



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 9

- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= \cancel{n!} \quad n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) = \\ &= n! (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! (2 + n + n^2 + 3n + 2) = \\ &= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \end{aligned}$$

$$361 = 19^2$$

При $n < 19$, $n! \neq 19$ (так как 19 - простое число \Rightarrow
~~19~~)

Все числа меньше 19 взаимопростые с 19 \Rightarrow
их произведение не делится на 19

При $n < 19$, если $n! (n+2)^2 : 19 \Rightarrow (n+2) : 19 \Rightarrow$

$$n+2 \geq 19, n \geq 17 \text{ при } n = 17. (17! \cdot 19^2) : 19^2 \Rightarrow 361$$

Наименьшее возможное $n : n = 17$, оставшиеся

$$n > 17$$

Ответ: 17

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N2

Обозначим эти последовательные члены: $x-2; x-1; x; x+1; x+2$.

Тогда:

$$(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = N^3, \quad N > 6$$

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 &= N^3 \\ 5x^2 + 10 &= N^3 \\ 5x^2 &= N^3 \end{aligned}$$

$$N \geq 5 \quad N > 6 \quad \frac{N:5, N > 6}{N \neq 5}$$

Если $\vartheta_5(x) = b$, то $\vartheta_5(5x^2) = 2b+1$,

$$\vartheta_5(N^3) = 2b+1 : 3 \Rightarrow b \geq 1, \text{ при } b \geq 1, b \geq 4 \Rightarrow N \geq 5^3$$

Заметим, что если $x : p$ (p -простое), то

$$x^2 : p^2 \Rightarrow N : p^2 \Rightarrow \text{при } b=1$$

Заметим что, если $\vartheta_p(x) = a$, тогда при $p \neq 5$

$$\vartheta_p(25x^2) = 2a \Rightarrow \vartheta_p(N^3) = 2a \Rightarrow \vartheta_p(N) : 2 \geq 2$$

(p -простое число, $\vartheta_p(x)$ - степень вхождения

p в числе x) ($\vartheta_5(x)$ - степень вхождения 5 в x ; $a, b \in \mathbb{Z}$, $a, b \geq 0$)

Тогда $N \geq 5^3 p^2 \geq 20$ (2-наименьшее простое

число)

$$\text{Также } N = 20 < 125 = 5^3$$

Тогда наше значение N :

$$5 \cdot (5 \cdot 2^3)^3 = 2^6 \cdot 5^3$$

Ответ: 20.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|$$

≥ 0

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|$$

OD 3:

\checkmark $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

$$(x-3)(x+1) \geq 0$$



$$x \in (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x$$

$$\begin{cases} 1 - 2x > 0 \\ x^2 - 2x - 3 < (1 - 2x)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0,5 \\ x^2 - 2x - 3 < 4x^2 + 1 - 4x \end{cases}$$

$$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 + 1 - 4x$$

$$\begin{cases} x < 0,5 \\ 3x^2 - 2x + 4 > 0 \end{cases} \quad a = 3, b = -2, c = 4 \quad \text{бесконечн вверх}$$

$$\Delta = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - 4c = (-1)^2 - 4 \cdot 4 = -15 < 0$$

