



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. найти n - ?, при котором $n! + (n+1)! + (n+2)! \div 361$

$$361 = 19 \cdot 19$$

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) = \\ &= n! (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) = n! (1 + n + 1 + n^2 + 2n + n + 2) = \\ &= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \end{aligned}$$

Умно 19-кратно, тогда для того, чтобы $n! (n+2)^2$ делилось на 361, необходимо, чтобы в нём было как минимум два фактора множителя 19.

Наименьшее n , при котором это достигается: 17.

Если $n < 17$, то в $n!$ не будет множителя 19 и в $(n+2)^2$ тоже не будет множителя 19

$$17! (17+2)^2 = 17! \cdot 19 \cdot 19 \div 361$$

Ответ: наименьшее $n = 17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

$a-2, a-1, a, a+1, a+2$ — пять последовательных натуральных чисел

Площа:

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 20 = N^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 - 20 = N^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5a^2 + 20 - 20 = N^3 \Leftrightarrow 5a^2 = N^3$$

Числа a и N — натуральные, поэтому наименьшее значение a

числа a^2 точно должно содержать как минимум две пятерки в своей разрядной записи.

~~Например~~ $a^2 = 5 \cdot 5$, тогда $N^3 = 5^3 \Leftrightarrow N = 5$ — не подходит, т.к. по условию $N > 6$.

$$a^2 = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \text{ — не подходит, тогда следующие варианты}$$

$$a^2 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\text{тогда: } 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = N^3 \Leftrightarrow N = 5 \cdot 2 \cdot 2 \Leftrightarrow N = 20$$

Итак, наименьшее $N = 20$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3.

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-7| + |7-2x|$$

$$\Leftrightarrow |\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-7| + |2x-7| \quad \begin{matrix} t = \sqrt{x^2-2x-3}+6, t \geq 6 \\ V = 2x-7 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow |t| \geq |t+V| + |V| \quad \Leftrightarrow t - |V| \geq |t+V|$$

Если $V > 0$, то это неравенство можно и переписать,
т.е. $t - |V| \leq t$, а $|t+V| > t$, т.е. $V \leq 0$

$$\begin{cases} V \leq 0 \\ t+V \geq |t+V| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V \leq 0 \\ t+V \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-7 \leq 0 \\ \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 7-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-7 \leq 0 \\ \sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3,5 \\ x^2-2x-3 \geq 0 \\ 1-2x \leq 0 \\ x^2-2x-3 \geq (1-2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3,5 \\ (x-3)(x+1) \geq 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2-2x+4 \leq 0 \end{cases}$$

$3x^2-2x+4 \leq 0$ - бинарный квадрат $D = 4-48 < 0$, т.е. только комплексные корни.)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3,5 \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

ответ: $[3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$x^2 - 6x + a \leq 8 \Leftrightarrow x^2 - 6x + a - 8 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [3 - \sqrt{9 - (a-8)}, 3 + \sqrt{9 - (a-8)}]$$

$$\Leftrightarrow x \in [3 - \sqrt{17 - a}; 3 + \sqrt{17 - a}], \text{ при всех таких } x \text{ выполняется}$$

хотя бы одно из условий равно 8, а само 8 выполняется при

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17 - a}}{1}$$

$x^2 + y^2 = a^2$ задаём окружность (центром в $(0; 0)$ и радиусом a или $-a$)

(a > 0) (a < 0)

1) $\nexists a \geq 0$

попробуем найти $x \in [-a; a]$. Для того, чтобы для любого x выполнялось $x^2 - 6x + a \leq 8$ и найдем x такой, что $x^2 - 6x + a \leq 8$ не выполняется:

$$\begin{cases} -a = 3 - \sqrt{17 - a} \\ 3 + \sqrt{17 - a} \geq a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 = \sqrt{17 - a} \\ a - 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3 = \sqrt{17 - a} \\ a + 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{cases}$$

