



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $n! + (n+1)! + (n+2)!$  делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа  $N$ , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 50]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $x^2 - 6x + a$  равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n! ((n+2)(n+1+1)) = n! \cdot (n+2)^2$$

$$361 = 19^2$$

19 простое значит

при  $n < 19$   $n! \nmid 19$  т.к. все числа  $< 19$  не кратны ему и их НОД = 1.

$(n+2) \nmid 19$  при  $n \geq 17 < 19$  значит

$n \geq 17$  т.к. иначе ни  $n!$  ни  $(n+2)^2$  не

делятся на 19.  $n = 17$  получим т.к.

$$(n+2)^2 = (17+2)^2 = 19^2 = 361$$

$$361 n! : 361 = n! \in \mathbb{N} \text{ значит } n = 17$$

минимальное

Ответ:  $n = 17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Пусть последовательность чисел =:

$n-2; n-1; n; n+1; n+2$ .

$$N^3 = (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 - 10 =$$

$$= n^2 - 4n + 4 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 - 10 =$$

$$= 5n^2$$

$$N^3 = 5n^2$$

т.к.  $N^3 : 5$  и 5 простое  
то  $N^3 : 5^3$  значит  $n^2 : 25$  т.е.  $n : 5$

$n=5$  не подходит т.к. тогда  $N^3 = 5 \cdot 25$

$N=5 < 6$ . Пусть  $n : p \neq 5$ , тогда

$n^2 : p^2$ ; а  $N^3 : p^3$  значит:

$$n^2 = 25 p^{2k} \cdot 5 \quad N^3 = 125 p^{3m} \cdot 5$$

$$p^{3m} = p^{2k}$$

$$\log_p p^{3m} = 3m = 2k = \log_p p^{2k}$$

$m : 2$

значит  $m$  — чётно (кроме 5)

простое, входит в  $n$  в степени 3.

Возьмём  $n = 40 = 2^3 \cdot 5$  меньше (кроме

5) не может быть. Докажем что

при 5 тоже не может быть меньше



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☒

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2^3 = 8 \quad \text{т.е. } 5^f < 8$$

$$5^2 = 25 > 8 \quad \text{значит } f = 1 \text{ или } 0$$

при  $f = 0$  мы доказали доказано  
что  $f = 1$  не подходит,

$$n = 5^2$$

$$5n^2 = 5 \cdot 5^4 = 5^5 = N^3$$

$$N = \sqrt[3]{5^5} = 5 \cdot \sqrt[3]{25} \notin \mathbb{N} \quad \text{значит } n = 40$$

единственное.

$$N^3 = 5 \cdot 40^2 = 5 \cdot 1600 = 8000$$

$$N = 20$$

Ответ:  $N = 20$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \quad x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 1 > 6 > 0$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| \leq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq -6 - \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$1) 2x - 1 \leq 6$$

$$x \leq 3,5 \Rightarrow 4 - 2x \geq 0$$

$$2) -5 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$\text{при } -5 - 2x \leq 0 \quad -5 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$2x + 5 \geq 0 \quad x \geq -2,5$$

$$4x^2 + 20x + 25 \leq 4x^2 - 8x - 12$$

$$28x + 37 \leq 0$$

$$x \leq -\frac{37}{28} \approx -1,32 \Rightarrow \text{выполняется при}$$

всех  $x$ .

