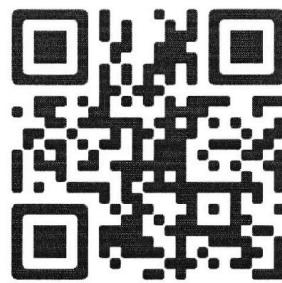




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 10

- [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?
- [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geqslant \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$289 = 17^2$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! \cdot (1+n+n(n+1)) = (n-1)! \cdot (1+2n+n^2) \\ = (n-1)! \cdot (n+1)^2.$$

Если $(n-1)! \cdot (n+1)^2 : 17^2$, то $\begin{cases} n+1 \vdots 17, \text{ тогда } (n+1)^2 \vdots 17^2 \\ (n-1)! \vdots 17 \text{ тк если } n+1 \nmid 17, \text{ то} \\ \text{и } (n+1)^2 \text{ делится просто с } 17 \end{cases}$

Тогда $\begin{cases} n+1 \vdots 17 (\Rightarrow n \equiv -1 \pmod{17}), \text{ значит } n \geq 16 \\ (n-1)! \vdots 17 (\Rightarrow n-1 \geq 17, \text{ иначе простого множителя } 17 \\ \text{в произведении чисел из факториала не будет. Значит} \\ n \geq 18 \text{ (также более строго } n-1 \geq 34 \text{ тк если } (n+1)^2 \nmid 17^2, \text{ то} \\ (n-1)! \vdots 17^2 \rightarrow \text{множитель } 17 \text{ должно быть } \geq \text{бо } 17 \text{ и } 34 \text{ и} \\ \text{также, поэтому } n-1 \geq 34). \end{cases}$

Значит минимальное $n = 16$.
натуральное

Ответ: $n = 16$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a - минимальное из семи последовательных чисел из условия.
Тогда $a + (a+1)^2 + (a+2)^2 + \dots + (a+6)^2 = N^5$. Тогда

$$a^2 + (a^2 + 2a + 1) + (a^2 + 4a + 4) + (a^2 + 6a + 9) + (a^2 + 8a + 16) + \\ + (a^2 + 10a + 25) + (a^2 + 12a + 36) = 7a^2 + 42a + 91 \quad (\text{сумма квадратов 7ти чисел из условия})$$

$$7a^2 + 42a + 91 - 28 = 7a^2 + 42a + 63 = N^5 (=)$$

$$7(a^2 + 6a + 9) = 7(a+3)^2 = N^5. \quad \text{Значит } \cancel{\text{7}}$$

$N \mid 7$ (тк $N^5 \mid 7$ и 7 - простое число), но по условию

$N > 8$, значит $N \geq 14$. Если $N = 14$, то

$$7(a+3)^2 = 14^5 = 7^5 \cdot 2^5 (=) (a+3)^2 = 7^4 \cdot 2^5,$$

противоречие, тк степень вхождения 2 в квадрат четная, а должна быть четна. Если $N = 21$, то

$7(a+3)^2 = 21^5 = 7^5 \cdot 3^5 (=) (a+3)^2 = 7^4 \cdot 3^5$, противоречие,
тк степень вхождение 3 в квадрат четная,
а должна быть четна. Если $N = 28$, то

$$7(a+3)^2 = 28^5 = 7^5 \cdot 2^{10} (=) (a+3)^2 = 7^4 \cdot 2^{10},$$

все подходит (=) $a+3 = 7^2 \cdot 2^5 (=) a = 7^2 \cdot 2^5 - 3$, то
также противоречие.

Ответ: $N = 28$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-x-2} + 5| \geq |\sqrt{x^2-x-2} + x-1| + |6-x|$$

Так как некоторые выражения под корнем, они ≥ 0 , значит $x^2-x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$ или $x \leq -1$. Тогда $\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$
 $(\Leftrightarrow) \sqrt{x^2-x-2} + 5 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-x-2} + 5 = |\sqrt{x^2-x-2} + 5|$.

