



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $n! + (n+1)! + (n+2)!$  делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа  $N$ , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 50]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $x^2 - 6x + a$  равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) = \\ &= n! (1 + n + 1 + n^2 + 3n + 2) = n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \end{aligned}$$

Заметим, что  $361 = 19^2$ . Если  $n \leq 16$ , то каждый из множителей  $1, 2, 3, \dots, n, n+2$  меньше 19 (при этом  $\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow n! (n+2)^2$  не делится на 19. (19 - простое число)

Значит, наименьшее  $n$ , при котором  $n! (n+2)^2$  может делиться на 19, хотя бы 17.

$$\text{При } n=17 \quad n! (n+2)^2 = 17! \cdot 19^2 : 19^2$$

Ответ:  $n=17$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☒3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Пусть, наименьшее из пяти последовательных натуральных чисел  $N$ . Тогда:

$$-10 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 = N^3, \text{ где } N \in \mathbb{N} \quad N \geq 7$$

$$-10 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 = n^2 + (n^2 + 2n + 1) + (n^2 + 4n + 4) + (n^2 + 6n + 9) +$$

$$+ (n^2 + 8n + 16) - 10 = 5n^2 + 20n + 20 = 5(n^2 + 4n + 4) = 5(n+2)^2 = N^3$$

$$\Rightarrow N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N^3 : 5^3 \Rightarrow (n+2)^2 : 5^2 \Rightarrow n+2 : 5$$

Пусть,  $n+2 = 5K$ , где  $K \in \mathbb{N}$ .  $5 \cdot (5K)^2 = 5^3 K^2 = N^3$

$K^2 = \left(\frac{N}{5}\right)^3$ . Если  $K$  не является кубом натурального

числа, то при извлечении  $\sqrt[3]{\phantom{x}}$  из обеих частей

получим что  $\frac{N}{5} \in \mathbb{N}$  равно  $\sqrt[3]{K^2} = (\sqrt[3]{K})^2 \notin \mathbb{N}$ . Противоречие

Значит,  $K$  - куб натурального числа. Переберём  $K$ :

$$K = 1 = 1^3 : N = \sqrt[3]{K^2} \cdot 5 = 5 < 7$$

$$K = 8 = 2^3 : N = \sqrt[3]{K^2} \cdot 5 = 20 \geq 7$$

Заметим, что чем больше  $K$ , тем больше  $N$ . Для

наим.  $K = 1^3$   $N = 5 < 7$  не подошло по условию.

Следующее  $K = 2^3$   $N = 20 \geq 7$  подошло  $\Rightarrow$  найм.  $N = 20$

Ответ:  $N = 20$

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

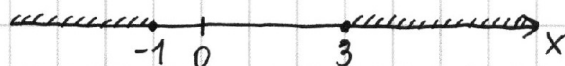
СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N° 3

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$O\partial 3: x^2-2x-3 \geq 0 \quad (x+1)(x-3) \geq 0 \quad x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$



Заметим, что  $|\sqrt{x^2-2x-3}+6| = \sqrt{x^2-2x-3}+6$  и  $|7-2x| = |2x-7|$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |2x-7|$$

Посмотрим, когда  $\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0$   
 $\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$

Если  $1-2x < 0$ , то нер-во выполнено, т.к. корень функции отрицательного числа. ( $x > 0,5$ ) или  $x \in [3; +\infty)$  с учётом  $O\partial 3$ )  
 Иначе (если  $x \leq 0,5$ , или, с учётом  $O\partial 3$ ,  $x \in (-\infty; -1]$ ) можно возвести обе части в квадрат:

$$x^2-2x-3 \geq 1-4x+4x^2 \quad 3x^2-2x+4 \leq 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 3 < 0$$

$3x^2-2x+4$  — парабола ветвями вверх, не пересекающая ось абсцисс (т.к.  $D < 0$ ), значит она никогда не бывает  $\leq 0$ . Итого получили, что  $\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0$  при  $x \in [3; +\infty)$ .

