



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1+n+1+(n+1)(n+2)) \Theta$$
$$\Theta n! ((n+2)(n+1+1)) = n! \cdot (n+2)^2$$

$361 = 19^2$ 19 простое значит

при $n < 19$ $n! \mid 19$ т.к. все числа < 19 не кратны ему и их НОД = 1.

$(n+2) \mid 19$ при $n \geq 17 < 19$ значит
 $n \geq 17$ т.к. иначе ни $n!$ ни $(n+2)^2$ не делится на 19. $n=17$ подходит т.к.

$$(n+2)^2 = (17+2)^2 = 19^2 = 361$$

$361n! \mid 361 = n! \in \mathbb{N}$ значит $n=17$
иначально

Ответ: $n = 17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

 $\sqrt{2}$

Таким числам n = ?

$$n-2; n-1; n; n+1; n+2.$$

$$\begin{aligned} N^3 &= (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 - 10 = \\ &= n^2 - 4n + 4 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 - 10 = \\ &= 5n^2 \end{aligned}$$

$N^3 = 5n^2$, т.к. $N^3 : 5$ и 5 простое
но $N^3 : 5^3$ получим $n^2 : 25$ т.е. $n : 5$

$n = 5$ не подходит т.к. тогда $N^3 = 5 \cdot 25$

$N = 5 < 6$. ~~Пусть~~ пусть $n : p \neq 5$, тогда

$n^2 : p^2$; а $N^3 : p^3$ значит:

$$n^2 = 25p^2 \cdot s \quad N^3 = 125p^3m \cdot s$$

$$p^{3m} = p^{2k}$$

$$\log_p p^{3m} = 3m = 2k = \log_p p^{2k}$$

$m : 2$ значит m однозначно (кроме 5)

простое) входит в p в степени : 3.

Возьмём $n = 40 = 2^3 \cdot 5$ меньше (кроме

5) не может быть. Докажем что

под 5 тоже не может быть иначе



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$2^3 = 8$ m.e. $5^f < 8$
 $5^2 = 25 \geq 8$ значит $f=1$ это
при $f=0$ мы доказали доказать
что $f=1$ то есть не подходит.
 $n=5^2$
 $5n^2 = 5 \cdot 5^4 = 5^5 = n^3$
 $n = \sqrt[3]{5^5} = 5 \cdot \sqrt[3]{25} \neq n$ значит $n=40$
максимальное.
 $n^3 = 5 \cdot 40^2 = 5 \cdot 1600 = 8000$
 $n=20$
Ответ: $n=20$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

 $\sqrt{3}$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \quad x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 6 \geq 0$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| \leq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq -6 - \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$1) |2x-1| \leq 6$$

$$x \in [3, 5] \Rightarrow 4 - 2x \geq 0$$

$$2) -5 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$\text{так } -5 - 2x \leq 0 \quad -5 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$2x + 5 \geq 0 \quad x \geq -2,5$$

$$4x^2 + 20x + 25 \leq 4x^2 - 8x - 12$$

$$28x + 37 \leq 0$$

$$x \leq -\frac{37}{28} \approx -2,5 \Rightarrow \text{ограничение при}$$

всех x .

$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$ выполнено при $x \geq -2,5$, т.к.
 $x \geq 0,5$, т.к.

$$1 - 2x \leq \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

или $x \geq 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 - 4x + 1 \leq x^2 - 2x - 3$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D = 4 - 48 < 0 \text{ m.e. } 3x^2 - 2x - 1 > 0 \text{ при } x \neq 0,5$$

$$1^0 \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \text{ m.e. при } 3 \leq x \leq 3,5 \text{ (от 3)}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$0 \geq 0$ работаем

$$2^0 x \leq -1$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \geq 0 \text{ m.e. } x \leq -1 \text{ (0,5)}$$

$$4x^2 - 4x + 1 \leq x^2 - 2x - 3$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D = 4 - 48 < 0 \quad x \in \emptyset$$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

