

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{aligned}
 n! + (n+1)! + (n+2)! &= \cancel{n!} + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) = \\
 &= n! (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! (2 + n + n^2 + 3n + 2) = \\
 &= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2
 \end{aligned}$$

$$361 = 19^2$$

При $n < 19$, $n! \nmid 19$ (так как 19 - простое число ~~$\nmid 19$~~)

все числа меньше 19 взаимнопросты с ними $\Rightarrow$ их произведение не ~~$\nmid$~~ кратно 19)

При $n < 19$, если $n! (n+2)^2 : 19 \Rightarrow (n+2) : 19 \Rightarrow$

$$n+2 \geq 19, n \geq 17 \text{ при } n = 17: (17! \cdot 19^2) : 19^2 \Rightarrow : 361$$

главное число возможное n : $n = 17$, остальные $n > 17$

Ответ: 17



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Обозначим эти последовательные числа: $x-2; x-1; x; x+1; x+2$.

Тогда:

$$(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = N^3, \quad N > 6$$

$$x^2 - 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = N^3$$

$$5x^2 = N^3$$

~~$N \cdot 5$~~ $N > 6$ $N : 5, N > 6$

Если $v_5(x) = b$, то $v_5(5x^2) = 2b+1$,

$$v_5(N^3) = 2b+1 : 3 \Rightarrow b \geq 1, \text{ при } b > 1, b \geq 4 \Rightarrow N \geq 5^3$$

Заметим, что если $x : p$ (p -простое), то

$$x^2 : p^2 \Rightarrow N^3 : p^2 \Rightarrow \text{при } b=1$$

Заметим, что, если $v_p(x) = a$, тогда при $p \neq 5$

$$v_p(5x^2) = 2a \Rightarrow v_p(N^3) = 2a \Rightarrow v_p(N) : 2 \Rightarrow \geq 2$$

(p -простое число, $v_p(x)$ - степень вхождения p в число x) ($v_5(x)$ - степень вхождения 5 в x ; $a, b \in \mathbb{Z}$, $a, b \geq 0$)

Тогда $N \geq 5p^2 \geq 20$ (2 - наименьшее простое

число)

При $N=20 < 125 = 5^3$

$$5 \cdot (5 \cdot 2^3)^2 = 2^6 \cdot 5^3$$

Тогда найдем значение N :
20

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

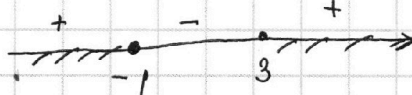
$$\underbrace{|\sqrt{x^2-2x-3} + 6|}_{\geq 0} \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1| + |7-2x|$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1| + |7-2x|$$

0 ⊕ 3:

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0$$



$$x \in (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 < 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} < 1-2x$$

$$\begin{cases} 1-2x > 0 \\ x^2-2x-3 < (1-2x)^2 \end{cases} \begin{cases} x < 0,5 \\ x^2-2x-3 < 4x^2+1-4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0,5 \\ 3x^2-2x+4 > 0 \end{cases} \begin{matrix} \text{верши вверх} \\ a=3, b=-2, c=4 \end{matrix} \quad \Delta = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4c = 1 - 12 = -11 < 0$$

При $x < 0,5$

$3x^2-2x+4 > 0$ - всегда

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 < 0$$

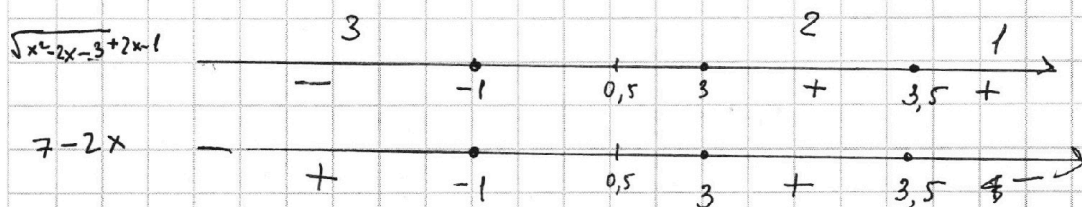


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $x \in [3,5; +\infty)$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 2x - 7$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$14 \geq 4x, \quad \boxed{x = 3,5} \quad (+)$$
$$\begin{cases} x \leq 3,5 \\ x \geq 3,5 \end{cases}$$

