МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9

1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n!+(n+1)!+(n+2)!$ делится на 361?

2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N, большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N.

3. [4 балла] Решите неравенство
$$\left|\sqrt{x^2-2x-3}+6\right| \geqslant \left|\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1\right|+|7-2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1;50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.

5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x;y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19\cdot 2^x+2025=y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy, задаваемых уравнением $x^2+y^2=a^2$, наибольшее значение выражения x^2-6x+a равно 8.

7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB=\angle ANC=80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN\cdot MA=2BM\cdot NC$.

№1

$n!+(n+1)!+(n+2)! = n! + n!\cdot(n+1) + n!\cdot(n+1)(n+2) =$

$= n!(1+n+1+n^2+3n+2) = n!(n^2+4n+4) = n!(n+2)^2$

Заметим, что $361 = 19^2$. Если $n \le 16$, то каждый из множителей $1, 2, 3, \ldots, n, n+2$ меньше 19 (при этом все $\in \mathbb{N}$) $\Rightarrow$ $n!(n+2)^2$ не делится на 19. (19 — простое число)

Значит, ~~наи~~наименьшее n, при котором $n!(n+2)^2$ может делиться на 19, хотя бы 17.

При $n=17$ $n!(n+2)^2 = 17!\cdot 19^2 \vdots 19^2$

Ответ: $n = 17$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

Пусть, наименьшее из пяти последовательных натуральных чисел n. Тогда:

$-10+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2+(n+4)^2 = N^3$, где $N \in \mathbb{N}$ $\quad N \geq 7$

$-10+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2+(n+4)^2 = n^2 + (n^2+2n+1)+(n^2+4n+4)+(n^2+6n+9)+$

$+(n^2+8n+16) - 10 = 5n^2+20n+20 = 5(n^2+4n+4) = 5(n+2)^2 = N^3$

$\Rightarrow N^3 \vdots 5 \Rightarrow N \vdots 5 \Rightarrow N^3 \vdots 5^3 \Rightarrow (n+2)^2 \vdots 5^2 \Rightarrow n+2 \vdots 5$

Пусть, $n+2=5K$, где $K \in \mathbb{N}$. $\quad 5\cdot(5K)^2 = 5^3K^2 = N^3$

$K^2 = \left(\frac{N}{5}\right)^3$. Если K не является кубом натурального числа, то при извлечении $\sqrt[3]{\ }$ из обеих частей получим что $\frac{N}{5} \in \mathbb{N}$ равно $\sqrt[3]{K^2} = (\sqrt[3]{K})^2 \notin \mathbb{N}$. Противоречие.

Значит, K – куб натурального числа. Переберём K:

$K=1=1^3$: $\quad N=\sqrt[3]{K^2}\cdot 5 = 5 < 7$

$K=8=2^3$: $\quad N=\sqrt[3]{K^2}\cdot 5 = 20 \geq 7$

Заметим, что чем больше K, тем больше N. Для наим. $K=1^3$ $\quad N=5<7$ не подошло по условию.

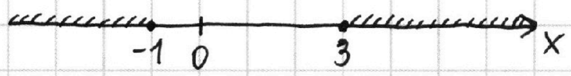
Следующее $K=2^3$ $\quad N=20\geq 7$ подошло $\Rightarrow$ наим. $N=20$

Ответ: $N=20$

№3

$$\left|\sqrt{x^2-2x-3}+6\right| \geq \left|\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1\right| + |7-2x|$$

ОДЗ: $x^2-2x-3\geq 0$ $\quad (x+1)(x-3)\geq 0 \quad x\in(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$



Заметим, что $\left|\sqrt{x^2-2x-3}+6\right| = \sqrt{x^2-2x-3}+6$ и $|7-2x|=|2x-7|$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \left|\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1\right| + |2x-7|$$

Посмотрим, когда $\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1\geq 0$

$\sqrt{x^2-2x-3}\geq 1-2x$

Если $1-2x<0$, то нер-во выполнено, т.к. корень больше отрицательного числа. ($x>0,5$) или $x\in[3;+\infty)$ с учётом ОДЗ)

Иначе (если $x\leq 0,5$, или, с учётом ОДЗ, $x\in(-\infty;-1]$) можно возвести обе части в квадрат:

$x^2-2x-3\geq 1-4x+4x^2 \qquad 3x^2-2x+4\leq 0$

$\qquad D=4-4\cdot 4\cdot 3<0$

$3x^2-2x+4$ – парабола ветвями вверх, не пересекающая ось абсцисс (т.к. $D<0$), значит она никогда не бывает ≤ 0. Итого получили, что $\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1\geq 0$ при $x\in[3;+\infty)$.

