



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 15



1. [3 балла] Свободный член квадратного трёхчлена увеличили на 3, в результате чего квадрат разности его корней уменьшился на 2. Затем к свободному члену полученного трёхчлена прибавили число d , и квадрат разности его корней уменьшился ещё на 4. Найдите d .
2. [4 балла] Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяет уравнению

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot \sqrt{2025}} ?$$

3. [4 балла] Найдите все натуральные a и b такие, что

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b, \\ (\min(a; b))^2 + \text{НОД}(a; b) = 6. \end{cases}$$

4. [5 баллов] На медиане AM треугольника ABC выбрана точка P такая, что $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$. Найдите AC , если известно, что $AB = 5$, $BP = 3$, $CP = 4$.
5. [5 баллов] 5 сундуков закрыты на 3 замка каждый, все ключи ко всем замкам различны. Найдите количество способов выбрать из всех 15 ключей 6 так, чтобы с помощью них можно было открыть хотя бы один сундук.
6. [5 баллов] На дуге полукруга с центром O и диаметром MN взята точка K . Построен равнобедренный треугольник ABC с длиной стороны, равной радиусу полукруга, так, что его вершина A лежит на отрезке OK , вершина B — на отрезке ON , вершина C — на дуге KN . Найдите $\angle MOK$.
7. [5 баллов] Найдите наименьшее значение выражения $M = |b| + |5a - b| + |2a + b - 3|$, где a и b — действительные числа. При каких a и b оно достигается?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Квадратный трёхчлен ax^2+bx+c ($a \neq 0$)
По условию, у него есть корни. Найдём их: $D=b^2-4ac$ имеем то
не будет квадрат-
ным.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Квадрат разности корней:}$$

$$(x_1 - x_2)^2 = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{-b}{2a} + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{a^2} = \frac{D}{a^2}.$$

Имеет квадрат разности корней любого квадратного трёхчлена со старшим коэффициентом a и дискриминантом D равна $\frac{D}{a^2}$.

Квадратный трёхчлен $\#2$: $ax^2+bx+(c+3)$.
Его дискриминант: $D_2 = b^2 - 4a(c+3)$

Квадрат разности его корней: $\frac{D_2}{a^2}$ (имеем)

По условию: $\frac{D_2}{a^2} - \frac{D}{a^2} = -2 \cdot 1 \cdot a$ ($a \neq 0$, см. выше)

$$\frac{1}{a}(D_2 - D) = \frac{1}{a}(b^2 - 4a(c+3) - b^2 + 4ac) = -2a$$

$$\frac{1}{a}(4ac - 4ac - 12a) = -2a$$

$$-2a = -12 \quad | :(-2) | \Rightarrow \boxed{a=6}$$

Квадратный трёхчлен $\#3$: $ax^2+bx+(c+3+d)$
Его дискриминант: $D_3 = b^2 - 4a(c+3+d)$

Квадрат разности его корней (имеем): $\frac{D_3}{a^2}$

По условию: $\frac{D_3}{a^2} - \frac{D_2}{a^2} = -4 \cdot 1 \cdot a$

Ответ: $d=6$.

$$\frac{1}{a}(b^2 - 4a(c+3+d) - b^2 + 4a(c+3)) = -4a$$

$$\frac{1}{a}(-4a(c+3) - 4ad + 4a(c+3)) = -4a \quad | :(-4) | \Rightarrow \boxed{d=a=6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сравним числа a и b . Всего есть 3 варианта:

1) $a < b$, тогда $\min(a; b) = a$; $\max(a; b) = b$.