При $x < 0,5$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$$

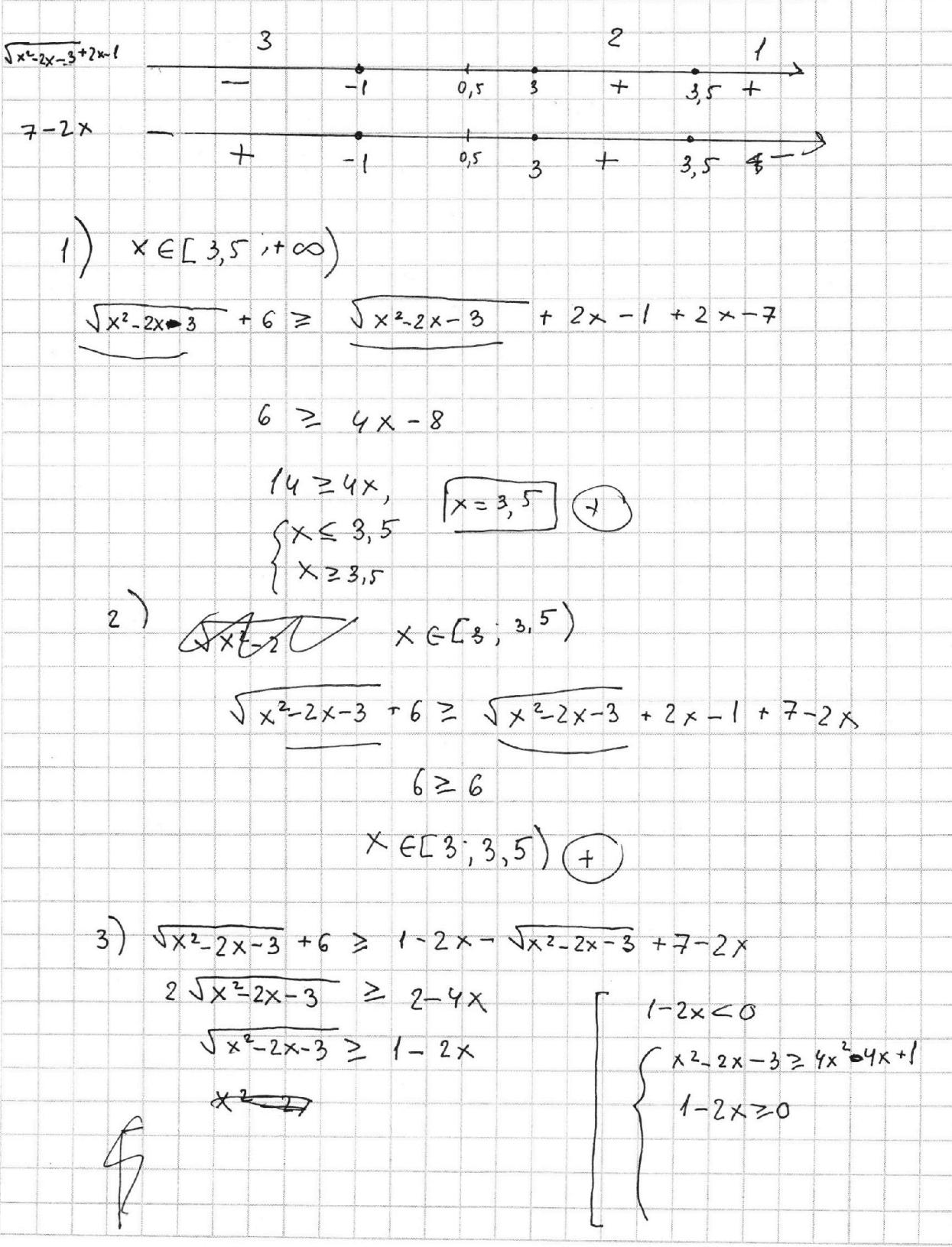
$3x^2 - 2x + 4 > 0$ - всегда

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0,5 \\ x < 0,5 \end{array} \right.$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0, \text{ но по док. ранее } 3x^2 - 2x + 4 > 0 -$$

всегда

Ответ: $[3; 3,5]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего:

$$\begin{aligned}
 & 45^2 + 42^2 \cdot 2 + 42 \cdot 46 \cdot 4 + 47 \cdot 41 \cdot 4 = \\
 & = 2025 + 3528 + (44-2)(44+2) \cdot 4 + (44+3)(44-3) \cdot 4 \\
 & = 2025 + 3528 + (1936-4) \cdot 4 + (1936-9) \cdot 4 = \\
 & = 5553 + (3872 - 13) \cdot 4 = 5553 + 15436 = \\
 & = 20989
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 45^2 + 44 \cdot 46 \cdot 2 + 42 \cdot 46 \cdot 4 + 41 \cdot 47 \cdot 4 = \\
 & = 2025 + (45-1)(45+1) \cdot 2 + (44+2)(44-2) \cdot 4 + \\
 & + 48(44-3)(44+3) \cdot 4 = 2025 \cdot 3 - 2 + 44^2 \cdot 8 - 4 \cdot 4 - 9 \cdot 4 = \\
 & = 7075 + 11488 - 52 - 2 = 18563 - 54 = 18509 + 43^2 =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{43}{13} + 11488 \\
 & + 7075 \\
 & \hline
 & 18563
 \end{aligned}$$

= 20595

Ответ: 18509 + 20595

Если $x \in [1; 50-7]$ $y \in [13; 50-4]$ $\text{всего: } 43^2$

такие пары чисел, которых нет все уши.

