



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 15

1. [3 балла] Свободный член квадратного трёхчлена увеличили на 3, в результате чего квадрат разности его корней уменьшился на 2. Затем к свободному члену полученного трёхчлена прибавили число d , и квадрат разности его корней уменьшился ещё на 4. Найдите d .

2. [4 балла] Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяет уравнению

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 + \sqrt{2025}} ?$$

3. [4 балла] Найдите все натуральные a и b такие, что

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b, \\ (\min(a; b))^2 + \text{НОД}(a; b) = 6. \end{cases}$$

4. [5 баллов] На медиане AM треугольника ABC выбрана точка P такая, что $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$. Найдите AC , если известно, что $AB = 5$, $BP = 3$, $CP = 4$.

5. [5 баллов] 5 сундуков закрыты на 3 замка каждый, все ключи ко всем замкам различны. Найдите количество способов выбрать из всех 15 ключей 6 так, чтобы с помощью них можно было открыть хотя бы один сундук.

6. [5 баллов] На дуге полукруга с центром O и диаметром MN взята точка K . Построен равносторонний треугольник ABC с длиной стороны, равной радиусу полукруга, так, что его вершина A лежит на отрезке OK , вершина B — на отрезке ON , вершина C — на дуге KN . Найдите $\angle MOK$.

7. [5 баллов] Найдите наименьшее значение выражения $M = |b| + |5a - b| + |2a + b - 3|$, где a и b — действительные числа. При каких a и b оно достигается?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Квадратичный трехчлен имеет вид: $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)
По условию, у него есть корни. Найдём их: иначе это не будет квадратичной.

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Квадрат разности корней:

$$(x_1 - x_2)^2 = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{-b}{2a} + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{a^2} = \frac{D}{a^2}$$

Поскольку квадрат разности корней любого квадратичного трехчлена со старшим коэффициентом a и дискриминантом D равен $\frac{D}{a^2}$.

Квадратичный трехчлен №2: $ax^2 + bx + (c+3)$.

Его дискриминант: $D_2 = b^2 - 4a(c+3)$

Квадрат разности его корней: $\frac{D_2}{a^2}$ (корректно)

По условию: $\frac{D_2}{a^2} - \frac{D}{a^2} = -2 \cdot 1 \cdot a$ ($a \neq 0$, иначе было)

$$\frac{1}{a}(D_2 - D) = \frac{1}{a}(b^2 - 4a(c+3) - b^2 + 4ac) = -2a$$

$$\frac{1}{a}(4ac - 4a(c+3) - 12a) = -2a$$

$$-2a = -12 \quad | :(-2) \quad | \Rightarrow \boxed{a=6}$$

Квадратичный трехчлен №3: $ax^2 + bx + (c+3+d)$

Его дискриминант: $D_3 = b^2 - 4a(c+3+d)$

Квадрат разности его корней (ошибочно): ~~$\frac{D_3}{a^2}$~~ $\frac{D_3}{a^2}$

По условию: $\frac{D_3}{a^2} - \frac{D_2}{a^2} = -4 \cdot 1 \cdot a$

$$\frac{1}{a}(b^2 - 4a(c+3+d) - b^2 + 4a(c+3)) = -4a$$

$$\frac{1}{a}(-4a(c+3) - 4ad + 4a(c+3)) = -4a \quad | :(-4) \quad | \Rightarrow d = a = 6$$

Ответ: $d = 6$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Справкии числа a и b . Всего есть 3 варианта:

1) $a < b$, тогда $\min(a; b) = a$; $\max(a; b) = b$.

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \\ (\min(a; b))^2 + \text{HOD}(a; b) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10a + b = 2a + 3b \\ a^2 + \text{HOD}(a; b) = 6 \end{cases}$$

Из 1-ого уравнения: $8a = 2b \Rightarrow b = 4a$, подставим

$\text{HOD}(a; b) = \text{HOD}(a; 4a) = a$ (неверно)

подставим это во 2-ое ур-ние:

$$a^2 + a = 6 \Rightarrow a^2 + a - 6 = 0; D = 1^2 + 4 \cdot 6 = 25 > 0.$$

Теорема Виета:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = -1 \\ a_1 \cdot a_2 = -6 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 2; a_2 = -3 \text{ - не подходит, т.к. } a \in N.$$

Значит $a = 2; b = 4a = 8$. ($= 4 \cdot 2$)

Умножим: $a = 2; b = 8$. - Это первая пара, в дальнейшем единственное.