и получим, что $\sqrt{17 - a} \geq a + 3 > a - 3 = \sqrt{17 - a}$ (!?)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+3)^2 = 17 - a \\ a \geq -3 \\ a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17 - a \\ a - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 6a + 5 = 17 - a \\ -3 \leq a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17 - a \\ a \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 7a - 12 \leq 0 \\ -3 \leq a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17 - a \\ a \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ a = 1 \\ -3 \leq a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17 - a \\ a \leq 3 \end{cases}$$

2) $a = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $x \neq 0$ когда $x \in [a; -a]$

для выполнения условия нужно:

$$\begin{cases} a = 3 - \sqrt{17-a} \\ 3 + \sqrt{17-a} \leq -a \\ -a = 3 + \sqrt{17-a} \\ 3 - \sqrt{17-a} \leq 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3-a = \sqrt{17-a} \\ -a-3 \leq \sqrt{17-a} \\ -a-3 = \sqrt{17-a} \\ 3-a \leq \sqrt{17-a} \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a^2 - 6a + 9 = 17-a \\ (a+3)^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases}$$

и минимизируем, т.е. $\sqrt{17-a} \geq 3-a > -3-a = \sqrt{17-a}$ (!!)

$$\begin{cases} a \leq 3 \\ |3-a|^2 = 17-a \\ |1-a-3|^2 \leq 17-a \\ -a-3 \leq 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a^2 - 6a + 9 = 17-a \\ (a+3)^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a^2 - 5a - 8 = 0 \\ (a+3)^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 3 \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \\ (a+3)^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases} \quad (*) \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} - \text{нельзя, т.к. } a < 0 \\ a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \end{cases} \quad \text{и} \quad a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

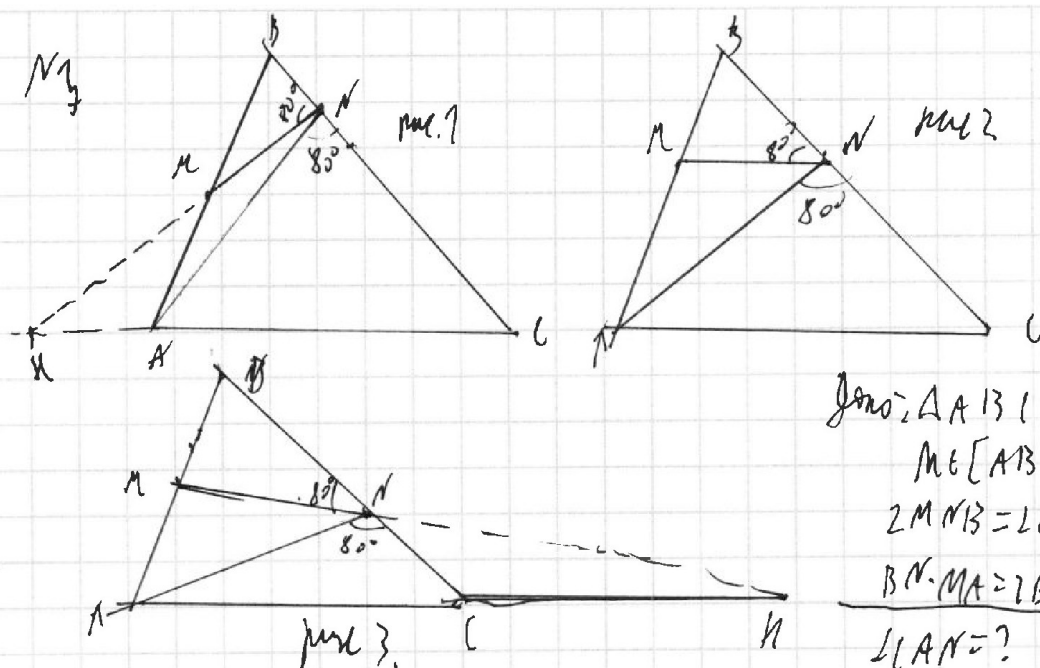
$$\sqrt{57} < 8 \text{ и } -\sqrt{57} > -8 \Rightarrow 5 - \sqrt{57} > -3 \Rightarrow \frac{5 - \sqrt{57}}{2} > -\frac{3}{2} > -3 \quad (*)$$

Итак: при $a \in \left\{ \frac{5 - \sqrt{57}}{2}, 1 \right\}$

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



доказано: AA BB
 $M \in [AB], N \in [BC]$
 $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$
 $BN \cdot MA = BM \cdot NC$
 $\angle CAN = ?$

10) Заполните значения параметров m и n .