$(x+3, y+4)$

$(x+7, y+1)$

$(x+4, y-3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

Рассмотрим 2 точки на координатной плоскости:

$$A(x_A; y_A) \text{ и } B(x_B; y_B)$$

Площадь $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$, пусть $x_A - x_B = t$, а $y_A - y_B = f$
тогда $AB = \sqrt{t^2 + f^2}$ Пусть $5 = \sqrt{t^2 + f^2}$

$$25 = t^2 + f^2, \cancel{t^2 + f^2}$$

По условию абсциссы и ординаты всех четырех вершин ромба - целые $\Rightarrow t^2 \text{ и } f^2 - \text{квадраты целых чисел}$

$$t^2 = 0 \quad f^2 = 25 \Rightarrow f = \pm 5 \quad (f^2 = 0 \quad t^2 = 25)$$

$$\& t^2 = 1 \quad f^2 = 24 - \text{невозможно}$$

$$t^2 = 4 \quad f^2 = 21 - \text{невозможно}$$

$$t^2 = 9 \quad f^2 = 16 \quad (t = \pm 3; f = \pm 4 \text{ или})$$

Значит длина отрезка $AB = 5$, т.к. можно есть: $t = \pm 4, f = \pm 3$

$$1) x_A = x_B \quad |y_A - y_B| = 5$$

Площадь есть 3 вида ромбов:

$$2) y_A = y_B \quad |x_A - x_B| = 5$$

1) ~~Квадрат 5×5 (сторона совпадает с катетом 1 из 2 смущают)~~

$$3) |x_A - x_B| = 3 \quad |y_A - y_B| = 4$$

$$4) |y_A - y_B| = 3 \quad |x_A - x_B| = 4$$

2)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

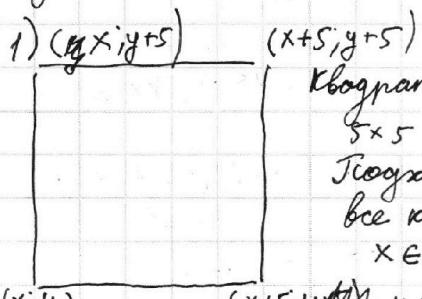
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда есть несколько видов ромбов

1) (x, y)



$(x+5, y+5)$

Квадрат
 5×5

Получают
все квадраты

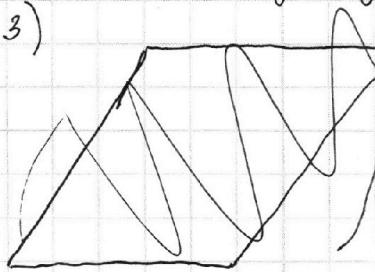
$x \in [1, 50-5]$ - 45 вариантов

$y \in [1, 50-5]$ $(x+5 \leq 50-5)$

45 вариантов

Всего: 45^2

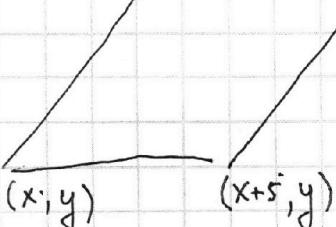
3)



Ромб с стороной
5 параллельной
Ох или Оу

и высотой 4 $(x+8, y+4)$

$(x+3, y+4)$ $(x+3, y+8)$



$x \in [1, 50-8]$

$y \in [1, 50-4]$

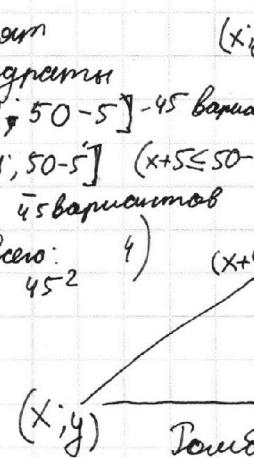
$42 \cdot 46$

$\cdot 4$ (варианты поворота)



$(x+3, y+4)$

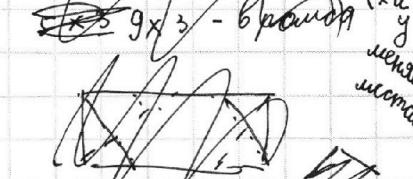
2)