2) ~~$x \in (-\infty; 3)$~~ $x \in [3; 3,5)$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$6 \geq 6$$

$$x \in [3; 3,5) \quad (+)$$

3) $\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2-2x-3} + 7 - 2x$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 2 - 4x$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - 2x < 0 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1 \\ 1 - 2x \geq 0 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0,5 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < 0,5 \end{array} \right.$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0, \text{ но по док. ранее}$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0 - \text{всегда}$$

Ответ : $[3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего:

$$45^2 + 42^2 \cdot 2 + 42 \cdot 46 \cdot 4 + 47 \cdot 41 \cdot 4 =$$

$$= 2025 + 3528 + (44-2)(44+2) \cdot 4 + (44+3)(44-3) \cdot 4$$

$$= 2025 + 3528 + (1936-4) \cdot 4 + (1936-9) \cdot 4 =$$

$$= 5553 + (3872-13) \cdot 4 = 5553 + 15436 =$$

$$= 20989$$

$$45^2 + 44 \cdot 46 \cdot 2 + 42 \cdot 46 \cdot 4 + 41 \cdot 47 \cdot 4 =$$

$$= 2025 + (45-1)(45+1) \cdot 2 + (44+2)(44-2) \cdot 4 +$$

$$+ 41 \cdot (44-3)(44+3) \cdot 4 = 2025 \cdot 3 - 2 + 44^2 \cdot 8 - 4 \cdot 4 - 9 \cdot 4 =$$

$$= 7075 + 11488 - 52 - 2 = 18563 - 54 = 18509 + 43^2 =$$

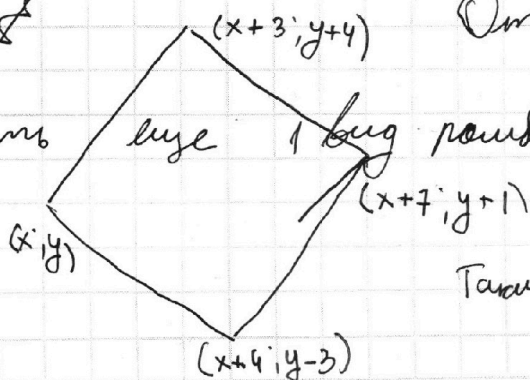
$$= 20595$$

Ответ: 18509 и 20595

$$\begin{array}{r} 43^3 \\ + 126 \\ + 196 \\ \hline 2086 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 11488 \\ 7075 \\ \hline 18563 \end{array}$$

Есть еще 1 big ромб который мы не учли:



$$x \in [1; 50-7] \text{ всего: } 43^2$$

$$\text{Таким: } y \in [1+3; 50-4]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☒ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
(из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

Рассмотрим 2 точки на координатной плоскости:

$$A(x_A, y_A) \text{ и } B(x_B, y_B)$$

$$\text{Тогда } AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}, \text{ пусть } x_A - x_B = t, \text{ а } y_A - y_B = f$$

$$\text{тогда } AB = \sqrt{t^2 + f^2}$$

$$\text{Пусть } 5 = \sqrt{t^2 + f^2}$$

$$25 = t^2 + f^2, \text{ ~~тогда~~ }$$

По условию абсциссы и ординаты всех вершин ромба - целые $\Rightarrow t^2$ и f^2 - квадраты целых чисел:

$$t^2 = 0 \quad f^2 = 25 \Rightarrow f = \pm 5 \quad (f^2 = 0 \quad t^2 = 25)$$

$$t^2 = 1 \quad f^2 = 24 - \text{невозможно}$$

$$t^2 = 4 \quad f^2 = 21 - \text{невозможно}$$

$$t^2 = 9 \quad f^2 = 16 \quad (t = \pm 3; f = \pm 4 \text{ или}$$

Значит длина отрезка $AB = 5$, только если: $t = \pm 4, f = \pm 3$)

$$1) x_A = x_B \quad |y_A - y_B| = 5$$

$$2) y_A = y_B \quad |x_A - x_B| = 5$$

$$3) |x_A - x_B| = 3 \quad |y_A - y_B| = 4$$

$$4) |y_A - y_B| = 3 \quad |x_A - x_B| = 4$$

Тогда есть 3 вида ромбов:

1) Квадрат 5×5
(стороны соответствуют 1 и 2 случаю)

2)



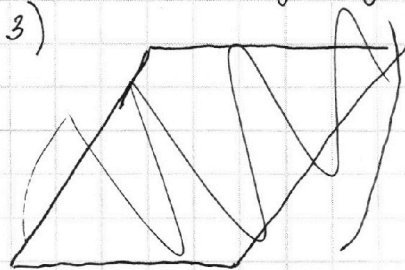
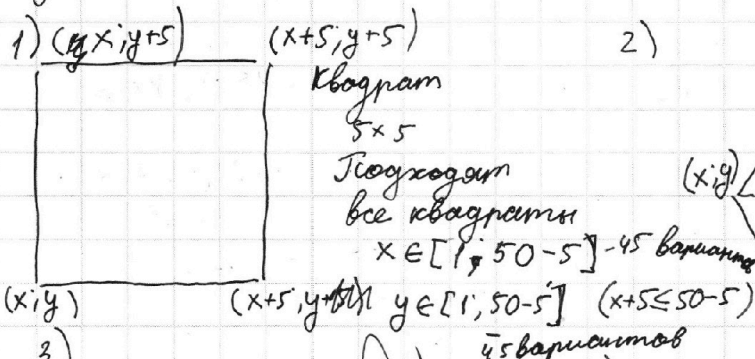
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

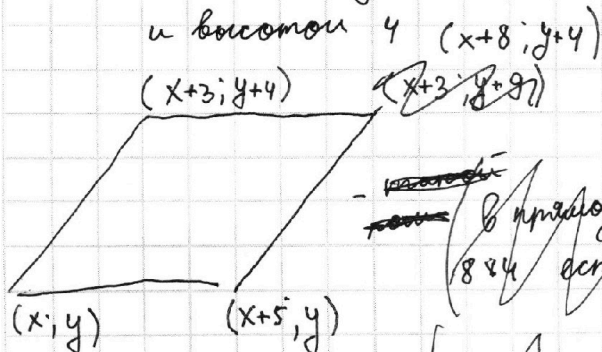
СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда есть несколько видов ромбов



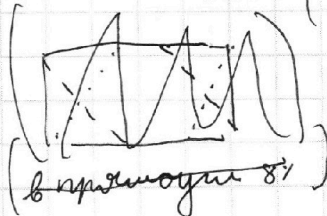
Ромб с стороной 5 параллельной Ox или Oy и высотой 4



$$x \in [1, 50-8]$$

$$y \in [1, 50-4]$$

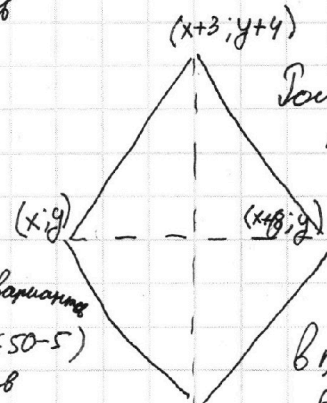
$$42 \cdot 46 \cdot 4$$



(варианты поворота)

