



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба – целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№1. Найди n ?, при котором $n! + (n+1)! + (n+2)! \vdots 361$

$$361 = 13 \cdot 13$$

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) = \\ &= n! (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) = n! (1 + n + 1 + n^2 + 2n + n + 2) = \\ &= n! (n^2 + 4n + 9) = n! (n+2)^2 \end{aligned}$$

Число 13 - простое, тогда для того, чтобы $n! (n+2)^2$ делилось на 361, необходимо, чтобы в нём было как минимум два простых множителя 13.

Найдем наименьшее n , при котором это достигается: 17.

Если $n < 17$, то в $n!$ не будет множителей 13 и в $(n+2)^2$ тоже не будет множителей 13.

$$17! (17+2)^2 = 17! \cdot 18 \cdot 19 \vdots 361$$

Ответ: наименьшее $n = 17$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$a-2 \ a-1 \ a \ a+1 \ a+2$ - пять последовательных натуральных чисел

Проверка:

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 70 = N^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 - 70 = N^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5a^2 + 10 - 70 = N^3 \Leftrightarrow 5a^2 = N^3$$

Чтобы значение a , т.е. значение N , м.д. не оказалось неким квадратом, значение a

било a^2 можно выбрать симметрическими для каждого из чисел, например 6 чисел, имеющих вид

~~Конечно~~ $\exists a^2 = 5 \cdot 5$, поскольку $N^3 = 5^3 \wedge N = 5$ - не получится N , м.д. но удастася $N > 6$.

$a^2 = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ - не получится, потому что у нас есть только

$$a^2 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\text{но так: } 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = N^3 \Leftrightarrow N = 5 \cdot 2 \cdot 2 \Leftrightarrow N = 20$$

Ответ: значение $N = 20$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |2x - 4| \quad (1)$$

$$\text{LHS } |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 + 2x - 7| + |2x - 4| \quad (2) \quad t = \sqrt{x^2 - 2x - 3}, t \geq 0 \\ V = 2x - 4$$

$$\text{LHS } |t| \geq |t + V| + |V| \quad (3) \quad t - |V| \geq |t + V|$$

Если $V > 0$, то это неравенство можно упростить,

н.к. $t - |V| \leq t$, а $|t + V| > t$, м.н. $V \leq 0$

$$\begin{cases} V \leq 0 \\ t + V \geq |t + V| \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} V \leq 0 \\ t + V \geq 0 \end{cases} \quad (5) \quad \begin{cases} 2x - 4 \leq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 4 - 2x \end{cases} \quad (6) \\ \text{LHS } \begin{cases} 2x - 4 \leq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \end{cases} \quad (7) \quad \begin{cases} x \leq 3,5 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ 1 - 2x \leq 0 \\ x^2 - 2x - 3 \geq (1 - 2x)^2 \end{cases} \quad (8) \quad \begin{cases} x \leq 3,5 \\ (x - 3)(x + 1) \geq 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 2x + 4 \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\boxed{[3x^2 - 2x + 4 \leq 0] \Rightarrow 4 - 2x \leq 0, \text{ m.н. условие холонит. доказ.}}$$

$$\text{LHS } \begin{cases} x \leq 3,5 \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $[3; 3,5]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отмечьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N₆

$$x^2 - 6x + 9 \leq 8 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [3 - \sqrt{9 - (a-8)}, 3 + \sqrt{9 - (a-8)}]$$

$x \in [3 - \sqrt{17-a}; 3 + \sqrt{17-a}]$, при этом такой x будет
действовать условием задачи $a \geq 0$, а само x будет иметь

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17-a}}{1}$$

$x^2 + y^2 = a^2$ задает окружность с центром $b(0,0)$ и радиусом a или $\begin{cases} a > 0 \\ a < 0 \end{cases}$

$$1) \nexists a \geq 0$$

нужно отыскать $x \in [-a, a]$. Для того, чтобы для каждого x выполнялось $x^2 - 6x + 9 \leq 8$ и найдется x такой, что $x^2 - 6x + 9 \leq 8$ необходимо:

$$\begin{cases} -a = 3 - \sqrt{17-a} \\ 3 + \sqrt{17-a} \geq a \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a+3 = \sqrt{17-a} \\ a-3 \leq \sqrt{17-a} \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a-3 = \sqrt{17-a} \\ a+3 \leq \sqrt{17-a} \end{cases}$$

