



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- ✓ 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дано треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
- Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$ab : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}; bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$$

$$(abc)^2 : 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}, \text{ т.к. } (abc)^2 - \text{точное}$$

число, но все множители должны быть в

целых степенях $\Rightarrow (abc)^2 : 2^{42} \cdot 3^{42} \cdot 5^{54},$

отсюда $abc : 2^4 \cdot 3^{21} \cdot 5^{27},$ но т.к. $ac : 5^{30},$

то abc тоже делится единицей на $5^{30},$

получаем $abc : 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30} \Rightarrow abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

Очевидно

Пример: $\begin{cases} a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{15} \\ b = 2^2 \cdot 3^3 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{15} \end{cases}$

Ответ: $abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$



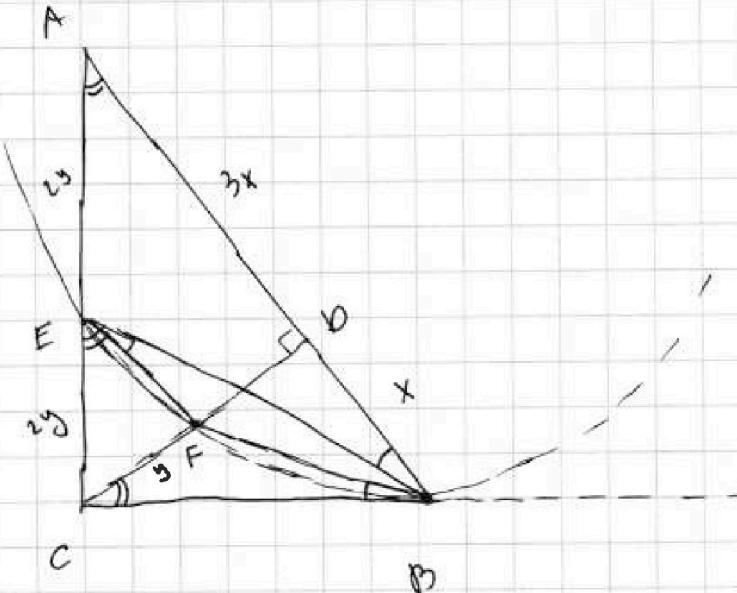
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть $BD = x$, тогда $AD = 3x$, отсюда $CD^2 = AD \cdot DB$ (формула вписанного угла. ГР.)

$$CD = \sqrt{3}^{\top} X$$

2) To T. Thuganovye per $\triangle CDB$: $CD^2 + DB^2 = CB^2$

$$CB = 2x$$

По Т. Пифагора в $\triangle ACB$: $AC^2 + CB^2 = AB^2$

$$AC = 2\sqrt{3} \times$$

$$3) \text{ If } y_{\text{min}} = S_{\text{ACD}} = S, \text{ then } y_{\text{max}} = S_{\text{ACD}} = 3S,$$

$$S_{\text{Afric}} = 4S$$

9) $\angle FBC = \angle FEB$ (но в-ы расширенной
и хорги) $\angle FEB = \angle EBA$ (нам $BH1$ же)

CT 1.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$EF \parallel AB \text{ и } \angle EFB = \angle ABD$$

5) $\angle BCD = \angle CAD$ (но сб-бы высоты прямых)

6) $\triangle BEA \sim \triangle BFC$ (но збум углов)

$$1) \angle BCD = \angle CAD \quad 2) \angle FBC = \angle EBA$$

$$\frac{AE}{CF} = \frac{AB}{CB} = \frac{4x}{2x} = 2$$

Пусть $AE = 2y$, тогда $CF = y$

$$7) \text{ в } \triangle ABC: \sin \angle CAD = \frac{CB}{AB} = \frac{1}{2} = \sin \angle$$

8) B прям. $\triangle ECF$ ($\angle EFC = \angle ADC = 90^\circ$,
т.к. $EF \parallel AB$) $S_{\triangle ECF} = \frac{1}{2} \cdot EC \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot 2y \cdot y = y^2$

согласно $EF \parallel AB$ и $\angle EA$ \Rightarrow

$$\sin \angle CAD = \sin \angle CEF = \frac{CF}{CE} \text{ (в. } \triangle ECF) = \frac{1}{2}$$

$$\text{тогда } CE = 2CF = 2y$$

9) $\triangle CEF \sim \triangle CAD$ (т.к. $EF \parallel AB$ и збум соответствующих высот)

$$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle CAD}} = k^2 = \left(\frac{CE}{CA}\right)^2 = \left(\frac{2y}{4y}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$S_{\triangle CEF} = \frac{1}{4} S_{\triangle CAD} = \frac{1}{4} \cdot 3S = \frac{3}{4}S$$

$$10) \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{4S}{\frac{3}{4}S} = \frac{16}{3}$$

Ответ: $\frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

\Downarrow в итог опр.