Рассмотрим знаки выражения $\sqrt{x^2-x-2} + x-1$ при разных x : Если $x \geq 2$, то $\sqrt{x^2-x-2} + x-1 \geq$

$\sqrt{x^2-x-2} + 1 \geq 0$, значит $|\sqrt{x^2-x-2} + x-1| = \sqrt{x^2-x-2} + x-1$ при $x \geq 0$. Если $x \leq -1$, то $\sqrt{x^2-x-2} + x-1$ может принимать отрицательные значения при $x \in (-1; -\infty)$, так как $x^2-x-2 = x^2 + |x|-2$, то $< (|x|+1)^2$, поэтому $\sqrt{x^2-x-2} < |x|+1$, поэтому

$$\sqrt{x^2-x-2} - |x| - 1 = \sqrt{x^2-x-2} + x-1 < 0.$$

$$(тк (|x|+1)^2 = x^2 + 2|x| + 1 > x^2 + |x|-2).$$

Рассмотрим знаки выражения $(6-x)$: если $x \geq 6$, то $6-x \leq 0$, если $x < 6$, то $6-x > 0$:

$$\operatorname{sgn}(6-x) \begin{array}{ccccccccc} + & + & + & + & + & + & - & - \\ \hline & | & | & | & | & | & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \end{array} \overset{6}{\longrightarrow}$$

$$\operatorname{sgn}(\sqrt{x^2-x-2} + x-1) \begin{array}{ccccccccc} - & - & + & + & + & + & + \\ \hline -1 & 2 & | & | & | & | & | & \end{array} \overset{0}{\longrightarrow}$$

Запишем систему:

$$\left\{ x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \right.$$

$$\left. 1) \sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq -\sqrt{x^2-x-2} - x + 1 + 6 - x \text{ где } x \leq -1 \right.$$

$$\left. 2) \sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 + 6 - x \text{ где } x \in [2; 6] \right.$$

$$\left. 3) \sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 + x - 6 \text{ где } x \geq 6 \right.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq -\sqrt{x^2 - x - 2} - x + 1 + 6 - x \text{ для } x \leq -1$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} + 2x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$. Так как $x \leq -1$, то $1 - x > 0$, значит обе части неравенства можно возвести в квадрат

$$x^2 - x - 2 \geq 1 + x^2 - 2x \Leftrightarrow -x - 2 \geq 1 - 2x \Leftrightarrow x - 3 \geq 0$$

но $x \leq -1$, поэтому $x - 3 < 0$, нет решений

$$2) \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + 6 - x \text{ для } x \in [2; 6].$$

$$5 \geq x - 1 + 6 - x \Leftrightarrow 5 \geq 5, \text{ верно} \rightarrow \text{множие}$$

$x \in [2; 6]$ подходит

$$3) \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + x - 6 \text{ для } x \geq 6$$

$$5 \geq 2x - 7 \Leftrightarrow 12 \geq 2x \Leftrightarrow x \leq 6, \text{ но } x \geq 6 \Leftrightarrow$$

единственное решение $x = 6$

Ответ: $x \in [2; 6]$.

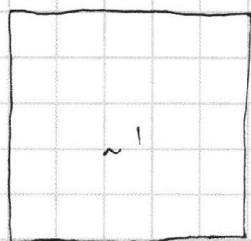
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

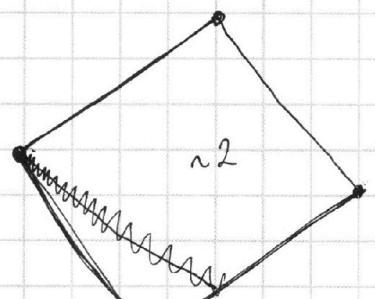
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

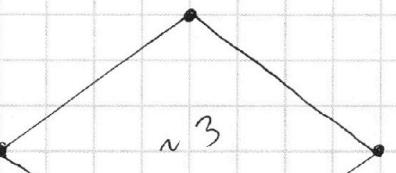
Найдем все возможные рамбы со стороной 5 с толщиной до поворота и переворота. Заметим, что если для какого-то рамба X расположение по выбранной части плоскости, то для перевернутого (повернутого тоже X (если вершины, все еще в чистых точках)).