Раскроем модуль для интервалов  $x$ :

$$1) x \in (-\infty; -1]$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3}-2x+1-2x+7$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x+2$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0$$

Как мы доказали ранее, это нер-во выполняется при  $x \in [3; +\infty)$ .  $(-\infty; -1] \cap [3; +\infty) = \emptyset$

$$2) x \in [3; 3,5):$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1-2x+7 \quad 6 \geq 6 - \text{выполнено для всех } x \in [3; 3,5)$$

$$3) x \in [3,5; +\infty): \quad 6 \geq 2x-1+2x-7 \quad 4x \leq 14 \quad x \leq 3,5$$

$x = 3,5$  — тоже подходит

Ответ:  $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

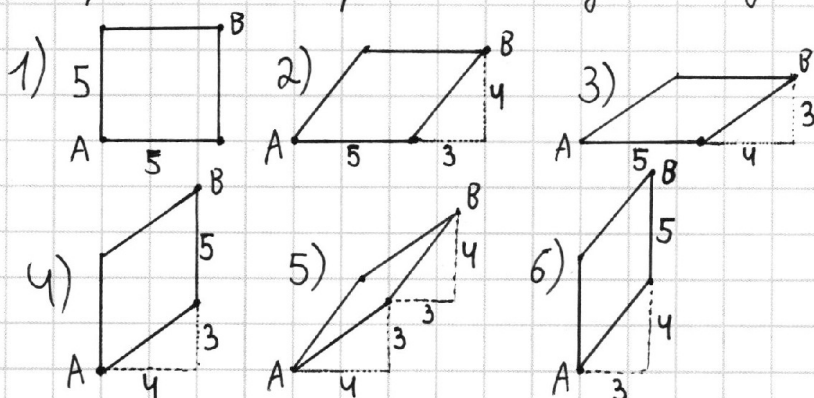
Пусть  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  - координаты вершин одного ромба, лежащих на 1 стороне. Тогда,  $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 5^2$

т.к.  $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{N}$ ,  $x_1 - x_2 \stackrel{\Delta x}{=} \Delta x$  и  $y_1 - y_2 \stackrel{\Delta y}{=} \Delta y \in \mathbb{Z}$ . В целых

числах у этого уравнения решения  $(\pm 5; 0)$ ,  $(0; \pm 5)$ ,  $(\pm 3; \pm 4)$ ,  $(\pm 4; \pm 3)$  - это всевозможные виды  $(\Delta x; \Delta y)$ . Тогда,

всего есть 6 видов различных ромбов:

(В ромб со стороной 5 и целыми координатами вершин при параллельном переносе совпадает с одним из следующих)



Для подсчета количества ромбов каждого вида, для каждого <sup>вида</sup> ромба посмотрим на координаты вектора  $\vec{AB}$ .

$\vec{AB}(x_0, y_0) \Rightarrow$  кол-во ромбов этого вида  $(50 - x_0)(50 - y_0) = 50^2 - (x_0 + y_0) + x_0 y_0$

1)  $x_0 = 5, y_0 = 5, x_0 + y_0 = 10, x_0 y_0 = 25$

2)  $x_0 = 8, y_0 = 4, x_0 + y_0 = 12, x_0 y_0 = 32$

3)  $x_0 = 9, y_0 = 3, x_0 + y_0 = 12, x_0 y_0 = 27$

4)  $x_0 = 4, y_0 = 8, x_0 + y_0 = 12, x_0 y_0 = 32$

5)  $x_0 = 7, y_0 = 7, x_0 + y_0 = 14, x_0 y_0 = 49$

6)  $x_0 = 3, y_0 = 9, x_0 + y_0 = 12, x_0 y_0 = 27$

$\Sigma = 6 \cdot 50^2 - 72 + 192 = 15120$  - всего ромбов

Ответ: 15120



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

При всех  $x \in \mathbb{Z}$   $19 \cdot 2^x > 0 \Rightarrow y^2 > 2025 \quad |y| > 45$

и т.к.  $y \in \mathbb{Z} \quad |y| \geq 46$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = |y|^2 - 2025 \geq 46^2 - 45^2 = 91$$

Если ~~то~~  $x \leq 0$ , то  $19 \cdot 2^x \leq 19$ , чего быть не может, т.к.  $19 \cdot 2^x \geq 91 \Rightarrow x \in \mathbb{N}$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2 = (y - 45)(y + 45)$$

$k \in \mathbb{Z} \quad 0 \leq k \leq x$ . Возможно 2 случая:

1)  $\begin{cases} y - 45 = 2^k & (1) \\ y + 45 = 2^{x-k} \cdot 19 & (2) \end{cases}$

(2) - (1):  $90 = 2^{x-k} \cdot 19 + 2^k$ . Заметим, что если  $\begin{cases} k \geq 2 \\ x - k \geq 2 \end{cases}$

то левая часть  $\not\equiv 4$ , а правая  $\equiv 4$ . Значит,  $\begin{cases} k \in \{0; 1\} \\ x - k \in \{0; 1\} \end{cases}$

$k = 0$   
 $y = 46$   
 $91 = 2^{x-k} \cdot 19$ ,  
но  $91 \not\equiv 19 \quad \text{Q}$