Раскроем модули для интервалов x:

1) $x\in(-\infty;-1]$

$\sqrt{x^2-2x-3}+6\geq -\sqrt{x^2-2x-3}-2x+1-2x+7$

$2\sqrt{x^2-2x-3}\geq -4x+2 \qquad \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1\geq 0$

Как мы доказали ранее, это нер-во выполняется при $x\in[3;+\infty)$. $\quad [-\infty;1]\cap[3;+\infty)=\varnothing$

2) $x\in[3;3,5)$:

$\cancel{\sqrt{x^2-2x-3}}+6\geq \cancel{\sqrt{x^2-2x-3}}+\cancel{2x}-1-\cancel{2x}+7 \qquad 6\geq 6$ – выполнено для всех $x\in[3;3,5)$

3) $x\in[3,5;+\infty)$: $\quad 6\geq 2x-1+2x-7 \qquad 4x\leq 14 \qquad x\leq 3,5$

$x=3,5$ – тоже подходит

Ответ: $x\in[3;3,5]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

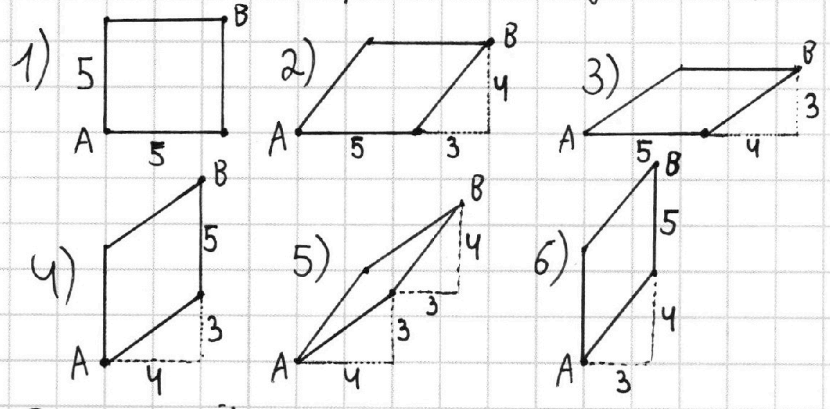
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Пусть (x_1, y_1) и (x_2, y_2) – координаты вершин одного ромба, лежащих на 1 стороне. Тогда, $(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=5^2$

Т.к. $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{N}$, $\overset{=\Delta x}{x_1-x_2}$ и $\overset{=\Delta y}{y_1-y_2} \in \mathbb{Z}$. В целых числах у этого уравнения решения $(\pm5;0)$; $(0;\pm5)$, $(\pm3;\pm4)$, $(\pm4;\pm3)$ – это скобки вида $(\Delta x;\Delta y)$. Тогда, всего есть 6 видов различных ромбов:

($\forall$ ромб со сторонами 5 и целыми коорд. вершин при параллельном переносе совпадёт с одним из следующих)



Для подсчёта количества ромбов каждого вида, для каждого вида ромба посмотрим на координаты вектора $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB}(x_0, y_0) \Rightarrow$ кол-во ромбов этого вида $(50-x_0)(50-y_0)=50^2-(x_0+y_0)+x_0y_0$

1) $x_0=5,\ y_0=5,\ x_0+y_0=10,\ x_0y_0=25$
2) $x_0=8,\ y_0=4,\ x_0+y_0=12,\ x_0y_0=32$
3) $x_0=9,\ y_0=3,\ x_0+y_0=12,\ x_0y_0=27$
4) $x_0=4,\ y_0=8,\ x_0+y_0=12,\ x_0y_0=32$
5) $x_0=7,\ y_0=7,\ x_0+y_0=14,\ x_0y_0=49$
6) $x_0=3,\ y_0=9,\ x_0+y_0=12,\ x_0y_0=27$

$\Sigma = 6\cdot50^2-72+192=15120$ – всего ромбов

Ответ: 15120

№5

$19\cdot 2^x+2025=y^2 \qquad 19\cdot 2^x=y^2-2025$

При всех $x\in\mathbb{Z}$ $\quad 19\cdot 2^x>0 \Rightarrow y^2>2025 \quad |y|>45$