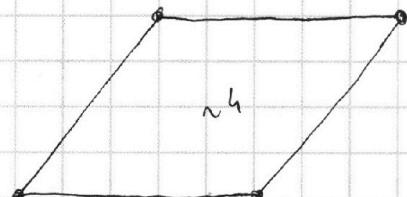
1 вариант
после поворотов/
переворотов



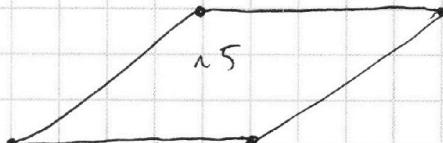
2 варианта



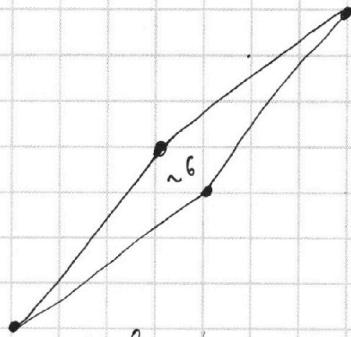
2 ~~варианта~~ варианта



4 варианта



4 варианта



2 варианта

Что все тк стороны = 5 это либо



так как вершины в узлах члены линии

Теперь отдельно посчитаем количество расположений для каждого варианта рамбы:

$$\sim 1) 1 \cdot (40 \cdot 41 + 40) = 40 \cdot 42 = 1680 \text{ расположений}$$

вариантов расположений
всех сторон
на одиссе



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 2) \quad 2 \cdot (39 \cdot 39) = 3042$$

вариантов размещений по ординале
по абзацу

$$\sim 3) \quad 2 \cdot (40 \cdot 38) = 2 \cdot (39^2 - 1) = 3040$$

вариантов по ординале размещений по абзацу

$$\sim 4) \quad 4 \cdot (37 \cdot 41 + 41) = 4 \cdot (38 \cdot 41) = 4(38 \cdot 40 + 38) = \\ = 4(1520 + 38) = 1558 \cdot 4 = 6232$$

$$\sim 5) \quad 4 \cdot (36 \cdot 42 + 42) = 4(37 \cdot 42) = 4(37 \cdot 41 + 37) = \\ = 4(1558 - 38 + 37) = 4 \cdot (1558 - 1) = 6228$$

$$\sim 6) \quad 2 \cdot (38 \cdot 39) = 2 \cdot (1521 - 39) = 2 \cdot 1482 = 2964$$

$$\text{Всего } T_{\text{вс}} = 1680 + 3042 + 3040 + 6232 + 6228 + 2964 \\ = 4720 + 3042 + 12460 + 2964 = 7762 + 15424 = \\ = 23186$$

Ответ: 23186.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \quad (=) \quad 23 \cdot 2^x + 45^2 = y^2 \quad (=)$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45). \text{ значит } y > 45 \text{ необъ!}$$

Уравнение было верным, а также у нечетно (чтобы $y^2 - 45^2$ было :2), $(y-45)(y+45) > 23$, а значит :2. Так как

$$23 \cdot 2^x : 23, \text{ то } y \equiv \pm 45 \pmod{23} \quad (=) \quad y \equiv \pm 1 \pmod{23}$$

$$\text{значит } \begin{cases} 23 \cdot 2^k = y - 45 \\ 2^{x-k} = y + 45 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 23 \cdot 2^k = y + 45 \\ 2^{x-k} = y - 45 \end{cases}$$

$$(=) \quad \begin{cases} 1) 90 = 2^{x-k} - 2 \cdot 23 \\ 2) 30 = 2^k \cdot 23 - 2^{x-k} \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} 1) 45 = 2^{x-k-1} - 2 \cdot 23 \\ 2) 15 = 2^{k-1} \cdot 23 - 2^{x-k-1} \end{cases}$$