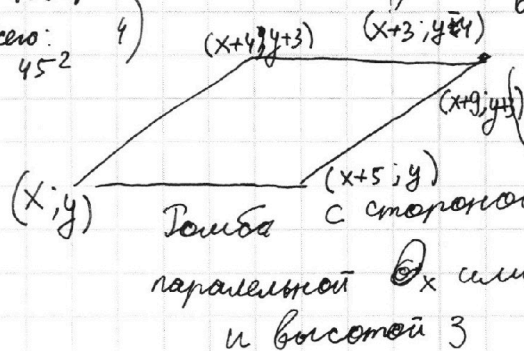


2)



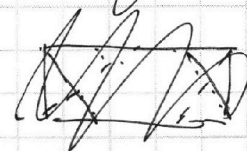
Ромб диагональ которого относится как 4:3

в прямоугольнике 6×8 или 8×6 - 4 ромба



Ромб с стороной параллельной Ox или Oy и высотой 3

в прямоугольнике 9×3 - 4 ромба



$$x \in [1, 50-9]$$

$$y \in [1, 47]$$

$$47 \cdot 41 \cdot 4$$

(аналогично N 3)



и получаем этого 4 ромба
длина диагональ параллельна Oy или Ox с тем же

длина диагональ параллельна Ox - 8



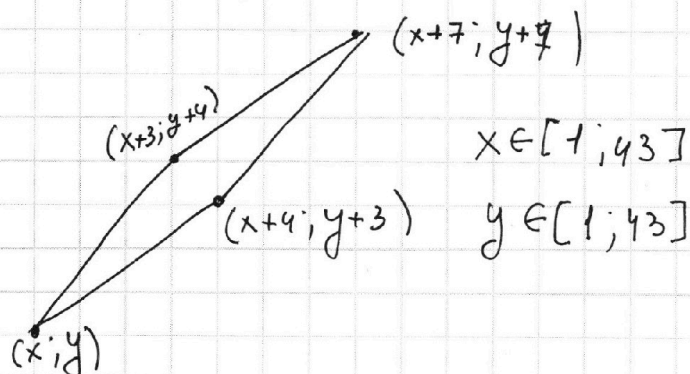
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1. Виз



Всего $43^2 \cdot 2$

Решение

$$20595 + 43^2 = 20595 + 2086 = 22681$$

Ответ: ~~22581~~ 22667

= 22667

22667.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2, \quad x, y \in \mathbb{Z} (\text{целыми})$$

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45), \quad (y-45) \text{ и } (y+45) - \text{одной четности:}$$

$$(\cancel{y+45})^2$$

$$n-45 = 19$$

$$4-45 = n$$

$$n+45 = 19$$

$$4+45 = n$$

(n - нечетное число, 4 - четное число)

1) $x = 0$

$$19 = (y-45)(y+45)$$

$$(y-45) < (y+45) \quad (-45 < 45)$$

||

$$1) \begin{cases} y-45=1 & y=46 \\ y+45=19 & y=-26 \end{cases} \text{ невозможны}$$

$$2) \begin{cases} y-45=-19 & y=26 \\ y+45=-1 & y=-46 \end{cases} \text{ невозможны}$$

2) $x \neq 0$, раз $(y-45)$ и $(y+45)$ - одной четности = ?

$$x \geq 2$$

$$x=2 \quad ((y-45) < (y+45)), \text{ тогда } \begin{matrix} (y-45) & (y+45) & = & 2^2 \cdot 19 \\ 2 & 2 \cdot 19 & & \end{matrix}$$

$$4) \begin{cases} y-45=2 & y=47 \\ y+45=38 & y=-7 \end{cases} \text{ невозможны}$$

$$\begin{matrix} -2 & -2 \cdot 19 \\ \begin{cases} y-45=-38 & y=-7 \\ y+45=-2 & y=-47 \end{cases} \end{matrix} \text{ невозможно}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \geq 3$
Заметим, что $(y+45) - (y-45) = \underline{90} = 2 \cdot 45$

Значит $v_2(y+45) = 1$ или $v_2(y-45) = 1$ иначе
если $v_2(y+45) \geq 2$ и $v_2(y-45) \geq 2$, то $v_2(90) \geq 2$.