И т.к. $y\in\mathbb{Z}$ $\quad |y|\geq 46$

$19\cdot 2^x=y^2-2025=|y|^2-2025\geq 46^2-45^2=91$

Если ~~19~~ $x\leq 0$, то $19\cdot 2^x\leq 19$, чего быть не может, т.к. $19\cdot 2^x\geq 91 \Rightarrow x\in\mathbb{N}$

$19\cdot 2^x=y^2-45^2=(y-45)(y+45)$

$K\in\mathbb{Z}$ $\quad 0\leq K\leq x$. Возможно 2 случая:

1) $\begin{cases} y-45=2^K & (1)\\ y+45=2^{x-K}\cdot 19 & (2)\end{cases}$

$(2)-(1)$: $\quad 90=2^{x-K}\cdot 19+2^K$. Заметим, что если $\begin{cases}K\geq 2\\ x-K\geq 2\end{cases}$, то левая часть $\not\vdots\, 4$, а правая $\vdots\, 4$. Значит, $\left[\begin{array}{l}K\in\{0;1\}\\ x-K\in\{0;1\}\end{array}\right.$

$K=0$; $y=46$; ~~91~~ $91=2^{x-K}\cdot 19$, но $91\not\vdots\, 19$ $\varnothing$

$K=1$; $y=47$; $92=2^{x-K}\cdot 19$; $92\not\vdots\, 19$ $\varnothing$

$x-K=0$; $y=19-45$; $|y|<46$ $\varnothing$

$x-K=1$; $y=38-45$; $|y|<46$ $\varnothing$

2) $\begin{cases} y-45=2^{x-K}\cdot 19\\ y+45=2^K\end{cases}$ Получаем условие, как и в п. 1 $\left[\begin{array}{l}K\in\{0;1\}\\ x-K\in\{0;1\}\end{array}\right.$

$K=0$; $y=-44$; $|y|<46$ $\varnothing$

$K=1$; $y=-43$; $|y|<46$ $\varnothing$

$x-K=0$; $y=45+19=64$; $y+45=64+45\not\vdots\, 2$ $\varnothing$

$x-K=1$; $y=45+38=83$; $y+45=128=2^7=2^K$; $K=7$ $\quad x=8$ $(x-K=1)$; $(8;83)$

Ответ: $(8;83)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

Ур-ие $x^2+y^2=a^2$ задаёт на плоскости Oxy

Окружность с центром в точке $(0;0)$ и радиусом $|a|$.

$\Rightarrow x \in [-|a|; |a|]$

$f(x) = x^2-6x+a$ - парабола ветвями вверх. Её

наибольшее значение на промежутке $x \in [-|a|;|a|]$

равно $\max(f(|a|), f(-|a|)) = \max(a^2-6|a|+a,$

$a^2+6|a|+a) = a^2+6|a|+a = 8$

1) $a \geq 0$: $a^2+7a-8=0$ $\quad D=49+32=81=9^2$

$a = \frac{-7\pm 9}{2} = \left[\begin{array}{l} 1 \\ -8<0 \text{ - не подходит} \end{array}\right.$

$a=1$

2) $a<0$: $a^2-5a-8=0$ $\quad D=25+32=57$

$a = \frac{5\pm\sqrt{57}}{2} = \left[\begin{array}{l} \frac{5+\sqrt{57}}{2}>0 \text{ - не подходит} \\ \frac{5-\sqrt{57}}{2}<0 \end{array}\right.$

$a = \frac{5-\sqrt{57}}{2}$

Ответ: $a=1;\ \frac{5-\sqrt{57}}{2}$

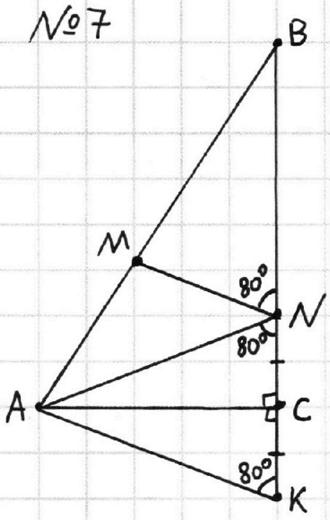
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7



Продлим NC за точку C на свою длину. Получим точку K ($NK=2NC$)

