



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 15



1. [3 балла] Свободный член квадратного трёхчлена увеличили на 3, в результате чего квадрат разности его корней уменьшился на 2. Затем к свободному члену полученного трёхчлена прибавили число d , и квадрат разности его корней уменьшился ещё на 4. Найдите d .

2. [4 балла] Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяет уравнению

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot \sqrt{2025}} ?$$

3. [4 балла] Найдите все натуральные a и b такие, что

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b, \\ (\min(a; b))^2 + \text{НОД}(a; b) = 6. \end{cases}$$

4. [5 баллов] На медиане AM треугольника ABC выбрана точка P такая, что $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$. Найдите AC , если известно, что $AB = 5$, $BP = 3$, $CP = 4$.

5. [5 баллов] 5 сундуков закрыты на 3 замка каждый, все ключи ко всем замкам различны. Найдите количество способов выбрать из всех 15 ключей 6 так, чтобы с помощью них можно было открыть хотя бы один сундук.

6. [5 баллов] На дуге полукруга с центром O и диаметром MN взята точка K . Построен равносторонний треугольник ABC с длиной стороны, равной радиусу полукруга, так, что его вершина A лежит на отрезке OK , вершина B — на отрезке ON , вершина C — на дуге KN . Найдите $\angle MOK$.

7. [5 баллов] Найдите наименьшее значение выражения $M = |b| + |5a - b| + |2a + b - 3|$, где a и b — действительные числа. При каких a и b оно достигается?

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

Запишем эти 3 квадратных трехчленов

$$ax + by + c = 0$$

$$ax + by + (c+3) = 0$$

$$ax + by + (c+d+3) = 0$$

$$1) x + \frac{b}{a}y + \frac{c}{a} = 0$$

$$2) x + \frac{b}{a}y + \frac{c+3}{a} = 0$$

$$3) x + \frac{b}{a}y + \frac{c+d+3}{a} = 0$$

поделим на a

в условии мы работаем с $(x_1 - x_2)^2$ преобразуем

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2) = (x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) - 4x_1x_2 = \\ = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2.$$

Запишем т. Вместо для всех трехчленов

$$1) x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$2) x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$3) x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c+3}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c+d+3}{a}$$

Посмотрим на члену равные $(x_1 - x_2)^2$.

$$1) \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{c}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c}{a} \quad \text{наз 1}$$

$$2) \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{c+3}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c+12}{a} \quad \text{наз 2}$$

$$3) \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{c+d+3}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c+4d+12}{a} \quad \text{наз 3}$$

имеем трехчленное равенство

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c+12}{a} + 2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c+4d+12}{a} + 6 \quad | - \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

$$-\frac{4c}{a} = -\frac{4c+12}{a} + 2 = -\frac{4c+4d+12}{a} + 6 \quad | \cdot (-a)$$

$$4c = 4c + 12 - 2a = 4c + 4d + 12 - 6a \quad | - 4c$$

$$0 = 12 - 2a = 4d + 12 - 6a$$

$$0 = 12 - 2a$$

$$4d + 12 - 6a = 0$$

$$2a = 12$$

$$4d = 6a - 12$$

$$a = 6$$

$$4d = 36 - 12$$

$$d = 6$$

Ответ: $d = 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot \sqrt{2025}}$$

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$

Очевидно, что т.к. справа есть $\sqrt{5}$, то и слева он присутствует, то $\sqrt{5}$ нельзя выражать в виде суммы, поэтому она есть в обеих исходящих
 $\Rightarrow x : 5$ и $y : 5$, пусть $t = \frac{x}{5}$; $f = \frac{y}{5}$

$$\sqrt{3t} + \sqrt{2f} = 2024 \cdot 3$$

левостороннее: $\sqrt{3}$, справа члено: $\sqrt{3}$, аномально $\sqrt{2f}$: $\sqrt{3} \Rightarrow f : 3$

аналогично $\sqrt{3t} : \sqrt{2} \Rightarrow t : 2$.