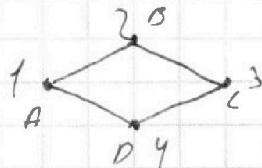
6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нужно $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$
вершины четырехугольника:



$$x_2 - x_1 = x_3 - x_4$$

$$x_3 - x_2 = x_4 - x_1$$

$$y_2 - y_1 = y_3 - y_4$$

$y_3 - y_2 = y_4 - y_1$ макс для векторов

$$\vec{AB} = \vec{DC}$$
 и $\vec{AD} = \vec{BC}$

максим: $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 25$

$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 = 25$$

I-

I-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \\ 2025 &= 45^2 \\ y - 45 &= a \\ 45^2 + 80a + a^2 &= y^2 \text{ no } 40 \text{ Cx} \\ y^2 &\geq 45^2 \text{ m. k. } 18 \cdot 2^x \geq 0 \\ 18 \cdot 2^x &= 80a + a^2 = a(a+80) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1^{\circ} \quad x < 0. \quad t = -x \\ 1.1 \quad a = \frac{1}{2^k} \quad a+80 &= \frac{18}{2^{t-k}} \\ \frac{18}{2^{t-k}} < 18 < 80 < a+80, \text{ противоречие} \end{aligned}$$

$$1.2 \quad a = \frac{19}{2^k} \quad a+80 = \frac{1}{2^{t-k}}$$

$$a+80 > 80 > 1 > \frac{1}{2^{t-k}} \text{ противоречие}$$

$$2^{\circ} \quad x \geq 0$$

$$18 \cdot 2^x = (80+a)/a$$

$$2.1) \quad a = 18 \cdot 2^k \quad a+80 = 2^{x+k} \dots$$

$$80 = 2^{x-k} - 18 \cdot 2^k = 2^{x-k}(2^{k-x} - 18)$$

$$k-x \geq 0 \text{ m. k. } 2^{k-x} > 18$$

$$80 = 45 \cdot 2$$

$$2^{k-x} - 18 > 0 \text{ m. k. } k-x > 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Задача} \quad 2^k = 2 \quad k = 1$$

$$a = 38, \quad a + 80 = 128 = 2^7$$

$$(45 + 38)^2 = 45^2 + 18 \cdot 2^8$$

$$38 \cdot 128 = 18 \cdot 2^8 = 38 \cdot 2^7 = 38 \cdot 128 \text{ противоречие}$$

$$2.2) \quad a = 2^k \quad a + 80 = 18 \cdot 2^{x-k}$$

$$2.2.1) \quad k \geq x - k$$

$$80 = 2^k (2^{k-x+k} \cdot 18 - 1)$$

$$2 = 2^k \quad k = 1$$

$$a = 2 \quad a + 80 = 82 \neq 18$$

$$2.2.2) \quad k \geq x - k$$

$$80 = 2^{x-k} (18 - 2^{2k-x})$$

$$2.2.2.1) \quad 2^k = x \quad ?$$

$$80 = 2^k (18 - 1) = 2^k \cdot 18$$

$$5 = 2^k \text{ противоречие}$$

$$2.2.2.2) \quad x \neq 2^k$$

$$2^{x-k} = 2 \quad x - k = 1$$

$$a + 80 = 18 \cdot 2 = 38 < 80 \quad a + 80 \text{ противоречие}$$

$$\text{Ответ: } x = 8; y = 83$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓6

$x^2 + y^2 = a^2$ это уравнение окружности с центром в $(0, 0)$ радиусом $|a|$. (а может быть < 0). $x^2 \leq a^2 \Rightarrow -|a| \leq x \leq |a|$

$x^2 - 6x$ является максимальным при наиб. по модулю x (тогда x^2 максимален) и наименьшим по значению (тогда $-6x$ максимально). Тогда $-6x$ максимально при $x = -|a|$, а x^2 при $x = \pm |a|$
 $x^2 - 6x + a$ максимально при $x = -|a|$ (т.к. $a = \text{const}$).