Тк 45 нечетное, то $2^{x-k-1} = 0$ или $2^{k-1} = 0 \quad (=)$

$x-k=1$ или $k=1$ (если $k=1$ тк иначе $2^{x-k-1} - 2 \cdot 23 < 0$)
бо 2 случае $x-k=1$ тк иначе $45=23-2^{x-k-1}<45$, наверх)

$$1) k=1. \text{ Тогда } \begin{cases} 23 \cdot 2 = y - 45 \\ 2^{x-1} = y + 45 \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} y = 46 + 45 = 91 \\ 2^{x-1} = 91 + 45 = 136 \end{cases}$$

но $136 = 2 \cdot 68 = 2 \cdot 2 \cdot 34 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 17$, а в степени двойки недостает делитель 17, противоречие.

$$2) x-k=1. \text{ Тогда } \begin{cases} 23 \cdot 2^{x-1} = y + 45 \\ 2 = y - 45 \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} 23 \cdot 2^{x-1} = 92 \\ y = 47 \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} y = 47 \\ y = 47 \end{cases}$$

$$(=) \quad \begin{cases} 2^{x-1} = 4 \\ y = 47 \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 47 \end{cases} \quad \text{Проверка:}$$

$$23 \cdot 8 + 2025 ? 47^2$$

$$2209 = 2209, \text{ условие выполняется.}$$

Ответ: $x = 3; y = 47$ единственное решение.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ y^2 - 4y - a \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |y| \leq a \text{ иначе } x^2 + y^2 > a^2 \text{ тк } x^2 \geq 0 \\ a \geq y^2 - 4y - 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a \geq a^2 - 4a - 6 \Leftrightarrow 0 \geq a^2 - 5a - 6 \Leftrightarrow$$

$$a \geq -1, \text{ но } \leq 6.$$

Ответ: $a \in [-1; 6]$.

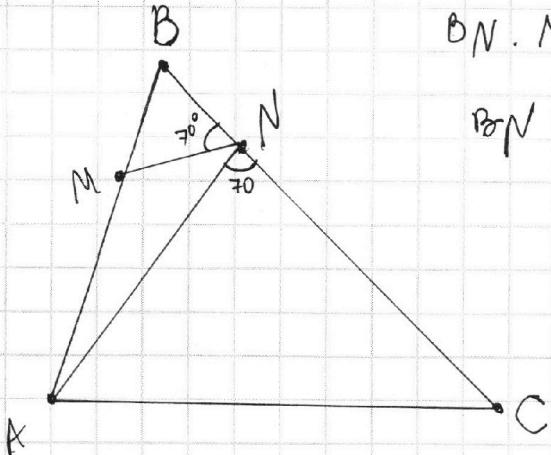


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \quad (\Rightarrow)$$

$$BN(BM - BM) = 2BM(BC - BN)$$

$$\frac{AB - BM}{BM} = \frac{2(BC - BN)}{BN}$$

$$\angle MNA = 180 - 140 = 40$$

Запишем т. синусов для $\triangle AMN$:

$$\frac{AM}{\sin 40} = \frac{AN}{\sin \angle AMN}$$

также $\triangle ANC$:

$$\frac{AC}{\sin 70^\circ} = \frac{AN}{\sin \angle ACB} = \frac{CN}{\sin \angle NAC}$$

$$\text{Тогда } AM = \frac{AN \cdot \sin 40}{\sin \angle AMN}; AN = \frac{AM \cdot \sin \angle AMN}{\sin 40} \quad (\Rightarrow)$$

$$AN = \frac{CN \cdot \sin \angle ACB}{\sin \angle NAC} \quad (\Rightarrow) \quad AM \cdot \frac{\sin \angle AMN}{\sin 40} = CN \cdot \frac{\sin \angle ACB}{\sin \angle NAC}$$