Ограничение:

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \arcsin(\cos x) \leq \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \leq \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\sin(\arcsin(\cos x)) = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)\right)$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right) + 2\pi k \\ x = -\frac{\pi}{2} + \left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right) + 2\pi n \end{cases}, k, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{5}{3}\pi k \\ x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi n \end{cases}, k, n \in \mathbb{Z}$$

Отсюда с учетом опр. $x = \frac{\pi}{3}, 2\pi, -\frac{4\pi}{3}, -3\pi, -\frac{\pi}{2}$; проверкой убеждаются, что это решения.

$$1) 5 \arcsin(\cos \frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$$

$\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ — верно

$$2) 5 \arcsin(\cos 2\pi) = 2\pi + \frac{\pi}{2} \quad 3) 5 \arcsin(\cos -\frac{4\pi}{3}) = -\frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$$

$\frac{5\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$ — верно

$-\frac{5\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6}$ — верно

$$4) 5 \arcsin(-\cos -\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \quad 5) 5 \arcsin(\cos -3\pi) = -3\pi + \frac{\pi}{2}$$

$-\frac{5\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$ — верно

$0 = 0$ — верно | Оконч: $x = -\frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi; -3\pi$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

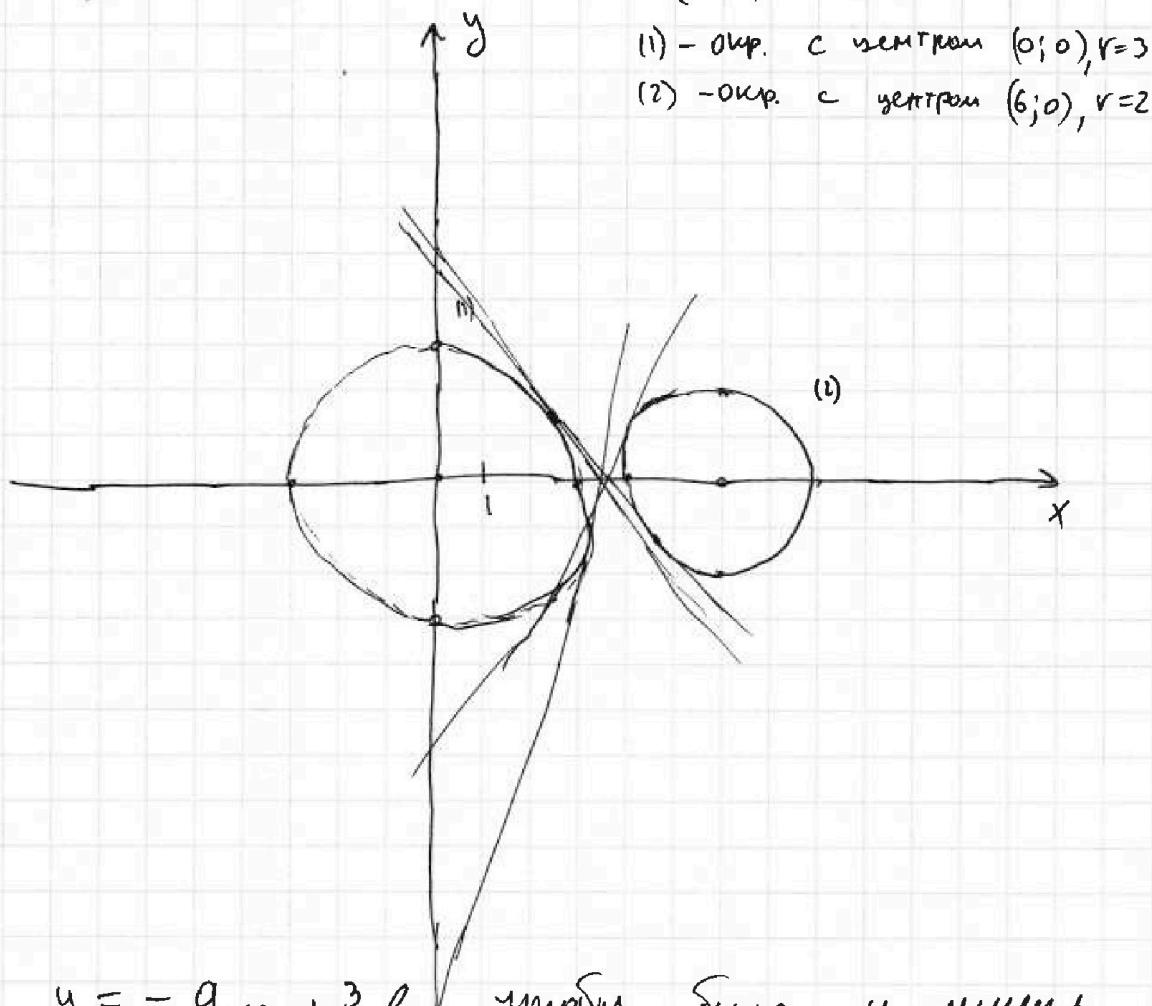
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \quad (4) \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \quad (3) \end{cases}$$

