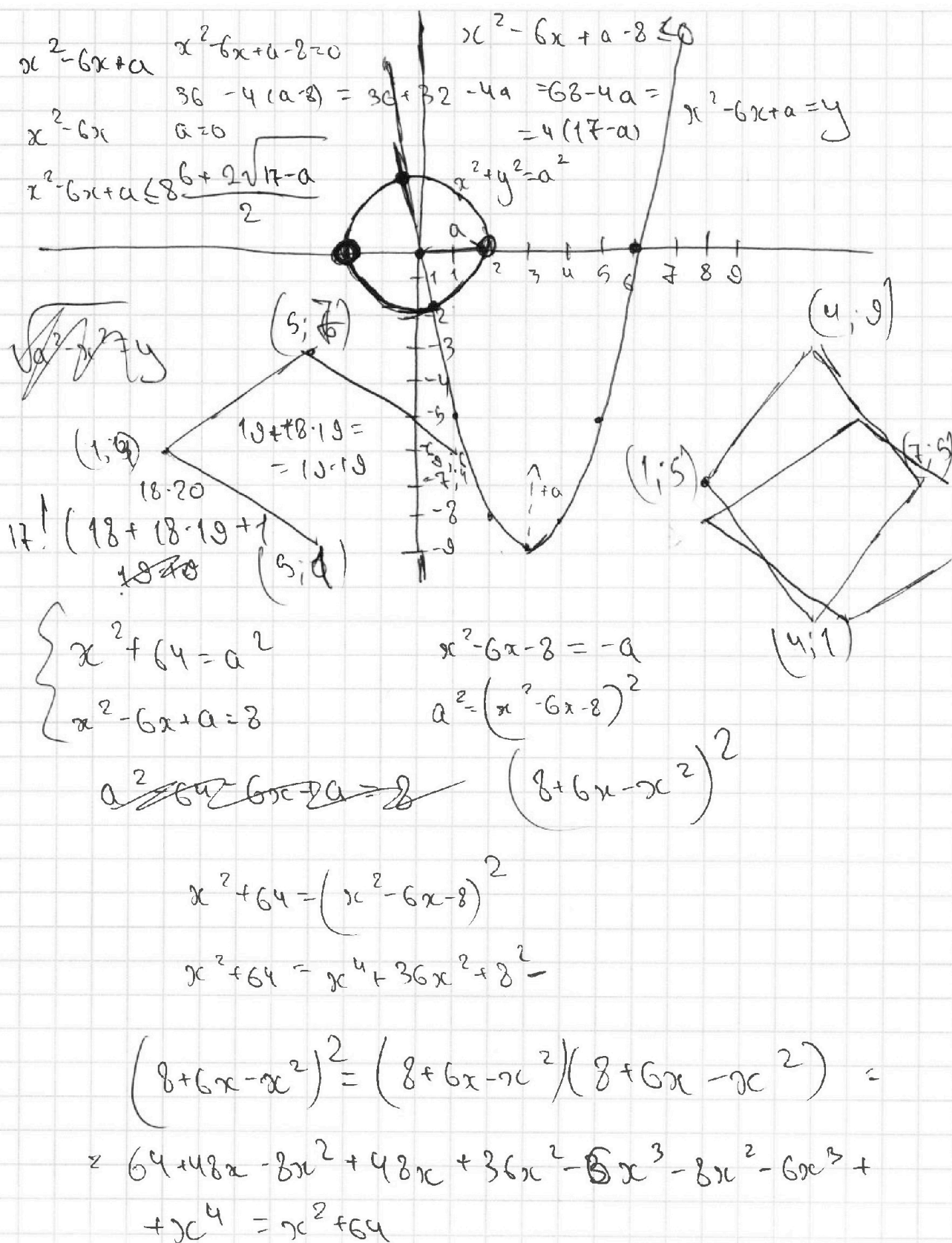
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