Что тогда $\sqrt{3t} + \sqrt{2f}$ должно: 3, но

т.к. $\sqrt{3}$ в виде суммы нельзя получить, а $\sqrt{3t} + \sqrt{2f} : \sqrt{3}$, то $\sqrt{3t}$ и $\sqrt{2f} : 3$

аналогично: $\sqrt{3t} : 2$ и $\sqrt{2f} : 2$.

$$\text{Пусть } g = \frac{t}{6 \cdot 2} \quad k = \frac{f}{2 \cdot 3}.$$

$$\sqrt{3t} + \sqrt{2f} = 2024 \cdot 3 \quad | : 6$$

$g + k = 1012$, где k -составляющие x и y , а т.к. x и $y \in \mathbb{Z}$, то g и k переходят от 1 до 1012 и наоборот, всякая запись имеет вид
 всего вариантов $1012 - 0 + 1 = 1013$

Ответ 1013



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \\ (\min(a; b))^2 + \text{Лод}(a; b) = 6. \end{cases}$$

1) Если $a > b$.

$$\begin{cases} 10b + a = 2a + 3b \\ b^2 + \text{Лод}(a; b) = 6. \end{cases} \Rightarrow 7b = a \Rightarrow \text{Лод}(a; b) = a \sin \frac{a}{7}.$$

I если $\text{Лод} = a$

$$b^2 + a = 6$$

$$b^2 + 4b - 6 = 0$$

$$\Delta = 16 + 24 = 40$$

$$b \notin \mathbb{N}$$

II если $\text{Лод} = \frac{a}{7}$

$$b^2 + \frac{a}{7} = 6$$

$$b^2 + b - 42 = 0$$

$$b_1 = -7 \text{ не под услов}$$

$$b_2 = 6 ; a = 42$$

2) Если $a < b$

$$\begin{cases} 10a + b = 2a + 3b \\ a^2 + \text{Лод}(a; b) = 6 \end{cases} \Rightarrow 8a = 2b \Rightarrow 4a = b \Rightarrow \text{Лод}(a; b) = b \sin \frac{b}{4}.$$

I если $\text{Лод} = b$.

$$a^2 + b = 6$$

$$a^2 + 4a - 6 = 0$$

$$\Delta = 16 + 24 = 40$$

$$a \notin \mathbb{N}$$

II $\text{Лод} = \frac{b}{2}$

$$a^2 + \frac{b}{2} = 6$$

$$a^2 + 2a - 12 = 0$$

$$\Delta = 4 + 48 = 52$$

$$a \notin \mathbb{N}$$

III $\text{Лод} = \frac{b}{4}$

$$a^2 + \frac{b}{4} = 6$$

$$a^2 + a - 24 = 0$$

$$a_1 = -6 \text{ не под услов}$$

$$a_2 = 4 ; b = 8$$

Ответ: 1) $b = 2$ $a = 4$

2) $b = 8$ $a = 2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

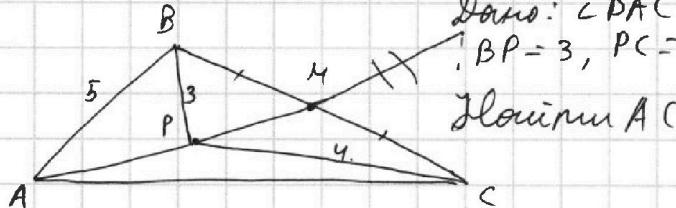


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

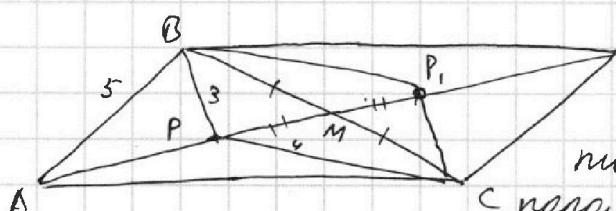
№ 4



Дано: $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$, AM -медиана
 $BP = 3$, $PC = 4$, $AB = 5$.

Найти AC .

Продолжим медиану на её длину



Отразим P на продолжении AM (как будто продолжим PM).

$$\Rightarrow \angle BPC = \angle BPP_1, \Rightarrow \text{внешний} \angle A + \angle P_1 = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BPP_1 = \angle BPC, \text{ как внешний} \angle A + \angle BPP_1 = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BPP_1 = \angle BPC$$

тогда $\angle BAP_1 = \angle BCP$, как внешние углы, симр. на одну вершину.