2) $a = b$, тогда $\min(a; b) = \max(a; b) = a$

$$10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \Rightarrow 10a + a = 2a + 3a.$$

$$11a = 5a \Rightarrow 6a = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ - неверно; } a \in N.$$

Решений нет.

3) $a > b$, тогда $\min(a; b) = b$; $\max(a; b) = a$

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \\ (\min(a; b))^2 + \text{HOD}(a; b) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10b + a = 2a + 3b \\ b^2 + \text{HOD}(a; b) = 6 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из 1-ого уравнения:

$$10b + a = 2a + 3b \quad (\text{очевидно})$$

$$a = 7b ; \text{ тогда } \text{HOD}(a; b) = \text{HOD}(7b; b) = b \checkmark$$

Подставим это в 2-ое уравнение и получим:

$$b^2 + b = 6$$

$$b^2 + b - 6 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 6 = 25 > 0 \quad \begin{cases} b_1 + b_2 = -1 \\ b_1 \cdot b_2 = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = -3 \\ b_2 = +2 \end{cases}$$

$b_1 = -3$ - не подходит; b - натуральное (по усл.)

Значит $b = 2$; $a = 7b = 7 \cdot 2 = 14$.

$a = 14$; $b = 2$ - вторая нара, единственная ^{8 этап} строка.

Узор: $(a=2 \cup b=8) \cup (a=14 \cup b=2)$

Омлем: $(a=2 \cup b=8) \cup (a=14 \cup b=2)$

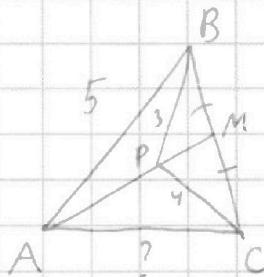


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

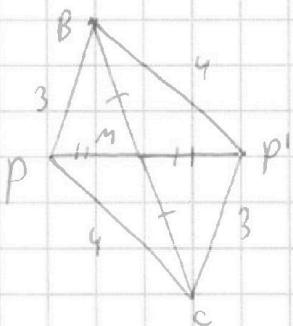
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ ; AC - ?$$

1) проводим медиану AM за точку M на длину MP и поставим точку P'



2) $\triangle BPCP'$:

$$BM = CM \quad (\text{AM-медиан} \triangle ABC) \Rightarrow BPCP' - \text{парал.} \\ PM = MP' \quad (h.1) \Rightarrow (\text{пос признаку})$$

$$3) BPCP' - \text{парал.} (h.2) \Rightarrow BP' = CP = 4 \quad (\text{прот.}) \\ (P' = BP = 3 \quad \text{прот.})$$

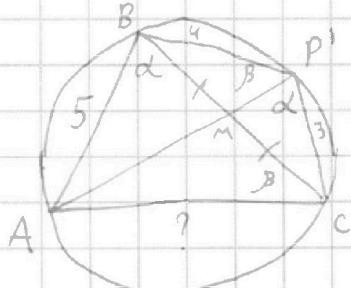
$$\angle BP'C = \angle BPC \quad (\text{против.})$$

Перенесем:

4) $\triangle BAP'P$: $\angle BAC + \angle BP'C =$

$$= \angle BAC + \angle BPC = 180^\circ \quad (\text{ночед.})$$

Значит $ABP'C$ - вписанный.



5) $ABP'C$ - вписанный:

$$\angle ABC \text{ и } \angle AP'C - \text{окн.на } \angle AC \Rightarrow \angle ABC = \angle AP'C \quad (\text{пучок } = \alpha)$$

$$\angle ACB \text{ и } \angle AP'B - \text{окн.на } \angle AB \Rightarrow \angle ACB = \angle AP'B \quad (\text{пучок } = \beta)$$

$$6) BM = CM \quad (\text{AM-медиан} \triangle ABC) \Rightarrow MP' - \text{медиан} \triangle BP'C \quad (\text{ночед.})$$

$$7) P'C - \text{медиан} \triangle BP'C \quad (h.6) \Rightarrow S_{\triangle BMP'} = S_{\triangle CPM'} \cdot (cb - lo)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\triangle BMP'} = \frac{1}{2} \cdot BP' \cdot MP' \cdot \sin \angle BPP' \\ S_{\triangle CPM'} = \frac{1}{2} \cdot CP' \cdot MP' \cdot \sin \angle CPP' \end{array} \right. \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot BP' \cdot MP' \cdot \sin \angle BPP' = \frac{1}{2} \cdot CP' \cdot MP' \cdot \sin \angle CPP'$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BP' = 4; CP' = 3; \sin \angle BP'M = \sin \beta; \sin \angle CP'M = \sin \alpha (\text{ан.внеш})$$