1) рис. 1. прямая MN пересекает продолжение AC за точкой A в точке K.

По теореме Менелая:

$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

по условию:

$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AK}{KC} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow AK = 2KC \quad (!) \text{ т.к. } K \text{ лежит на продолжении } A, \text{ т.е. } KC > AK$$

2) рис. 2. $MN \parallel AC$

из равенства $\triangle MBN$ и $\triangle ABC$:

$$\frac{AB}{MB} = \frac{BC}{BN} \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{MC}{BN} \Rightarrow \frac{AM \cdot BN}{BM \cdot MC} = 1$$

по условию:

$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = 1 \quad (!)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) рис. 3. прямая MN пересекает прямую AC в точке K в точке K .

По теореме Менелая:

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CK}{AK} = 1 \quad \left| \begin{array}{l} \text{по условию:} \\ \frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{CK}{AK} = \frac{1}{2} \Rightarrow CK = 4 \text{ км} \Rightarrow AK = 8 \text{ км} \Rightarrow CK = 4 \text{ км}$$

$$\angle CNK = \angle ANB \text{ (вертикальные)} \quad \left| \begin{array}{l} \angle ANB = \angle AKC \text{ (по условию)} \end{array} \right. \Rightarrow \angle CNK = \angle AKC$$

$$\angle CNK = \angle AKC \quad \left| \begin{array}{l} CK = AC \\ \text{т.к. } AC = CK \text{ - задано условием} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ANK - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle NKA = 50^\circ$$

$$\angle NKA = 50^\circ \quad \left| \begin{array}{l} \angle AKC = 80^\circ \text{ (по условию)} \end{array} \right. \Rightarrow \angle KAN = 50^\circ - 80^\circ = 70^\circ$$