$k = 1$   
 $y = 47$   
 $92 = 2^{x-k} \cdot 19 \quad \text{Q}$

$x - k = 0$   
 $y = 19 - 45$   
 $|y| < 46 \quad \text{Q}$

$x - k = 1$   
 $y = 38 - 45$   
 $|y| < 46 \quad \text{Q}$

2)  $\begin{cases} y - 45 = 2^{x-k} \cdot 19 \\ y + 45 = 2^k \end{cases}$

Получаем условия, как и в п. 1

$k = 0$   
 $y = -44$   
 $|y| < 46 \quad \text{Q}$

$k = 1$   
 $y = -43$   
 $|y| < 46 \quad \text{Q}$

$x - k = 0$   
 $y = 45 + 19 = 64$   
 $y + 45 = 64 + 45 \neq 2^k \quad \text{Q}$

$x - k = 1$   
 $y = 45 + 38 = 83$   
 $y + 45 = 128 = 2^7 = 2^k$   
 $k = 7 \quad x = 8$   
 $(8; 83) \quad (x - k = 1)$

Ответ: (8; 83)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Ур-ие  $x^2 + y^2 = a^2$  задаёт на плоскости  $Oxy$

Окружность с центром в точке  $(0;0)$  и радиусом  $|a|$ .

$$\Rightarrow x \in [-|a|; |a|]$$

$f(x) = x^2 - 6x + a$  - парабола ветвями вверх. Её

наибольшее значение на промежутке  $x \in [-|a|; |a|]$

$$\text{равно } \max(f(|a|), f(-|a|)) = \max(a^2 - 6|a| + a, a^2 + 6|a| + a) = a^2 + 6|a| + a = 8$$

$$\begin{aligned} 1) a \geq 0: a^2 + 7a - 8 &= 0 & D &= 49 + 32 = 81 = 9^2 \\ a &= \frac{-7 \pm 9}{2} = \begin{cases} 1 \\ -8 < 0 - \text{не подходит} \end{cases} \\ a &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) a < 0: a^2 - 5a - 8 &= 0 & D &= 25 + 32 = 57 \\ a &= \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} = \begin{cases} \frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0 - \text{не подходит} \\ \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < 0 \end{cases} \\ a &= \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } a = 1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



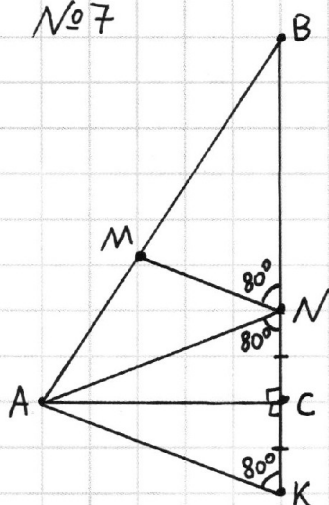
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7



Продлим NC за точку C на свою длину. Построим точку K ( $NK = 2NC$ )

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC = BM \cdot 2NC = BM \cdot NK$$

$$\frac{MA}{BM} = \frac{NK}{BN} \quad | +1$$

$$\frac{AB}{BM} = \frac{BK}{BN}$$

$$\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BK}$$

$$\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BK}$$

$$\text{и } \angle MBN = \angle ABK \Rightarrow \triangle MBN \sim \triangle ABK$$

$\Rightarrow \angle AKB = \angle MNB = 80^\circ \Rightarrow \triangle ANK$  — равнобедренный и

т.к. AC — его медиана, она и высота  $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ$