Ромб
с стороной
параллельной
Ох или Оу

и высотой 3

В прямодугах имеются



$x \in [1, 50-9]$

$y \in [1, 47]$

$47 \cdot 41 \cdot 4$

N 3

и пакеты
шага
этого

и без
длины
диагональ
параллел

Оу 8
8 с шагом
длины диагональ
параллел

Ох 8
8 с шагом
длины диагональ
параллел

Ох - 8
8 с шагом
длины диагональ
параллел



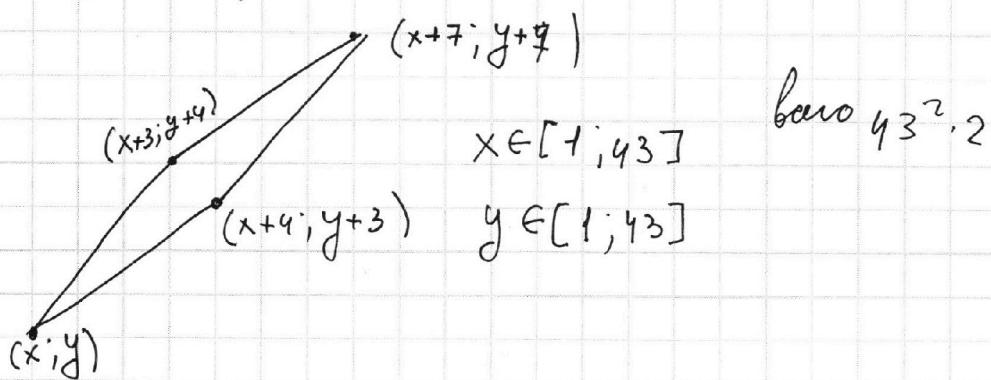
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
9 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Еще 1 вид



Всего

$$20595 + 43^2 = 20595 + 2086^2 = \underline{22581} + 2086 =$$

Ответ: ~~22581~~ 24667

= 24667

24667.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2, \quad x, y \in \mathbb{Z} \text{ (целые)}$$

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45), \quad (y-45) \text{ и } (y+45) - \text{степени}$$

~~(y+45)~~

$$y-45 = q$$

$$y+45 = h$$

$$h+45 = h \quad y+45 = h$$

(h - **некоторое** число, **ч-степни**
число)

1) $x=0$

$$19 = (y-45)(y+45)$$

$$(y-45) < (y+45) \quad (-45 < 45)$$

↑

$$\begin{cases} y-45=1 & y=46 \\ y+45=19 & y=-26 \end{cases} \quad \text{невозможно}$$

$$\begin{cases} y-45=-19 & y=26 \\ y+45=-1 & y=-46 \end{cases} \quad \text{невозможно}$$

2) $x \neq 0$, раз $(y-45) \text{ и } (y+45) - \text{степени} \Rightarrow$

$$x \geq 2$$

$$x=2 \quad ((y-45) < (y+45)), \text{ тогда } (y-45)(y+45) = 2^2 \cdot 19$$

$$\begin{cases} y-45=2 & y=47 \\ y+45=38 & y=\cancel{-7} \end{cases} \quad \text{невозможно}$$

$$\begin{cases} y-45=-38 & y=7 \\ y+45=-2 & y=-47 \end{cases} \quad \text{невозможно}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Заметки, что $x \geq 3$
 $(y+45) - (y-45) = 90 = 2 \cdot 45$

Значит $\vartheta_2(y+45) = 1$ или $\vartheta_2(y-45) = 1$ иначе

если $\vartheta_2(y+45) \geq 2$ и $\vartheta_2(y-45) \geq 2$, то $\vartheta_2(90) \geq 2$.