Ответ: $\angle KAN = 70^\circ$

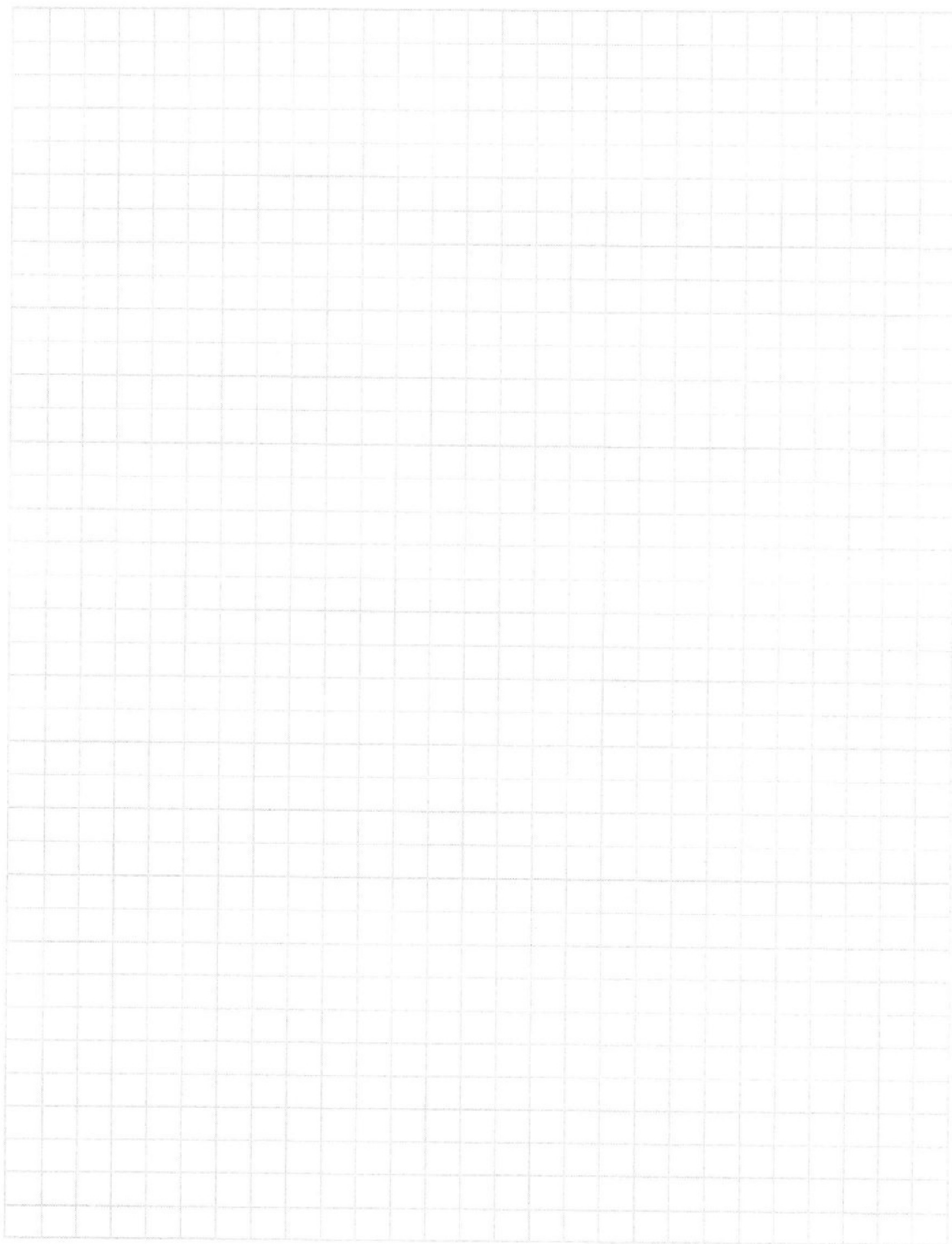


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a \leq 17 \\ a \geq -3 \\ a \geq 0 \\ (a+3)^2 = 17-a \end{cases}$$

$$a < 0$$

$$x \in [\varnothing; -a]$$

$$x \in [3 - \sqrt{17-a}; 3 + \sqrt{17-a}]$$

$$1) \begin{cases} a = 3 - \sqrt{17-a} \\ 3 + \sqrt{17-a} \geq -a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3-a = \sqrt{17-a} \\ \sqrt{17-a} \geq -3-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ a \leq 3 \\ 13-a^2 = 17-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ a^2 - 6a + 3 = 17-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ a^2 - 5a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{25+32}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\sqrt{17 - \frac{5 - \sqrt{57}}{2}} \geq -3 - \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\sqrt{57} > 17 \text{ и } -\sqrt{57} < -\frac{7}{2} \text{ и } \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < \frac{3}{2}$$

$$-a$$

$$-a = 3 + \sqrt{17-a}$$

$$-a-3 = \sqrt{17-a}$$

$$a-3 \geq 0$$

$$\begin{cases} a-3 \geq 0 \\ a^2 + 6a + 3 = 17-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq -3 \\ a^2 + 7a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$a = -8$$

$$83 \equiv 7$$

$$a-3 = \sqrt{17-a}$$

$$\begin{cases} a \geq 3 \\ a^2 - 6a + 3 = 17-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq 3 \\ a^2 = \end{cases}$$

$$45 + 72 = 117$$

$$117 + 45 = 162$$

$$15 \cdot 21 \cdot 73 \cdot 2420 \quad 73 \cdot 2^5 = 15 \cdot 25 / (5 \cdot 45)$$

$$45 - 38 \geq 7$$

$$38 \cdot 128$$

$$45 \equiv 7$$

$$\begin{cases} 5 \equiv 12 \\ 5 \equiv 7 \\ 5 \equiv 15 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 7 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq (7 - 2x)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 49 - 28x + 4x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 26x + 52 \leq 0$$