!?! Избавляемся от корней, т.к. $\sqrt{17-a} \geq a+3 > a-3 = \sqrt{17-a}$

$$\begin{cases} (a+3)^2 = 17-a \\ a \geq -3 \\ a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17-a \\ a-3 \leq 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a^2 + 6a + 9 = 17-a \\ -3 \leq a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17-a \\ a \leq 3 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a^2 + 7a \geq 0 \\ -3 \leq a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17-a \\ a \leq 3 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a = -8 \\ a = 1 \\ -3 \leq a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17-a \\ a \leq 3 \end{cases}$$

$$\text{и} \quad a = 7$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \sqrt{2} > 0$$

нужна $x \in [a; -a]$

установлены условия задачи:

$$\begin{cases} a = 3 - \sqrt{17-a} \\ 3 + \sqrt{17-a} \geq -a \\ -a = 3 + \sqrt{17-a} \\ 3 - \sqrt{17-a} \leq 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3 - a \leq \sqrt{17-a} \\ -a - 3 \leq \sqrt{17-a} \quad \text{и} \\ -a - 3 = \sqrt{17-a} \quad \text{и} \quad \text{из условия, что} \\ 3 - a \leq \sqrt{17-a} \quad \sqrt{17-a} \geq 3 - a \geq -a - 3 = \sqrt{17-a} \quad \text{и} \end{cases}$$

$$\text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ (3-a)^2 \leq 17-a \\ (-a-3)^2 \leq 17-a \\ -a-3 \leq a \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a^2 - 6a + 9 \leq 17-a \\ (a+3)^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a^2 - 5a - 8 \leq 0 \\ (a+3)^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases}$$

$$\text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2} \\ (a+3)^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a = \frac{5 + \sqrt{53}}{2} - \text{неверн., т.к. } a < 0 \\ a = \frac{5 - \sqrt{53}}{2} \end{cases} \quad \text{и} \quad a = \frac{5 - \sqrt{53}}{2}$$

$\boxed{5 - \sqrt{53} < 8 \text{ и } -\sqrt{53} > -8 \Rightarrow 5 - \sqrt{53} < -3 \Rightarrow \frac{5 - \sqrt{53}}{2} > -\frac{3}{2} \geq -3 \quad (4)}$

Ответ: при $a \in \left[\frac{5 - \sqrt{53}}{2}, 1 \right]$

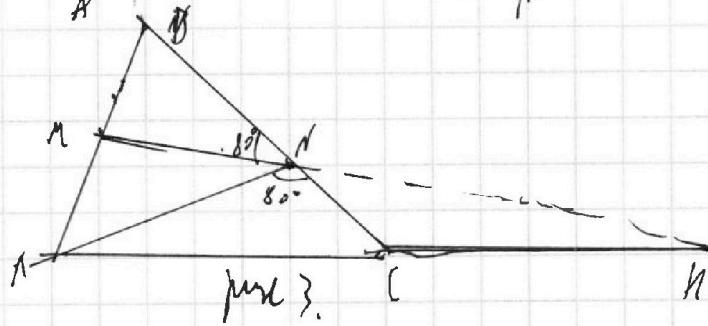
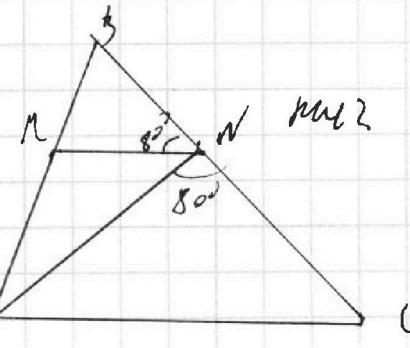
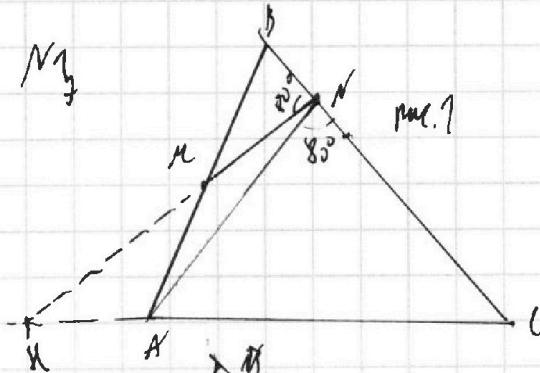


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} &\text{дано: } \Delta A B C \\ &M \in [A B], N \in [B C] \\ &2 M N B = \angle A M C = 80^\circ \\ &\frac{B N \cdot M A}{B M \cdot N C} = ? \\ &\angle A N = ? \end{aligned}$$

Дано: $\triangle ABC$

1) $M \in [AB]$, $N \in [BC]$ прямая MN пересекает сторону AC за точкой A в точке K .