Проверка, если

$$19 \cdot 2^x = (y+45) \circ (y-45)$$

$$\begin{matrix} 2^{x-1} \\ 19 \cdot 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -2^{x-1} \\ 19 \cdot 2^{x-1} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2 \\ -19 \cdot 2^{x-1} \end{matrix}$$

~~1. $x=4$~~

$$1. \quad y-45=38$$

$$y=83$$

$$y+45=128=2^7$$

$$x-1=7$$

$$\left| \begin{array}{l} y=83 \\ x=8 \end{array} \right.$$

$$2. \quad y-45=-38,$$

$$y=7$$

$$y+45=52 - \text{не степень 2}$$

$$3. \quad y-45=2$$

$$y=-47$$

$$y+45=92=2 \cdot 46=4 \cdot 23 \neq 19 \cdot 2^{x-1}$$

Ответы: $(8; 83); (8; -83)$

$$= (y+45)(y-45)$$

$$1. \quad 2^{x-1} \quad 19 \cdot 2$$

$$2. \quad -2^{x-1} \quad -19 \cdot 2$$

$$3. \quad 19 \cdot 2^{x-1} \quad 2$$

$$4. \quad -19 \cdot 2^{x-1} \quad -2$$

$$5. \quad 19 \cdot 2 \quad 2^{x-1}$$

$$6. \quad -19 \cdot 2 \quad -2^{x-1}$$

$$7. \quad 2 \quad 19 \cdot 2^{x-1}$$

$$8. \quad -2 \quad -19 \cdot 2^{x-1}$$

$$7. \quad y-45=-2$$

$$y=43$$

$$y+45=88=48 \cdot 11 \neq 19 \cdot 2^{x-1}$$

$$5. \quad y+45=38$$

$$y=-7$$

$$y-45=-52 < 0$$

$$6. \quad y+45=-38$$

$$y=-83$$

$$y-45=-128 < -38 = -19 \cdot 2$$

$$\left| \begin{array}{l} y=-83 \\ x=8 \end{array} \right.$$

$$y-45=-128 \quad x=8$$

$$\begin{aligned} y+45 &= 2 \\ y &= -43 \\ y-45 &= -88 = \\ &= -8 \cdot 11 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$8. \quad y+45=-2$$

$$y=-47$$

$$y-45=-92 =$$

$$= 4 \cdot 23 \quad \checkmark$$

$$7. \quad y-45=2$$

$$y=43$$

$$y+45=88=48 \cdot 11 \neq 19 \cdot 2^{x-1}$$



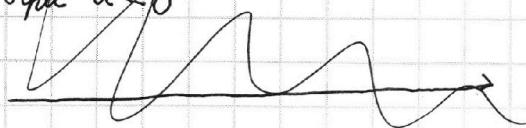
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

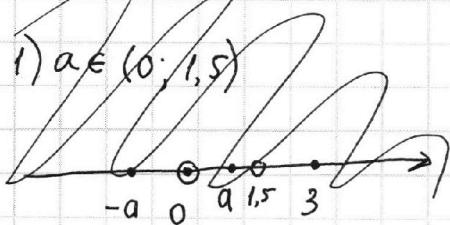
График $a > 0$



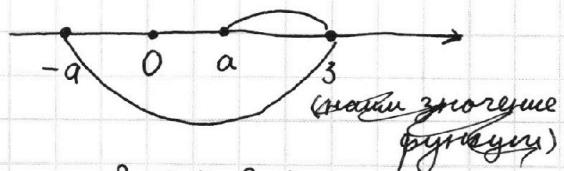
1. При $a=0$

$$x=0 \quad y=0 \quad x^2 - 6x + 9 = 0 \neq 8$$

2. ~~При~~ $a > 0$

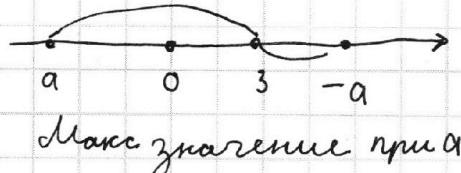
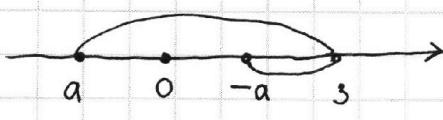


2. $a > 0$



$$3+a > 3-a$$

3. $a < 0$



Макс значение при a

$$\cancel{x^2 - 6a + 9 = 8}$$

$$a^2 - 6a + 9 = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$\Delta = 25 + 32 = 57$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \quad \frac{5+\sqrt{57}}{2} > 0$$

$$\frac{5-\sqrt{57}}{2} < 0 \quad \text{+}$$

Ответ: $a=1$; $a = \frac{5-\sqrt{57}}{2}$

$$3+a > 3-a \quad a > 0$$

~~При~~ \Downarrow

Для симметричной ветви параболы \Rightarrow макс значение при $-a$ (расстояние до 3-бально)

$$a^2 + 7a = 8$$

$$(a+8)(a-1) = 0$$

$$a = 1 \quad (+) \quad \cancel{a = -8} \quad (-)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