$$a^2 + 6|a| + a = 8$$

$$1^{\circ} a > 0$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$(a+8)(a-1) = 0 \quad a = -8 \text{ не подходит. т.к. } a > 0;$$

$a = 1$ подходит.

$$2^{\circ} a \leq 0$$

$$a^2 - 5a + 8 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

$$a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < 0$$

$$5 - \sqrt{57} < 0$$

$$a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0 \text{ илько}$$

$$m, k, 5 = \sqrt{25} < \sqrt{57} \Rightarrow$$

$$\text{Ответ: } a = 1 \text{ илько } a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

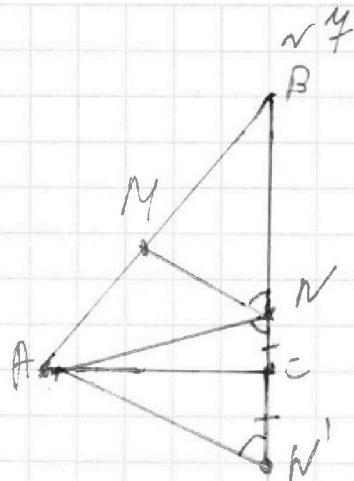
5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



продолж NC за точку C и получим
 N' такую что $N'C = NC$

$$BN \cdot MA = 2 BM : NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA} \quad \frac{BN}{2NC} = \frac{BN}{NN'} = \frac{BM}{MA} \text{ значит}$$

$MN \parallel AN'$ по теореме Фалеса

$\angle MNB = \angle AN'C$ как соответственные.

при $AN' \parallel MN$ $\angle AN'C = \angle ANC$ значит

$\triangle ANN'$ пос. с серединой NN' значит AC

серпух NN' значит $\angle ACN = 30^\circ$.

$$\angle NAC = 180^\circ - \angle ACN - \angle ANC = 180^\circ - 30^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

(но сумма $\angle BCA$)