$\angle PBC = \angle BCP$, как находим в параллелии BP, CP при $BP \parallel P_1C$ и $CP \parallel BC$.

Имеем $\angle BAP_1 = \angle PBC \Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle BPM$ по гипотенузам ($\angle BAP_1 = \angle PBC$; M -общий).

Аналогично доказывается, что $\triangle ACM \sim \triangle CPM$.

Из подобия: $\frac{AB}{BP} = \frac{BM}{PM} = \frac{AM}{CM}$; $\frac{AC}{CP} = \frac{AM}{CM} = \frac{CM}{PM}$

и.к. $BM = CM$, то $\frac{AB}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{AM}{CM} = \frac{AC}{CP} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot CP}{BP} = \frac{5 \cdot 4}{3} = \frac{20}{3}$

Ответ: $AC = \frac{20}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Посмотрим сколько способов выбрать 6 книжек, чтобы они подходили к двум сундукам одновременно: это просто кол-во способов выбрать 2 сундука:

$$N = C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

Сколько способов выбрать 3 книжки при выборке из 5?

$\frac{5}{1} \cdot \frac{C_{12}^3}{\text{затраченных}} = 5 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{2 \cdot 3} = 1100$, но случаи, когда для выборки 6 книжек для 2х сундуков посчитаны 2 раза симметрически.

значит ответ это $1100 - 10 = 1090$
(всего повторяющиеся)

Ответ: 1090

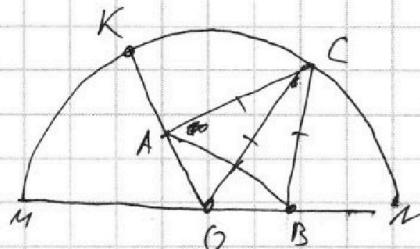
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найти $\angle MOK$
Проведём OC
тк $OC = R$, то $OC = AC = BC$.

В $\triangle AACB$ наименьший угол $= 60^\circ \Rightarrow \angle ACB = 60^\circ$

В $\triangle AOC$: $AC = OC$ | В $\triangle OCB$: $OC = BC$.
значит $\triangle AOC$ -锐角 | значит $\triangle OCB$ -锐角
 $\Rightarrow \angle CAO = \angle AOC = \alpha$ | $\angle COB = \angle OBC = \beta$.

Имеем: в $\triangle ACOB$ сумма углов $360^\circ = 2\alpha + 2\beta + 60^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 300^\circ$
 $\alpha + \beta = 150^\circ$

$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB = \alpha + \beta = 150^\circ$.

Так как MN -диаметр, то $\angle MOK + \angle KON = 150^\circ \Rightarrow$
 $\angle AOB$

$\Rightarrow \angle MOK = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

Ответ: $\angle MOK = 30^\circ$

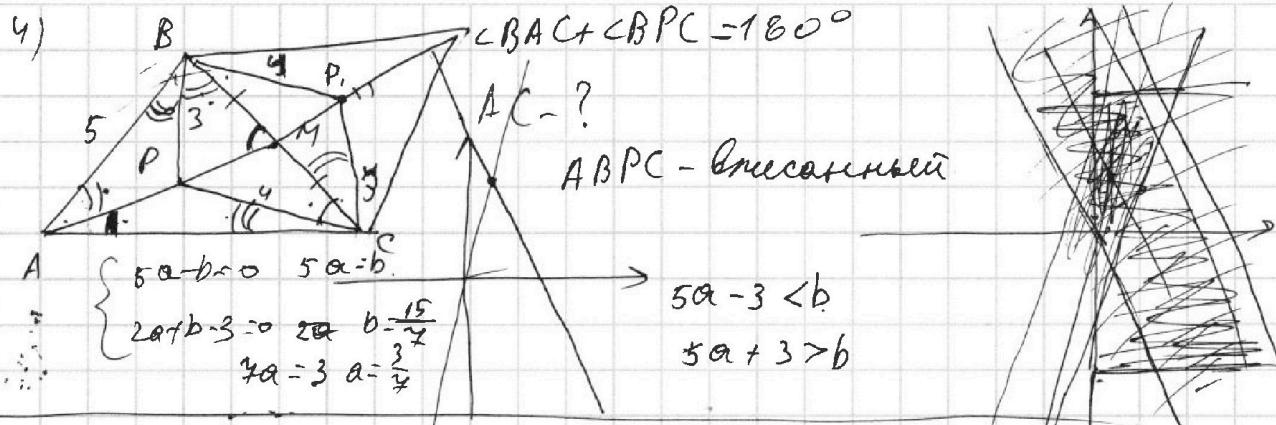


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



5).