Тогда, если

$19 \cdot 2^x = (y+45) \cdot (y-45)$

$= (y+45)(y-45)$

7 $y+45=2$
 $y=-43$
 $y-45=-88=$
 $=-8 \cdot 11 \cdot 19$

$2^{x-1} \quad 19 \cdot 2$
 $-2^{x-1} \quad -19 \cdot 2$

1. $2^{x-1} \quad 19 \cdot 2$
2. $-2^{x-1} \quad -19 \cdot 2$

8 $y+45=-2$
 $y=-47$
 $y-45=-92=$
 $=4 \cdot 23$
 $\cdot 19$

$19 \cdot 2^{x-1} \quad 2$
 $-19 \cdot 2^{x-1} \quad -2$

3. $19 \cdot 2^{x-1} \quad 2$
4. $-19 \cdot 2^{x-1} \quad -2$

$19 \cdot 2 \quad 2^{x-1}$
 $-19 \cdot 2 \quad -2^{x-1}$

5. $19 \cdot 2 \quad 2^{x-1}$
6. $-19 \cdot 2 \quad -2^{x-1}$

$19 \cdot 2 \quad 2^{x-1}$
 $-19 \cdot 2 \quad -2^{x-1}$

7. $2 \quad 19 \cdot 2^{x-1}$
8. $-2 \quad -19 \cdot 2^{x-1}$

$19 \cdot 2 \quad 2^{x-1}$
 $-19 \cdot 2 \quad -2^{x-1}$

7. $2 \quad 19 \cdot 2^{x-1}$
8. $-2 \quad -19 \cdot 2^{x-1}$

1. $y-45=38$

$y=83$

$y+45=128=2^7$

$x-1=7$

$y=83$
 $x=8$

4. $y-45=-2$

$y=43$

$y+45=88=8 \cdot 11 \cdot 19$

2. $y-45=-38$,

$y=7$

$y+45=52$ - не степень 2

5. $y+45=38$

$y=-7$

$y-45=-52 < 0$

3. $y-45=2$

$y=47$

$y+45=92=2 \cdot 46=4 \cdot 23 \neq 19 \cdot 2^{x-1}$

6. $y+45=-38$ $y=-83$

$y-45=-128$ $x=8$

Ответ: $(8, 83); (8, -83)$

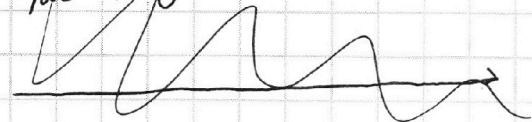
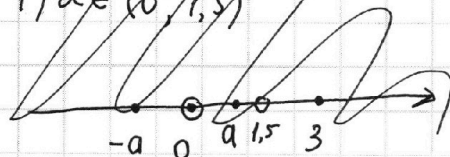
$y=-83$
 $x=8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

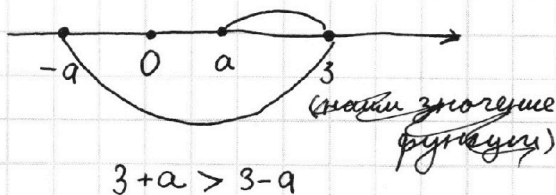
1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

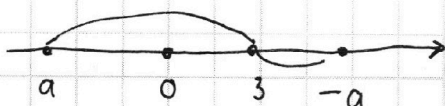
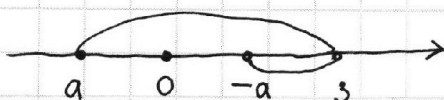
Тип $a < 0$ 2. ~~1) $a < 0$~~ $a > 0$ 1) $a \in (0; 1,5)$ 1. При $a = 0$