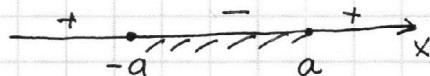
N6

$$x^2 + y^2 = a^2$$

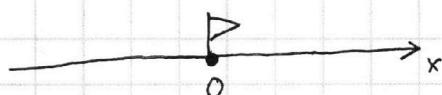
$$x^2 \leq a^2$$

$$(x-a)(x+a) \leq 0$$

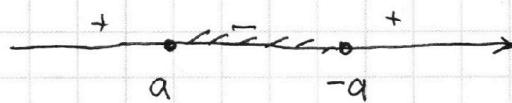
$$a > 0$$



$$a = 0$$



$$a < 0$$



$$\overbrace{x^2 - 6x + 9}^{\text{配方}} = x^2 - 6x + 9$$

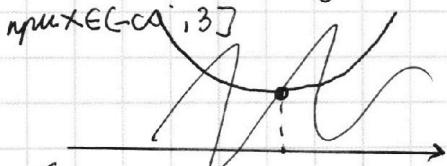
$$\text{配方} \uparrow \quad a_1 = 1, b_1 = -6, c_1 = 9$$

$$x_0 = -\frac{b_1}{2a_1} = \frac{6}{2} = 3$$

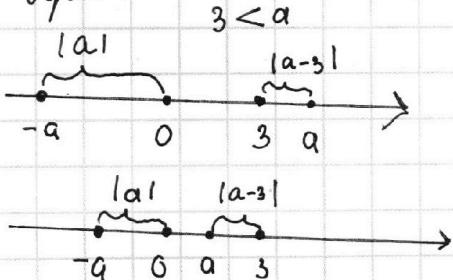
$$\Rightarrow x_0 = 3$$

$f(x)$ возрастает

при $x \in [3; +\infty)$ и убывает при $x \in (-\infty, 3]$



При $a > 0$



$$|a-3| < |a| \Rightarrow$$

наай залогінне при $-a$

$$a^2 + 7a = 8$$

$$(a+8)(a-1) = 0,$$

на $a = -8 < 0$,
 $a = 1 < 3$

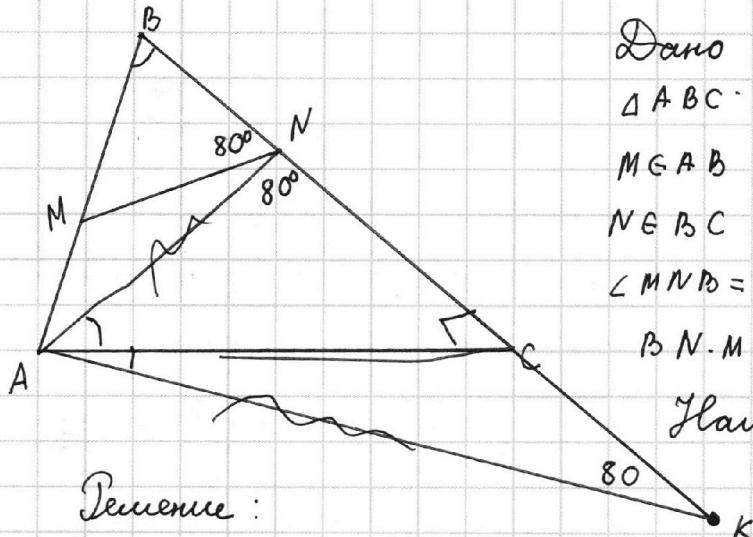


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Дано

$\triangle ABC$

$M \in AB$

$N \in BC$

$$\angle MNK = \angle ANC = 80^\circ$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

Найти $\angle CAN$

Решение:

D.n: продлим NC на CK , $CK = NC$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \text{ (по усн)}$$

$$\frac{BM}{AM} = \frac{BN}{2NC} = \frac{BN}{NC+CK} = \frac{BN}{NK}$$

$$\frac{BM}{AM} = \frac{BN}{NK} \quad (\Rightarrow \text{по м. Лавеса})$$

$BM+AM$

$$\therefore \frac{AM}{BM} = \frac{NK}{BN} \quad \frac{AM+BM}{BN} = \frac{NK+BN}{BN}$$

$$\frac{AB}{BM} = \frac{BK}{BN} \quad \angle MBN - \text{общий}$$

$\angle ANK = \angle$

$\triangle MBN \sim \triangle ABK$

$\angle NKA = \angle BNK = 80^\circ$ (по 2 сторонам и углу между ними)

(2 подобных треугл.)