5 сут 3 замка.

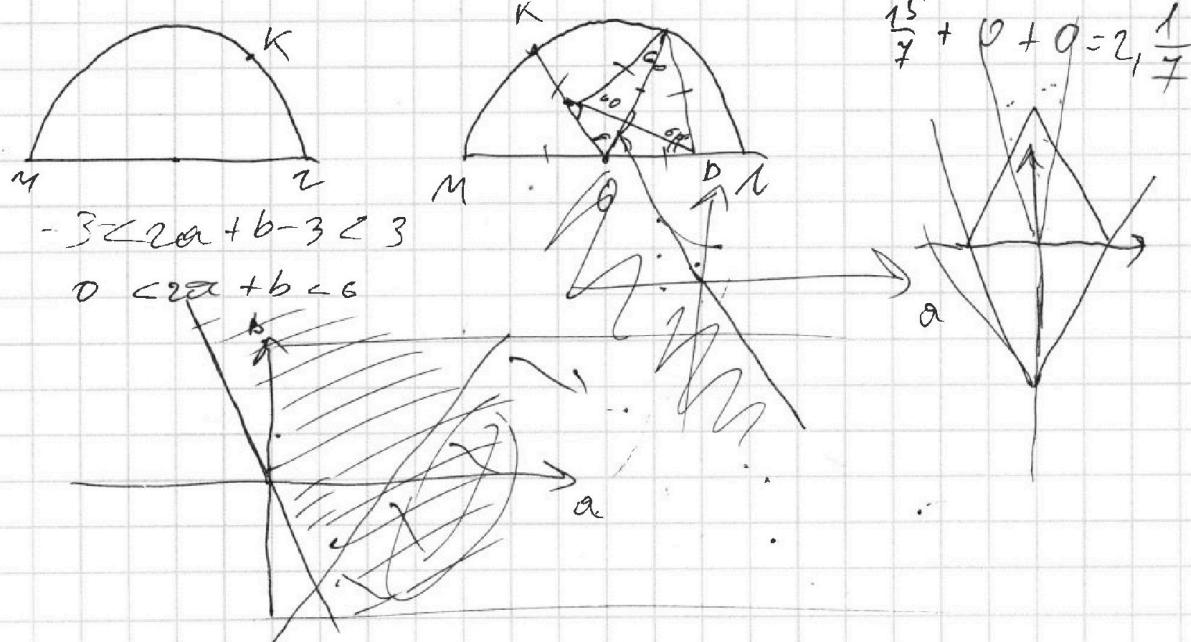
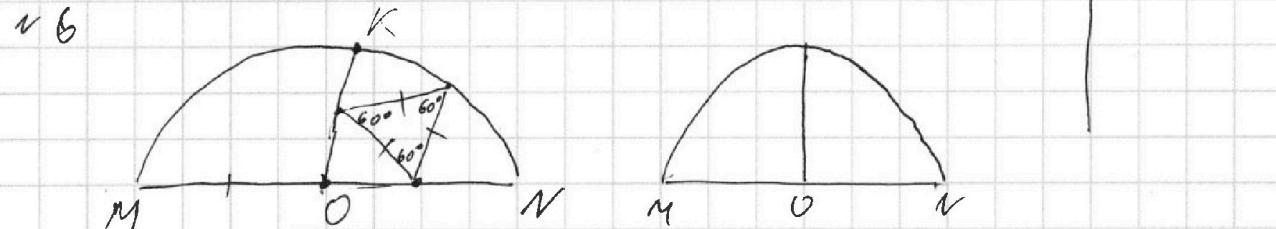
$\frac{5 \cdot 4}{2}$

3 зам.