$BN\cdot MA=2BM\cdot NC= BM\cdot 2NC=BM\cdot NK$

$\frac{MA}{BM}=\frac{NK}{BN}$ $|+1$

$\frac{AB}{BM}=\frac{BK}{BN}$ $\qquad$ $\frac{BM}{AB}=\frac{BN}{BK}$

$\frac{BM}{AB}=\frac{BN}{BK}$ и $\angle MBN=\angle ABK \Rightarrow \triangle MBN \sim \triangle ABK$

$\Rightarrow \angle AKB=\angle MNB=80^\circ \Rightarrow \triangle ANK$ – равнобедренный и

т.к. AC – его медиана, она и высота $\Rightarrow \angle ACN=90^\circ$

$\angle CAN=180^\circ-\angle ANC-\angle ACN=10^\circ$

Ответ: $\angle CAN=10^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

(1) $n! + (n+1)! + (n+2)! \,\vdots\, 361$

$n!\,(1+n+1+(n+2)(n+1)) = n!\,(1+n+1+n^2+3n+2) = n!\,(n^2+4n+4) =$

$= n!\,(n+2)^2 \,\vdots\, 361$ $\quad 361 = 19^2 \quad \sqrt{361}$

$n = 17$

(2) $n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2+(n+4)^2-10 =$

$= N^3 \qquad N \geq 7$

$n^2+(n^2+2n+1)+(n^2+4n+4)+(n^2+6n+9)+(n^2+8n+16)-10 =$

$= 5n^2+20n+30-10 = 5n^2+20n+20 = 5(n^2+4n+4) = 5(n+2)^2$

$n+2 \,\vdots\, 5 \qquad n+2=5K \qquad n \equiv_5 3$

$5^3 \cdot K^2$

$K=1: n=3: \; N=5<6$

$K=2: n=8: \; 5\cdot 10^2$ – не куб

$K=3: n=13: \; 5\cdot 5\cdot 3^2$

...

$N_{min} = 20$

$K=8 \quad n=38 \qquad 5^3\cdot 8^2 = 5^3\cdot 2^6 = (5\cdot 2^2)^3 = 20^3$

(3) $\left|\sqrt{x^2-2x-3}+6\right| \geq \left|\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1\right| + |7-2x|$

$|2x-7|$ $\quad x=3,5$

ОДЗ: $x^2-2x-3 \geq 0$

$(x-3)(x+1) \geq 0$

$x \in (-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$

$2x-1 \geq 0$

$x \geq$

$y-45 = 2^K$

$y+45 = 2^{x-K}\cdot 19$

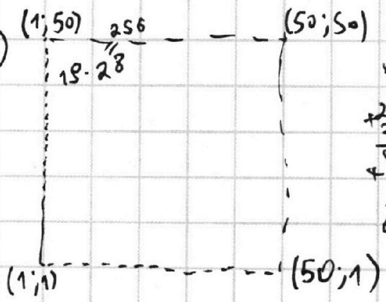
$19\cdot 2^x = (y-45)(y+45) > 0$

$x \in N$ $\quad |y|>45$

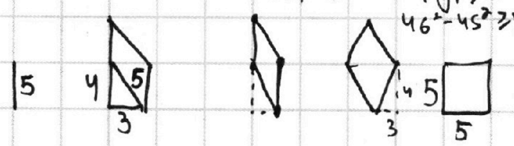
$|y| \geq 46$

$46^2-45^2 \geq 91$

(4)



$19\cdot 2^8$



$2025 = 45^2 = 3^4\cdot 5^2$

(5) $19\cdot 2^x + 2025 = y^2$

~~$x=4$~~ $\qquad$ ~~$x \geq 2$~~

x – чёт $\quad x=2K$

~~mod 4: $0+2025=y^2$~~

$19\cdot 4^K + 2025 = y^2$

mod 5: $(-1)^K \equiv y^2$

mod 7: $-2\cdot 2^x + 2 \equiv_7 y^2$

$2(1-2^x) \to 0 \quad x \,\vdots\, 3$

$2^3 \equiv_7 1$

$\to -2 \quad x \equiv_3 1$

$\to -6 \quad x \equiv_3 2$

$y^2 \equiv_{19} 1$

$\boxed{y \equiv_{19} \pm 7}$

$\boxed{y^2 \equiv_{19} 11}$

$\boxed{y \equiv_{11} \pm 1}$

$y^2 \equiv_{11} 1$

y^2 mod 7

y	y^2 mod 7
0	0
1	1
2	4
3	2

$-3 \equiv 4$

$-2 \equiv 5$

$-1 \equiv 6$

0, 1, 2, 4

y	y^2 mod 11
0	0
1	1
2	4
3	9
4	5
5	3

$-5 \equiv 6$

y	y^2 mod 19
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	6
6	17
7	11
8	7
9	5

