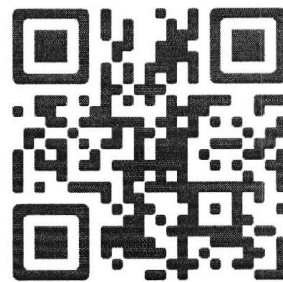




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$289 = 17^2 \quad 17 - \text{простое число}$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! \cdot (1 + n + n(n+1)) = (n-1)! \cdot (n^2 + 2n + 1) = (n-1)! \cdot (n+1)^2$$

$$\text{если } n = 16, \text{ то } 17^2 \cdot 15! : 17^2 \quad (н)$$

$$\text{если } n \leq 15, \text{ то } (n-1)! \leq 15!, \text{ но т.ч. } 17 - \text{простое} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ факториалы чисел меньших 17 $\div 17$ т.ч.

ни одно из чисел встречающихся в факториале не кратно 17;

$$(n+1)^2 \leq 16^2 \quad (\text{аналогично если } n \leq 15, \text{ то } n+1 \div 17 \Rightarrow)$$

$$\Rightarrow (n+1)^2 \div 17 \Rightarrow \text{доказано, что } n \geq 16$$

Ответ: 16



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7 последовательных чисел (где $x \in \mathbb{N}$): (квадраты этих чисел)

$$(x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 =$$

$$= \underbrace{x^2 - 6x + 9 + x^2 + 9 + 9}_{(x-3)^2 + (x+3)^2} + \underbrace{x^2 + x^2 - 4x + 4 + 4 + 4}_{(x-2)^2 + (x+2)^2} + \underbrace{x^2 + x^2 - 2x + 1 + 1 + x^2}_{(x+1)^2 + (x-1)^2}$$

$$= 7x^2 + 18 + 8 + 2 = 7x^2 + 28 \Rightarrow \text{пока вывели 28 осталось:}$$

$$7x^2 + 28 - 28 = N^5 \text{ (где } N > 8)$$

$$7x^2 = N^5 \text{ (} N > 8) \Rightarrow \begin{cases} N : 7 \\ N > 8 \end{cases} \Rightarrow N \geq 14, \text{ но}$$

если $N = 14$, то $7x^2 = 14^5$

$$7x^2 = 7^5 \cdot 2^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot 2^5$$

$$x = \pm(7^2 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{2}) \Rightarrow \text{не подходит, т.к. } x \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$N : 7 \Rightarrow$ берём следующий N кратный 7 $\Rightarrow$ минимально

$\Rightarrow$ если $N = 21$, то $7x^2 = 21^5 \Rightarrow N \geq 21$

$$7x^2 = 7^5 \cdot 3^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot 3^5$$

$$x = \pm(7^2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{3}) \Rightarrow$$

не подходит, т.к. $x \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} N : 7 \\ N > 21 \end{cases} \Rightarrow$ берём следующий $\Rightarrow N \geq 28$

если $N = 28$, то $7x^2 = 28^5$

$$7x^2 = 4^5 \cdot 7^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot 2^{10}$$

$$x = 7^2 \cdot 2^5$$

Пример: $\rightarrow x = 7^2 \cdot 2^5$ (т.к. он цел. не подходит)

Ответ: 28



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при этом $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0$ (м.и. корень) $\} \Rightarrow$
 $\sqrt{x^2 - x - 2} < -5$

$\Rightarrow$ противоречие $\emptyset$
Мы рассмотрим все 4 случая раскрытия
двух модулей (м.и. $2 \times 2 = 4$ случаев) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Ответ: $x \in [2; 6]$



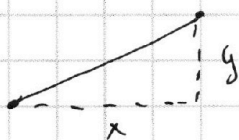
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.и. Вершины целые числа, то если 2 вершины не лежат на одной абсиссе или ординате, то:



$$x^2 + y^2 = 5^2 = 25$$

$x, y \in \mathbb{N}$ (не нулевым)

если $x=1$, то $1^2 + y^2 = 25$

$$y^2 = 24 \Rightarrow y \notin \mathbb{N} \Rightarrow \emptyset$$

если $x=2$, то $2^2 + y^2 = 25$

$$y^2 = 21 \Rightarrow y \notin \mathbb{N} \Rightarrow \emptyset$$

если $x=3$, то $3^2 + y^2 = 25$

$$y^2 = 16$$

$$y = 4 \quad \checkmark$$

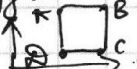
если $x=4$, то $4^2 + y^2 = 25$

$$y^2 = 9$$

$$y = 3 \quad \checkmark$$

если $x \geq 5$, то $y^2 \leq 0 \Rightarrow$ не подходит

Значит рассмотрим вершину вершины ромба (сначала мы будем считать без идеальных квадратов, которые $\square$)