$12 - 3$

$3.$

$5 \cdot \frac{42 \cdot 11 \cdot 10}{2 \times 3} - \frac{5 \cdot 4}{2} = 5 \cdot 220 - 10 = 1100 - 10 = 1090$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = |b| + |5a - b| + |2a + b - 3|, \text{ где } a \text{ и } b - \text{ действ.}$$

Найдем $M - \min$ и $a \text{ и } b$

$$2a + b - 3 < 3$$

$$2a + b < 6 \quad b < 6 - 2a$$

$$2a <$$

~~$$3a + b > 3 \Rightarrow 5a - b > 3a$$~~

~~3a~~

|b|

$$0 < 2a + b < 6 \quad 3a + b < 5a - b < 6 + 3a - 2b$$

$$M = |5a| + |2a - 3| \quad -2a < b < 6 - 2a$$

$$3a - 2b < 5a - b < 6 + 3a - 2b$$

$$5a + |2a + b - 3|$$

$$3 > -b > -3$$

$$-3 < b < 3$$

$$-3 < 5a - b < 3$$

$$-3 < b < 3$$

$$-3 < 2a < 9 \quad 1 \cdot 2, 5$$

$$-4,5 < 5a < 22,5$$

$$-10,5 < 5a - b < 25,5$$

$$0 \leq b$$

$$0 < 2a + b < 6$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{2} \\ &\sqrt{2 \cdot 5 / 2^2 \cdot 2 \cdot 5} \\ &\sqrt{3 \cdot 500^2 \cdot 3504} \end{aligned}$$

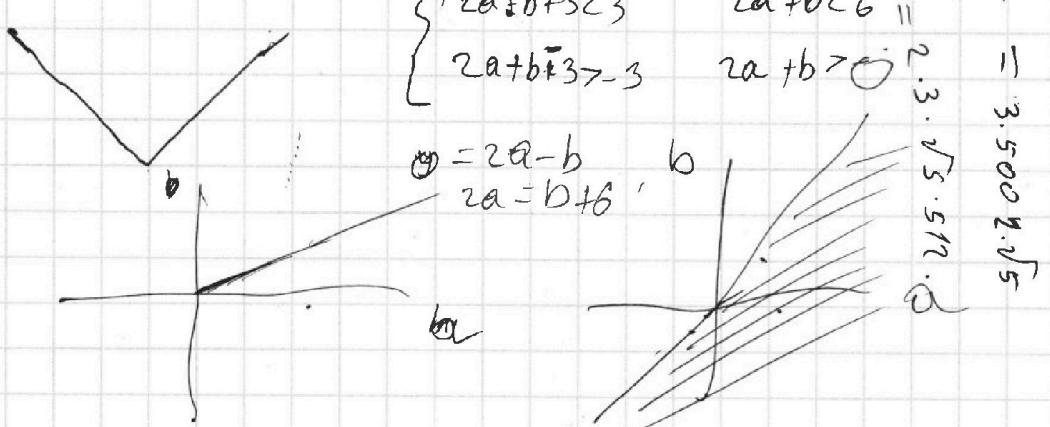
$$M = |5a| + |2a - 3|$$

$$\begin{cases} 2a + b + 3 < 3 \\ 2a + b + 3 > -3 \end{cases}$$

$$2a + b < 6$$

$$11 \cdot 3 \cdot 500 \cdot 2 \cdot \sqrt{5}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} = 2a - b \\ 2a = b + 6 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \sqrt{y} \quad 3x + \underbrace{2\sqrt{6}y \cdot \sqrt{x}}_{= 2\sqrt{6}y^2} + 2y = 2024^2 \cdot 45 = 0$$

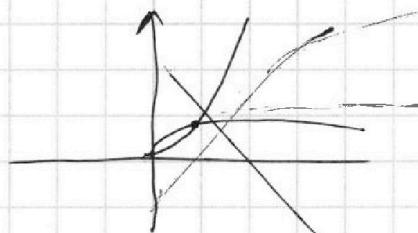
$$\Delta = 24y - 34(2y - 2024^2 \cdot 45) = 24y - 8y + 4 \cdot 2024^2 \cdot 45 =$$

$$= 16y + 4 \cdot 2024^2 \cdot 45 = 4 \cdot 2024^2 \cdot 45$$

$$\sqrt{x} = - \frac{-2\sqrt{6}y \pm \sqrt{2024^2 \cdot 45}}{6}$$

$$\sqrt{x} = \frac{-\sqrt{6}y \pm 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}}{3}$$