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \text{ выполняется при } 2x - 1 \geq 0$$

$$1 - 2x \leq \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

или  $x \geq 0,5$ , когда  
или  $x \geq 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☒

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 - 4x + 1 \leq x^2 - 2x - 3$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D = 4 - 48 < 0 \quad \text{м.р. } 3x^2 - 2x + 4 > 0 \text{ при } x \in \mathbb{R}$$

$$1^0 \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \quad \text{м.р. при } 3 \leq x \leq 3,5 \text{ (окр. 3)}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$0 \geq 0 \quad \text{раб. тожд.}$$

$$2^0 \quad x \leq -1$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \quad \text{то м.к. } x \leq -1 < 0,5$$

$$4x^2 - 4x + 1 \leq x^2 - 2x - 3$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D = 4 - 48 < 0 \quad x \in \emptyset$$

$$\text{Ответ: } x \in [3; 3,5]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

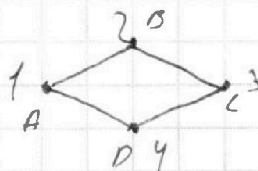
|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть  $(x_1, y_1), (x_2, y_2); (x_3, y_3); (x_4, y_4)$   
вершины ромба:



$$x_2 - x_1 = x_3 - x_4$$

$$x_3 - x_2 = x_4 - x_1$$

$$y_2 - y_1 = y_3 - y_4$$

$$y_3 - y_2 = y_4 - y_1 \text{ так как векторы}$$

$$\vec{AB} = \vec{DC} \text{ и } \vec{AD} = \vec{BC}$$

$$\text{также: } (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 25$$

$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 = 25$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☒6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2025 = 45^2$$

$$y - 45 = a$$

$$45^2 + 80a + a^2 = y^2 \quad \text{по формуле}$$

$$y^2 \geq 45^2 \text{ м. к. } 18 \cdot 2^x \geq 0$$

$$18 \cdot 2^x = 80a + a^2 = a(a + 80)$$

$$1^0 x < 0. \quad t = -x$$

$$1.1) a = \frac{18}{2^t - k} \quad a + 80 = \frac{18}{2^t - k}$$

$$\frac{18}{2^t - k} < 18 < 80 < a + 80, \text{ противоречие}$$

$$1.2) a = \frac{18}{2^t - k} \quad a + 80 = \frac{1}{2^t - k}$$

$$a + 80 > 80 > 1 > \frac{1}{2^t - k} \text{ противоречие}$$

$$2^0 x \geq 0$$

$$18 \cdot 2^x = (80 + a)a$$

$$2.1) a = 18 \cdot 2^k \quad a + 80 = 2^{x-k}$$

$$80 = 2^{x-k} - 18 \cdot 2^k = 2^k (2^{x-2k} - 18)$$

$$x - 2k \geq 0 \text{ м. к. } 2^{x-2k} > 18$$

$$80 = 45 \cdot 2$$

$$2^{x-2k} - 18 : 2 \text{ м. к. } x - 2k > 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

значит  $2^k = 2$   $k = 1$

$a = 38$   $a + 90 = 128 = 2^7$

$(45 + 38)^2 = 45^2 + 18 \cdot 2^8$

$38 \cdot 128 = 18 \cdot 2^8 = 38 \cdot 2^7 = 38 \cdot 128$  *подходит*

2.1  $a = 2^k$   $a + 90 = 18 \cdot 2^{x-k}$

2.1.1)  $k \geq x - k$

$90 = 2^k (2^{x-2k} \cdot 18 - 1)$

$2 = 2^k$   $k = 1$

$a = 2$   $a + 90 = 92 \div 18$

2.1.2)  $k < x - k$

$90 = 2^{x-k} (18 - 2^{2k-x})$

2.1.2.1)  $2k = x$

$90 = 2^k (18 - 1) = 2^k \cdot 18$

$5 = 2^k$  *противоречие*

2.1.2.2)  $x \neq 2k$

$2^{x-k} = 2$   $x - k = 1$

$a + 90 = 18 \cdot 2 = 38 < 90 < a + 90$  *противоречие*

ответ:  $x = 8$ ;  $y = 83$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = a^2$  это уравнение окружности с центром в  $(0; 0)$  радиуса  $|a|$ . (а может быть  $< 0$ ).  $x^2 \leq a^2 \Rightarrow -|a| \leq x \leq |a|$