$$(3): \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 - 12x + y^2 = -32 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 3^2 \quad (1) \\ (x-6)^2 + y^2 = 2^2 \quad (2) \end{cases}$$



(4): $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b$, чтобы было и решень
это прямая должна пересекать конидую окр.
б. выше линий.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

1 ил. $a=0$, тогда при $b=0$ - и реш.

2 ил. $a>0$, ~~чтобы мы не мешали~~

8 отвечает да сдвигами прямой $y = bx$. Будем искать касание прямого со
касанием с (1) опр., так до этого
не было касаний же было 4 решения
и сейчас касание идет с (2) опр
или же идет пересечение, то
здесь только a нет таких b .

Задача 2 ил. Аналогично Второму случаю,
только реш. касания с опр (2).

Но число этих ун. для функ. од.
меньше а и больше не получим,
значит все основные - OK

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8 \\ \log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{(5y)^2} (3^1) - 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} + 8 \\ \log_3^4 (5y) + \frac{2}{\log_3 5y} = \frac{11}{2 \log_3 5y} - 8 \end{cases}$$

DDЗ:
 $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x \neq \pm 1 \\ y \neq \pm \frac{1}{5} \end{cases}$

Пусть $\log_3 x = n$, $\log_3 5y = m$, тогда

$$xy = \frac{3^{m+n}}{5} \quad (n+m = \log_3 5xy \Rightarrow xy = \frac{3^{n+m}}{5})$$

$$\begin{cases} n^4 + \frac{6}{n} = \frac{5}{2n} - 8 \quad | \cdot 2n \neq 0 \\ m^4 + \frac{2}{m} = \frac{11}{2m} - 8 \quad | \cdot 2m \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n^5 + 12 = 5 - 16n \\ 2m^5 + 4 = 11 - 16m \end{cases}$$

$\begin{matrix} \cancel{\text{ }} & \overset{0}{\cancel{\text{ }}} & \overset{10}{\cancel{\text{ }}} \\ 2n(n^4 + 8) = -7 & & \\ \cancel{\text{ }} & \overset{0}{\cancel{\text{ }}} & \overset{0}{\cancel{\text{ }}} \\ 2m(m^4 + 8) = 7 & & \end{matrix}$

$$(1) + (2) : n^5 + m^5 + 8n + 8m = 0$$

(т. 1)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)(m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4 + 8) = 0$$

$$m+n=0$$

$$m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4 + 8 = 0$$

Т.к. $m > 0$ $n < 0$, то $-m^3n > 0$ и $-mn^3 > 0$

$$\begin{matrix} \cancel{m^4} & \cancel{-m^3n} & \cancel{+m^2n^2} & \cancel{-mn^3} & \cancel{+n^4} & \cancel{+8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} > 0$$

Поэтому $m+n=0$, значит $xy = \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