$2025 = 45^2$

a^2+2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

(5) $19\cdot 2^x = y^2 - 2025 = (y-45)(y+45) > 0$

$|y| \geq 46 \quad x \in \mathbb{N}$

1) $\begin{cases} y-45 = 2^k \\ y+45 = 2^{x-k}\cdot 19 \end{cases}$ $\quad 90 = 19\cdot 2^{x-k} - 2^k$

$k > x-k \quad 90 = 2^{x-k}(19-2$ $\quad k \leq x-k \quad 90 = 2(...($

Если $k \geq 2$ и $x-k \geq 2$, то ∅

$k=1$, $y=47$, $92 = 2^{x-1}\cdot 19$ $\quad x-k=1$, $y+45=38$ ∅

2) $\begin{cases} y-45 = 2^{x-k}\cdot 19 \\ y+45 = 2^k \end{cases}$ $\quad k=1$, $y+45=2$ ∅ $\quad x-k=1$, $y-45=38$, $y=83$

$x-k=7$

$x=8$

$(8;83)$

$10+12\cdot 4+14 = 72-8 = 72$

(6) $x^2+y^2=a^2$

x^2-6x+a $\quad x_0 = \frac{6}{2} = 3$

$\max = 8$

$x \in [-|a|, |a|]$

$25+32+27+45+27$

$x = |a|$

$\max(a^2 - 6|a| + a,\ a^2+6|a|+a) = 8$

$a^2+6|a|+a > a^2-6|a|+a$

$a^2+6|a|+a = 8$

$a \geq 0$

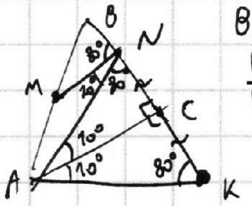
(7) $BN\cdot MA = 2BM\cdot NC$

$\frac{BN}{BM} = \frac{2NC}{MA}$ $\quad \frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$

$\frac{BK}{BN} = \frac{AB}{BM}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB} \Rightarrow \triangle BMN \sim \triangle BAK$

$10°$



(6) $a^2+6|a|+a=8$

$a \geq 0$: $a^2+7a-8=0$, $D = 49+4\cdot 8 = 81$, $a = \frac{-7\pm 9}{2} = \left[\begin{array}{l} 1>0 \\ -8<0 \end{array}\right.$

$a<0$: $a^2-5a-8=0$, $D = 25+4\cdot 8 = 57$, $a = \frac{5\pm\sqrt{57}}{2} = \left[\begin{array}{l} \frac{5+\sqrt{57}}{2} > 0 \\ \frac{5-\sqrt{57}}{2} < 0 \end{array}\right.$

$\boxed{\text{при } a = 1;\ \frac{5-\sqrt{57}}{2}}$

$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1$

$3x^2-2x+4 \leq 0$

$D = 4-4\cdot 4\cdot 3 < 0$

(3) $|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$

$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |2x-7|$

$x^2-2x-3 \geq 0$

$(x+1)(x-3) \geq 0$

$x \in [3;3{,}5)$ $\quad x \in [3{,}5;+\infty)$

$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{...}+2x-1-2x+7$ $\quad 6 \geq 2x-1+2x-7$

$6 \geq 6$ верно. $\quad 4x \leq 14$, $x \leq 3{,}5$ $\quad x=3{,}5$

$(x-1)^2-4$

$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0$

$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1$

$3x^2-2x+4 \leq 0$

$\boxed{x \in [3;3{,}5]}$

$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$

если $1-2x<0$, то $\forall x$ — верно

$x \leq -1 \quad -4x+2 \geq 4+2 \geq 6$ $\quad -4x+2$

$x \in (-\infty;-1)$: $\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3}-2x+1-2x+7$

$x > 0{,}5$

иначе $3x^2-2x+4 \leq 0$ неверно $\quad D = 4-4\cdot 4\cdot 3$

$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -2x+1-2x+7-6 = -4x+2$

$\sqrt{x^2-2x-3} \geq -2x+1$