$x^2 - 6x$  является максимальным при наиб. по модулю  $x$  (тогда  $x^2$  максимален) и наименьшим по значению (тогда  $-6x$  максимален). Тогда  $-6x$  максимально при  $x = -|a|$ , а  $x^2$  при  $x = \pm |a|$ .  
 $x^2 - 6x + a$  максимально при  $x = -|a|$  (т.к.  $a = \text{const}$ ).

$$a^2 + 6|a| + a = 8$$

$\Rightarrow a > 0$

$$a^2 + 4a - 8 = 0$$

$$(a + 8)(a - 1) = 0 \quad a = -8 \text{ не подходит, т.к. } a > 0;$$

$a = 1$  подходит.

$\Rightarrow a \leq 0$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

$$a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0 \text{ не подходит.}$$

$$a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < 0$$

$$\text{не подходит. т. к. } 5 = \sqrt{25} < \sqrt{57} \Rightarrow$$

$$5 - \sqrt{57} < 0$$

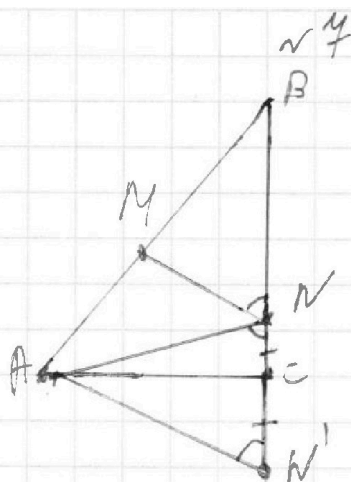
$$\text{Ответ: } a = 1 \text{ и } a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☒СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



продлим  $NC$  за точку  $C$  и получим  $N'$  такую что  $NN' = NC$

$$BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA} \quad \frac{BN}{2NC} = \frac{BN}{NN'} = \frac{BM}{MA} \text{ значит}$$

$MN \parallel AN'$  по теореме Талеса

$\angle MNB = \angle AN'C$  как соответственные.

при  $AN' \parallel MN$   $\angle AN'C = \angle ANC$  значит

$\triangle ANN'$  р.б. с серединой  $NN'$  значит  $AC$

середина  $NN'$  значит  $\angle ACN = 90^\circ$ .

$$\angle NAC = 180^\circ - \angle ACN - \angle ANC = 180^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$$

(по сумме углов в  $\triangle$ )