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$x^2 - 6x + a = 0 \neq 8$$

2. $a > 0$ 

$$3 + a > 3 - a$$

3. $a < 0$ Макс значение при a

~~$$x^2 - 6a + a = 8$$~~

$$a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0$$

$$\frac{5 - \sqrt{57}}{2} < 0$$

Ответ: $a = 1$; $a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$

$$3 + a > 8 \text{ для } a < -3$$

Раз функция

квадратичная $\Rightarrow$
макс значение при
 $-a$ (расстояние до 3-большее)

$$a^2 + 7a = 8$$

$$(a + 8)(a - 1) = 0$$

$$a = 1 \quad (+) \quad a = -8 \quad (-)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

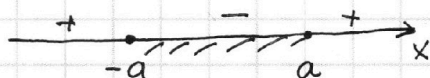
N 6

$$x^2 + y^2 = a^2$$

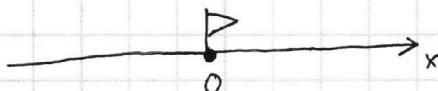
$$x^2 \leq a^2$$

$$(x-a)(x+a) \leq 0$$

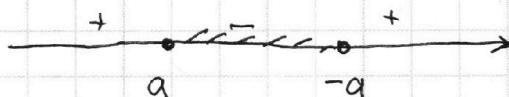
$$a > 0$$



$$a = 0$$



$$a < 0$$



$$x^2 - 6x + a$$

$$f(x) = x^2 - 6x + a$$

$$\text{верши} \uparrow a_1 = 1, b_1 = -6, c_1 = a$$

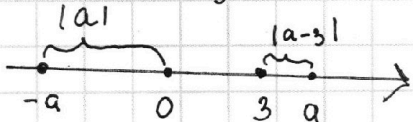
$$x_0 = -\frac{b_1}{2a_1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\Rightarrow x_0 = 3$$

$f(x)$ возрастает
при $x \in [3; +\infty)$ и убывает
при $x \in (-\infty; 3]$

При $a > 0$

$$3 < a$$



$$|a-3| < |a| \Rightarrow$$

наиб значение при -a

$$a^2 + 7a = 8$$

$$(a+8)(a-1) = 0,$$

$$\text{на } a = -8 < 0,$$

$$a = 1 < 3$$

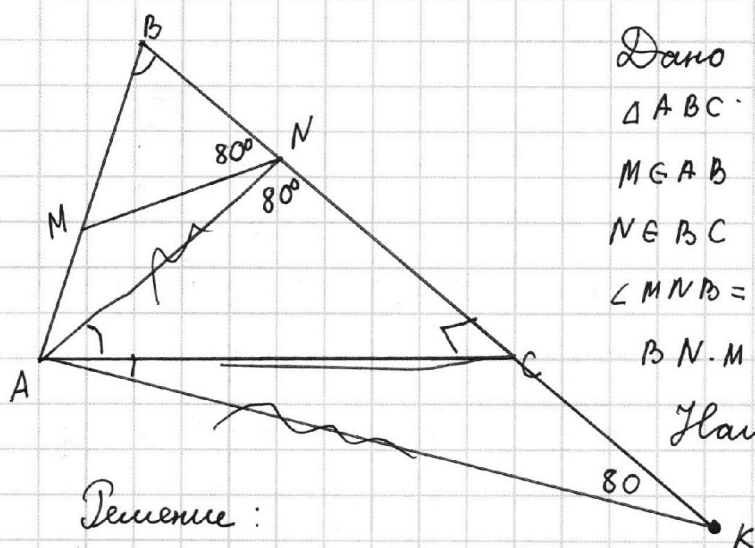


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано

$\triangle ABC$

$M \in AB$

$N \in BC$

$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

Найти $\angle CAN$

Решение:

Д.п.: продолжим $[NC]$ на CK , $CK = NC$

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ (по уcu)

$$\frac{BM}{AM} = \frac{BN}{2NC} = \frac{BN}{NC+CK} = \frac{BN}{NK}$$

$$\frac{BM}{AM} = \frac{BN}{NK} \Rightarrow \text{по м. Талеса}$$

$\parallel$
 ~~$BM \parallel AM$~~

$$\frac{AM}{BM} = \frac{NK}{BN}$$

$$\frac{AM+BM}{BM} = \frac{NK+BN}{BN}$$

$$\frac{AB}{BM} = \frac{BK}{BN} \quad \angle MBN - \text{общий}$$

$$\angle ANK = \angle$$

$$\angle NKA = \angle BNM = 80^\circ$$

(сг подобиях треугол)
 $\angle ANK = 80^\circ$ (по уcu)

$$\angle ANK = \angle NKA = 80^\circ \Rightarrow AN = AK \text{ (признак р/б треугол)}$$

$$\triangle MBN \sim \triangle ABK$$

(по 2 сторонам и углу между ними)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Д-м $\triangle ANK$:

$$AN = AK \text{ (по док)}$$

$$NC = CK \text{ (по постро)}$$

$\Rightarrow \angle NAC = \angle KAC$ (вр 16: медиана и бис-са совп)

$$\angle KAN = 180^\circ - \angle ANK - \angle AKN = 180^\circ - 160^\circ = 40^\circ$$

(по сумме угл треугол)

$$\angle NAC = \frac{1}{2} \angle KAN = 20^\circ$$

Ответ: 20° .



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

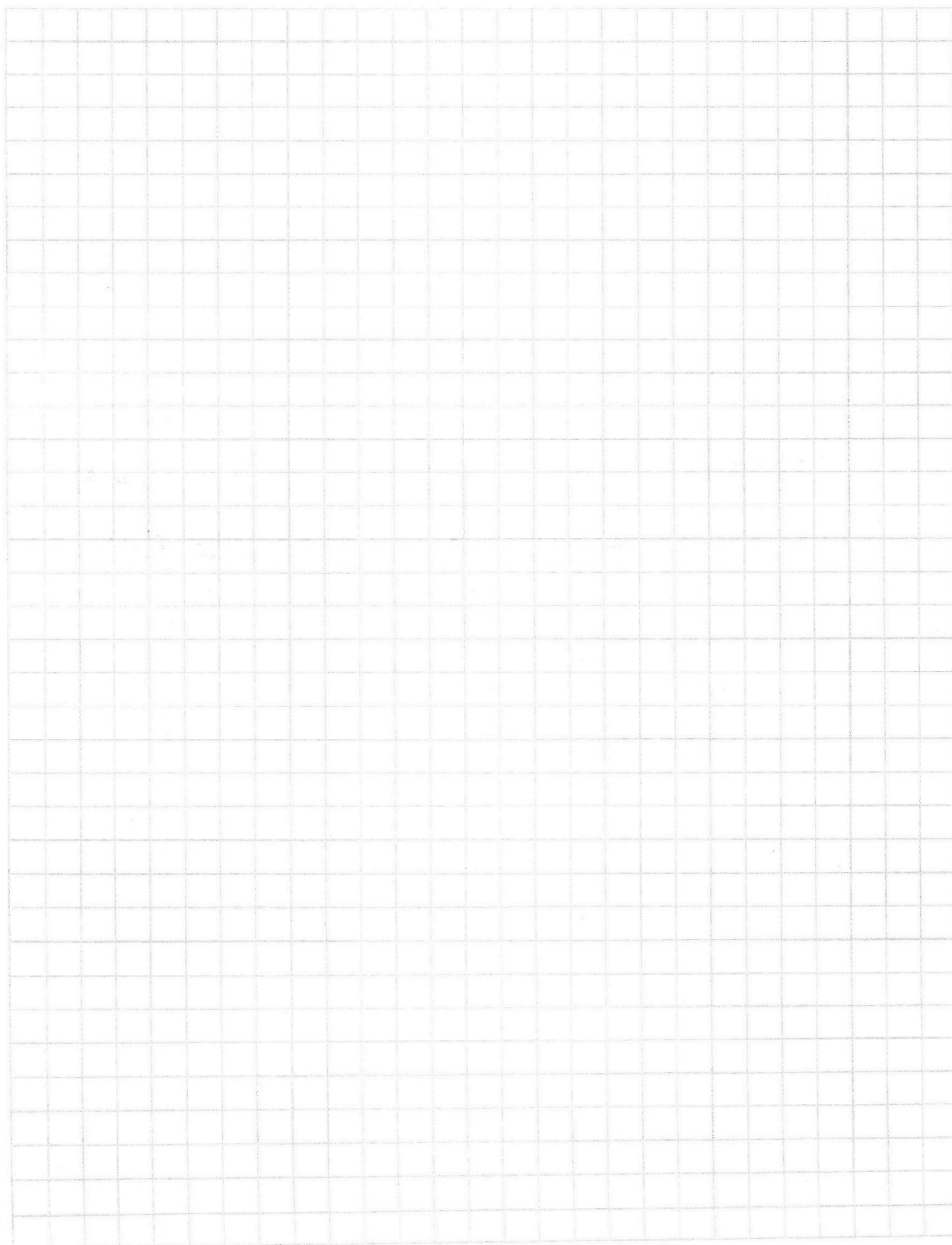
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



