



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1.1. Решение: 1. и.а. abc - кетим, но число
 a, b, c не содержит множителей 2, 3 и 6.

$\Rightarrow$ число a_2 - степень 2 в числе a ,
 b_2 - в числе b , c_2 - в числе c . $\Rightarrow$

$$\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 7 \\ a_2 + c_2 \geq 14 \\ b_2 + c_2 \geq 13 \end{cases} \quad \text{для получения кетим суммы приравняем}$$

$$\begin{cases} a_2 + b_2 = 7 \\ a_2 + c_2 = 14 \\ b_2 + c_2 = 13 \end{cases}$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) = 34$$

$$a_2 + b_2 + c_2 = 17$$

Это возможно при $c_2 = 10, b_2 = 3, a_2 = 4$. $\Rightarrow abc$ содержит 2^{17} - кетим, возмозможная степень двойки. Возмозможны
аналогично для степеней 3 и 5:

$$2 \begin{cases} a_3 + b_3 = 11 \\ b_3 + c_3 = 16 \\ a_3 + c_3 = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(a_3 + b_3 + c_3) = 43 \\ a_3 + b_3 + c_3 = 21,5 - \text{невозможное} \end{cases}$$

и.а. $a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow a_3, b_3, c_3 \in \mathbb{N}$.

$\Rightarrow$ кетим, $N \geq 21,5 = 22$.

$\Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 = 22$ - возможно

при $a_5 = 6, b_5 = 5, c_5 = 11$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$ Сильнее 1-ой, ~~или~~ или, сильнее

3-ю в abc - 22.

$$\begin{cases} a_5 + b_5 = 14 \\ b_5 + c_5 = 12 \\ a_5 + c_5 = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(a_5 + b_5 + c_5) \geq 36$$

$$a_5 + b_5 + c_5 \geq 18 - \text{сплошная}$$

$$\text{нужно } 2, \Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 = 38 -$$

$$\text{невозможно т.к. } a_5 + c_5 = 9, 43 > 38. \Rightarrow$$

$$a_5 + b_5 + c_5 \geq 43, a_5 + b_5 + c_5 = 43 - \text{возможно т.к.}$$

$$a_5 = 20, c_5 = 23 \Rightarrow 43 - \text{или. Сильнее } b \text{ в } abc.$$

$$\Rightarrow abc = \begin{matrix} & 12 & 22 & 43 \\ 2 & 3 & 5 \end{matrix} - \text{или. возможное } abc.$$

$$\text{Ответ: } \begin{matrix} & 12 & 22 & 43 \\ 2 & 3 & 5 \end{matrix}$$

На одной странице можно оформлять **только одну задачу**.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1

2
☒3

4

56
□

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2. Penesine.

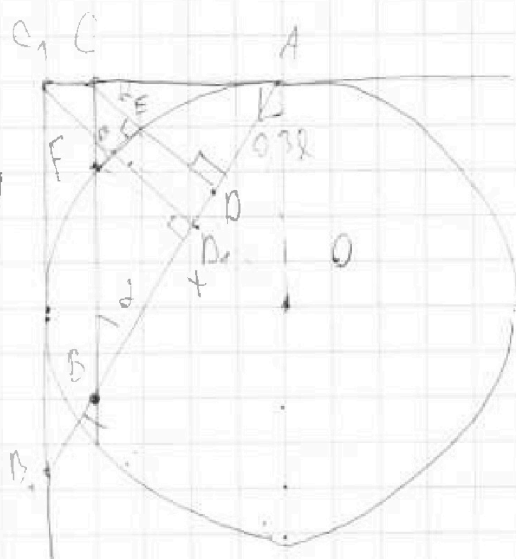
$$1. \triangle BCD \sim \triangle CDA \sim \triangle FEC$$

ke 3-M γ $[90^\circ \text{ d}; 130^\circ-40^\circ \text{ d}]$

2. Ap: Ch. case

$$AD_2 \quad AC = 500$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{DC} \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \text{ eq (2)}$$