Ответ:  $\angle CAN = 10^\circ$



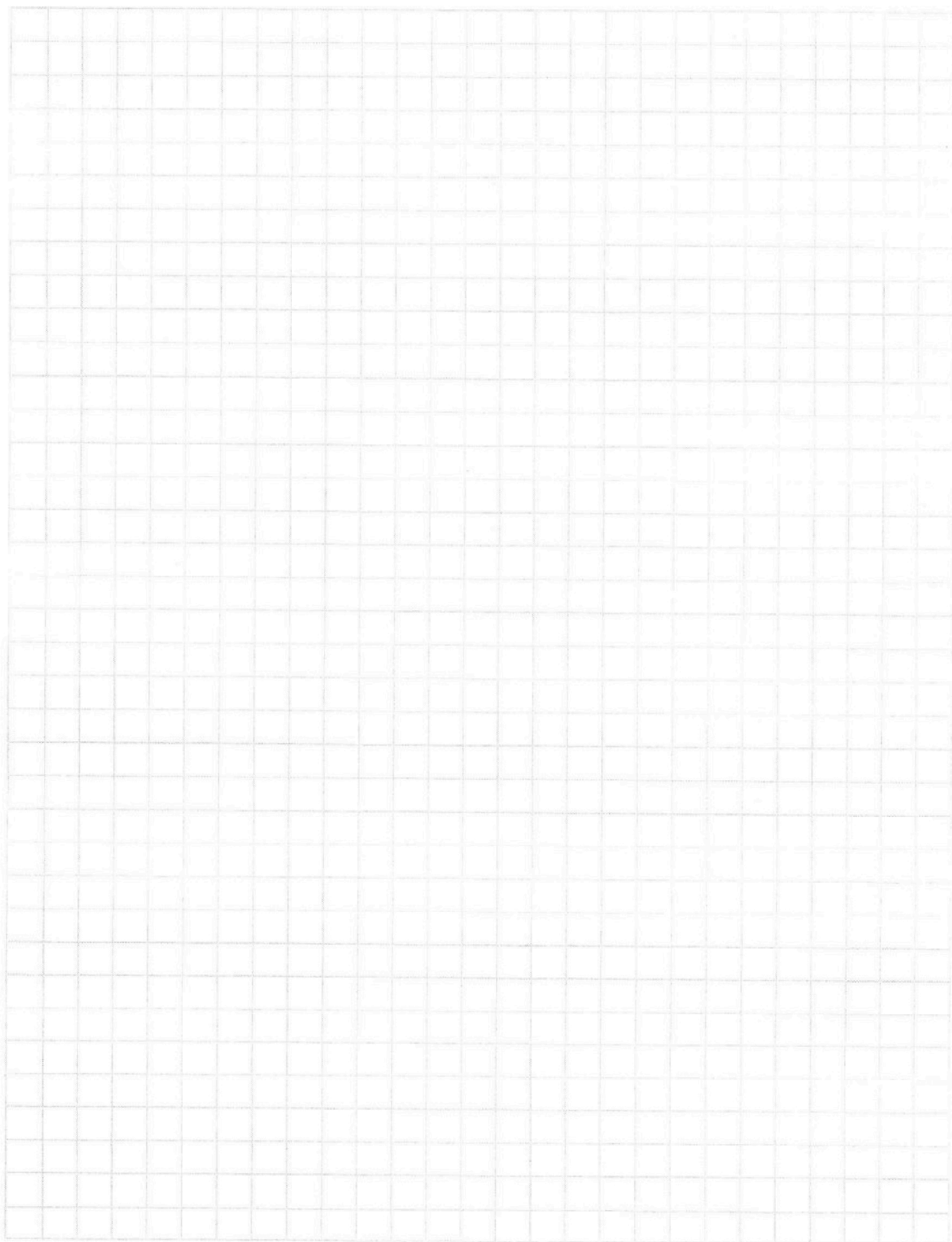


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



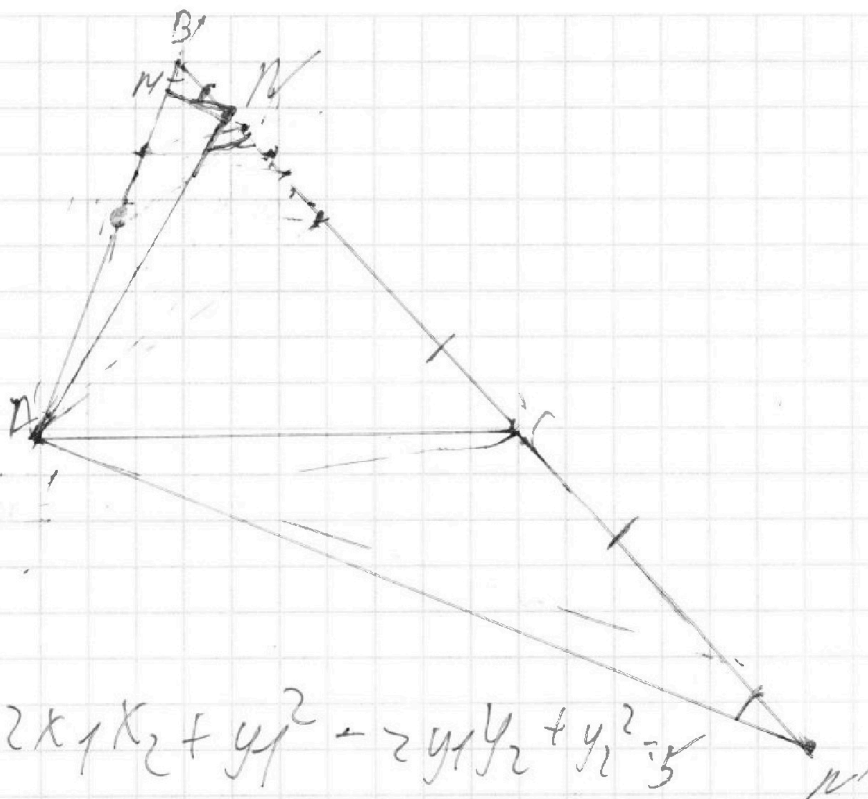


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MN}$$

$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2 = 5$$

$$x_2 - x_1 = x_3 - x_2$$

$$2x_2 = x_3 + x_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 6$$

$$2x - 1 \leq 6$$

$$x \leq 3,5$$

$$-5 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \quad -5 - 2x < 0 \text{ по д.х.}$$

$$4x^2 + 10x + 25 \leq 4x^2 - 8x - 12 \quad 2x > -5$$

$$28x + 37 \leq 0$$

$$x > -2,5$$

$$x \leq -\frac{37}{28}$$

для которой  $x$  выполняется

$$1^0 \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \quad x > 0,5 \text{ по д.х.}$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D < 0$$

$$\begin{array}{r} \times 10 \\ \times 12 \\ \hline 38 \\ + 18 \\ \hline 228 \end{array}$$

при  $x < 0,5$  нет решений

$$1^0 \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 4 - 2x$$

$\frac{1}{35} x \geq 3$   $0 \geq 0$   $\checkmark$

$$2^0 x \leq -1 \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 4 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 8 - 4x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 4 - 2x \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 16x + 16$$