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \\ (\min(a; b))^2 + \text{НОД}(a; b) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10a + b = 2a + 3b \\ a^2 + \text{НОД}(a; b) = 6 \end{cases}$$

Из 1-ого уравнения: $8a = 2b \Rightarrow b = 4a$, подставим

$$\text{НОД}(a; b) = \text{НОД}(a; 4a) = a \quad (\text{очевидно})$$

подставим это во 2-ое ур-ние:

$$a^2 + a = 6 \Rightarrow a^2 + a - 6 = 0; D = 1^2 + 4 \cdot 6 = 25 > 0.$$

Теорема Виета:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = -1 \\ a_1 \cdot a_2 = -6 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 2; a_2 = -3 \text{ - не подходит, т.к. } a \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Значит } a = 2; b = 4a = 8. (=4 \cdot 2).$$

Итого: $a = 2; b = 8$. - это первая пара, в данном случае.

2) $a = b$, тогда $\min(a; b) = \max(a; b) = a$

$$10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \Rightarrow 10a + a = 2a + 3a.$$

$$11a = 5a \Rightarrow 6a = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ - неверно; } a \in \mathbb{N}.$$

Решений нет.

3) $a > b$, тогда $\min(a; b) = b$; $\max(a; b) = a$

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \\ (\min(a; b))^2 + \text{НОД}(a; b) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10b + a = 2a + 3b \\ b^2 + \text{НОД}(a; b) = 6 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из 1-ого уравнения:

$$10b + a = 2a + 3b$$

(очевидно)

$$\boxed{a = 7b} ; \text{ тогда } \text{НОД}(a; b) = \text{НОД}(7b; b) = b \leftarrow$$

Подставим это $\uparrow$ во 2-ое уравнение и получим:

$$b^2 + b = 6$$

$$b^2 + b - 6 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 6 = 25 > 0$$

Теорема Виета:

$$\begin{cases} b_1 + b_2 = -1 \\ b_1 \cdot b_2 = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} b_1 = -3 \\ b_2 = +2 \end{matrix}$$

$b_1 = -3$ — не подходит; b — натуральное (по усл.)

Значит $b = 2$; $a = 7b = 7 \cdot 2 = 14$.

$a = 14$; $b = 2$ — вторая пара; единственная в этом случае.

Итого: $(a = 2 \text{ и } b = 8)$ и $(a = 14 \text{ и } b = 2)$

Ответ: $(a = 2 \text{ и } b = 8)$ и $(a = 14 \text{ и } b = 2)$



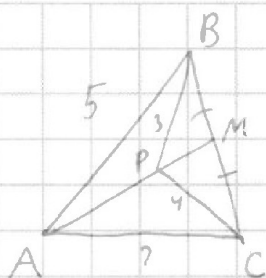
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

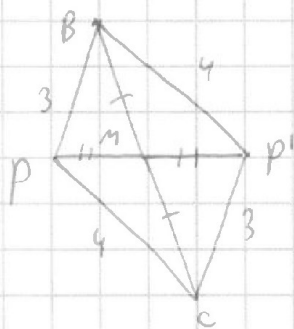
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ ; AC = ?$$

1) продлим медиану AM за точку M на длину MP и поставим точку P'

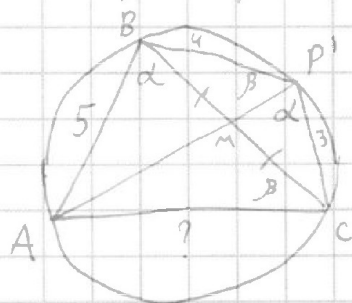
2) $\triangle BPCP'$:



$$\left. \begin{array}{l} BM = CM \text{ (AM-мед. } \triangle ABC) \\ PM = MP' \text{ (н.1)} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{BPCP' - паралл. (по 2 признакам)}$$

3) $\triangle BPCP'$ - паралл. (н.2) $\Rightarrow BP' = CP = 4$ (против.)
 $CP' = BP = 3$ (против.)
 $\angle BP'C = \angle BPC$ (против.)

Перечертим:



$$4) \triangle ABP'C: \angle BAC + \angle BP'C =$$

$$= \angle BAC + \angle BPC = 180^\circ \text{ (по усл.)}$$

Значит $ABP'C$ - вписан. в окр.