3. $[AC]$, $C_1C^{\circ}(CA)$, $C_1B_1 \parallel BC$, $C_1B_1 \perp$ heighten

u. vng. 2) Γ_{121} - Green $\Delta B_1 C_1 A_1$ ~~in green~~

~~не закончен~~

4. wo Typen kommen: $B_1 : C_1 = B_1 A : C_1 A$

В силу того что $\Delta KCA \sim \Delta PCA \Rightarrow K, C, P, C, P, C, A$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3} = \sin \cos \left(\sin \varphi \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2$$

$$\text{ОДЗ: } 0 \leq \sin \varphi \leq 1$$

$$\arccos \left(\sin \varphi \right) = \frac{3\sqrt{3} + 2}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi \in \mathbb{R}$$

$$\sin \cos \left(\cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2$$

$$\Rightarrow \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{3\sqrt{3} + 2}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad | \cdot 5$$

$$\left[x - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\sqrt{3} + 2}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad | \cdot 5 \right.$$

$$\left[5x - \frac{5\pi}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2 + 10\pi k \right.$$

$$\left[5x - \frac{5\pi}{2} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - 2 + 10\pi n \right.$$

$$\left[5x = \frac{3\sqrt{3}}{2} + 10\pi k \quad | : 5 \right.$$

$$\left[5x = \frac{3\sqrt{3}}{2} + 10\pi n \quad | : 5 \right.$$

$$\left[x = \frac{\pi}{6} + 2,5\pi k \quad | \cdot 10 \right.$$

$$\left[x = \frac{\pi}{6} + \frac{10\pi n}{6} \quad | \cdot 10 \right.$$

из условия определено $\arccos$: $\frac{3\sqrt{3} + 2}{2} \leq \pi$

Определим корни:

$$(1) \quad 0 \leq \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2 \leq \pi \quad | \cdot 5$$

$$0 \leq \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2 \leq \pi \quad \Leftrightarrow \quad 0 \leq \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2 + 2,5\pi k \leq 6\pi \quad | \cdot 10$$

$$0 \leq \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2 + 2,5\pi k \leq 6\pi \quad | : 2,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$0 \leq 1 + k \leq 2 \quad | :1$$

$$-1 \leq k \leq 1, \Rightarrow k \in \{-1; 0; 1\}.$$

$$\Rightarrow x = k - 2,6k = -1,6k;$$

$$y = k$$

$$x = 5 + 2,6k = 3,6k$$

$$(2). \quad 0 \leq \frac{3k}{2} + k \leq 5k:$$

$$0 \leq \frac{3k}{2} + \frac{k}{6} = \frac{10k}{6} \leq 6k \quad | :k$$

$$0 \leq 1,6 + \frac{1}{6} + \frac{10k}{6} \leq 6 \quad | :6$$

$$0 \leq 6 + 1 + 10k \leq 30$$

$$-7 \leq 10k \leq 23 \quad | :10$$

$$-0,7 \leq k \leq 2,3, \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k}{6}$$

$$y = \frac{k}{6} + \frac{10k}{6} = \frac{11k}{6}$$

$$x = \frac{k}{6} + \frac{20k}{6} = \frac{21k}{6} = \frac{7k}{2} = 3,5k$$

$$\Rightarrow \text{Answer: } -\frac{k}{2}; \frac{k}{6}; k; \frac{11k}{6}; 3,5k.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

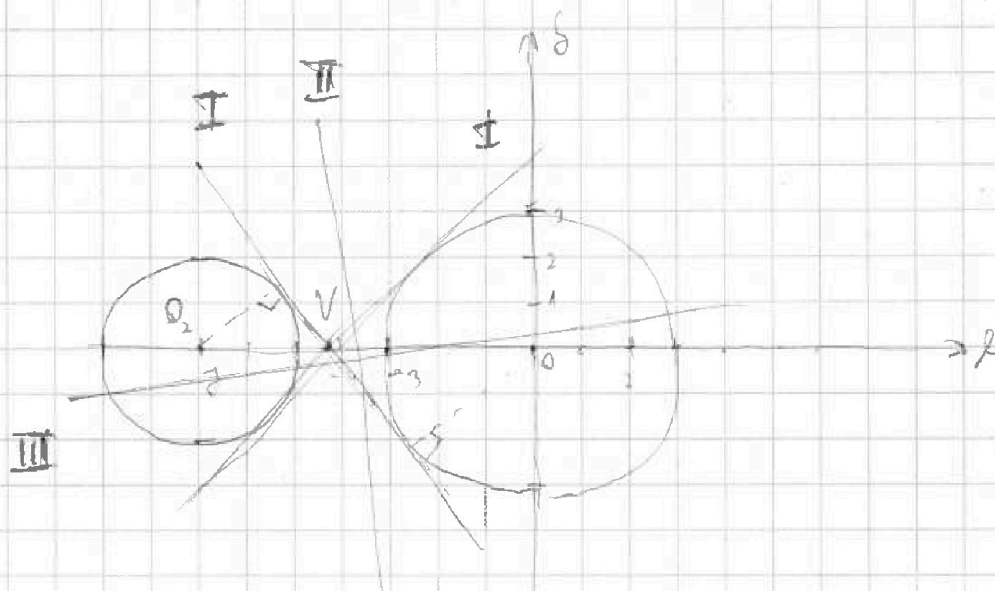
$$(1): \begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 14x + 49 + y^2 - 9 = 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + 7)^2 + y^2 = 2^2 \quad (4) - \text{уравнение окружности} \\ x^2 + y^2 = 3^2 \quad (5) \end{cases}$$