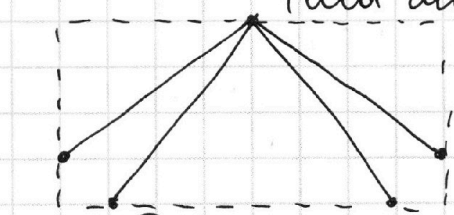


$$x_A = x_B, x_B = x_C$$

$$y_A = y_B, y_B = y_C$$

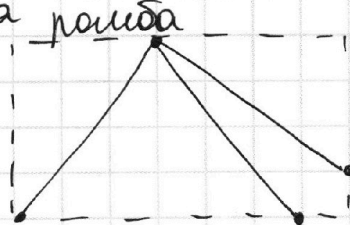
Будем считать вершину вершины ромба вершину y которой x - наибольшее

Значит у каждой такой вершины



мы имеем только две вершины

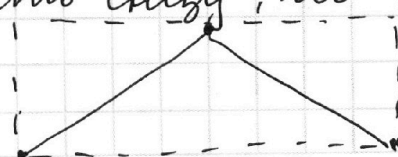
2.2=4 варианта если край по (слева или справа без парности т.к. аналогично)



у каждой вершины 1.2=2 варианта (случая)

если еще уменьшим прямоугольник, то 0.2=0 $\Rightarrow$ ромбов нет

если уменьшать снизу, то



(будет парность) 1 вариант



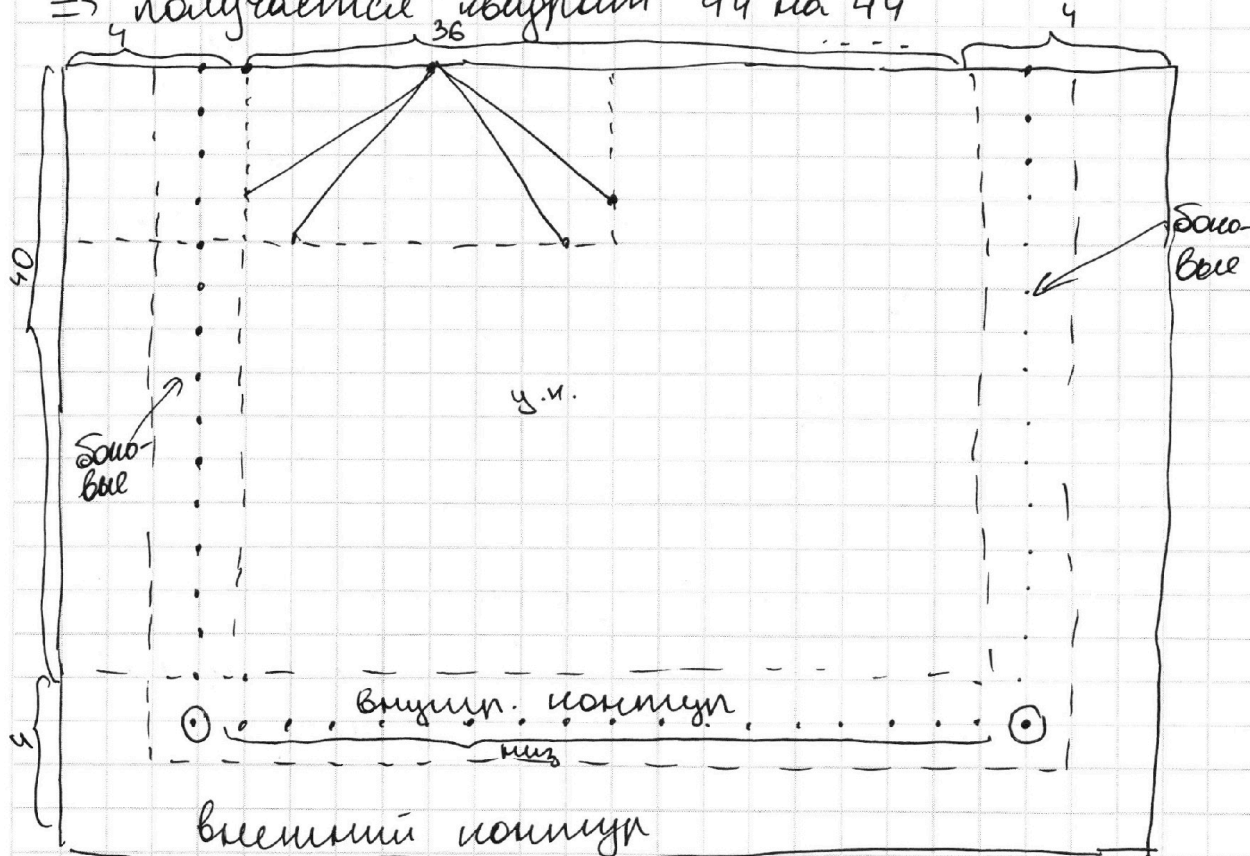
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