при $m=3$, $n=-3$

$$\log_3 5y = 3$$

$$5y = 27$$

$$y = \frac{27}{5}$$

$$\log_3 x = -3$$

$$x = \frac{1}{27}$$

— *граб. ОДЗ.*

Однако: $xy = \frac{1}{5}$

* Т.к. $n^4 + 8 > 0$, а произведение с 2 н нулями

меньше нуля. Т.к. $m^4 + 8 > 0$ и произведение

с 2 н нулями, то $m > 0$

ct. 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^3 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$14 + 9 + 19 = 28 + 14 =$$

$$(abc)^2 : 2^{12} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$$

$$= 42$$

$$abc : 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{24}$$

$$x = p_1^d : p_1^2 \quad 13 + 10 + 8 = 28 + 13 = 41$$

$$abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$y = p_1^B : p_1^B \quad 53$$

ac

$$xy = p_1^d \cdot p_1^B : p_1^d \cdot p_1^B$$

$$C^{\text{пр}} \quad c = 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{15}$$

$$ac : 5^{30}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^{15}$$

$$a : 5 \\ b : 3$$

$$b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4$$

$$\underline{ab : 15}$$

$$a : 2 \quad b : 4$$

$$\frac{4}{5}x = -\frac{\pi}{10} + 2\pi n$$

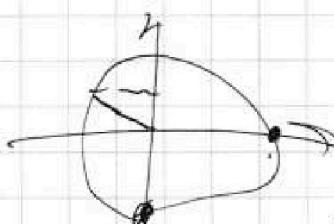
$$0 \quad ab : 5$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{10\pi n}{4} + \frac{5\pi n}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{4\pi}{3} \quad -\frac{8\pi}{3} \quad \frac{4}{2}$$

$$\cos -\frac{4\pi}{3}$$



$$-\frac{1}{2}$$

$$-8\pi + 3\pi$$

$$-\frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin \cos x = x$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq 5 \arcsin(\cos x) \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$\sin 5x = \sin \frac{\pi}{10}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} \leq \frac{\pi}{2}$$

~~$$\cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$~~

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - \frac{y}{5} - \frac{\pi}{10} & \text{если} \\ x = -\frac{\pi}{2} + \frac{y}{5} + \frac{\pi}{10} & \text{если} \end{cases}$$

$$\cos x = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{5} - \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\frac{6x}{5} = \frac{4\pi}{10}$$

$$12x = 4\pi$$

$$x = \frac{1}{3}\pi = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{9x}{5} = -\frac{4\pi}{10}$$

$$5 \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{6} = \frac{5x}{6}$$

$$8x = -4\pi$$

$$x = -\frac{1}{2}\pi = -\frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{10}$$

$$-\frac{6\pi}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10}$$

$$x = \frac{1}{10}\pi \quad \frac{4\pi}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10}$$

$$\frac{9\pi}{10}$$

$$\frac{5x}{6}$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{6x}{5} = \frac{4\pi}{10} + 2\pi k$$

$$\frac{\pi}{3} + \frac{5}{3}\pi k \quad x = \frac{4\pi}{12} + \frac{10\pi k}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