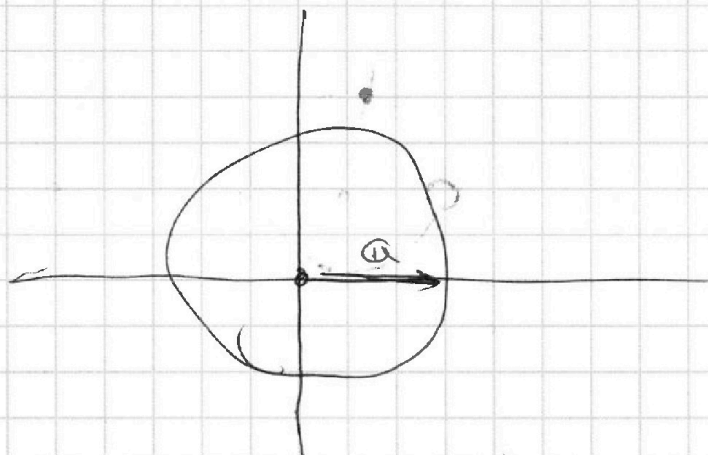
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2$$

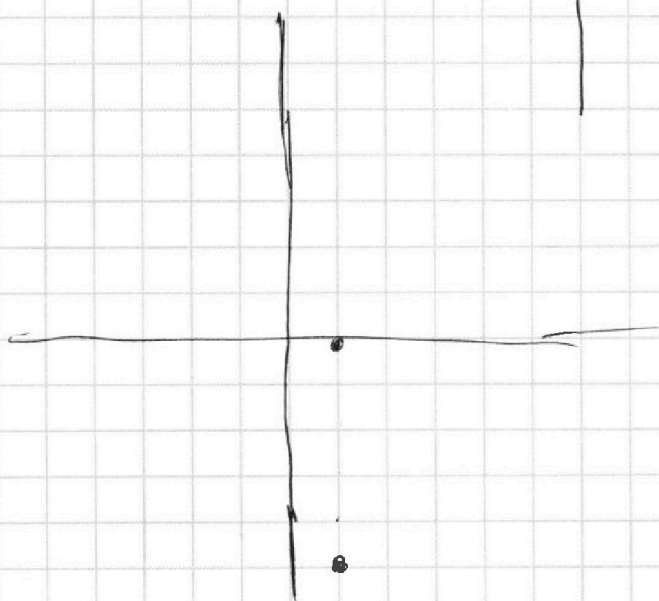
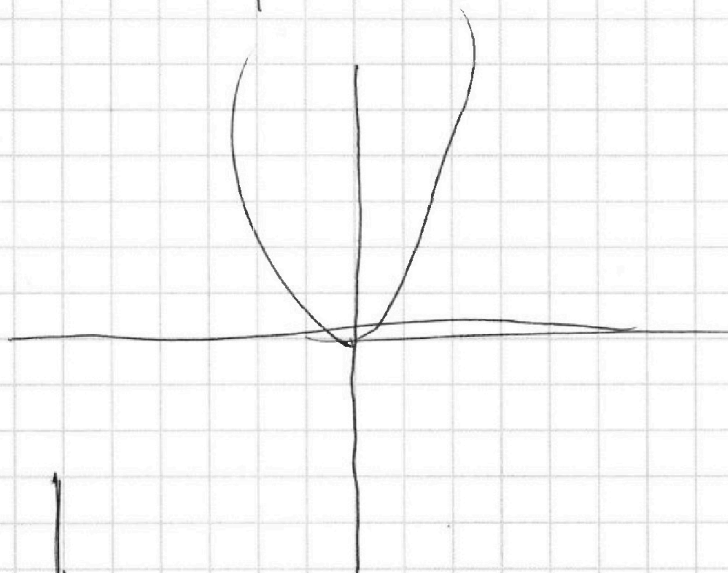
$$x^2 - 6x + a = 8$$



$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

$$9 - 18$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Предположим, что у ребра есть
нецелая (по длине) диагональ, тогда
либо абсцисса, либо ордината или ~~все~~ все
координаты точек, которые соединяет
эта диагональ, относятся к нецелым
числам $\Rightarrow$ одна из координат точек будет нецелой $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ противоречие с условием~~

~~Предположим, что у ребра есть нецелая
(по длине) диагональ~~



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