Запишем т. синусов для $\triangle BMN$:

$$\frac{BN}{\sin \angle AMN} = \frac{BM}{\sin 70^\circ} \quad \text{Тогда } BN \cdot AM = \frac{BM \cdot \sin \angle AMN}{\sin 70^\circ},$$

$$\cdot CN \cdot \frac{\sin \angle ACB \cdot \sin 40}{\sin \angle NAC \cdot \sin \angle AMN} = BM \cdot CN \cdot \frac{\sin \angle ACB \cdot \sin 40}{\sin 70^\circ \cdot \sin \angle NAC}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Значит } BM \cdot CN \cdot \frac{\sin \angle ACB \cdot \sin 40^\circ}{\sin 70^\circ \cdot \sin \angle NAC} = 2 BM \cdot NC$$

$$(=) \quad \frac{\sin \angle ACB}{\sin \angle NAC} = \frac{2 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 40^\circ}$$

Заметим что $\angle ACB$ и $\angle NAC$ в треугольнике

$$\triangle ANC, \text{ где } \angle ANC = 70^\circ (=) \angle ACB = 180^\circ - 70^\circ - \angle NAC$$

$$= 110^\circ - \angle NAC (=) \quad \frac{\sin (110^\circ - \angle NAC)}{\sin \angle NAC} = \frac{2 \sin 70^\circ}{\sin 40^\circ}$$

~~sin(α-β) = sinα · cosβ - sinβ · cosα~~

$$\sin (\angle NAC) = \sin 110^\circ \cdot \cos \angle NAC - \sin \angle NAC \cdot \cos 110^\circ (=)$$

$$\sin (110^\circ - \angle NAC) = \sin 110^\circ \cdot \cos \angle NAC - \sin \angle NAC \cdot \cos 110^\circ.$$

$$= \sin 70^\circ \cdot \cos \angle NAC + \sin \angle NAC \cdot \cos 70^\circ$$

$$\text{Тогда } \frac{\sin 70^\circ \cdot \cos \angle NAC + \sin \angle NAC \cdot \cos 70^\circ}{\sin \angle NAC} = \frac{2 \sin 70^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$\cos \angle NAC = \sqrt{1 - \sin^2 \angle NAC}, \text{ таким образом можно}$$

найти $\sin \angle NAC$, а значит и сам угол тк \Rightarrow это
(решив уравнение)
угол в треугольнике.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы из каждой задачи нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \sin(60^\circ - 30^\circ) = \sin 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 60^\circ = \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ \\ \text{1:} \quad & 289 = 17^2 \Leftrightarrow (n-1)! + n! + (n+1)! : 17^2 \rightarrow (n-1)! (1 + n + n(n+1)) \end{aligned}$$

$$2025 = \text{Проверка } n=5: 4! + 5! + 6! = 24 + 24 \cdot 5 + 24 \cdot 30 =$$

$$25 \cdot 81 = \\ 25 \cdot 9^2 = 45^2 = 24 + 120 + 720 = 864 \quad (289) \quad \begin{array}{r} \times \overset{u}{\cancel{n}} \overset{u}{\cancel{7}} \\ \cancel{2} \cancel{5} \cancel{9} \end{array}$$

$$23 \cdot 2^{\cancel{+2025}} = y^2 \quad n=4: \quad 6 + 24 + 120 = 150 \quad \begin{array}{r} \times \overset{u}{\cancel{n}} \overset{u}{\cancel{7}} \\ \cancel{2} \cancel{3} \cancel{0} \end{array}$$

$$23 \cdot 2^{\cancel{+45}} = (y-45)(y+45) \quad n=6: \quad 120 + 720 + 720 \cdot 7 = \\ \rightarrow (n-1)! (1 + 2n + n^2) = (n-1)! (n+1)^2 : 17^2 \quad \begin{array}{r} \times \overset{u}{\cancel{n}} \overset{u}{\cancel{7}} \\ \cancel{2} \cancel{3} \cancel{0} \end{array}$$

Тогда надо $n+1 : 17$, либо $(n-1)! : 17$

\Rightarrow либо $n \geq 16$ ($16; 17 \cdot 2 - 1$ либо) либо $(n-1) \geq 34$,
так надо ≥ 2 делиться на 17 в произведении ($1 \cdot 2 \cdots 17$)

$\cdots \cdot 34 \cdots \cdot 17$ нулю и все оно число с членом $: 17$
 \therefore Возможность.