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

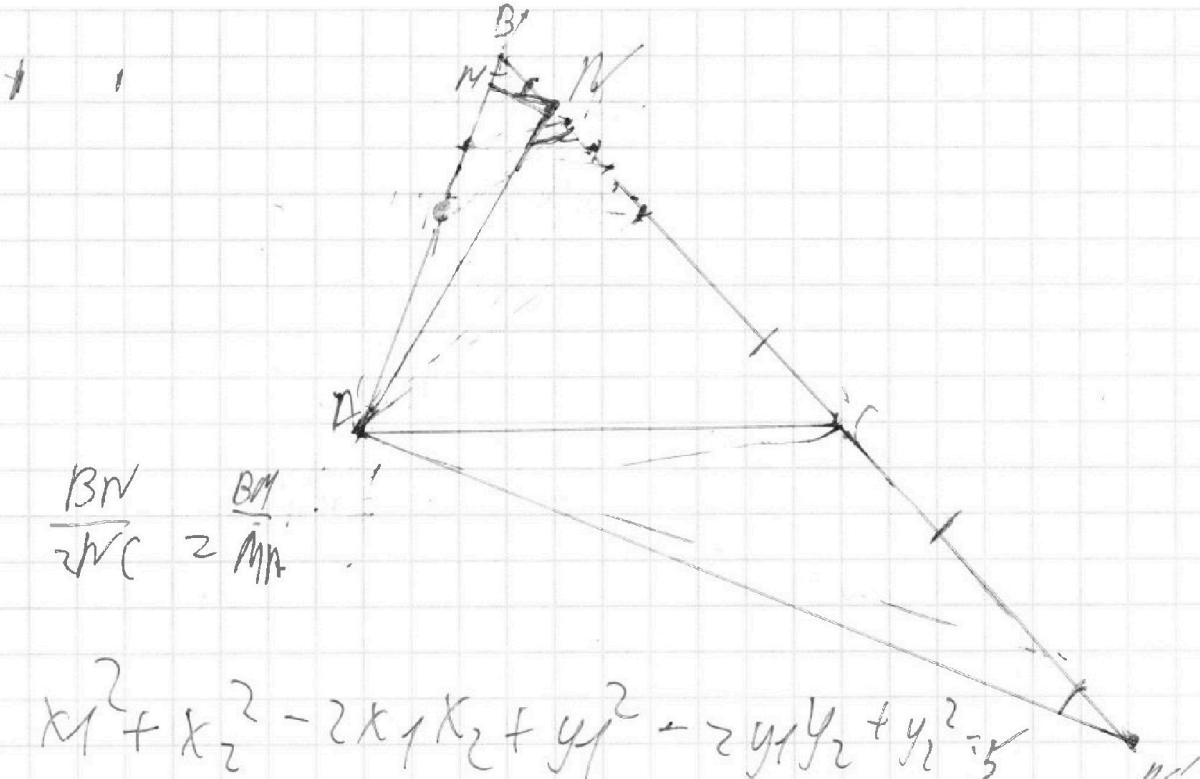


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2 = 5$$

$$x_2 - x_1 = x_3 - x_2$$

$$2x_2 = x_3 + x_1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + b \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - b$$

$$2x - 1 \leq b$$

$$x \leq 3,5$$

$$-5 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \quad -5 - 2x \leq 0 \text{ неравн.}$$

$$9x^2 + 10x + 25 \leq 4x^2 - 8x - 12 \quad 2x \geq -5 \\ 28x + 37 \leq 0 \quad x \geq -2,5$$

$$x \leq -\frac{37}{28}$$

Значима область $x < 0$ исключая

$$1^0 \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \quad x > 0,5 \text{ неравн.}$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D < 0$$

$$\frac{x^2 - 2x + 4}{3}$$

При $x < 0,5$ нет решений

$$1^0 \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + b \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 4 - 2x \\ \frac{x^2 - 2x + 4}{3} + b \geq \frac{x^2 - 2x + 4}{3} + 2x - 1 + 4 - 2x \\ 0 \geq 0$$

$$2. \quad x \leq -1 \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 4 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 8 - 4x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 4 - 2x \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 16x + 16$$

$$3x^2 - 14x + 19 \leq 0$$

$$D = 196 - 228 < 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x \leq 8 - a = 8 - \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} \leq 8 + 6x - x^2$$

$$8 + 6x - x^2 \geq 0$$

$$x^2 - 6x - 8 \leq 0$$

~~D =~~

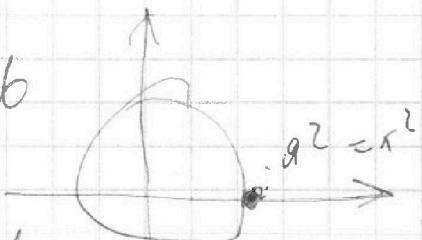
$$D = 36 + 32 = 68 = 4 \cdot 17$$

$$x \in [3 - \sqrt{17}; 3 + \sqrt{17}]$$

$$x^2 + y^2 \leq 64 + 36x^2 + x^4 - 12x^3 + 96x - 16x^2 = \\ = x^4 - 12x^3 + 20x^2 + 96x + 64$$

$$(x^2 - 6x)' = 2x - 6$$

$$a^2 + 4a - 8$$



$$x = -a$$

$$a^2 + 4a - 8 = 0 \quad a = 1 \text{ корень}$$

$$10 \quad a > 0 \quad 20 \quad a < 0 \quad a = 1 \quad a \geq 0$$

$$a^2 + 6|a| + a = a^2 + 5a = 5$$

$$a^2 + 5a - 5 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a = \frac{-5 - \sqrt{57}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$18 - 2^x + 2025 = y^2$$

$$\begin{array}{r} 1248 \\ \times 146 \\ \hline 1848 \\ 146 \\ \hline 2116 \\ + 184 \\ \hline 2116 \\ \end{array}$$