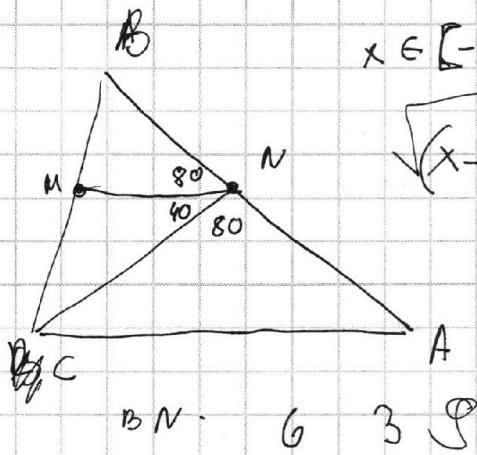


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x \in [-|a|; a]$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 6 \geq$$

$$x \in (-\infty, -1] \cup [3; +\infty)$$

$$a^2 + 6|a| + a \leq 8$$

$$a^2 - 6|a| + a \leq 8$$

$$BN \cdot AM = 2 BM \cdot NC$$

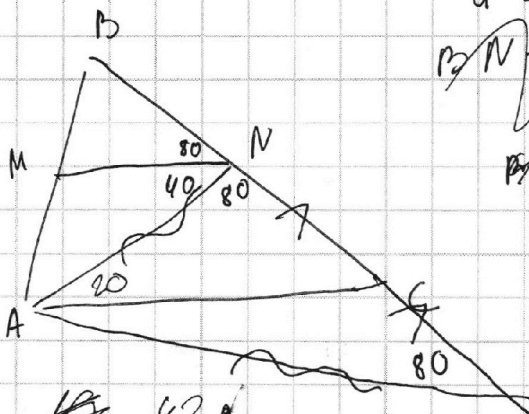
$$\frac{AM}{BM} = \frac{2 NC}{BN}$$

$$a < 0$$

$$a^2 - 6a + a$$

$$a^2 - 5a \leq 8$$

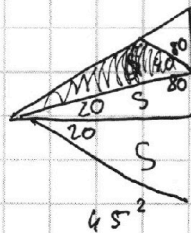
$$a^2 - 5a - 8$$
$$a^2 + 7a \leq 8$$



$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 \leq a^2$$

$$x \leq |a|$$



$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ 26184 \\ \hline 2116 \\ 1902025 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$x^2 - 6x + a = 0$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y - 45 = 38$$

$$y = 83$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \end{array}$$