$$\text{тогда: } BP' \cdot \sin \angle BP'M = CP' \cdot \sin \angle CP'M$$

$$4 \sin \beta = 3 \sin \alpha \Rightarrow \boxed{\sin \alpha = \frac{4}{3} \sin \beta} \quad \text{уменьшили.}$$

$$8) AM-\text{медиан. } \triangle ABC (\text{усл.}) \Rightarrow S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ACM} (AB = BC).$$

$$\boxed{S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BM \cdot \sin \angle ABM}$$

$$\boxed{S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CM \cdot \sin \angle ACM}$$

$$\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BM \cdot \sin \angle ABM = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CM \cdot \sin \angle ACM$$

(AM - \downarrow med)

$$\text{Учитывая: } AB = 5; \sin \angle ABM = \sin \alpha; \sin \angle ACM = \sin \beta; BM = CM$$

$$5 \cdot \sin \alpha = AC \cdot \sin \beta; \sin \alpha = \frac{4}{3} \sin \beta;$$

$$5 \cdot \frac{4}{3} \sin \beta = AC \cdot \sin \beta \quad | : \sin \beta \quad (\beta > 0; \sin \beta \neq 0)$$

$$AC = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}.$$

\uparrow
 $0 < \beta < 360^\circ$

\uparrow
Вернее: $0 < \beta < 180^\circ$

$$\text{Ответ: } AC = 6 \frac{2}{3}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы можно было открыть сундуки, нужно сначала взять 3 килогра из одной ^(1 сундук) тройки. Это мы делаем сушими из 5 способов (сундуков 5).

Остальные 3 килогра можно добавить, с учётом того, что порядок выбора не имеет значения, сушими из $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3!} = 220$ способов.

Итого: $5 \cdot 220 = 1100$ способов (^{учитываем, ч.к.} ситуация не завис.)

Но здесь учитывается случай, когда 6 килогра открывают 2 сундука

Таких случаев: $5 \cdot 4 = 20$ (последний способ.

не имеет значения), потому что в этих 1100-ах случаях учитывается и набор

Итог: $1100 - 20 = 1080$ способов. {A,A,A,B,B,B} и {B,B,B,A,A,A}

Ответ: ~~1080~~

Итог: $1100 - \frac{20}{2} = 1090$.

(количество от сундуков A и B)

Ответ: 1090 способов.



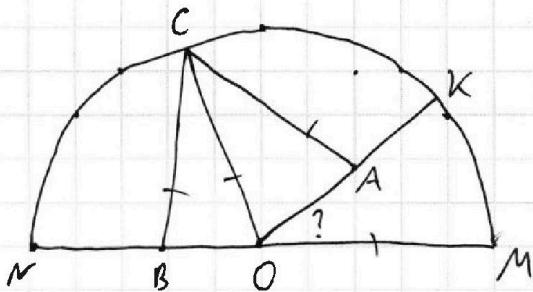
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle MOK = ?$ 0) $\angle ACB = 60^\circ$, т.к.
 $\triangle ABC$ -равнобедренный
 посторонний



1) r -радиус окружности получился из условия.

По условию:

$$AC = BC = r.$$

2) Так как $C \in \text{окр.}(O; r)$, то

$$CO = r.$$

3) Итог: $AC = BC = CO = r$.

Точки $\{A, B, O\}$ равноудалены от $(.)$ с радиусом r . Следовательно $\{A, B, O\}$ прикасается окружности $(C; r)$.

4) В окр. $(C; r)$: $\angle ACB$ -центр., опир. на $\angle AOB \Rightarrow$
 $\angle AOB = 60^\circ$ $\Rightarrow \angle AxB$ (см.чертёж) $= 360^\circ - \angle AOB = 300^\circ$.

$\angle AOB$ -внешн., опир. на $\angle AxB \Rightarrow \angle AOB = \frac{1}{2} \angle AxB = 150^\circ$.

5) $\angle BOA = 360^\circ - \angle NOK$; $\angle NOK = \angle AOB = 150^\circ$.

$\angle NOK$ и $\angle MOK$ -смежн. $\Rightarrow \angle MOK = 180^\circ - \angle AOB = 30^\circ$.
 О.М.Н., т.к. MN -диаметр.