$\angle ANK = 80^\circ$ (по усн)

$\angle ANK = \angle NKA = 80^\circ \Rightarrow AN = AK$ (признак р/б треугл.)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Т-м $\triangle ANK$:

$$\begin{aligned} AN = AK & \text{ (по док)} \\ NC = CK & \text{ (по постр)} \end{aligned} \quad \left| \Rightarrow \angle NAC = \angle KAC \text{ (б р 1 б прямая} \right. \\ & \text{медиана и бис - ся симн)} \\ \angle KAN &= 180^\circ - \angle ANK - \angle AKN = 180^\circ - 160^\circ = 40^\circ \\ & \text{(по сумме угл треугл)} \\ \angle NAC &= \frac{1}{2} \angle KAN = 20^\circ \end{aligned}$$

Отвем: 20° .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

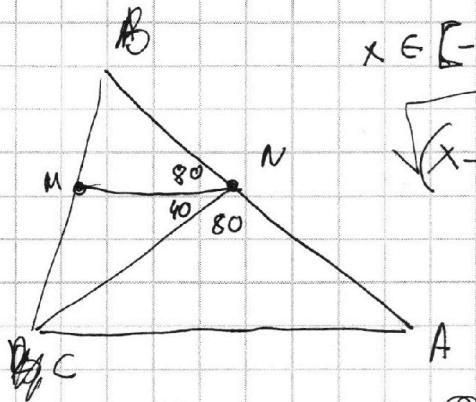


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x \in [-|a|, a]$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 6 \geq$$

$$x \in (-\infty, -1] \cup [3; +\infty)$$

3

$$a^2 + 6|a| + a \leq 8$$

$$a^2 - 6|a| + a \leq 8$$

$$a < 0$$

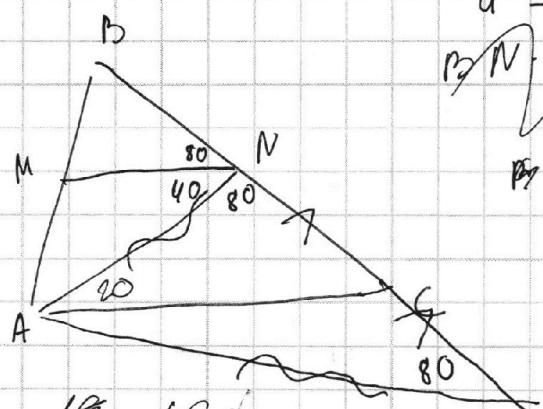
$$BN \cdot AM = 2BN \cdot NC$$

$$a^2 - 6a + a$$

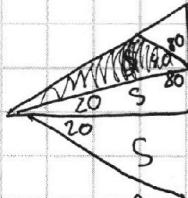
$$a^2 - 5a \leq 8$$

$$a^2 - 5a - 8$$

$$a^2 + 7a \leq 8$$



$$\frac{AM}{BM} = \frac{2NC}{BN}$$



$$\frac{45}{45} \\ \frac{45}{276}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 184 \\ \hline 208 \\ 24 \\ \hline 484 \\ 24 \\ \hline 2116 \\ 19 \\ \hline 2025 \\ 52 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 \leq a^2$$

$$x \leq |a|$$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

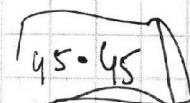
$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

~~2 + 38~~

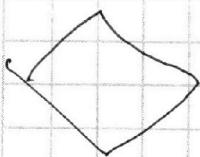
$$y - 45 = 38$$

$$y = 83$$



$$x^2 - 6x + 9 \neq 0$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$$



$$y - 45 = 38$$

$$y = 83$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