$$\angle CAN = 180^\circ - \angle ANC - \angle ACN = 10^\circ$$

Ответ:  $\angle CAN = 10^\circ$

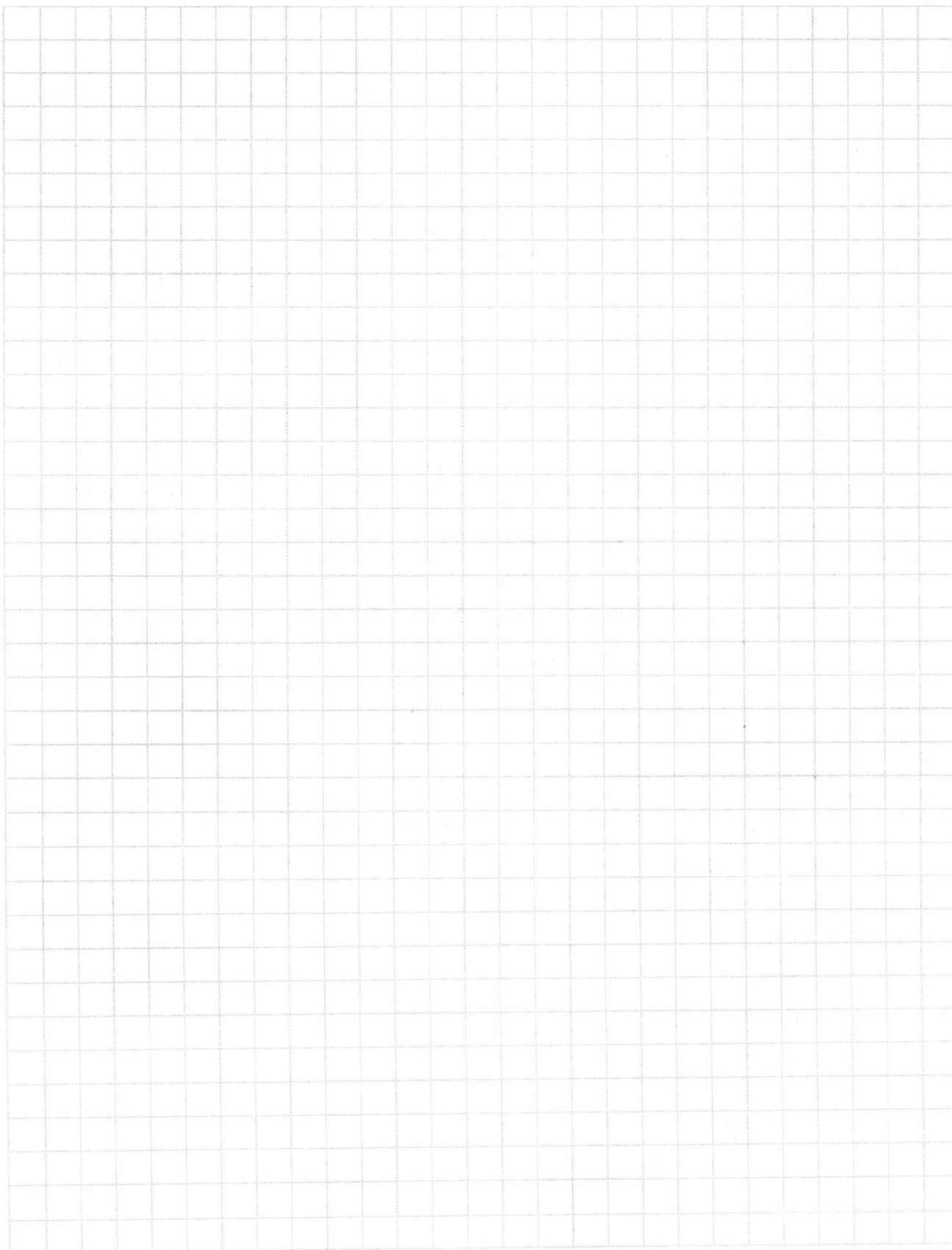


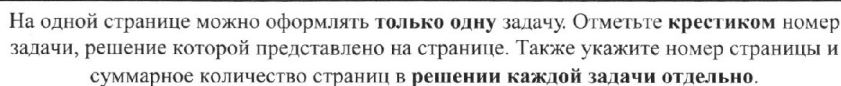
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 810 \\ \times 19 \\ \hline 1710 \\ + 1900 \\ \hline 3610 \end{array}$$

$5^3 \cdot K^2$

$k=2, n=8: 5 \cdot 10^2$  - не куб  
 $k=3, n=13: 5 \cdot 5 \cdot 3^2$

$$N = 20$$

$$K=8 \quad h=38 \quad 5^3 \cdot 8^2 = 5^3 \cdot 2^6 = (5 \cdot 2^2)^3 = 20^3$$

$$|2x - 7|$$

$$x = 3.5$$

$$2x - 1 \geq 0$$
$$x \geq \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} y-45 &= 2^k \\ y+45 &= 2^{x-k} \cdot 19 \end{aligned}$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$15 \cdot 2^x = (y-45)(y+45) > 0$$

$$x \in \mathbb{N} \quad |y| > 45$$

$$|y| \geq 46$$

$$46^2 - 45^2 \geq 9$$

④

A square is drawn on a grid. The vertices are labeled as follows: top-left is  $(1, 50)$ , top-right is  $(50, 50)$ , bottom-right is  $(50, 1)$ , and bottom-left is  $(1, 1)$ . The top side of the square is labeled  $256$ . The left side is labeled  $18$ . The bottom side is labeled  $28$ .