если еще уменьшить, то вариантов нет
Рассмотрим наши ограничения $[1; 45] \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ получается квадрат 44 на 44



в у.и. $37 \cdot 41$ узлов из которых вариантов рамба:
 $37 \cdot 41 \cdot 2$

во внешнем контуре не может быть ни одного рамба (из рассуждений на 1 странице т.ч. там всего ≤ 2 от края)

во внутреннем контуре углы выносятся (в кружках) т.ч. там 3 от обеих границ)

всего 37 точек из которых по контуру (т.ч. выходящая картинка без апп. 1) рамба

базовые: $41 \cdot 2$ точек из которых по 2 рамба (т.ч. случай а) $\Rightarrow 41 \cdot 2 \cdot 2$

С такими рамками закончили, теперь рамба у которых хотя бы 1 сторона || оси x или y



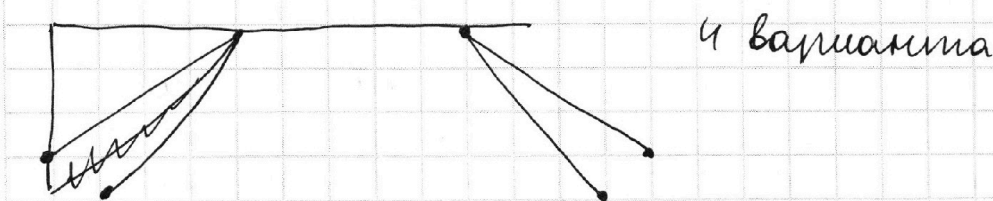
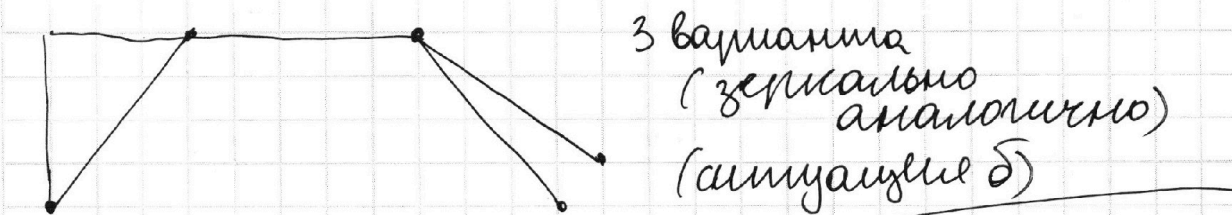
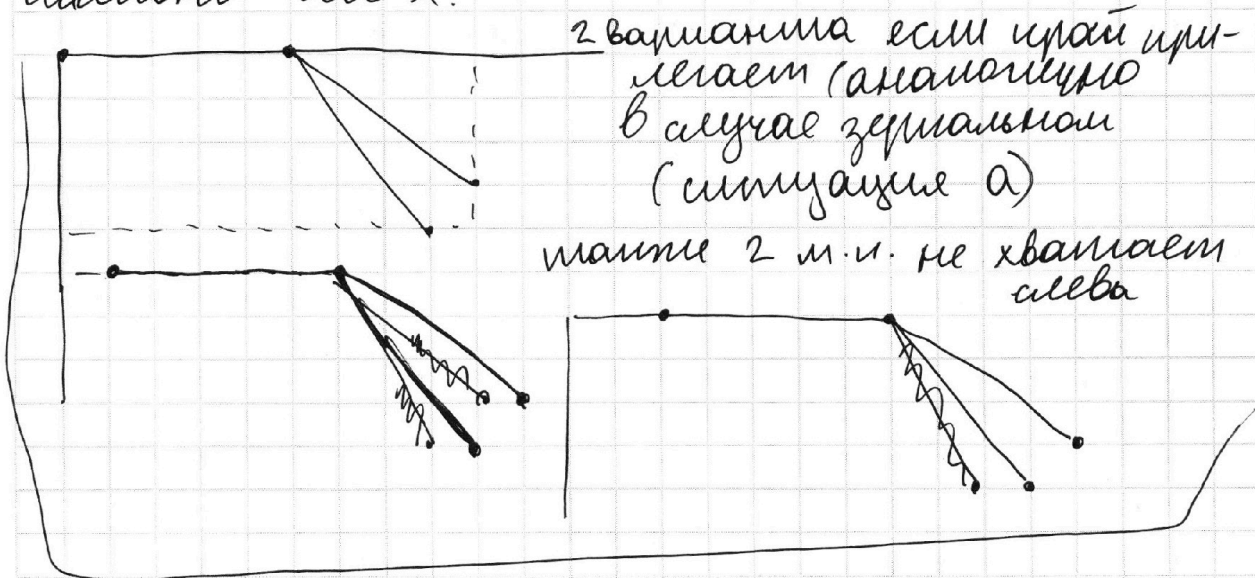
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