$$\begin{aligned} 2: \quad & a^2 + a^2 + 1^2 + a^2 + 2^2 \cdots + a^2 + 6^2 - 28 = N^5 \\ & a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 + a^2 + 8a + 16 + \\ & a^2 + 10a + 25 + a^2 + 12a + 36 = 7a^2 + 42a + 155 + 36 \quad \begin{array}{r} \cancel{1} \\ \cancel{9} \end{array} \end{aligned}$$

$$7a^2 + 42a + 91 - 28 = 7a^2 + 42a + 63 = N^5$$

$$71 - 8 = 63 \quad : 7 = 7(a^2 + 6a + 9) = 7(a+3)^2 \quad \begin{array}{r} \cancel{1} \\ \cancel{9} \end{array}$$

$$\text{Если } N = 14, 70, \quad 7(a+3)^2 = 7^5 \cdot 2^5$$

$$(a+3)^2 = 7^4 \cdot 2^5 \quad \text{не под.}$$

$$\text{Если } N = 28 = 7 \cdot 2^2, \quad 7(a+3)^2 = 7^2 \cdot 2^6, \quad 7(a+3)^2 = 7^4 \cdot 3^2 \quad \text{под.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1|+|6-x|}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 15 \\ \hline 30 \\ 2 \\ \hline 58 \\ 4 \\ \hline 6232 \end{array}$$

Внешнег квадрат ≥ 0 , значит $x^2-x-2 \geq 0 \Leftrightarrow$

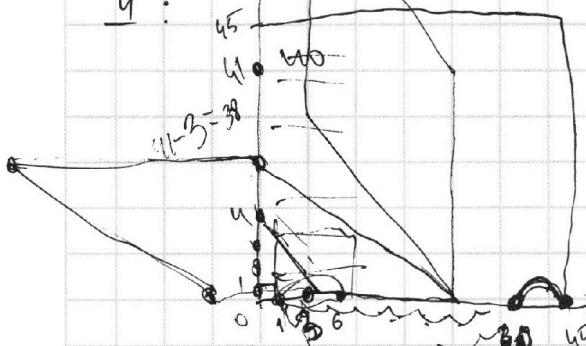
$$x \geq 2 \text{ или } x \leq -1 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$\text{Тогда } \sqrt{x^2-x-2} \geq 0 \rightarrow$$

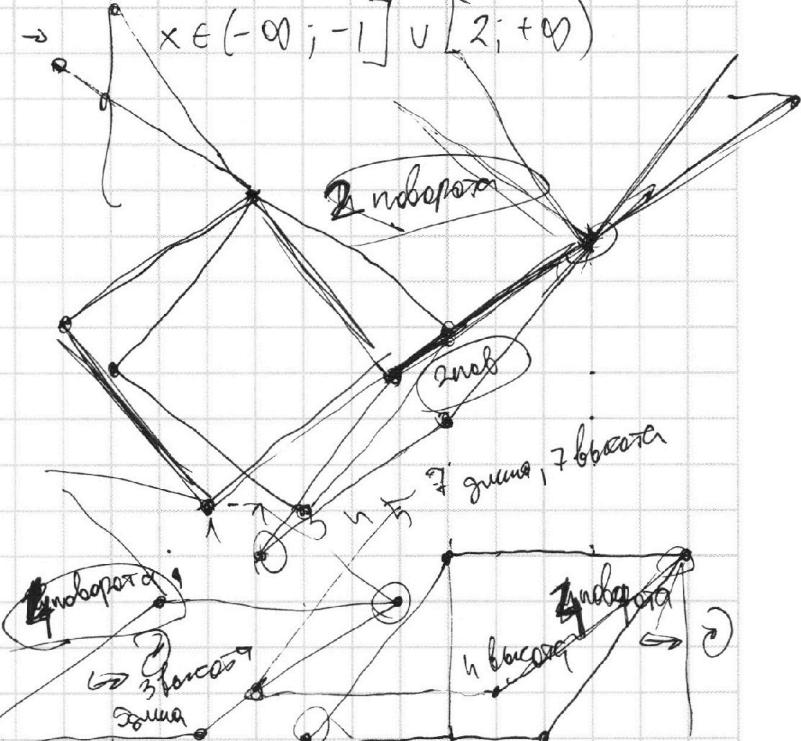
$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq 0 \rightarrow$$