5) $ABP'C$ - вписанный:

$$\left. \begin{array}{l} \angle ABC \text{ и } \angle AP'C - \text{опир. на } AC \\ \angle ACB \text{ и } \angle AP'B - \text{опир. на } AB \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \angle ABC = \angle AP'C \text{ (пусть } = \alpha) \\ \angle ACB = \angle AP'B \text{ (пусть } = \beta) \end{array} \right\}$$

6) $BM = CM$ (AM-мед. $\triangle ABC$) $\Rightarrow MP'$ - мед. $\triangle BP'C$ (по усл.)

7) MP' - мед. $\triangle BP'C$ (н.6) $\Rightarrow S_{\triangle BMP'} = S_{\triangle CMP'}$ (св-во)

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\triangle BMP'} = \frac{1}{2} \cdot BP' \cdot MP' \cdot \sin \angle BP'M \\ S_{\triangle CMP'} = \frac{1}{2} \cdot CP' \cdot MP' \cdot \sin \angle CP'M \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot BP' \cdot MP' \cdot \sin \angle BP'M = \frac{1}{2} \cdot CP' \cdot MP' \cdot \sin \angle CP'M$$

$$\Rightarrow BP' \cdot \sin \angle BP'M = CP' \cdot \sin \angle CP'M$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BP' = 4; CP' = 3; \sin \angle BP'M = \sin \beta; \sin \angle CP'M = \sin \alpha \text{ (сч. выше)}$$

$$\text{тогда: } BP' \cdot \sin \angle BP'M = CP' \cdot \sin \angle CP'M$$

$$4 \sin \beta = 3 \sin \alpha \Rightarrow \boxed{\sin \alpha = \frac{4}{3} \sin \beta} \text{ запомнить.}$$

$$8) \text{ AM - мед. } \triangle ABC \text{ (угл.)} \Rightarrow S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ACM} \text{ (сб-во)}$$

$$\begin{cases} S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BM \cdot \sin \angle ABM \\ S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CM \cdot \sin \angle ACM \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BM \cdot \sin \angle ABM = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CM \cdot \sin \angle ACM$$

$$\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BM \cdot \sin \angle ABM = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CM \cdot \sin \angle ACM$$

$$\text{(примем: } AB = 5; \sin \angle ABM = \sin \alpha; \sin \angle ACM = \sin \beta; BM = CM \text{ (AM-мед.)}$$

$$5 \cdot \sin \alpha = AC \cdot \sin \beta; \sin \alpha = \frac{4}{3} \sin \beta:$$

$$5 \cdot \frac{4}{3} \sin \beta = AC \cdot \sin \beta \quad | : \sin \beta \quad (\beta > 0; \sin \beta \neq 0)$$

$$AC = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$$

$$0 < \beta < 360 \uparrow$$

$$\text{Вернее: } 0 < \beta < 180$$

$$\text{Ответ: } AC = 6 \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы точно открыть сундук, нужно сперва
взять 3 ключа из одной ^(1 сундук) тройки. Это мы делаем
одним из 5 способов (сундуков 5).

Остальные 3 ключа можно подобрать, с учётом
того, что порядок выбора не имеет значения,
одним из $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3!} = 220$ способов.

Итого: $5 \cdot 220 = 1100$ способов (умножаем т.к.
ситуация не завис.)

Но здесь дважды учитываются случаи,
когда 6 ключей открывают 2 сундука

Таких случаев: $5 \cdot 4 = 20$ (порядок наборов

имеет значение), потому что в этих 1100-ых случаях
учитывается и набор

Итого: ~~$1100 - 20 = 1080$ способов.~~ $\{A, A, A, B, B, B\}$ и $\{B, B, B, A, A, A\}$

Ответ: ~~1080~~

Итого: $1100 - \frac{20}{2} = 1090$.