Ответ: $\angle MOK = 30^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha < b \quad \alpha > b$$

$$\begin{cases} 10b + \alpha = 2\alpha + 3b \\ b^2 + 20D(\alpha; b) = 6 \end{cases} \quad | \quad 7b = \alpha$$

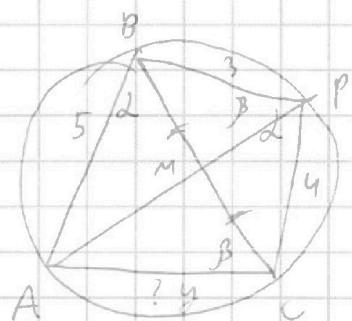
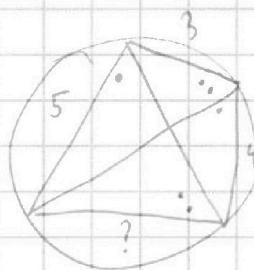
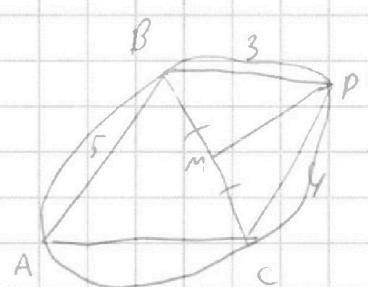
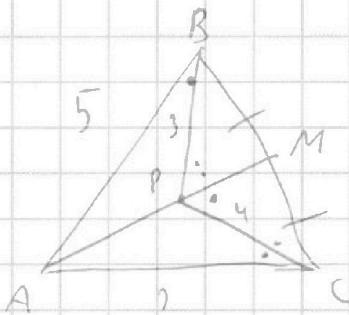
$$b^2 + b = 6. \quad | \Rightarrow b = 2. \quad ; \quad \alpha = 14.$$

$$\alpha = b$$

$$10\alpha + \alpha = 2\alpha + 3\alpha$$

$$11\alpha = 5\alpha$$

$\alpha = 0$ - неверно.



$$x^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

$$x^2 = 5^2 + y^2 + 2 \cdot 5y \cdot \cos \alpha$$

$$25 - 24 \cos \alpha = 25 + y^2 + 10y \cos \alpha$$

$$y^2 + 10y \cos \alpha + 24 \cos \alpha = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot D \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot D \cdot \sin \alpha \quad D = 100 y^2 \cos^2 \alpha - 96 \cos \alpha \quad ???$$

15 километров. $0 \cdot \infty = \text{норм.}$

$$3 \sin \beta = 4 \sin \alpha$$

$$\sin \beta = \frac{4}{3} \sin \alpha$$

$$B > \alpha$$

$$15 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10$$

$$180 \cdot 110$$

оконч

$$19800 ?$$

$$x = \frac{20}{3}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot D \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot D \cdot \sin \beta$$

$$5 \sin \alpha = 4 \sin \beta$$

$$5 \sin \alpha = \frac{4}{3} y \sin \alpha$$

$$y = \frac{15}{4} = 7,5 : 2 = 3,75$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{5}{x}$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} = \frac{5}{x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ax^2 + bx + c = P(x) \quad \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \right)^2 = \frac{b^2}{a^2} - \frac{4c}{a}.$$

$$ax^2 + bx + (c+3) = y \quad \frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+3)}{a}.$$

$$\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+3)}{a} - \frac{b^2}{a^2} + \frac{4c}{a} = -2.$$

$$\frac{-4c}{a} - \frac{12}{a} + \frac{4c}{a} = -2 \quad [a=6]$$

$$\frac{-12}{a} = -2a \quad a=6$$

$$a x^2 + b x + (c+3+d); \quad \frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+3+d)}{a}$$

$$\frac{b^2}{a^2} - \frac{4(c+3+d)}{a} - \frac{b^2}{a^2} + \frac{4(c+3)}{a} = -4. \quad \sqrt{3x^2 + 2\sqrt{6xy^2} + 2y^2} = 2024 \cdot 3 - \sqrt{5^2}$$

$$\frac{-4d}{a} = -4. \quad d = a = 6.$$

$$\frac{2024}{75} \times \frac{75}{10125} = \frac{180}{2025} \quad \frac{2025}{2025} = 15^2.$$