По теореме Менелая:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AK}{KC} = 1 \\ \text{по условию:} \\ \frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{1}{2} \end{array} \right| \Rightarrow \frac{AK}{KC} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow AK = KC \quad (??) \text{ m.k. } K \text{ лежит} \\ \text{внутри } \triangle ABC, \text{ т.к. } KC > AK$$

2) $M \parallel AC$

из подобия $\triangle MBN \sim \triangle ABC$:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{AB}{MB} = \frac{BC}{BN} \Leftrightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{M}{BN} \Leftrightarrow \frac{AM \cdot BN}{BM \cdot M} = 1 \\ \text{по условию:} \\ \frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{1}{2} \end{array} \right| \Rightarrow \frac{1}{2} = 1 \quad (?)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Реш. Задачи MN пересекают прямую AC в точке K.

По теореме Менелая:

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CK}{AK} = 1$$

но условие: $\frac{CK}{AK} = \frac{1}{2}$ $2CK = AK \Rightarrow CK = AK$

$$\frac{NL}{BN} \cdot \frac{BA}{AM} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \angle NKA = \angle NBA \text{ (внешний угол)} \\ \angle ANB = \angle AMK \text{ (по условию)} \end{cases} \Rightarrow \angle NKA = \angle ANC$$

$$\begin{cases} \angle NKA = \angle ANC \\ CK = AK \end{cases} \Rightarrow \triangle ANK \sim \triangle ANC \quad \text{по признаку}$$

m.k. NKA - 50° - 50°

$$\begin{cases} \angle NCA = 50^\circ \\ \angle ANC = 80^\circ \text{ (угол)} \end{cases} \Rightarrow \angle CAN = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ$$

Ответ: $\angle CAN = 30^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) \begin{cases} a \leq 17 \\ a \geq -3 \\ a \geq 0 \\ (a+3)^2 \leq 17-a \end{cases} \quad \text{у} \begin{cases} 8 \leq a \leq 17 \\ a^2 + 6a + 9 = 17-a \end{cases} \quad \text{у} \begin{cases} 0 \leq a \leq 17 \\ a^2 + 8a + 9 = 17-a \end{cases} \quad a^2 + 8a - 8 = 0 \quad a = 1$$

$$a < 0 \quad x \in [a; -a]$$

$$x \in [3 - \sqrt{17-a}; 3 + \sqrt{17-a}]$$

$$7) \begin{cases} a = 3 - \sqrt{17-a} \\ 3 + \sqrt{17-a} \geq -a \end{cases} \quad \text{у} \begin{cases} 3 - a = \sqrt{17-a} \\ \sqrt{17-a} \geq -3 - a \end{cases} \quad \text{у} \begin{cases} a > 0 \\ a \leq 3 \\ |3-a| \leq 17-a \end{cases}$$

$$\text{у} \begin{cases} a > 0 \\ a^2 - 6a + 9 = 17-a \end{cases} \quad \text{у} \begin{cases} a < 0 \\ a^2 - 5a - 8 = 0 \end{cases} \quad \text{у} \begin{cases} a > 0 \\ a = \frac{3 + \sqrt{18 + 32}}{2} \end{cases} \quad \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\sqrt{17 - \frac{5 - \sqrt{57}}{2}} \geq -3 - \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{57} > 7 \quad \text{у} \begin{cases} 3 - \sqrt{57} < -3 \end{cases} \quad \text{у} \begin{cases} 5 - \sqrt{57} < 2 \\ 5 - \sqrt{57} < -3 \end{cases} \quad \frac{3}{2} < \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \\ & -a = 3 + \sqrt{17-a} \quad -a - 3 = \sqrt{17-a} \quad \text{у} \begin{cases} a - 3 \geq 0 \\ (a+3)^2 \leq 17-a \end{cases} \quad \text{у} \begin{cases} a \leq -3 \\ a^2 + 6a + 9 = 17-a \end{cases} \quad \frac{3}{2} < \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{у} \begin{cases} a \leq -3 \\ a^2 + 6a + 9 = 0 \end{cases} \quad \text{у} \quad a = -8 \quad \frac{83}{75} \equiv 7$$

$$a - 3 = \sqrt{17-a} \quad \text{у} \begin{cases} a \geq 3 \\ a^2 - 6a + 9 = 17-a \end{cases} \quad \text{у} \begin{cases} a \geq 3 \\ a^2 = \dots \end{cases} \quad 45 + 72 = 117 \quad 117 + 45 = 162$$