(ключи от
сундука А и В)

Ответ: 1090 способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

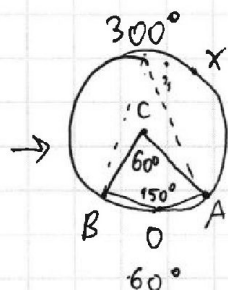
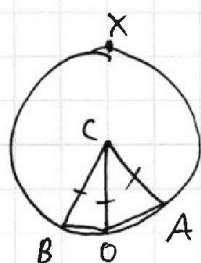
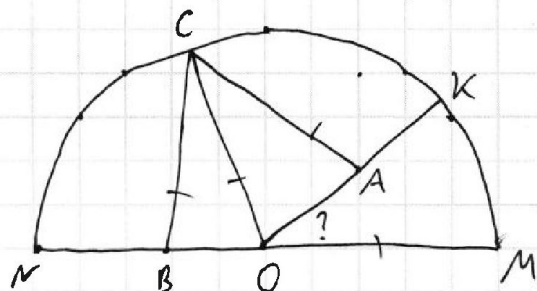
6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle MOK = ?$ 0) $\angle ACB = 60^\circ$, н.к.
 $\triangle ABC$ - равносторонний



1) r - радиус ^{полу-}окружности из условия.

По условию:

$$AC = BC = r.$$

2) Поскольку $C \in \text{окр.}(O; r)$, то $CO = r$.

3) Угол: $AC = BC = CO = r$.

Точки $\{A, B, O\}$ равноудалены от $(\cdot)$ с на

расстояние r . Следовательно $\{A, B, O\}$ принадлежат окружности $(C; r)$.

4) В окр. $(C; r)$: $\angle ACB$ - центр., опир. на $\text{дугу } AOB \Rightarrow$

$$\angle (= \angle ACB) \Rightarrow \angle AOB = 60^\circ \Rightarrow \angle A \times B (\text{вн. угол}) = 360^\circ - \angle AOB = 300^\circ.$$

$$\angle AOB - \text{впис., опир. на } \text{дугу } A \times B \Rightarrow \angle AOB = \frac{1}{2} \angle A \times B = 150^\circ.$$

5) $\angle BOA$ - это $\angle NOK$; $\angle NOK = \angle AOB = 150^\circ$.

$$\angle NOK \text{ и } \angle MOK - \text{смеж.} \Rightarrow \angle MOK = 180^\circ - \angle AOB = 30^\circ.$$

ОЕМН, т.к. MN - диаметр.

Ответ: $\angle MOK = 30^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b \quad a > b$$

$$\begin{cases} 10b + a = 2a + 3b & | \quad 7b = a \\ b^2 + \text{НОД}(a; b) = 6 \end{cases}$$

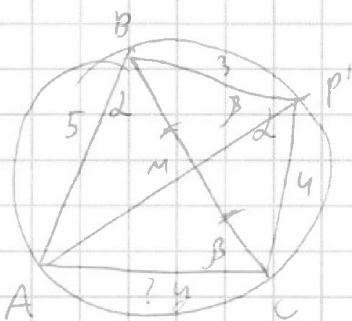
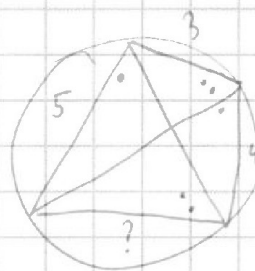
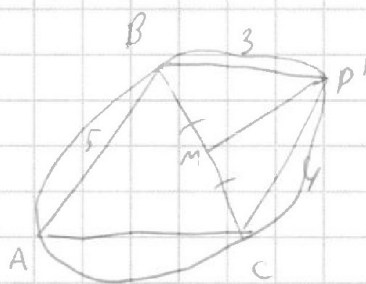
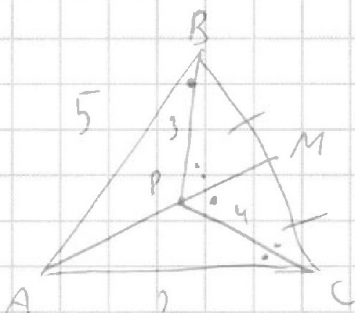
$$b^2 + b = 6. \Rightarrow b = 2. \quad ; \quad a = 14.$$

$$a = b$$

$$10a + a = 2a + 3a$$

$$11a = 5a$$

$a = 0$ - неверно.