$$\sqrt{15x^2 + 2\sqrt{10y^2}} = 2024 \cdot 15 \quad \sqrt{3x^2 + 2\sqrt{6xy^2} + 2y^2} = 45 \cdot 2024^2.$$

$$\sqrt{15x^2 + 2\sqrt{10y^2}} = 2024 \cdot 15 \quad \sqrt{3x^2 + 2\sqrt{6xy^2} + 2y^2} - 2024 \cdot 3\sqrt{5^2} = 0.$$

$$-\sqrt{15}(x - 2024 - \sqrt{15}) + \sqrt{10y^2} = 0. \quad \sqrt{3x^2 + 2\sqrt{6xy^2} + 2y^2} - 2024 \cdot 3\sqrt{5^2} = 0.$$

$$\sqrt{15x^2} - 2024 \cdot 9 + \sqrt{10y^2} - 2024 \cdot 6 = 0.$$

$$\sqrt{3}(\sqrt{x} - (2024 - z) \cdot \sqrt{5}) + \sqrt{2}(\sqrt{y} - z \cdot \sqrt{2})$$

$$\sqrt{15x^2} - 2024 \cdot 9 + \sqrt{10y^2} - 2024 \cdot 6 = 0.$$

$$\sqrt{3}(\sqrt{5x^2} - 2024 \cdot 3\sqrt{3}) + \sqrt{2}(\sqrt{5y^2} - 2024 \cdot 3\sqrt{2}) = 0.$$

$$3(5x - 2 \cdot 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x^2} + 2024^2 \cdot 9 \cdot 3) = 2 \cdot (5y - 2 \cdot 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{10y^2} + 2024^2 \cdot 6 \cdot 3)$$

$$\alpha < b, \text{ тогда:}$$

$$\begin{cases} 10\alpha + b = 2\alpha + 3b \\ \alpha^2 + \text{HOD}(\alpha, b) = 6. \end{cases} \quad 8\alpha = 2b \quad | \quad 4\alpha = b$$

$$\alpha^2 + \cancel{b} = 6. \quad \alpha^2 + \cancel{b} = 6.$$

$$\alpha^2 + 4\alpha - 6 = 0 \quad D = 1 + 4 \cdot 6 = 25 > 0.$$

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 = -1 \\ \alpha_1 \cdot \alpha_2 = -6 \end{cases} \quad | \quad \alpha_1 = -3 \quad \alpha_2 = +2.$$

$$\cancel{\alpha = 3} \quad \cancel{b = 12} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = 8 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = |b| + |5a - b| + |2a + b - 3|$$

$$\begin{array}{c} b + |5a - b| + |2a + b - 3| \\ \swarrow \qquad \searrow \\ b + 5a - b + |2a + b - 3| \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -b + |5a - b| + |2a + b - 3| \\ \downarrow \\ -b + 5a - b + |2a + b - 3| \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5a + 2a + b - 3 \\ \hline 5a - 2a - b + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2b - 5a + 2a + b - 3 \\ \hline 2b - 5a - 2a - b + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5a - 2b + 2a + b - 3 \\ \hline 5a - 2b - 2a - b + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -5a + 2a + b - 3 \\ \hline -5a - 2a - b + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 7a - b - 3 \\ \hline 3a - 3b + 3 \end{array}$$

$$|a| + |b| \quad |a + b|$$

$$a^2 + 2|ab| + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$|ab| \neq ab.$$

$$|b| + |5a - b| \geq |b + 5a - b| = |5a|$$

$$|a||b| \geq ab$$

$$|5a| + |2a + b - 3| \geq |\gamma a + b - 3|.$$

$$\gamma a + b - 3 = 0.$$

$$M \geq |\gamma a + b - 3| \geq 0.$$

$$M_{\min} = |\gamma a + b - 3| = 0. \quad \gamma a + b - 3 = 0; \quad b = 3 - \gamma a$$