$$\sqrt{y} = \frac{-2\sqrt{6}x \pm 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}}{4}$$



$$\sqrt{y} =$$

$$\sqrt{2}y = \dots$$

$$\sqrt{3}y =$$

$$+ \begin{cases} 2y = 3y - 2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}x + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \\ 3y = 2y - 2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}x + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \end{cases}$$

$$2y - 3x = 3x - 2y$$

$$0 = -2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}(\sqrt{3}x + \sqrt{2}y) + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$1 = -2(\sqrt{3}x + \sqrt{2}y)$$

$$\sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 6072 \cdot \sqrt{5}$$

$$9 \cdot \sqrt{5} + 4 \cdot \sqrt{5} = 6072 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5}(\sqrt{\frac{3}{5}}y + \sqrt{\frac{2}{5}}y) = 6072 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{\frac{3}{5}}y + \sqrt{\frac{2}{5}}y = 6072$$

$$\sqrt{\frac{5}{3}}y = 6072 - \sqrt{\frac{3}{5}}x$$

$$\frac{2}{5}y = 6072^2 - 212144 \cdot \sqrt{\frac{3}{5}}x$$

$$\begin{matrix} x = 15 \\ y = 20 \end{matrix}$$

х. . .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА ИЗ
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 1) \quad & ax + by + c = 0 &= x + \frac{b}{a}y + \frac{c}{a} = 0 & x_1 y_2 \\
 & ay + bx + (c+3) = 0 &= y + \frac{b}{a}x + \frac{c+3}{a} = 0 & +x_1 + y_2 \\
 & ax + by + (c+3+d) = 0 &= x + \frac{b}{a}y + \frac{(c+3+d)}{a} = 0 & \\
 \\
 & (x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2. & 2025 = 81 \cdot 25 \\
 & -\frac{b}{a} & \frac{c}{a} & 81 \\
 & \frac{b^2}{a^2} - 4 \cdot \frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2} - 4 \cdot \frac{c+3}{a} + 2 = \frac{b^2}{a^2} - 4 \cdot \frac{c+3+d}{a} + 6 & \\
 \\
 & 4 \cdot \frac{c}{a} = 4 \cdot \frac{c+3}{a} + 2 = 4 \cdot \frac{c+3+d}{a} + 6 & \sqrt{2y} = \sqrt{2024 \cdot 45} - \sqrt{3}x \\
 & 2 \cdot \frac{c}{a} = 2 \cdot \frac{c+3}{a} + 1 = 2 \cdot \frac{c+3+d}{a} + 3 & 2y = 2024^2 \cdot 45 - 4048 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}x + 3x \\
 \\
 & 2c = 2c + 6 + a = 2c + 6 + 2d + 3a & y = 1,5x - 4048 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}x + \dots \\
 & 0 = 6 + a = 6 + 2d + 3a & 3x = \dots - \dots + \\
 \\
 & \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = \sqrt{2024^2 \cdot 45} & \text{биквадрат.} \\
 \\
 & \underline{\underline{3x + \sqrt{24xy} + 2y = 2024^2 \cdot \sqrt{2025} = 2024^2 \cdot 45}} \\
 & (\sqrt{3}x + \sqrt{2}y) = 2024 & \cancel{x} \quad \sqrt{24xy} \in \mathbb{Z} \\
 & \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} & 2\sqrt{6xy} \in \mathbb{Z} \\
 \\
 & 3x + 2y + \sqrt{24xy} = 2024^2 \cdot 45 \\
 & xy : 6 \quad x : 2 \quad (\sqrt{3}x + \sqrt{2}y)^2 = 2024^2 \cdot 45 \\
 & y : 3 \quad \cancel{y} : 3 \quad \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \\
 & x = 10 & t = \sqrt{x} \\
 & y = 15 & \\
 & 2y = 2024^2 \cdot 45 - 4048 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}x + 3x & \\
 \\
 & y = 1012 \cdot 2024 \cdot 45 - 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15} \cdot t + 1,5t^2 & \\
 & \cancel{2} = & \\
 & \text{Вершина: } & \\
 & x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}}{2} = 2024 \sqrt{15} & \sqrt{3}x + \sqrt{2}y
 \end{aligned}$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}}{2} = 2024 \sqrt{15}$$

$$\sqrt{3}x + \sqrt{2}y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

Выразим $2y$

$$\sqrt{2y} = -\sqrt{3x} + 2024 \cdot \sqrt{45} \quad \text{возведем в квадрат.}$$

$$2y = 2024^2 \cdot 45 - 2 \cdot 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} + 3x.$$

При $y \in \mathbb{Z}$, то $-2 \cdot 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x}$ — тоже целое.