$$13 - 21 \cdot 73 \cdot 2^4 = 13 \cdot 2^5 = (5 - 45)(5 + 45)$$

$$38 \cdot 128$$

$$45 \equiv 7$$

$$\begin{cases} 5 \equiv 12 \\ 5 \equiv 7 \end{cases}$$

$$45 - 38 \equiv 7$$

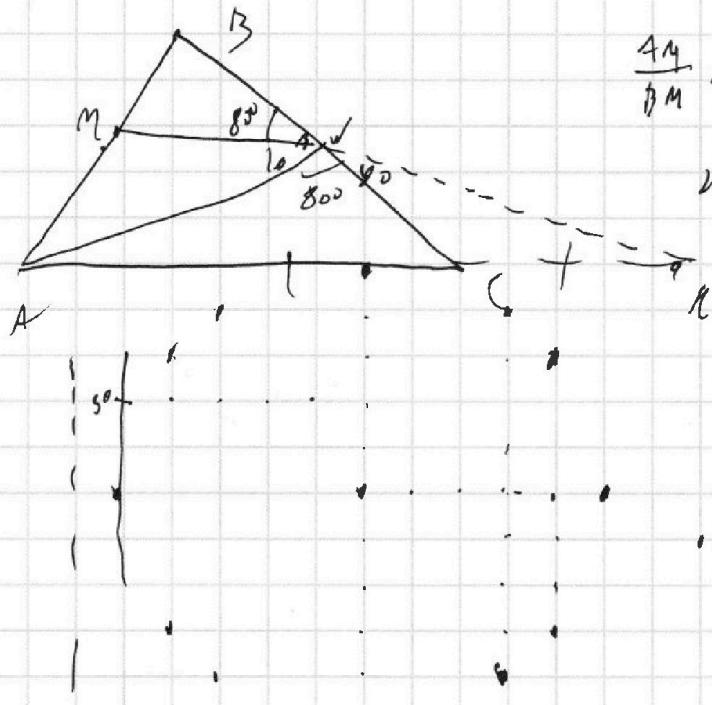


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AN}{AM} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{AC}{AB} = 1 \text{ (у)}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{1}{2} \text{ (у)} \quad Ah = h$$

$$50 \cdot 50 = 2500$$

$$3 - \sqrt{17} = 3 - 3\sqrt{3}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{17 - a}$$

$$x \in [-a; a]$$

$$x^2 - 6x + a \leq 0 \quad \text{или} \quad x^2 - 6x + a - 8 \leq 0 \quad \text{или} \quad x \in [3 - \sqrt{17 - a}; 3 + \sqrt{17 - a}].$$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 4a - 8 &\leq 0 \quad \text{или} \quad x = 3 \pm \sqrt{9 - a} \\ -a \leq 3 - \sqrt{17 - a} &\leq -a \quad \text{или} \quad x = 3 \pm \sqrt{17 - a} \\ 3 + \sqrt{17 - a} &\geq a \quad \text{или} \quad a - 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{или} \quad \begin{cases} a \leq 17 \\ a \geq -3 \\ a^2 + 6a + 9 \leq 17 - a \end{cases} &\quad \text{или} \quad \begin{cases} a \leq 17 \\ a \leq 3 \\ a^2 + 9a - 8 \leq 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a \leq 17 \\ a \leq -3 \\ (a+8)(a-1) \leq 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad [0, 7] \\ \begin{cases} 3 - \sqrt{17 - a} \leq -a \\ 3 + \sqrt{17 - a} \geq a \end{cases} &\quad \text{или} \quad \begin{cases} a + 3 \leq \sqrt{17 - a} \\ a - 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a \geq 0 \\ a^2 + 6a + 9 \leq 17 - a \end{cases} \quad \text{или} \quad a \geq 0 \\ \begin{cases} a + 3 \leq \sqrt{17 - a} \\ a - 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{cases} &\quad \text{или} \quad \begin{cases} 3 - \sqrt{17 - a} = -a \\ 3 + \sqrt{17 - a} = a \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a + 3 = \sqrt{17 - a} \\ a - 3 = \sqrt{17 - a} \end{cases} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 7 - 2x \quad | \rightarrow x^2 - 2x - 3 \geq (7 - 2x)^2$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 49 - 28x + 4x^2 \quad 3x^2 - 26x + 52 \leq 0$$