$$(3 - \gamma a) + |5a - 3| + |\gamma a| + |2a + 3 - \gamma a - 3| = -5a.$$

$$(3 - \gamma a) + |12a - 3| + |-5a| \geq |3 - \gamma a + 12a - 3 - 5a| = 0.$$

$$|-4| + |5+4| + |2-4-3| = 4 + 9 + 5 = 18$$

142
143
144
145
146
147
148
149
150

6 . $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3!}$

$\boxed{1320}$

7. $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{7!}$

243
244
245
345

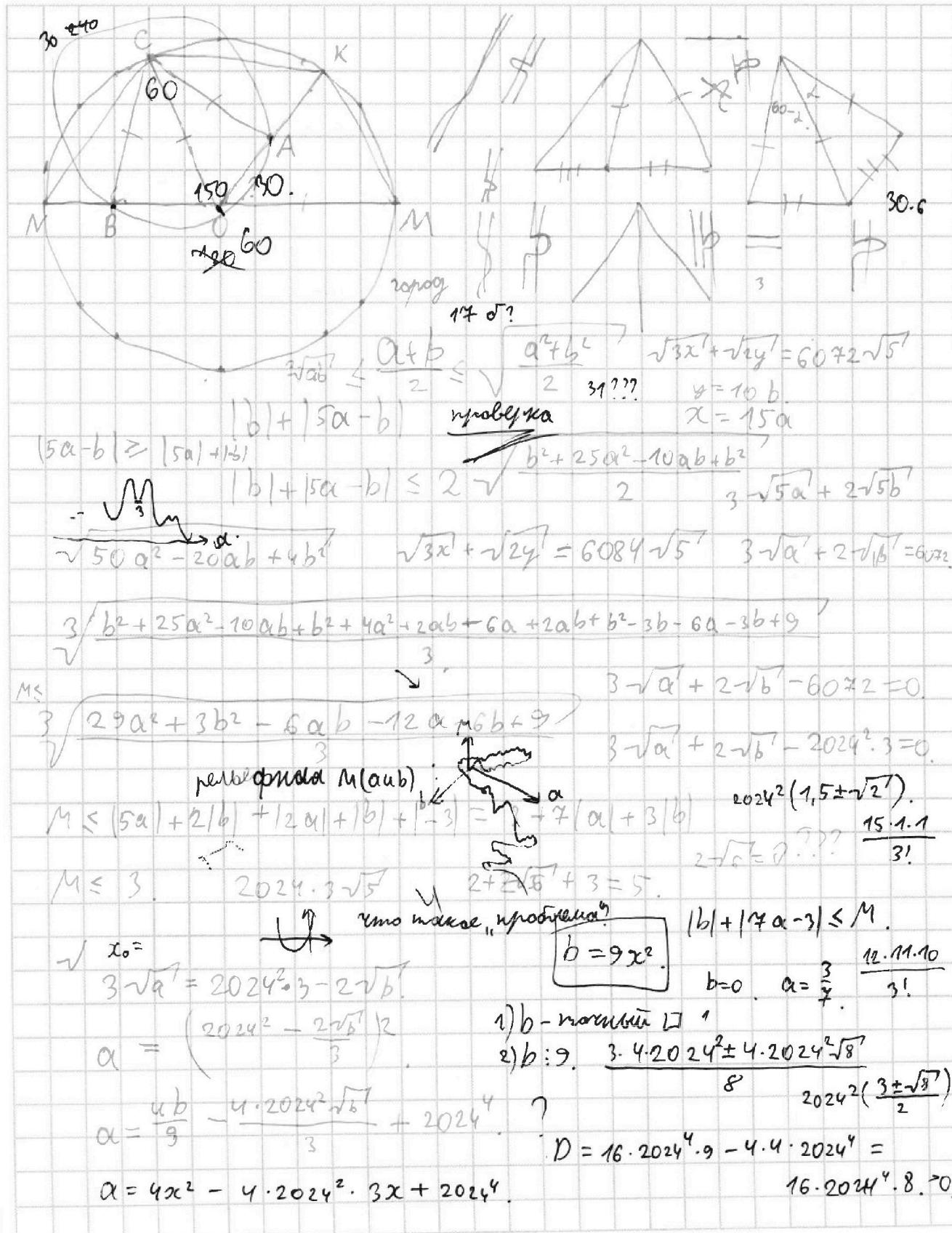
10.
 $\boxed{1320}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!**





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Стакана из всех килогр. мы достанем 1 случайный.

Это можно сделать одним из 15 способов.

Теперь, чтобы мы могли спокойно открыть хотя бы 1 сундук, нужно достать 2 килогр., которые получаются случайно: эти 2 килогр. должны быть от одного сундука. (Вместе с 1-им килогр.)

Остальные килогр. можно доставать случайно. Четвёртый - одним из 12 способов;

5-ый - 1-ым из 11-ти ; 6-ой - 1-ым из 10-ти .

События не зависят друг от друга:

$$15 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 = 180 \cdot 110 = 19800 - \text{число}$$

способов достать 6 килогр., так чтобы с них получилось