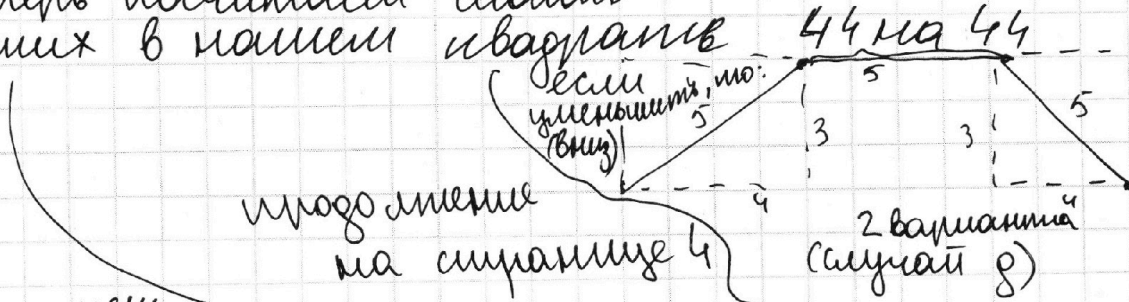
СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

посчитаем раибы у которых
целовно оси X:



Теперь посчитаем сколько
машин в нашем и варианте



если умень-
шить еще, то
о вариантах

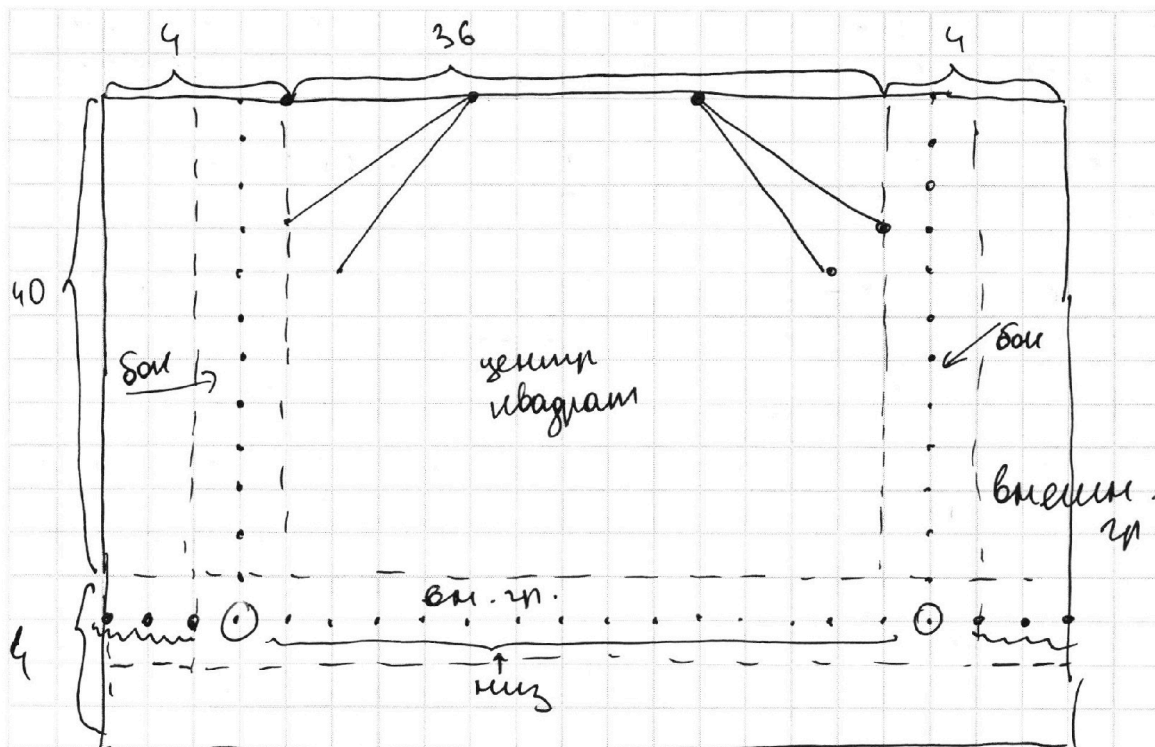


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



в центральном квадрате: 37 вершин и нулю
полосы 5 длины $\Rightarrow$ проходят полосы: 32 (т.ч.
или ≥ 33 уже не выйдут слева или справа)
 $32 \cdot 41 \cdot 4$ — вариантов походов
~~во внешн. гр.: ничего нельзя из-за рас-~~
~~стояния до краев $\leq 2 \Rightarrow$ нет походов~~
во вн. гр.: в углах тоже нет (обеденные
м.ч. там всего 3 расстояние)
внизу: случай 8 $\Rightarrow$ походов 32.2
в боках: ситуация 6 $\Rightarrow$ 41.2.3
во внешн. гр.: миним. 2 на 44 ничего
нельзя (т.ч. расстояние вниз всего 2
в полах m , только 1 м.ч. вниз только $\Rightarrow$
 $\Rightarrow 6 \cdot 1 = 6$
Остальные: 41.2.3.2 $\swarrow$ 2 варианта т.ч.
закрыт только один бои
Теперь простые квадраты



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего можно: 40 (кроме правых пяти т.ч. не хватает)
Вниз можно: аналогично 40 $\Rightarrow$
 $\Rightarrow 40 \cdot 40 = 1600$
пары у которых параллельно оси y
аналогично оси x $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Итого: } S &= 37 \cdot 41 \cdot 2 + 37 \cdot 1 + 41 \cdot 2 \cdot 2 + 40 \cdot 40 + \\ &+ 2 \cdot (32 \cdot 41 \cdot 4 + 32 \cdot 2 + 41 \cdot 2 \cdot 3 + 6 + 41 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2) = \\ &= 41 \cdot (74 + 2 \cdot 2) + 37 + 1600 + 41 \cdot 8 \cdot 32 + 32 \cdot 4 + \\ &+ 41 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 + 12 + 41 \cdot 8 \cdot 3 = 41 (78 + 32 \cdot 8 + 12 + 24) + \\ &+ 32 \cdot 4 + 37 + 1600 + 12 = 370 \cdot 41 + 1777 = 15170 + 1777 = \\ &= 16947 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 8 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ + 24 \\ \hline 90 \\ 370 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 4 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1600 \\ + 12 \\ \hline 128 \\ 37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1777 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 370 \\ \times 41 \\ \hline 370 \\ 1480 \\ \hline 15170 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15170 \\ + 1777 \\ \hline 16947 \end{array}$$