$$(4): O_1(-7; 0); r_1 = 2$$

$$(5): O(0; 0); r = 3$$



2. $x + 3ay - 7b = 0$ - уравнение прямой. Прямая имеет
две точки пересечения с окружностью, следовательно, прямая
пересекает каждую окружность дважды.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

если $a = 0$. $x = 7b$ - вернемся к началу, т.е.

или $a \geq 0$ или меньше 6.

Для $a \neq 0$. Заменим начало тем: $30b = 7b - 2$

$$b = \frac{-2}{30} + \frac{7b}{30}$$

и т.д. $b \in \mathbb{Z}$, Заменим начало следующим

выражением $30b = 7b - 2$ или $23b = -2$

б. Заменим начало с тем же выражением

$k = \frac{-2}{23}$, что не удовлетворяет началу б.

На рисунке I - все возможные и остальные

типы. Минимальное количество элементов, которое можно

получить при $k = 2$. Для перемещения

одного элемента с нуля, либо меньше, либо

в начало.

I - начало, которое можно получить

минимум - 2.

II - начало, которое можно получить

тем же способом. Оно может быть 4 элемента.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим коническую Σ : U_2 рассечем

$$Q_2 V \cdot V_0 = V_2 \cdot V_1 = 2 \cdot 3.$$

$$\Rightarrow Q_2 \cdot V_0 = 2 - \frac{3}{2 \cdot 1} = \frac{2}{6}.$$

$$\Rightarrow V(\frac{2}{6}; 0).$$

Перед g а u рёмой: g а V $1 + b$ - коническая:

$$0 = \frac{2}{6} u + b$$

$$b = -\frac{2}{6} u.$$

$$\Rightarrow g = u^2 - \frac{2}{6} u, \text{ или } u^2 - \frac{2}{6} u = 0 \Rightarrow u(u - \frac{2}{6}) = 0$$

т.е. $g = u^2 - \frac{2}{6} u$ - коническая и сдвинутая, но

её расстояние до g а u с u $0; 0$ равно 0

$$\text{расстояние: } r_1 = \frac{-k \cdot 0 \pm 0 \pm \frac{2}{6} u}{\sqrt{\frac{2^2}{6^2} + 1}} = \frac{2}{6} u$$

$$\frac{2}{6} u = 3 \cdot \sqrt{\frac{2^2}{6^2} + 1} \sqrt{1 + u^2}$$

$$\frac{2}{6} u = \sqrt{1 + u^2} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{4}{6} u^2 = 1 + u^2$$

$$\frac{4 - 26}{26} u^2 = 1 \Rightarrow \frac{24}{26} u^2 = 1 \Rightarrow u^2 = \frac{26}{24} \Rightarrow$$

$$u = \pm \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



⇒ В первом случае (II):

$$-\frac{5}{2\sqrt{6}} \leq k \leq \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$0 \leq k < \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$-\frac{5}{2\sqrt{6}} \leq \frac{-1}{3a} \leq \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$\text{или } -\frac{5}{2\sqrt{6}} < k \leq 0$$

$$\frac{15}{2\sqrt{6}} > \frac{1}{a} > -\frac{15}{2\sqrt{6}}$$

$$0 \leq \frac{-1}{3a} \leq \frac{5}{2\sqrt{6}} \quad | \cdot -9$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{15} < a \leq \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

$$-\frac{5}{2\sqrt{6}} < \frac{-1}{3a} \leq 0 \quad | \cdot -3$$

$$\left[-\frac{15}{2\sqrt{6}} < \frac{1}{a} \leq 0 \right] \Rightarrow -\frac{15}{2\sqrt{6}} < \frac{1}{a} \leq -\frac{15}{2\sqrt{6}} - \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

$$\left[0 \leq \frac{1}{a} < \frac{15}{2\sqrt{6}} \right] \Rightarrow a > \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

$$\Rightarrow a \in \left(-\infty, -\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{6} - 15} \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}, +\infty \right)$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\infty, -\frac{15}{2\sqrt{6}} \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}, +\infty \right)$$

$$\text{Ответ: } \left(-\infty, -\frac{2\sqrt{6}}{15} \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}, +\infty \right)$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