23

$$3x^2 - 26x + 52 = 0 \quad x = \frac{23 \pm \sqrt{769 - 756}}{3} \quad x_1 = \frac{23 + \sqrt{13}}{3}$$

1 0 1 0

(3; 83)

$t \geq 5 + 7$

~~$x^2 - 2x - 3 \geq 46$~~

$$y = 2 \geq 1 + 11$$

$$2x \cdot 2 = (5 - 45)(5 + 45)$$

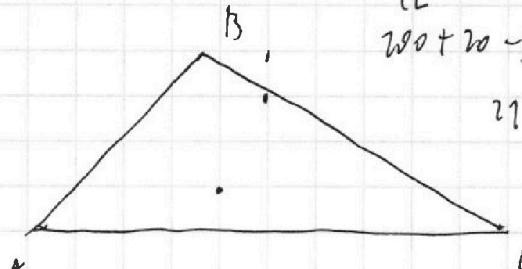
$$38 + 45 = 83$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3 + 46} \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3 + 46 + 2x - 7 + 4(7 - 2x)}$$

$$\begin{cases} t > 0 \\ t + 7 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t + 7 > 0 \\ t + 7 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t + 7 > 0 \\ t + 7 \geq -V \end{cases} \quad \begin{cases} t + 7 > 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3 + 46} \geq 7 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 4 \leq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 7 - 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3,5 \\ x \geq 1 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 7 - 4x + 4x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3,5 \\ x \geq 1 \\ 3x^2 - 2x + 4 \leq 0 \end{cases}$$



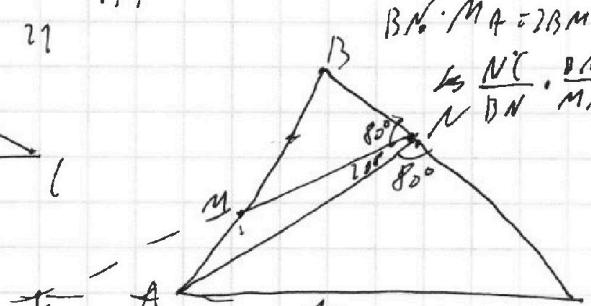
$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AH}{HC} = 1$$

$$\text{Ls } \frac{1}{2} \cdot \frac{AH}{HC} = 1 \text{ Ls } AH = HC$$

II

$$BN \cdot MA = BM \cdot NC$$

$$\text{Ls } \frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{MA} = 1$$



$$\frac{AB}{BM} = \frac{BC}{BN} \quad \text{Ls } \frac{AM}{BM} = \frac{CM}{BN}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 361 &= 18 \cdot 13 \\
 \frac{x_{13}}{+13} & n! + (n+1)! + (n+2)! = n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1) \cdot (n+2) = \\
 \frac{+13}{361} &= n! (1 + n+1 + (n+1) \cdot (n+2)) = \\
 &= n! (1 + n+1 + n^2 + 2n + n+2) = \\
 &\simeq n! (n^2 + 4n + 9) = n! (n+2)^2
 \end{aligned}$$

74

$$\begin{aligned}
 a-2 & a-1 \quad 0 \\
 (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 &= a^2 + 4a + 9 + a^2 - 2a + 1 + \\
 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 9 &= 5a^2 + 20 \\
 5a^2 + 20 - 20 &\simeq 5a^2
 \end{aligned}$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 2 = 5 \cdot 200 = 1000 = 10^3$$

$$\begin{aligned}
 &5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \\
 &\sqrt{t^2 - 2t - 3 + 6} \geq \sqrt{t^2 - 2t - 3 + 2t - 7} + \sqrt{7 - 2t} \quad t \geq 1/2 \quad t \geq 0 \\
 &(t-3)(t+1) \quad [-\infty, -1] \cup [3, +\infty)
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} t \geq 1/2 \quad t \geq 0 \\ t \geq 0 \end{cases} \quad t \geq 0$$

$$t \geq 0 \Rightarrow t \leq 3,5$$

$$23 \sqrt{t^2 - 2t - 3 + 6} \geq \sqrt{t^2 - 2t - 3 + 6 + 2t - 7} + \sqrt{7 - 2t} \quad t \leq 0 \quad t \geq 0 + 5$$

$$|t| \geq |t + \sqrt{t+1} - \sqrt{t}| \Leftrightarrow |t| \geq |t + \sqrt{t+1}|$$

$$\cos |t| - \cos |t| \geq |t + \sqrt{t+1}| \Leftrightarrow t + \sqrt{t+1} \geq |t + \sqrt{t+1}|$$