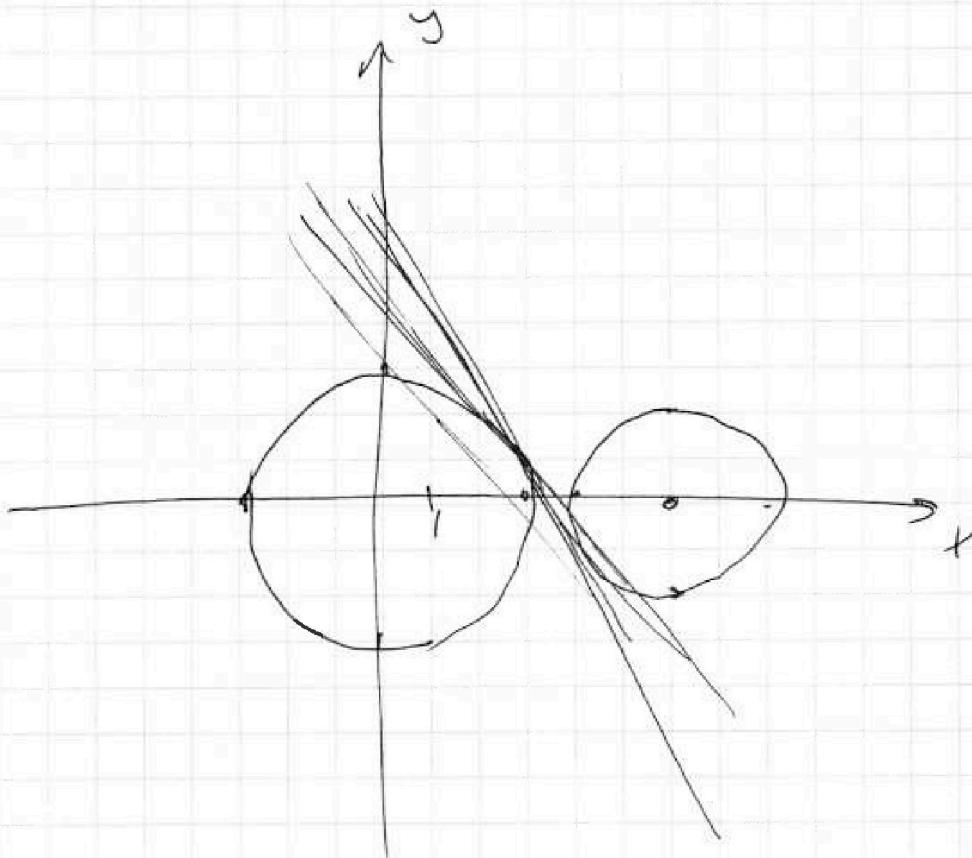
7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + 2y - 3\beta = 0$$
$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

3.51



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Ничья QR-кода недопустима!

$$m^5 - n^5 = (m+n) \left(m^4 - m^3n - m^2n^2 - mn^3 + n^4 \right)$$
$$m+n=0$$

$$= m^5 - m^4n - m^3n^2 - m^2n^3 + n^4m +$$
$$+ m^4n - m^3n^2 + m^2n^3 - mn^4 + n^5$$

$$m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 - n^4 + 8 = 0$$

$$(m^2 - n^2)^2 + 2mn^2 \quad \text{или} \quad mn(m^2 + n^2) + 8$$

$$\frac{m^2n^2}{(mn)^2} \cdot mn \quad + 8 \quad (m^2 + n^2)mn = 8$$

$$mn(m^2 + n^2 + 2mn)$$

$$(m^2 + n^2)^2 + m^2n^2 = mn(m+n)^2 + 8$$

$$(m-n)^2 (m^2 + n^2 + mn) + m^2n^2 + 8$$

$$2mn(m+n) + 8 = 7$$

$$m > 0$$

$$n < 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

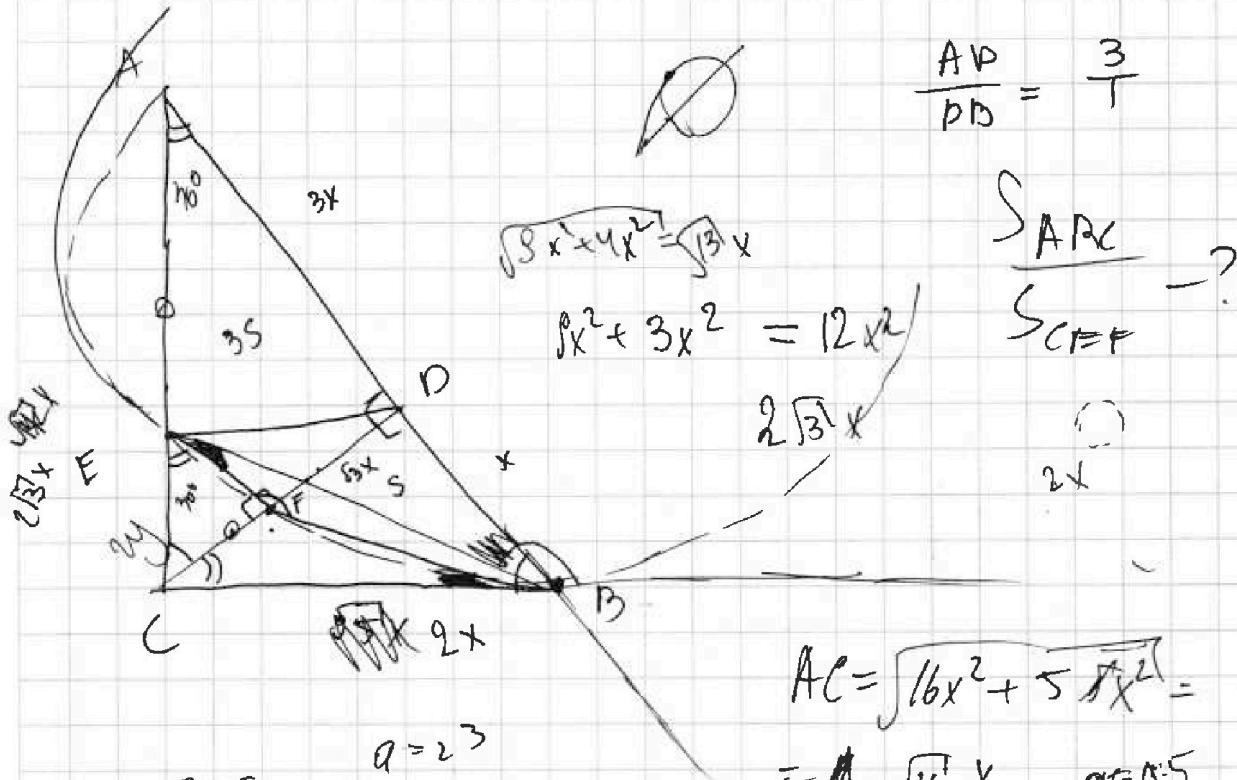
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