15. Решение:

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2(\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 & (1) \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4 & (2) \end{cases}$$

(1): на ОДЗ:

$$\log_7^4(6x) - 2(\log_{6x} 7 = \frac{3}{2} \log_{6x} 7 - 4$$

$$\log_7^4(6x) - \frac{4-3}{2} \log_{6x} 7 = -4$$

$$\log_7^4(6x) - 3,5 \log_{6x} 7 = -4 \quad | \cdot \log_{6x} (6x)$$

$$\log_7^5(6x) - 3,5 = -4 \log_7^2(6x)$$

$$(\log_7^5(6x) + 4 \log_7^2(6x) = 3,5$$

(2): на ОДЗ:

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \frac{5}{2} (\log_y 7 - 4$$

$$\log_7^4 y + \frac{12-5}{2} \log_y 7 = -4 \quad | \cdot \log_y y$$

$$\log_7^5 y + 3,5 = -4 \log_7^2 y$$

$$\log_7^5 y + 4 \log_7^2 y = -3,5 \quad \text{Введем } b \text{ вместо}$$

$$\begin{cases} \log_7^5(6x) + 4 \log_7^2(6x) = 3,5 \\ \log_7^5 y + 4 \log_7^2 y = -3,5 \end{cases}$$

$$\log_7^5 y + \log_7^5(6x) + 4(\log_7^2(6x) + \log_7^2 y) = 0$$

$$\log_7^5(6x) + \log_7^5 y + 4(\log_7^2 y + \log_7^2(6x)) = 0$$

ОДЗ:

$$x \neq \frac{1}{6}$$

$$y \neq \frac{1}{36}$$

$$y > 0$$

$$x \neq 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & - \log_2 5 \cdot (\log_2^3 6x + (\log_2^2 6x)) + (\log_2^4 6xy) = 0 \\
 \Rightarrow & \log_2^4 6xy > 0, \quad (1) \\
 & (\log_2^4 y - \log_2^3 5 \cdot \log_2^3 6) + (\log_2^2 y \cdot \log_2^2 6x - \log_2^4 5 \cdot (\log_2^3 6x + \\
 & + \log_2^4 6x) + 1 > 0 \quad (1) \\
 & (1): \quad 6x = 1
 \end{aligned}$$

$$\boxed{xy = \frac{1}{6}}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \log_2^3 y (\log_2^3 y - \log_2^3 6x) + \log_2^2 y \cdot (\log_2^2 6x) (\log_2^3 5 - \log_2^3 6x) + \\
 & + (\log_2^4 6x) + 1 > 0 \\
 & \log_2^3 \frac{1}{6x} \cdot \log_2^3 y (\log_2^3 5 + \log_2^3 6x) + (\log_2^4 6x) + 1 = 0 \quad - \text{не выполняется}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \frac{1}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



16

Решение:

1. $QR \parallel PQ \parallel O_1$

2. $QR \parallel QP$: $Q_{\text{мелко}}$

координаты : $Q_1 = 12 + b$

$Q_2 = Q_1 + b$

$Q_3 = 12 + b + b$

$27 \cdot 12 = 4$

3. $Q_2 - Q_1 + Q_3 - Q_1 = 40$

$Q_2 - Q_1 + Q_3 - Q_1 = 40$

$Q_2 + Q_3 = 40$, где $Q_2 = Q_1 - Q_1$, $Q_3 = Q_2 - Q_1$

и.и. $Q \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$. $27 \cdot 12$, $Q_3 \in \mathbb{Z}$.

$4 \cdot 12 = 48$, $Q_3 = 4$. $27 \cdot 12$: $Q_3 = 4$. $27 \cdot 12$: $Q_3 = 4$.