$$x^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

$$x^2 = 5^2 + y^2 - 2 \cdot 5 \cdot y \cdot \cos \alpha$$

$$25 - 24 \cos \alpha = 25 + y^2 - 10y \cos \alpha$$

$$y^2 - 10y \cos \alpha + 24 \cos \alpha = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin \alpha$$

$$3 \sin \beta = 5 \sin \alpha$$

$$\sin \beta = \frac{5}{3} \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot y \cdot 4 \cdot \sin \beta$$

$$5 \sin \alpha = y \sin \beta$$

$$5 \sin \alpha = \frac{5}{3} y \sin \alpha$$

$$y = \frac{15}{4} = 3.75$$

15 км/ч. $0. \infty = \text{норм.}$

$$15 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10$$

$$180 \cdot 110$$

оооо

$$19800 ?$$

$$x = \frac{20}{3}$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{5}{x}$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} = \frac{5}{x}$$

$ax^2+bx+c=P(x)$
 $ax^2+bx+(c+3)=0$
 $\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+3)}{a} = -2$
 $\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+3)}{a} - \frac{b^2}{a^2} + \frac{4c}{a} = -2$
 $-\frac{4c}{a} - \frac{12}{a} + \frac{4c}{a} = -2$
 $-\frac{12}{a} = -2 \Rightarrow a=6$
 $ax^2+bx+(c+3+d)$
 $\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+3+d)}{a} = -4$
 $-\frac{4d}{a} = -4$
 $d=a=6$
 $\sqrt{15x} + \sqrt{10y} = 2024 \cdot 15$
 $\sqrt{15}(\sqrt{x} - 2024\sqrt{15}) + \sqrt{10y} = 0$
 $\sqrt{3}(\sqrt{x} - (2024-3)\sqrt{15}) + \sqrt{2}(\sqrt{y} - 3\sqrt{15}) = 0$
 $\sqrt{15x} - 2024 \cdot 9 + \sqrt{10y} - 2024 \cdot 6 = 0$
 $\sqrt{3}(\sqrt{5x} - 2024 \cdot 3\sqrt{3}) + \sqrt{2}(\sqrt{5y} - 2024 \cdot 3\sqrt{2}) = 0$
 $3(5x - 2 \cdot 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} + 2024^2 \cdot 9 \cdot 3) = 2 \cdot (5y - 2 \cdot 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{10y} + 2024^2 \cdot 9 \cdot 2)$
 $a < b$, maka:
 $\begin{cases} 10a + b = 2a + 3b \\ a^2 + 202(a, b) = 6 \end{cases}$
 $8a = 2b \Rightarrow 4a = b$
 $a^2 + 202(4a, 4a) = 6$
 $a^2 + 4a - 6 = 0$
 $D = 1 + 4 \cdot 6 = 25 > 0$
 $\begin{cases} a_1 + a_2 = -1 \\ a_1 \cdot a_2 = -6 \end{cases} \Rightarrow a_1 = -3, a_2 = +2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = |b| + |5a - b| + |2a + b - 3|$$