$$|\sqrt{x^2-x-2}+5| = \sqrt{x^2-x-2}+5$$

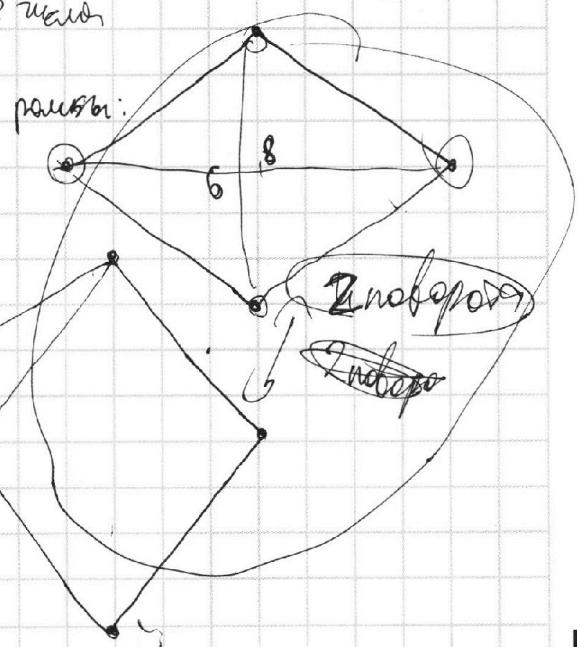
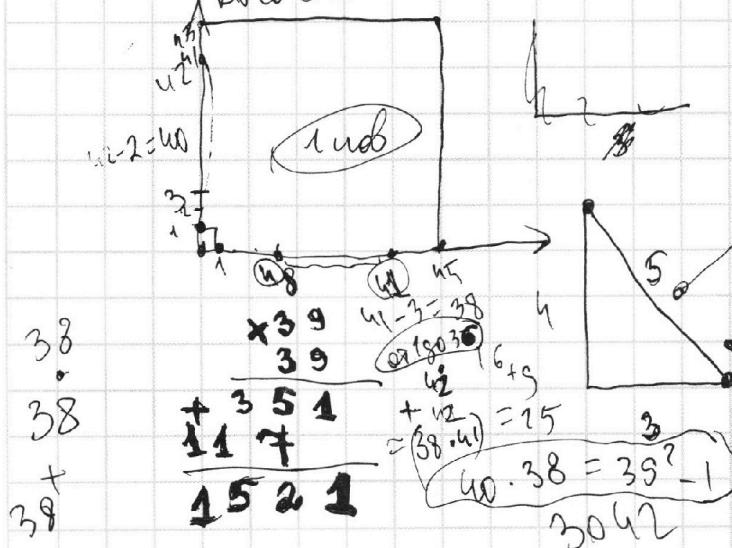
4:



~~запись~~ ~~абсцисса~~ и ордината членов задач



KB со стороной 5:



I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ y^2 - 4y - a \leq 6 \end{cases}$$

Черновик :

$$y^2 - 4y - a = y^2 - 4y + 4 - (a+4) = (y-2)^2 - (a+4) \leq 6$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (y-2)^2 + 4y - 4 = (a+4) \cancel{\text{Черновик}} + a^2 - a - 4$$

$$(y-2)^2 - (a+4) = a^2 - a - 4 - x^2 - 4y + 4 \leq 6$$

$$y^2 - 4y - a \leq 6$$

значит $a \geq y^2 - 4y - 6$

при этом $|y| \leq a$, иначе $x^2 + y^2 > a^2 (=)$

$$a \geq a^2 - a - 6 \Rightarrow 0 \geq a^2 - 5a - 6 \Leftarrow$$

$$A \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2} =$$

$$6 \text{ или } -1 \Leftarrow a \geq -1 \text{ но } \leq 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!