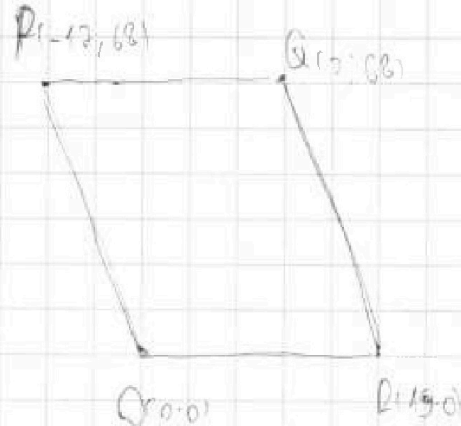
$Q_3 = 4$, $Q_3 = 4$.

$Q_3 = 4$, $Q_3 = 4$.

$Q_3 = 4$, $Q_3 = 4$.

$Q_3 = 4$, $Q_3 = 4$.

$Q_3 = 4$, $Q_3 = 4$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Условие. № 5:

$$Q(0;0), P(2;6), Q(2;6), R(10;0)$$

$$P(2;6)$$

$$Q(2;6)$$



$$O(0;0)$$

$$R(10;0)$$

Решение

$$P(2;6), Q(2;6), R(10;0)$$

$$Q_2 - Q_1 + Q_3 - Q_4 = 0$$

$$Q_2 - Q_1 + Q_3 - Q_4 = 0$$

$$\Delta Q \leq 10 \Rightarrow 9.64 \in [4; 10]$$

$$Q_2 \leq Q_3$$

$$\Delta Q \in [4; 10] \Rightarrow \Delta Q = 4$$

$$\Delta Q \in [4; 10] \Rightarrow \Delta Q = [4.64; 9.64; 10; 10; 10; 10; 10; 10]$$

$$\Delta Q = 4.64; 1 \div 9.64; 2 \div 8.64; 3 \div 7.64$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{10}{2} = 5$$

$$Q_2 = 10$$

$$Q_3 = 10$$

$$Q_4 = 0, \Rightarrow Q = 0$$

$$Q_2 = 10, \Rightarrow Q = 10$$

$$\Rightarrow Q = 10 \Rightarrow Q = 10$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$2) \log_4 y + \log_8 z = \log_2 (z^x) - 4$$

$$\log_4 y + \log_8 z = \frac{1}{2} (\log_2 z - 4)$$

$$\log_4 y + \frac{1}{2} \log_2 z = \frac{1}{2} \log_2 z - 2$$

$$\log_4 y + 3.5 \log_2 z - 4 = 0$$

$$\log_2 y + 3.5 \log_2 z - 4 = 0$$

$$\begin{cases} \log_2 y + 3.5 - 4 \log_2 b = 0 \\ \log_2 y + 3.5 - 4 \log_2 b = 0 \end{cases}$$

$$\log_2 y + 3.5 - 4 \log_2 b = 0$$

$$\log_2 b + \log_2 y + 3.5 - 4 (\log_2 y + \log_2 b) = 0$$

$$(\log_2 y + \log_2 b) / \log_2 y + (\log_2 b) / \log_2 y - 4 (\log_2 y + \log_2 b) = 0$$

$$(\log_2 y) / \log_2 y + (\log_2 y) / \log_2 y + \log_2 y / \log_2 y + \log_2 b / \log_2 y + \log_2 b / \log_2 y + \log_2 b / \log_2 y =$$

$$(\log_2 y) / \log_2 y + (\log_2 y) / \log_2 y + 2 - 4 (\log_2 y + \log_2 b) = 0$$

$$\log_2 y + (\log_2 y / \log_2 y - \log_2 y \cdot \log_2 b + \log_2 y \cdot \log_2 b - \log_2 y \cdot \log_2 b + \log_2 y \cdot \log_2 b - 4) + 2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