№ 3

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \\ (\min(a; b))^2 + \text{lod}(a; b) = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10a + b = 2a + 3b \\ a^2 + \text{lod}(a; b) = 6 \end{cases}$$

$$a^2 + b = 6$$

$$a^2 + 4a = 6$$

$$a^2 + 4a - 6 = 0$$

$$\Delta = 16 + 24 = 40$$

$$a > b$$

$$a^2 + \frac{b}{2} = 6$$

$$a^2 + 2a - 6 = 0$$

$$a = 4 + 24 = 28$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$a_1 = 3 \quad a_2 = 2$$

$$b = 6.$$

$$yb = a \quad \text{lod}: a; \frac{a}{y}$$

$$\begin{cases} 10b + a = 2a + 3b \\ b^2 + \text{lod}(a; b) = 6 \end{cases}$$

$$b^2 + 4b - 6 = 0 \quad b^2 + b - 6 = 0$$

$$\Delta = 8 :$$

$$b_1 = 2$$

$$b_2 = -3$$

✓

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Построим на 2 графика.

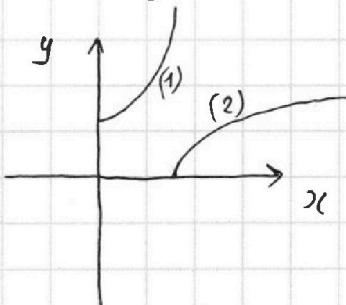
$$1) \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot 2025} - \sqrt{3x}$$

$$2) \sqrt{3x} = \sqrt{2024^2 \cdot 2025} - \sqrt{2y}$$

возведем в квадрат.

$$1) 2y = 3x - 2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$2) 3x = 2y - 2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{10y} + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{10y} \cdot \sqrt{5}$$



$$3x - 2024 \cdot 3 \left(\sqrt{5} (\sqrt{24y} - 1) \right) = 60x + 5 - 10\sqrt{12x} - k$$

$$2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} (2\sqrt{3x} - 1) = \sqrt{60x} - \sqrt{5} = k$$

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} - 2024 \cdot 95 = 0$$

$$\sqrt{3y} + \sqrt{2y} - 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 0$$

$$3y + 2y + 2024^2 \cdot 95 - 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} - 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{10y} + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{6xy} = 0$$

$$\sqrt{5} (\sqrt{12x} - 1) = k, \text{ где } k \geq 0$$

$$\sqrt{12x} - 1 = \frac{k}{\sqrt{5}}$$

$$2\sqrt{6xy} = 2024^2 \cdot 95 - 2y - 3x$$

$$24xy = 2024^4 \cdot 45^2 + 4y^2 + 9x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot y - 8 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot x + 6xy$$

$$12xy = 2024^4 \cdot 45^2 + 4y^2 + 9x^2 - 4 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot y - 6 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot x +$$

$$-(4y^2 - 12xy + 9x^2) = 2024^4 \cdot 45^2 - 4 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot y - 6 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot x$$

$$-(2y - 3x)^2 = 2024^2 (2024^2 \cdot 45^2 - 4 \cdot 45 \cdot y - 6 \cdot 45 \cdot x)$$

$$(2y - 3x)^2 = 2024^2 (-2024^2 \cdot 45^2 + 4 \cdot 45 \cdot y + 6 \cdot 45 \cdot x)$$

$$(\sqrt{60y} - \sqrt{5})^2 = 60x - 10\sqrt{12x} + 5 = k^2$$

$$10\sqrt{12x} = k^2$$

$$42x + 1 - 2\sqrt{12x} : 5$$

$$2 \cdot x + 1 -$$