$$\begin{aligned} & 7 \cdot 45 \cdot a + a^2 = 18 \cdot 2^x \\ & a^2 + 80a = 18 \cdot 2^x \\ & a(a + 80) = 18 \cdot 2^x \\ & a(a + 80) = 18 \cdot 2^x \\ & a : 2 \quad a + 80 : 2 \\ & a + 80 = 18 \quad a + 80 : 2 \quad a + 80 : 38 \end{aligned}$$

$$a = 18 \cdot 2^k \quad a + 80 = 2^{x-k}$$

$$80 = 2^k (2^{x-k} - 1)$$

$$k=1 \quad a=18 \quad a+80=2^x \quad a+80 \neq 2^x$$

$$2^0: \quad a=2^k \quad a+80=18 \cdot 2^{x-k}$$

$$2 \cdot 1: \quad k \leq x-k$$

$$80 = 2^k (18 \cdot 2^{x-2k} - 1)$$

$$k \leq 1 \quad k=0 \text{ не подходит} \quad k=1 \quad 80 \neq 18$$

$$2.2 \quad k > x-k$$

$$80 = 2^{x-k} (2^{2k} - 1) \quad x-k=1 \quad a+80=38$$

$$1 \quad 2^{x-k} < 1 \quad x-k > 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n!(n+1+1)(n+1+1)(n+2)(n+1) = \\ = n!(n^2; 3n+2+n+2) = n!(n^2+4n+4) = n!(n+2)^2$$

$$= \frac{36178}{19} \quad n = 14$$

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 - 10 = \\ = 5n^2 + 9 + 1 + 1 + 4 - 10 = 5n^2 + 5n^2 = n^3$$

$n=5$ не подходит. м. к. $N \geq 6$

$N^3 : 125$ и $N^3 : p^3$ м.к. $n \neq 5$

$P \neq 5$ м.к. м.н. $\cancel{n} : p^3$ получим

$n^2 : p^6$ м.к. $\cancel{n^2} 3 \cancel{K} : 2$

$$2^6 \quad N = 20$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |4 - 2x|$$

$$x^2 - 2x - 3 + 12\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 36 \geq x^2 - 2x - 3 + 4x^2 - 4x + 1 + (2x - 1)\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

+

$$2x - 1 \leq 6 \\ x \leq 3,5$$

$$4 - 2x \geq 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + 4\sqrt{a^2 - 4} + 6 \geq (\sqrt{a^2 - 4} + 2a + 1) + (5 - 2a)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1^{\circ} \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \quad 1 - 2x < 0 \text{ подр.}$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 4x + 4x^2 \quad x > 0,5$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D = 4 - 48 < 0 \quad 3x^2 - 2x + 4 \geq 0 \text{ для } x > 0,5$$

$$x > 0,5$$

$$x_1 y_1 \leq x_2 y_2 \quad y_2 \leq x_3 y_3$$

$$20 \quad 2x - 1 \geq -2\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 6$$

$$1 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$-5 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$-5 - 2x < 0$$

$$2x + 5 > 0$$

$$x > -2,5$$

$$x_2 - x_1 = x_3 - x_4$$

$$x_2 + x_4 = x_1 + x_3$$

$$4x^2 + 20x + 25 \leq 9x^2 - 8x - 12 \quad x_2 + x_4 = x_1 + x_3$$

$$28x + 34 \leq 0$$

$$y_2 + y_4 = y_1 + y_3$$

$$-8 < x < -2,5$$

$$x_2^2 + x_1^2 - 2g_1x_2 + y_1^2 + y_2^2 - 2g_1y_2 = x_2^2 + y_2^2 + x_3^2 + y_3^2$$

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + y_1^2 - 2g_1y_2 = x_3^2 + y_3^2 - 2x_2x_3 - 2y_3y_2$$

$$2y_2(y_3 - y_1) + 2x_2(x_3 - x_1) = (x_3 - x_1)(x_3 + x_1) + (y_3 - y_1)$$

11