$$3x^2 - 14x + 19 \leq 0$$

$$D = 196 - 228 < 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x \leq 8 - a = 8 - \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} \leq 8 + 6x - x^2$$

$$8 + 6x - x^2 \geq 0$$

$$x^2 - 6x - 8 \leq 0$$

$$D = 36 + 32 = 68 = 4 \cdot 17$$

$$D = 36 + 32 = 68 = 4 \cdot 17$$

$$x \in [3 - \sqrt{17}; 3 + \sqrt{17}]$$

$$x^2 + y^2 \leq 64 + 36x^2 + x^4 - 12x^3 + 96x - 16x^2 =$$

$$= x^4 - 12x^3 + 20x^2 + 96x + 64$$

$$(x^2 - 10x)' = 2x - 10$$

$$a^2 + 4a - 8$$

$$a^2 + 4a - 8$$

$$10 \quad a > 0$$

$a = 1$  корень.

$$20 \quad a < 0$$

$$x = -a$$

$$a = 1 \quad a \geq 0$$

$$a^2 + 6|a| + a = a^2 + 5a = 8$$

$$a^2 + 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a = \frac{-5 - \sqrt{57}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$\begin{array}{r} 1248 \\ 246 \\ \times 46 \\ \hline 246 \\ + 184 \\ \hline 2116 \\ + 93 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 245 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ + 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 1.45 \cdot a + a^2 &= 19 \cdot 2^x \\ a^2 + 90a &= 19 \cdot 2^x \\ a(a+90) &\equiv 0 \end{aligned}$$