$\Leftrightarrow$

$$3x^2 - 26x + 52 = 0 \Rightarrow x = \frac{23 \pm \sqrt{169 - 756}}{3} \Leftrightarrow x \geq \frac{23 + \sqrt{13}}{3}$$

1 0 1 0

(3; 83)

$6 \geq 5 + 1$

$$25 \cdot 2^x + 2015 \geq 4$$

$$5:2 = 2.5 \quad +1 \cdot 1$$

$$25 \cdot 2^x = (5 - 45)(5 + 45)$$

$$38 + 45 = 83$$

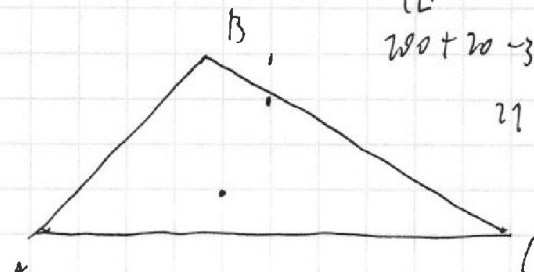
$$1 - 2x < 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 46| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 46 + 2x - 7| \cdot 4 \cdot |7 - 2x|$$

$$|t| \geq |t + v| + |v| \Leftrightarrow |t| - |v| \geq |t + v| \Rightarrow t - |v| \geq |t + v|$$

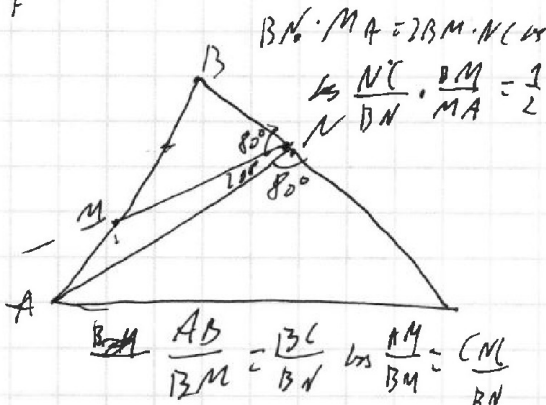
$$\Leftrightarrow \begin{cases} v \leq 0 \\ t + v \geq |t + v| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v \leq 0 \\ t + v \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v \leq 0 \\ t \geq -v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 4 \leq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 7 - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 \leq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 7 - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3.5 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - 2x - 3 \geq 7 - 4x + 4x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3.5 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 2x + 4 \leq 0 \end{cases}$$



$$\frac{AN}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AH}{HC} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{AH}{HC} = 1 \Rightarrow 2HC = AH$$



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\Leftrightarrow \frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{MA} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AB}{BM} = \frac{BC}{BN} \Leftrightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{CN}{BN}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$361 = 18 \cdot 19$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ + 180 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) =$$

$$= n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) =$$

$$= n! (1 + n + 1 + n^2 + 2n + 2) =$$

$$= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2$$

19

$$a-2 \quad a-1 \quad a \quad a+1 \quad a+2$$

$$(a+2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = a^2 + 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 +$$

$$+ a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 = 5a^2 + 20$$

$$5a^2 + 20 - 20 = 5a^2$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 2 = 5 \cdot 200 = 1000 = 10^3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3 + 6} \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3 + 2x - 1} + \sqrt{7 - 2x + 1}$$

$$[(x-3)(x+1)] \quad [-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$2x \sqrt{x^2 - 2x - 3 + 6} \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3 + 6 + 2x - 1} + \sqrt{7 - 2x + 1}$$

$$|t| \geq |t + \sqrt{4}| - \sqrt{4} \Leftrightarrow |t| \geq |t + \sqrt{4}| + \sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow |t| - \sqrt{4} \geq |t + \sqrt{4}| \Leftrightarrow t + \sqrt{4} \geq |t + \sqrt{4}|$$

$$\begin{array}{l} x \geq |a|/2 \\ a \geq 0 \\ a \leq 0 \\ a \geq 1/2 \\ a \leq -1/2 \end{array}$$

$$x \in [0; 1] \cup [3; 5]$$

$$V \leq 0$$

$$6 \geq 3 + 5$$