Ответ: ~~16947~~ 16947



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $x=3$, то

$$23 \cdot 2^3 + 2025 = y^2$$

$$2209 = y^2$$

$$y = \pm 47$$

Ответ: $(3; 47)$ и $(3; -47)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$\begin{matrix} 23 \cdot 2^x + 2025 = \text{неч} \\ \text{неч} \end{matrix} \Rightarrow y^2 \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \geq 2 \text{ м.ч. } 2025 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow 23 \cdot 2^x \equiv 0 \pmod{4}$$

если $x=2$, то

$$23 \cdot 4 + 2025 = y^2$$

$$92 + 2025 = y^2$$

$$y^2 = 2117 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ не подходит

$$\Rightarrow x \geq 3$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ + 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ + 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ + 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

~~$$y+45 : 23 \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{23}$$~~

$$23 \cdot 2^x + 23 \cdot 88 + 1 = y^2$$

$$23(2^x + 88) = (y-1)(y+1) \Rightarrow y \equiv \pm 1 \pmod{23}$$

$$8 \cdot 23(2^{x-3} + 11) = (y-1)(y+1) \Rightarrow \text{пусть } y = 2k+1, \text{ тогда}$$

$$8 \cdot 23(2^{x-3} + 11) = 2k(2k+2) = 4k(k+1)$$

$$2 \cdot 23(2^{x-3} + 11) = k(k+1)$$

$$\begin{cases} 2k \equiv 0 \pmod{23} \\ 2k \equiv -2 \pmod{23} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \equiv 0 \pmod{23} \\ k \equiv -1 \pmod{23} \end{cases}$$

если $x > 3$, то $2^{x-3} + 11$ - нечетное $\Rightarrow$

$$\Rightarrow k \text{ или } k+1 : 2, \text{ но } \nmid 4$$

если $k \equiv 0 \pmod{23}$, то

$$k = 23t$$

$$23(2^{x-2} + 11) = k(k+1)$$

$$:23 \Rightarrow \frac{k(k+1)}{23} = 2^{x-2} + 11$$

$$t(23t+1) = 2^{x-2} + 11$$

$$23t^2 + t - 2^{x-2} - 11 = 0$$

$$D = 1 + 23 \cdot 4(2^{x-2} + 11)$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 23 \cdot 4(2^{x-2} + 11)}}{2 \cdot 23}$$

вариант же
не
подходит т.ч. $\sqrt{\dots} \equiv 1 \text{ или}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{BN}{BM} = \frac{2 \cdot NC}{MA} \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ по свойству дробей:
 $\frac{BN+2NC}{BM+MA} = \frac{BN}{BM} = \frac{BC+NC}{BA}$
Пусть $NC = CX$
тогда $BC+NC = BX$
 $\triangle ABX \sim \triangle MBN$
(по 2 сторонам и углу между ними)
(доп-во 1) $\Rightarrow \angle AXN = 70^\circ$
доп-во 1
(м.к. $\frac{BX}{BN} = \frac{AB}{BM} \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ подобие)
 $\Rightarrow$ в $\triangle ANX$: AC — медиана,
 $\angle N = \angle X \Rightarrow AN = AX$
 $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ \Rightarrow \angle NAC = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$
Ответ: 20°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик $x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

если $\sqrt{x^2-x-2} + x-1 \geq 0$ и $6-x \geq 0$, то
 $\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x-1 + 6-x$
 $5 \geq 5$ (и)
 $\sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x$ или $6 \geq x$

$x \in (-\infty; -1]$:

$$x^2-x-2 \geq (1-x)^2$$

$$x^2-x-2 \geq 1+x^2-2x$$

$$x \geq 3 \Rightarrow \emptyset$$

$x \in [2; 6]$
всегда

если $\sqrt{x^2-x-2} + x-1 \geq 0$ и $6-x < 0$
 $\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x-1 + x-6$ $x \geq 6$
 $5 \geq 2x-7$
 $2x \leq 12$

3) если $\sqrt{x^2-x-2} + x-1 < 0$ и $6-x \geq 0$, то
 $\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq 1-x - \sqrt{x^2-x-2} + 6-x$ $x \leq 6$ $\begin{cases} x \leq 6 \\ x > 6 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$

$$2\sqrt{x^2-x-2} + 2x-2 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-x-2} + x-2 \geq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-x-2} \geq 2-x & 1-x > 2-x \\ \sqrt{x^2-x-2} < 1-x & 1 > 2 \Rightarrow \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 23} \\ 184 \overline{) 88} \\ 185 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 8 \\ \hline 184 \end{array}$$

4) если $\sqrt{x^2-x-2} + x-1 < 0$ и $6-x < 0$ $x > 6$

$$\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq 1-x - \sqrt{x^2-x-2} + x-6$$

$$2\sqrt{x^2-x-2} + 10 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq 0$$
 (и)

$$\sqrt{x^2-x-2} < 1-x$$

$$x > 6 \Rightarrow 1-x < -5 \Rightarrow \emptyset$$

$$\begin{array}{r} -2025 \\ 625 \\ \hline 1400 \end{array} + \begin{array}{r} 2025 \\ 184 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$23 \cdot 2^x = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$23 \cdot 2^x = (y-25)(y+25)$$

$$23 \cdot 2^x = t(t+50)$$

$$t^2 + 50t - 23 \cdot 2^x = 0$$

$$D = 2500 + 2^{x+2} \cdot 23 - \text{полный квадрат} =$$

$$= 4(625 + 2^x \cdot 23)$$

$$1400 = (y-k)(y+k)$$

Пусть $y-25=t$
 $y=t+25$

$$t_{1,2} = \frac{-50 \pm \sqrt{625 + 2^x \cdot 23}}{2} = -25 \pm \sqrt{625 + 2^x \cdot 23} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{625 + 2^x \cdot 23}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

① $(n-1)! + n! + (n+1)! : 289$

$(n-1)! + n! + (n+1)! : 17^2$

$$\begin{array}{r} 289 \overline{) 17} \\ 17 \overline{) 17} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ + 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

② $(x+1)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x-2)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x-3)^2 - 28 = N^5$

$2x^2 + 2 + x^2 + 2x^2 + 8 + 2x^2 + 18 - 28 = N^5$

$7x^2 = N^5$

$x^2 = \frac{N^5}{7} \Rightarrow N^5 : 7 \Rightarrow N : 7 \Rightarrow N \geq 14$

$x^2 = \frac{14^5}{7} = 25 \cdot 7^4$ (X)

значит $7 \mid N \geq 21$, но

$x^2 = \frac{21^5}{7} = 7^4 \cdot 3^5$ (X)

$N \geq 28$

$x^2 = \frac{28^5}{7} = 7^5 \cdot 4^5 = 7^4 \cdot 2^{10} \Rightarrow x = 7^2 \cdot 2^5$

$2025 = 45^2 = 9^2 \cdot 5^2$

③ $x^2 - x - 2 \geq 0$

$x^2 + x - 2x - 2 \geq 0$

$x(x+1) - 2(x+1) \geq 0$

$(x-2)(x+1) \geq 0$

$$\begin{array}{c} - & - & + & (x-2) \\ -1 & + & 2 & + & (x+1) \end{array}$$

$+ & - & + & (x+1)(x-2)$

$x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 = \sqrt{x^2 - x - 2 + 15}$

Или

$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$

$x^2 + y^2 = a^2$

$y^2 - 4y - a \leq 6$

$y^2 - 4y - (a+6) \leq 0$

$\Delta = 16 - 4(a+6) = -4a - 8$

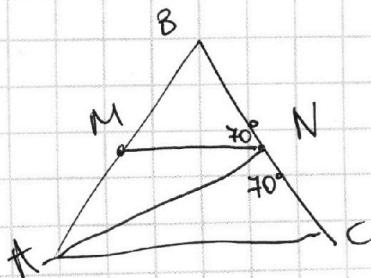
① $(n-1)! (1 + n + n(n+1)) : 289$

$(n-1)! (n^2 + 2n + 1) : 289$

$(n-1)! (n+1)^2 : 289$

$n+1 = 17$

$n = 16$



$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$

$\frac{BN}{BM} = 2 \cdot \frac{NC}{MA} =$

$= \frac{BM + 2NC}{BM + MA} =$

$= \frac{BC + NC}{BA}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☒

2
☐

3
☒

4
☒

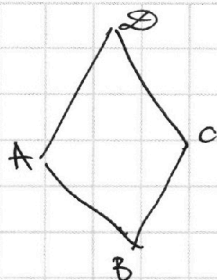
5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = 5$$

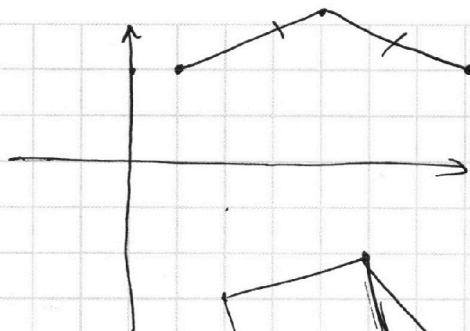
$$\sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} = 5$$

$$\sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = 5$$

$$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 5$$

без ивации
5-й вариант

(55-41) · 8



$$x_D^2 - 2x_D x_A + x_A^2 + y_D^2 - 2y_D y_A + y_A^2 = 25$$

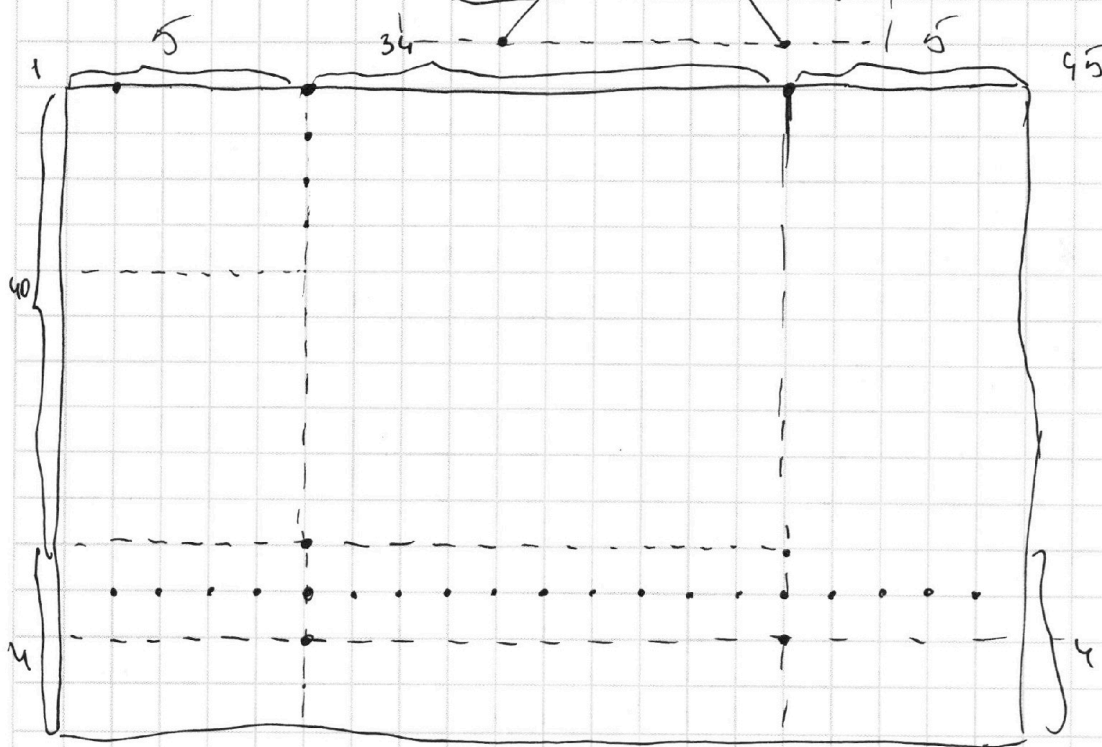
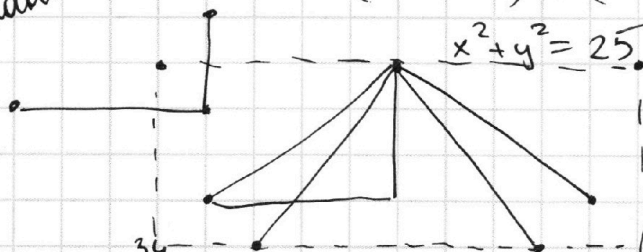
$$x_D^2 - 2x_D x_C + y_D^2 + x_C^2 - 2y_D y_C + y_C^2 = 25$$

$$2x_D x_C - 2x_D x_A + x_A^2 - x_C^2 + 2y_D y_C - 2y_D y_A + y_A^2 - y_C^2 = 0$$

$$2x_D (x_C - x_A) + (x_A + x_C)(x_A - x_C)$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$4^2 + 3^2 =$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. $y^2 - 4y - a \leq 6$
 $x^2 + y^2 = a^2$

$[y^2 - 4y - \sqrt{x^2 + y^2}] \leq 6$
 $[y^2 - 4y + \sqrt{x^2 + y^2}] \leq 6$ $a = -\sqrt{x^2 + y^2}$

$y^2 - 4y - 6 \leq \sqrt{x^2 + y^2}$
 $y^2 - 4y - 6 \leq -\sqrt{x^2 + y^2}$
 $(y+2)^2 \leq 10 - \sqrt{x^2 + y^2} \geq 0$
 $(y-2)^2 \geq 0$

$10 \geq \sqrt{x^2 + y^2}$
 $100 \geq a^2$
 $10 \geq a$
 $a \in [-10; 10]$

$a = -\sqrt{x^2 + y^2}$

$-1(-1-4) = 5$
 $0(0-4) = 0$
 $1(1-4) = -3$
 $2(2-4) = -4$
 $3(3-4) = -1$
 $4(4-4) = 0$
 $5(5-4) = 5$

$y(y-4)$ или можно $y \geq 4$, но
или $\uparrow$

$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$
 $\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA} = \frac{AB+BM}{BC}$ $yB=4$

$x^2 + y^2 = a^2$
 $a = \pm \sqrt{x^2 + y^2}$

$[y^2 - 4y - \sqrt{x^2 + y^2}] \leq 6$
 $[y^2 - 4y + \sqrt{x^2 + y^2}] \leq 6$

$y^2 - 4y - \sqrt{x^2 + y^2} - 6 \leq 0$ $D = 16 + 24 + 4\sqrt{x^2 + y^2} = 4(10 + \sqrt{x^2 + y^2})$
 $y_{1,2} = 2 \pm (10 + \sqrt{x^2 + y^2})$
 $y^2 - 4y + \sqrt{x^2 + y^2} - 6 \leq 0$ $D = 16 - 4(\sqrt{x^2 + y^2} - 6) = 40 - 4\sqrt{x^2 + y^2}$
 $a \in [0; 10]$

если $a=0$
если $a=1$

$x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow$
 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y^2 - 4y - 1 \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y \leq 1 \end{cases}$

$y^2 - 4y + 1 \leq 6$
 $y^2 - 4y - 5 \leq 0$
 $y^2 - 5y + y - 5 \leq 0$
 $(y+1)(y-5) \leq 0$

$y \leq 1$
 $y+1$

$y^2 - 4y - a \leq 6$ $a > 6$
 $y = a$
 $a^2 - 5a \leq 6$
 $y^2 - 4y - a = 0$
 $D = 16 + 4a = 4(a+4)$
 $y_{1,2} = \frac{4 \pm 4(a+4)}{2} = 2 \pm 2(a+4)$

$2 + \sqrt{a+4} = a$
 $2 - \sqrt{a+4} = -a$
 $-\sqrt{a+4} = -a-2$
 $\sqrt{a+4} = a+2$
 $a+4 = a^2 + 2a + 4$
 $a^2 = -a$ $a = -1$

$a^2 +$