$$b + |5a - b| + |2a + b - 3|$$

$$-b + |5a - b| + |2a + b - 3|$$

$$b + 5a - b + |2a + b - 3|$$

$$b - 5a + b + |2a + b - 3|$$

$$-b + 5a - b + |2a + b - 3|$$

$$-b - 5a + b + |2a + b - 3|$$

$$5a + 2a + b - 3$$

$$2b - 5a + 2a + b - 3$$

$$5a - 2a - b + 3$$

$$2b - 5a - 2a - b + 3$$

$$5a - 2b + 2a + b - 3$$

$$-5a + 2a + b - 3$$

$$5a - 2b - 2a - b + 3$$

$$-5a - 2a - b + 3$$

$$7a - b - 3$$

$$b - 3a - 3$$

$$3a - 3b + 3$$

$$-7a - b + 3$$

$$|a| + |b| \quad |a + b|$$

$$a^2 + 2|a||b| + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$|a||b| \neq ab$$

$$|a||b| \geq ab$$

$$|b| + |5a - b| \geq |b + 5a - b| = |5a|$$

$$|5a| + |2a + b - 3| \geq |7a + b - 3|$$

$$M \geq |7a + b - 3| \geq 0$$

$$M_{\min} = |7a + b - 3| = 0 \quad 7a + b - 3 = 0; \quad b = 3 - 7a$$

$$|3 - 7a| + |5a - 3 + 7a| + |2a + 3 - 7a - 3|$$

$$|3 - 7a| + |12a - 3| + |-5a| \geq |3 - 7a + 12a - 3 - 5a| = 0$$

$$|-4| + |5 + 4| + |2 - 4 - 3| = 4 + 9 + 5 = 18$$

$$\sqrt{320}$$

$$\sqrt{10}$$

$$\begin{array}{r} 142 \\ 143 \\ 144 \\ 145 \\ 243 \\ 244 \\ 245 \\ 345 \\ 445 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot \frac{12 \cdot 14 \cdot 10}{3!} \\ 1320 \\ 12 \cdot 14 \cdot 10 \\ 3! \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено болсе одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper, featuring geometric diagrams and algebraic calculations.

Geometric Diagrams:

- A circle with points A, B, C, K, M on its circumference. Chords and arcs are labeled with angles like 60, 150, 90, and 30. A point O is marked inside the circle.
- Two triangles are shown to the right of the circle, with various angle and side markings.

Algebraic Calculations:

Initial inequalities and substitutions:

$$\sqrt{5a-b} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$
$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = 60\sqrt{2}\sqrt{5}$$
$$y = 10b, x = 15a$$

Further manipulations and substitutions:

$$|b| + |5a-b| \leq 2\sqrt{\frac{b^2 + 25a^2 - 10ab + b^2}{2}}$$
$$3\sqrt{b^2 + 25a^2 - 10ab + b^2} + 4a^2 + 2ab + 6a + 2ab + b^2 - 3b - 6a - 3b + 9$$
$$3\sqrt{29a^2 + 3b^2 - 6ab - 12a + 6b + 9}$$

Definition of a function and its analysis:

функция $M(a, b)$

$$M \leq |5a| + |2b| + |2a| + |b| + |-3| = 7|a| + 3|b|$$
$$M \leq 3$$
$$2024 \cdot 3\sqrt{5}$$
$$2 + 2\sqrt{8} + 3 = 5$$

Substitution and final steps:

$$b = 9x^2$$
$$b=0, a=\frac{3}{7}$$
$$D = 16 \cdot 2024^4 \cdot 9 - 4 \cdot 4 \cdot 2024^4 = 16 \cdot 2024^4 \cdot 8 > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сначала из всех ключей мы достаем 1 случайный.
Это можно сделать одним из 15 способов.
Теперь, чтобы мы точно смогли открыть хотя бы 1 сундук, нужно достать 2 ключа, которые открываются однозначно: эти 2 ключа должны быть от одного сундука. (вместе с 1-ым ключом)

Остальные ключи можно доставать случайно. Четвёртый - одним из 12 способов;

5-ый - 1-ым из 11-ти ; 6-ой - 1-ым из 10-ти.

События не зависят друг от друга:

$15 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 = 180 \cdot 110 = 19800$ - число способов достать 6 ключей, так чтобы с их помощью