$$\begin{array}{r} 55 \\ + 256 \\ \hline 19 \\ + 2304 \\ \hline 256 \\ + 4864 \\ \hline 2029 \\ + 6888 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ - 18 \\ \hline 2007 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 11} \\ \underline{11} \phantom{00} \\ - 82 \phantom{00} \\ \hline \end{array}$$

1

$$2025 = 45^2 = 34.5^2$$

⑤  $19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$   
 $x=4$

$x=4$

$x = 2k$   
 $19 \cdot 4^k \equiv 20 \pmod{5}$   
 $\pmod{5}: (-1)^k \equiv 0$

mod 7:  $-2 \cdot 2^x + 2^{\frac{x+1}{2}} \equiv 0$   
 $2(1-2^{\frac{x-1}{2}}) \rightarrow 0 \quad x=3$   
 $2^{\frac{x-1}{2}} \equiv 1 \quad -2 \quad x=1$

~~$x \geq 2$~~

$$\begin{array}{r} 2025 \\ - 62 \\ \hline 1963 \end{array}$$

$$\boxed{y^2 \equiv 11 \pmod{19}}$$

$$y^2 \equiv 1$$

$$y = \frac{1}{19} \pm 7$$

$$y^2 = x^2 + 1$$

$y^2 \pmod{7}$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 15 \\ \times 7 \\ \hline 133 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 6 \\ \hline 18 \end{array}$$

$y \quad y^2 \pmod{19}$

$y^2 \pmod{7}$

2410

9

NOE-8

$$\begin{array}{r} 30 \\ -13 \\ \hline 17 \end{array}$$

0, 1, 2, 3

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 20 \\ \hline 33 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ -38 \\ \hline 11 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑤  $19 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = (y-45)(y+45) > 0$

1)  $\begin{cases} y-45 = 2^k \\ y+45 = 2^{x-k} \cdot 19 \end{cases}$

$|y| \geq 46 \quad x \in \mathbb{N}$

$90 = 19 \cdot 2^k - 2^k$

$K > x - K$

$90 = 2^{x-K} \cdot (19 - 2)$

$K \leq x - K$

$90 = 2^{x-K} \cdot 17$

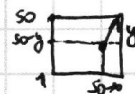
Если  $K \geq 2$  и  $x - K \geq 2$ , то  $\emptyset$

$K = 1$

$y = 47$

$32 = 2^{x-1} \cdot 19$

$y + 45 = 38$



2)  $\begin{cases} y-45 = 2^{x-K} \cdot 19 \\ y+45 = 2^{x-K} \cdot 19 \end{cases}$

$k = 1$

$x - K = 1$

$y - 45 = 38$

$y = 83$



$(8; 83)$

$10 + 12 \cdot 4 + 14 =$

$= 72 - 8 = 64$

$x \in [-|a|, |a|]$

$25 + 32 + 27 + 43 + 27$

⑥  $x^2 + y^2 = a^2$

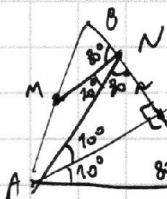
$x^2 - 6x + a$

$\max = 8$

$x_0 = \frac{6}{2} = 3$



⑦



$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$\frac{BN}{BM} = \frac{2NC}{MA}$

$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$

$\frac{BK}{BN} = \frac{AB}{BM}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB} \Rightarrow \triangle BMN \sim \triangle BAK$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

$\frac{BN}{BK} = \frac{BM}{AB}$

⑧  $a^2 + 6|a| + a = 8$

$a \geq 0$

$a^2 + 7a - 8 = 0$   
 $\Delta = 49 + 32 = 81$   
 $a = \frac{-7 \pm 9}{2}$   
 $a = 1$   
 $a = -8$

$a < 0$

$a^2 - 5a - 8 = 0$   
 $\Delta = 25 + 32 = 57$   
 $a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$

$x^2 + y^2 = 5$

или  $a = 1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$

⑨  $|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$

$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |2x - 7|$

$x \in [3; 5]$

$x \in [3; 5; +\infty)$

$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1$

$6 \geq 2x - 7$

$13 \geq 2x$

$x \leq 6.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \leq 3.5$

$x \in [3; 3.5]$

$x \leq -1$

$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1$

$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1 - 2x + 7 - 6 = -4x + 2$

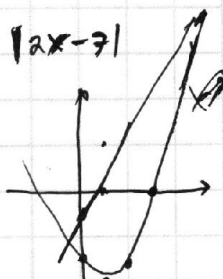
$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1$

$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1$

$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1$

$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1$

$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1$



$x^2 - 2x - 3 \geq 0$

$(x+1)(x-3) \geq 0$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$

$x \in [-1; 3]$