$$a:2$$

$$a:2 \quad a+90:2$$

$$a+90:19 \quad a+90:2 \quad a+90:38$$

$$a = 19 \cdot 2^k \quad a+90 = 2^{x-k}$$

$$90 = 2^k (2^{x-2k} - 49)$$

$$k=1$$

$$a=19 \quad a+90=2^x \quad a+90:2$$

$$2.0: a=2^k \quad a+90=19 \cdot 2^{x-k}$$

$$2.1: k \leq x-k$$

$$90 = 2^k (19 \cdot 2^{x-2k} - 1)$$

$$k \leq 1$$

$$k=0 \text{ не подходит } k=1 \quad 90:19$$

$$2.2: k \geq x-k$$

$$90 = 2^{x-k} (2^{2k} - 19)$$

$$1 \quad x-k \leq 1 \quad x-k \neq 0$$

$$x-k=1 \quad a+90=38 \cdot 90:???$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n!(n + 1 + (n+2)(n+1)) =$$

$$= n!(n^2 + 3n + 2 + n + 2) = n!(n^2 + 4n + 4) = n!(n+2)^2$$

$$n!(n+2)^2 : 18^2$$

$$n = 14$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 18} \\ 18 \overline{) 18} \\ \hline 171 \end{array}$$

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 - 10 =$$

$$= 5n^2 + 4 + 1 + 1 + 4 - 10 = 5n^2 \quad 5n^2 = n^3$$

$$n = 5 \text{ не подходит. м.к. } N \geq 6$$

$$N^3 : 125 \text{ и } N^3 : p^{3k} \text{ м.к. } n \neq 5$$

$$p \neq 5 \text{ м.к. мин. } n : p^{3k} \text{ значит}$$

$$n^2 : p^6 \text{ м.к. } N \geq 2 \text{ и } 3 \text{ и } 2$$

$$2^6 \quad N = 20$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |4 - 2x|$$

$$x^2 - 2x - 3 + 12\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 36 \geq x^2 - 2x - 3 + 4x^2 - 4x + 1 + (2x - 1)\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$2x - 1 \leq 6$$

$$x \leq 3,5$$

$$4 - 2x \geq 0$$

$$x - 1 = a$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + 4 - 2x$$

$$\sqrt{a^2 - 4} + 6 \geq |\sqrt{a^2 - 4} + 2a + 1| + (5 - 2a)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1^{\circ} \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

$$1 - 2x < 0 \text{ погр.}$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 4x + 4x^2$$

$$x > 0,5$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D = 4 - 48 < 0 \quad 3x^2 - 2x + 4 \geq 0 \text{ при любых } x$$

$$x > 0,5$$

$$2^{\circ} 2x - 1 \geq -2\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 6$$

$$1 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$-5 - 2x \leq 2\sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$-5 - 2x < 0$$

$$2x + 5 > 0$$

$$x > -2,5$$

погр.

$$x < -2,5 \text{ погр.}$$

$$4x^2 + 20x + 25 < 4x^2 - 8x - 12$$

$$x_2 + x_4 = x_1 + x_3$$

$$28x + 37 < 0$$

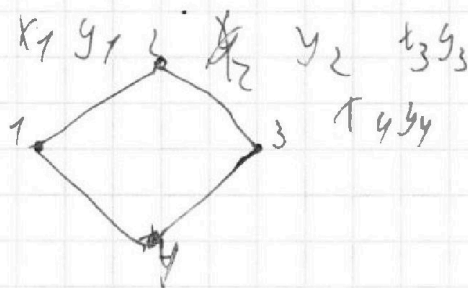
$$y_2 + y_4 = y_1 + y_3$$

$$-0 < x < -2,5$$

$$x_2^2 + x_1^2 - 2x_1x_2 + y_1^2 + y_2^2 - 2y_1y_2 = x_2^2 + y_2^2 + x_3^2 + y_3^2$$

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + y_1^2 - 2y_1y_2 = x_3^2 + y_3^2 - 2x_2x_3 - 2y_3y_2$$

$$2y_2(y_3 - y_1) + 2x_2(x_3 - x_1) = (x_3 - x_1)(x_3 + x_1) + (y_3 - y_1)(y_3 + y_1)$$



$$x_2 - x_1 = x_3 - x_4$$