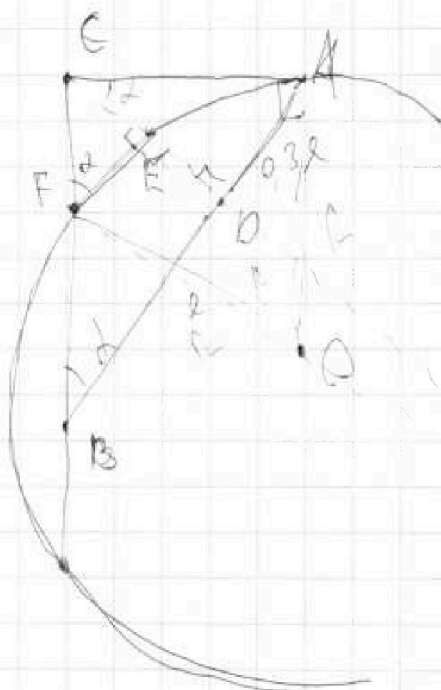
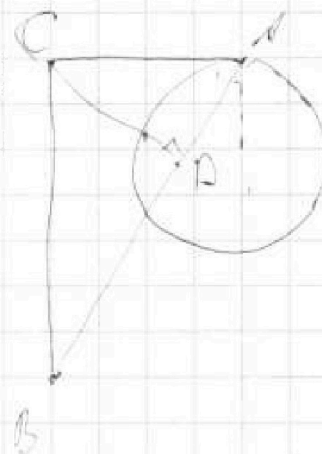
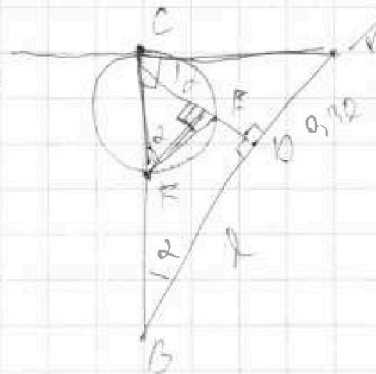
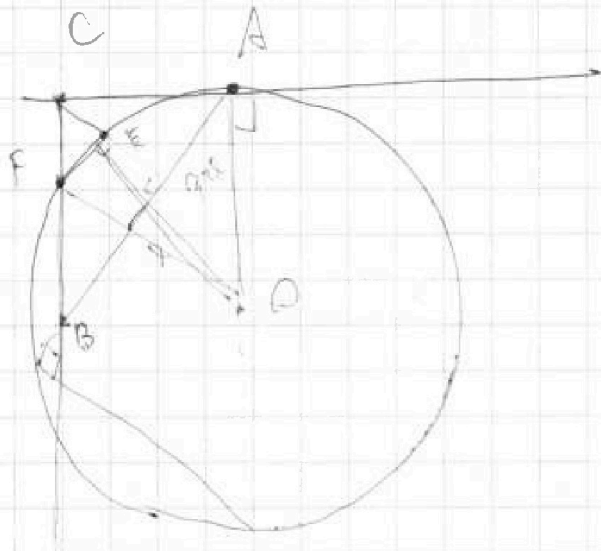
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$AD \parallel EF$, $AB:BD = 1:3$

$AB:BD = 1:3$

$S_{ADCF} : S_{CDEF} = 9$





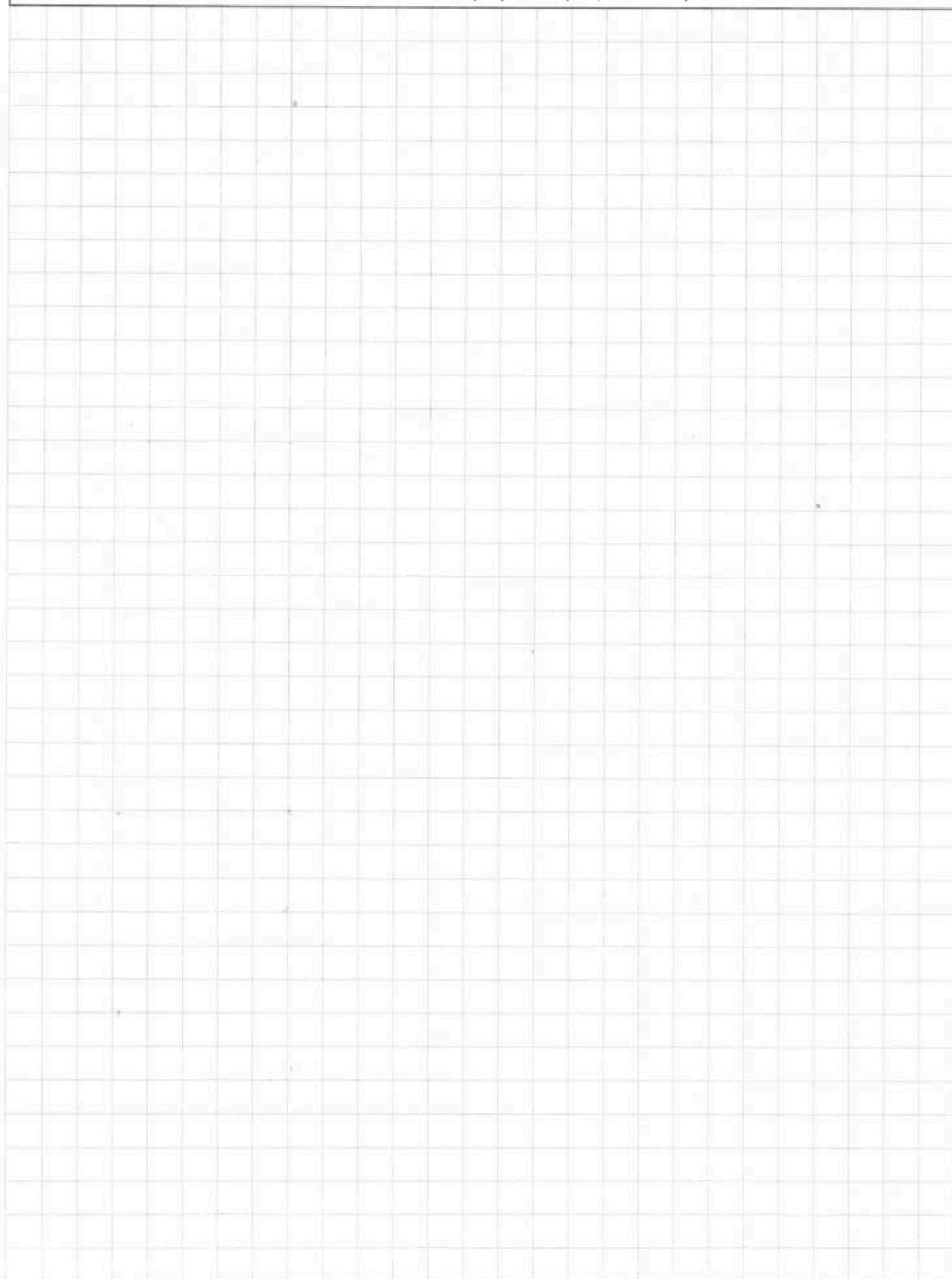
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение

$$\begin{cases} \log_3^4(6x) - 2 \log_3 x = \log_3^{5+3-4} 3 & (1) \\ \log_3^4 8 + 6 \log_3 7 = \log_3^6(7^6) - 4 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 6x > 0 \\ 6x \neq 1 \\ 6x^2 \neq 1 \\ 6 > 0 \\ 6 \neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 8 > 0 \\ 8 \neq \frac{1}{6} \\ 8^2 \neq \frac{1}{6} \\ 6 > 0 \\ 6 \neq 1 \end{cases}$$

$$(1): \log_3^4(6x) - 2 \log_3 x = \log_3^{5+3-4} 3$$

$$\log_3^4(6x) - \frac{2}{\log_3 6x} = \frac{3 \log_3 7}{2 \log_3 7} = 4$$

$$\log_3^4(6x) - \frac{2 \log_3 x}{\log_3 6x} = \frac{3 \log_3 7}{2 \log_3 7} = 4$$

$$\log_3^4(6x) - \frac{1}{2} \log_3 x = 4$$

$$\log_3^4(6x) - \frac{1}{2} = 4 \quad \cdot \log_3 6x$$

$$\log_3^5(6x) - \frac{1}{2} = 4 \log_3 6x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Упростим μ^4

$$4x^2 + 6x + 5x + 8 = 0$$

$$\begin{cases} x + 39y - 16 \geq 0 \\ (x^2 + 14y + y^2 + 45) - (x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$y = 4x + 6 \quad 0,2 + 6y + 5 = 0$$

$$A(0; 0)$$

$$\begin{cases} x + 39y - 16 \geq 0 \\ x^2 + 14y + y^2 + 45 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases}$$



$$S = \frac{0,4x_1 + 6x_2 + 5}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}$$

$$= \frac{0 + 0 + 5}{\sqrt{0^2 + 0^2}} = \frac{5}{0} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} = 1,5\sqrt{2}$$

$$(1) \quad x^2 + 14y + y^2 + 45 \geq 0$$

$$x^2 + 14y + 4y + y^2 - 4 \geq 0$$

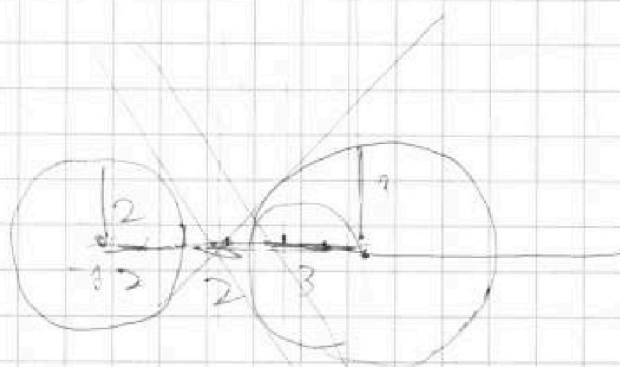
$$(x + 7)^2 + y^2 = 4 \quad \text{или } x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