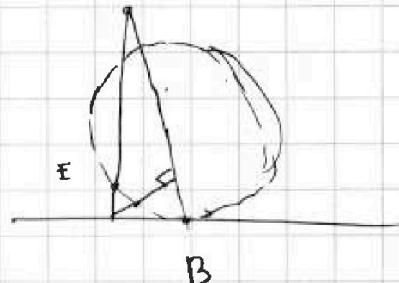
$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{S_{APC}}{S_{CFP}} - ?$$

$$2\sqrt{3}x$$

$$2x$$

$$AC = \sqrt{16x^2 + 5\sqrt{3}x^2} = \\ = 11\sqrt{2}x \quad AC \geq 15$$



$$a : r \quad a = 2r$$

$$B : 2 \quad BG : 16 \quad 16x^2 - 5x^2$$

$$b = 2^1 \quad 11x^2$$



4

$$\frac{CE}{\sqrt{5}x} = \frac{EF}{2x}$$

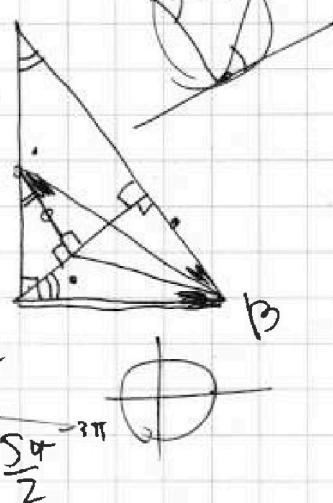
$$CE \cdot CA = 5x^2$$

$$8(\cancel{x}y) = 5x^2$$

$$8\sqrt{21} = 5x$$

$$\frac{AB}{\sqrt{5}} \quad x = \frac{5}{\sqrt{21}}x$$

$$-3\pi \quad 5 \arcsin(u) = -$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{u}{2} \log_3 x - 8$$

$x > 0$

$x \neq 1$

84

$$y = \pm \frac{1}{5}$$

$$t^4 + \frac{8}{t} + 8 = 0$$

84 91 · 3

$$t^5 + 8t + 8 = 0$$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{10\pi}{3}$$

3^4

$$-\frac{9\pi}{2}$$

$$n = \log_3 5y \quad 84$$

$$n+m = \log_3 5xy$$

$$n^4 + \frac{2}{n} = \frac{11}{2n} - 8$$

$$\frac{3^{n+m}}{5} = xy$$

$$n^4 - \frac{1}{2n} + 8 = 0$$

$$-\frac{5\pi}{10}$$

$$\frac{-6\pi}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10}$$

$$n^5 + 8n - \frac{1}{2} = 0$$

$$4\pi n = x$$

$$-\frac{5\pi}{2}$$

$$t^5 + n^5 + 8(t+n) + \frac{1}{2} = 0$$

$$-\frac{5\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{10}$$

$$-\frac{6\pi}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10}$$

$$-2\pi$$

$$3\pi$$

$$-\frac{3\pi}{2}$$