$$x + 39y - 16 \geq 0$$

$$39y \geq 16 - x$$

$$y \geq \frac{16 - x}{39}$$



$$S = \frac{0 + 39 \cdot 0 - 16}{\sqrt{1 + 39^2}} < 0$$

$$= \frac{-16}{\sqrt{1 + 39^2}} < 0$$

$$S = \frac{-1 + 39 \cdot 0 - 16}{\sqrt{1 + 39^2}} < 0$$

$$= \frac{-16 + 1}{\sqrt{1 + 39^2}} < 0$$

$$\begin{cases} 1,5\sqrt{2} = S + 39y^2 = 16 \geq 2 \cdot \sqrt{1 + 39^2} \quad (1) \end{cases}$$

$$1,5\sqrt{2} + 39y^2 = 16 \geq 2 \cdot \sqrt{1 + 39^2} \quad (2)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Синус

$$\cos: \sin \cos(5.48) = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 2$$

$$\sin \cos(5.48) = \frac{3\sqrt{2} + 2}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + 2\right) = 5.48$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \cos\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + 2\right) = 5.48$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \sin \cos(5.48) = \sin \cos\left(\cos\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + 2\right)\right)$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \cos(5.48) \in [2-1; 1]$$

$$\sin \cos(5.48) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \sin \cos(5.48) \in$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \sin \cos\left(\cos\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + 2\right)\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 1 \quad \frac{3\sqrt{2}}{2} = 2.65K$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\left|\frac{3\sqrt{2}}{2} + 2\right| = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 1 \quad -\frac{3\sqrt{2}}{2} \leq \frac{3\sqrt{2}}{2} \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{3\sqrt{2}}{2} + 5 = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 2 \quad -\frac{3\sqrt{2}}{2} \leq 7 \leq -\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$49 = \frac{8\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{8\sqrt{2}}{2} = 5.65 \quad -1.65 \leq 7 - 2.65 \leq 0.0$$

$$\sin \cos\left(\cos\left(7 - \frac{8\sqrt{2}}{2}\right)\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 1 \quad -1.65 + 1 - 2.65 \leq 0.0$$

$$-3 \leq 2 - 5.65 \leq -1 \leq 2$$

$$-5 \leq -5.65 \leq -3 \leq -6$$

$$1 \leq 1 \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$16 \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + 1\right) = 5.48$$

$$\Rightarrow 2 = 5.48 - 2.65 =$$

$$- \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



$$\sin \cos(5.48) = 0$$

$$5.48$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Условие. $ab: 2^{12} 3^{11} 5^{14}$ $bc: 2^{13} 3^{15} 5^{13}$ $ac: 2^{13} 3^{15} 5^{13}$

$ab: 2^{12}$ $bc: 3^{11}$ $ac: 2^{13}$

$$\begin{cases} a+b \geq 12 \\ b+c \geq 13 \\ c+a \geq 13 \end{cases}$$

$24+26+28 = 32 \cdot 2$

из $a+b+c = 17$

$c+c \geq 12$

$c \geq 10$ $c=10$

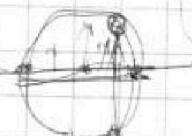
$b=3$ $a=3$

$10+3+3 = 16$ - верно

$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2})) = \frac{\pi}{2} + 2\pi$

$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})) = \frac{\pi}{2} + 2\pi$

$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})) = \frac{\pi}{2} + 2\pi$



$2\pi \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} + 2\pi$

$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})) = \frac{\pi}{2} + 2\pi$

$\pi = \frac{1}{2}\pi + 2\pi$

$a+b+c = 16,6$

$c+c \geq 16,6$

$c \geq 8,3$

$a+b = 16,6$

$b = 10,6$

$11+c = 22$

$\frac{32}{11} = \frac{43}{43}$

43^2

$c=13$

$c=12$

$a+b = 13$

$a \geq 9$

$a+b = 13$

$b \geq 4$

$1 \Rightarrow c \geq 11$

$a \geq 6$

$b \geq 6$

$\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} + 2\pi$

$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})) = \frac{\pi}{2} + 2\pi$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi$