

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 9 КЛАСС. Вариант 9

- [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $n! + (n+1)! + (n+2)!$  делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа  $N$ , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 50]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $x^2 - 6x + a$  равно 8.
- [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! + n!(n+1) + n!(n+1)(n+2) = n!(1+n+1+(n+1)(n+2)) = \\ = n!(n^2+4n+4) = n!(n+2)^2.$$

$n!(n+2)^2$  должно быть кратно 361.

$361 = 19^2 \Rightarrow n!(n+2)^2 : 19^2$ . Заметим, что  $n=17$  подходит,  
 $\cancel{TK}^{TOKA} n!(n+2)^2 = 17! \cdot 19^2$  это  $: 19^2$ . Так же заметим, что

если  $n < 17$ , то  $n! \cdot 19$   $TK$  19-простое и среди чисел от 1 до  $n+2$   
число 19 не встречается. Такие  $(n+2)^2 \cdot 19$   $TK$   $n+2 < 19$  и 19-простое.

Тогда если  $n < 17$  то это число  $(n!(n+2)^2)$  не кратно  $19^2$  (361).

Значит наименьшее такое  $n$ , это число 12.

Ответ: 12.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача №2

Пусть эти пять последовательных nat. чисел это:

$(a-2); (a-1); a; (a+1); (a+2)$ . где  $a$ -наг. и  $a \geq 3$ .

Тогда записано уравнение задачи:

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 10 = N^3, \text{ причем } N \geq 6.$$

раскроем скобки в левой части:

$$5a^2 + 10 - 10 = N^3 \Rightarrow 5a^2 = N^3. \text{ заметим, что } N^3 : 5 \geq N^3 : 5^3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow a^2 : 5^2$  (т.к. сюда справа пятерка выходит хотя бы в квадрате, а слева в кубе. 1+той в которой выходит  $5a^2$ ). Тогда  $a : 5$ .

Заметим, что  $a \neq 5$  т.к. иначе  $N^3 = 5^3 \Rightarrow N = 5$  но  $N \geq 6$ .

Тогда  $N = 5 \cdot x$  тогда  $N^3 = 5^3 \cdot x^3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow N^3 = 5^3 \cdot x^3 = 5 \cdot a^2 = 5 \cdot 5^2 \cdot \left(\frac{a}{5}\right)^2 \Rightarrow x^3 = \left(\frac{a}{5}\right)^2. \text{ заметим, что есть}$$

куб nat. числа значит все натуральные находятся в степени: 3, а

слева квадр. nat. числа для этого требуется что бы находилась в четной

степени<sup>и</sup>, тогда камдат<sup>и</sup> останется находить простые множители:  $2^6 : 2^4$

$: 3 \Rightarrow$  она кратна 6. Принимаем простые множители в квадрате

сочетанием, тогда  $x^3 \geq 2^6 = 64$ . Тогда  $x \geq 2^{\frac{6}{3}} = 4$ . Тогда

$$N \geq 5 \cdot x = N = 5 \cdot x \geq 5 \cdot 4 = 20. \text{ Заметим что } N = 20. \text{ Это подходит, при } a = 40 \\ 5 \cdot 40^2 = 8000 = 20^3.$$

Ответ: Найдено:  $N = 20$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.












СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №3

Заметим, что в неравенстве все стороны неотрицательны.

(тк  $x^2 \geq 0$  для любых  $x$ , тогда при  $x > 0$  в неравенстве вправо знако не поменяется). Тогда  ~~$\Rightarrow$~~ :

$$\left( \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right)^2 \geq \left( \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right)^2 + (-2x)^2 + 2\sqrt{(x^2 - 2x - 3) + 2x - 1}(-2x)$$

(1)

Заметим, что  $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq \sqrt{(x-3)(x+1)} \Rightarrow (x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$$

Раскроем скобки скобки:

$$12\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq 4x^2 + 1 - 2\sqrt{(x-3)(x+1)} - 4x + 4x\sqrt{(x-3)(x+1)} + 13 + 4x^2 - 28x +$$

$$2(-7\sqrt{(x-3)(x+1)} + 14x - 7 - 2x\sqrt{(x-3)(x+1)} - 4x^2 + 2x).$$

$$\begin{aligned} \text{Домножим оставшийся модуль: } & 7\sqrt{(x-3)(x+1)} + 14x + 2x - 2x\sqrt{(x-3)(x+1)} - 4x^2 \\ - 7 &= (-7 - 2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} + - (4x^2 - 16x + 16) + 9 = (-7 - 2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} + 9 - \\ - (2x - 4)^2 &= (-7 - 2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} + (3 - 2x + 4)(3 + 2x - 4) = \\ &= (-7 - 2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} + (-2x - 1) = (-7 - 2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 \end{aligned}$$

- 1) Если  $x \geq 3,5$  то модуль нужно раскрыть с ~~плюсом~~ <sup>плюсом</sup>,
- 2) Если  $3 \leq x < 3,5$  то о ~~минусе~~ <sup>минусе</sup> плюсом,
- 3) Если  $x \leq -1$  то  $\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 < 0$  ИК.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.











СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нужно  $x = -a$   $\forall a \geq 1$ .

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 = \sqrt{(a-3)(a+1)} - 2(a+1) \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{(a-3)(a+1)} \leq 2 < 2a+1 \quad \text{доказательство:}$$

$$(a-3)(a+1) \leq 4a^2 + 4a + 1 \quad (\text{II})$$

$$a^2 + 3a - a^2 - 3 = a^2 + 2a - 3 < 4a^2 + 4a + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 2a + 4 > 0 - \text{это верно.}$$

13) Тогда (3) нужно раскрыть скобки с множителем.

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq 4x^2 + 1 - 4x + 4x\sqrt{(x-3)(x+1)} + 13 + 4x^2 - 28x - 24 \Leftrightarrow$$

$$\cdot \sqrt{(x-3)(x+1)} \geq 28x + 19 + 4x\sqrt{(x-3)(x+1)} + 8x^2 - 4x \Leftrightarrow$$

$$28\sqrt{(x-3)(x+1)} + 28x \geq 16x^2 + 28 - 8x + 4x\sqrt{(x-3)(x+1)} \Leftrightarrow$$

$$4\sqrt{(x-3)(x+1)} + 19x \geq 4x^2 - 2x + 28 \Leftrightarrow$$

$$(7-2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq 4x^2 - 16x + 16 + 12 \Leftrightarrow$$

$$(7-2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq (2x-4)^2 + 12$$

В 1) для случая что кирсовка  $x$  левая одна.  
а справа нет.

~~В 2)~~ В 3) это верно да тк. это следование,

~~а справа~~

В 3) это неверно



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 3

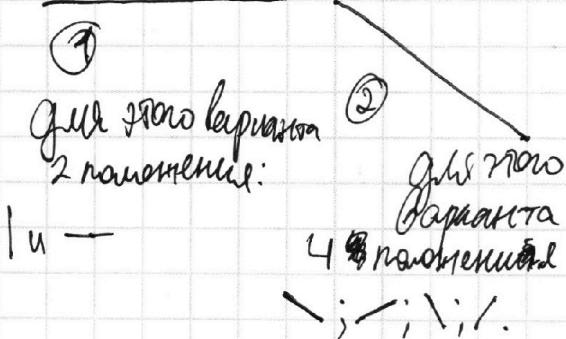
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №4

Заметим, что длина стороны ромба между вершинами (коорд-тами)  $(x_1; y_1)$  и  $(x_2; y_2)$  равна  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 5 \Rightarrow x_2 - x_1, (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 25$ .

Заметим, что  $x_2 - x_1$  — целое и  $y_2 - y_1$  — целое.

Тогда пытаемся перебрать варианты и получили,  
что 25 можно представить в виде двух квадратов  
целых чисел двумя способами (второе симметрично первому)  
т.е.  $\sqrt{0^2+5^2}, (0^2+5^2)=25$  и  $(3^2+4^2)=25$ , подходит только  
один вариант, где у 3, ч.б. другая ячейка  $-3, -4, -5$  (не  
обяз. у всех). Тогда эти стороны приведут к себе две  
конфигурации в <sup>точности</sup> до поворота.



Тогда получим, что бранде противлен спортивным  
правилам. Тогда в две другие  
мы не парим. Тогда у нас получится  
параллелограмм можно обрасти.  
две виды сторон. Вариантов только

хоть 20 видов существует  $C_6^2 = 15$ . Заметим, что у нас  
получится что есть условие уравнений (линий вершинами от 1го)

то и правоугольник в спортивных вершинах ромба касаются и ~~и~~ состоят  
параллельными, тоже лежат <sup>внутри</sup> разрез зоны. т.е.



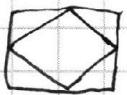
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Например:



нам.

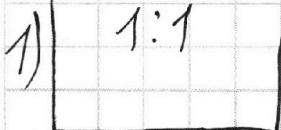


Тогда для каждого из вариантов

по считаем кол-во этих прямоугольников, т.к. в каждом таком прямоугольнике можно считать ровно 1 ряд расст. видя. Рассмотрим каждый из вариантов:

масштаб.

1:1



таких квадратов  $5 \times 5$  в плюсе  $49 \times 49$  (без вычета 01-го 1го 5го и 10-го и 04)  $45 \cdot 45 = 2025$  шт.

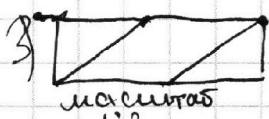


масштаб:

1:2

прямоуг 3x9 в плюсе  $49 \times 49$ :

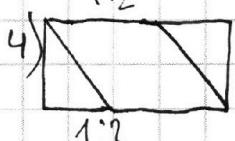
$$47 \cdot 41 = 1927 \text{ шт.}$$



масштаб

1:2

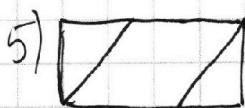
аналогично с 2-ой 1927 шт.



1:2

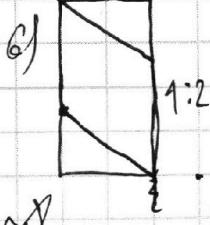
прямоуг 8x4 в плюсе  $49 \times 49$

$$(49-3+1) \cdot (49-1+1) = 42 \cdot 46 = 1932 \text{ шт}$$



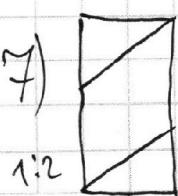
1:2

аналогично с 4-ой 1932 шт.



1:2

аналогично с 4. 1932 шт



1:2

аналогично с 4. 1932 шт

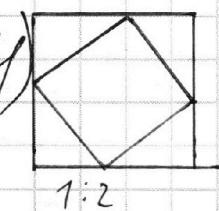
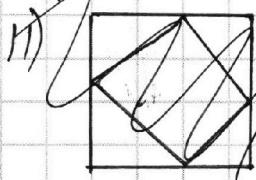
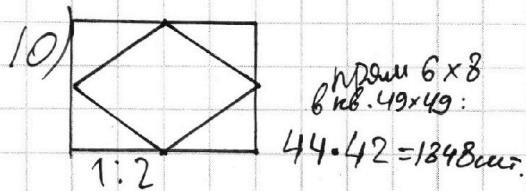
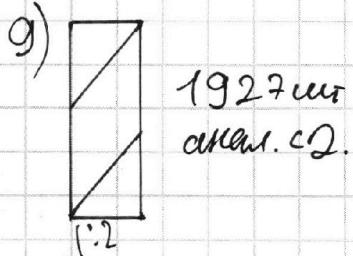
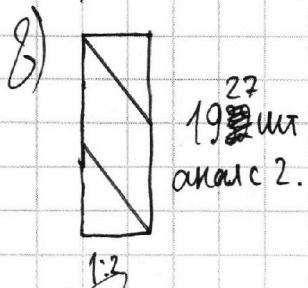


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

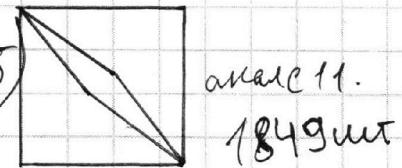
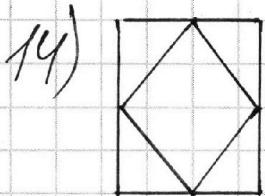
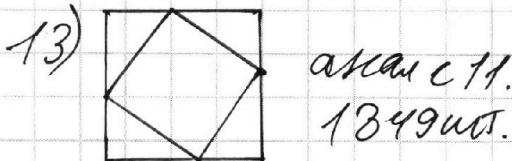
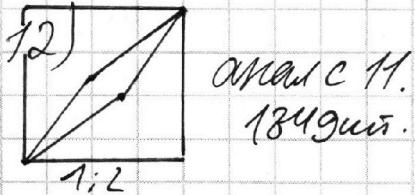
СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$7 \times 7 \text{ кв. } 49 \times 49$$

$$43 \cdot 43 = 1849 \text{ шт}$$



Тогда всего таких рамбов будет:

$$2025 + 1927 \cdot 4 + 1932 \cdot 4 + 1849 \cdot 4 + 1848 \cdot 2 = 28553 \text{ шт}$$

Ответ: 28553 шт рамба



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

- |                               |                               |                               |                               |  |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|-------------------------------|-------------------------------|
| 1<br><input type="checkbox"/> | 2<br><input type="checkbox"/> | 3<br><input type="checkbox"/> | 4<br><input type="checkbox"/> | 5<br><input checked="" type="checkbox"/> | 6<br><input type="checkbox"/> | 7<br><input type="checkbox"/> |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|-------------------------------|-------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5.

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Leftrightarrow 19 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = (y+45)(y-45).$$

пусть  $y-45=a$ , а  $y+45=b$ , тогда  $a+b=8$ .

Тогда  $19 \cdot 2^x = ab = \alpha$ , допустим  ~~$\alpha \neq 0$~~ :  $\alpha \mid 19$ , тогда

$$\alpha = 19 \cdot 2^x. \text{ Тогда } 19 \cdot 2^x = \alpha \cdot (a+90) = 19 \cdot 2^x \cdot (19 \cdot 2^x + 90) = 19 \cdot 2^{x+1} \cdot (19 \cdot 2^{x-1} + 45)$$

т.к.  $19 \cdot 2^x$  делится на 19 и степень

двойка, значит и справа.

(принято  $a$ -целое)

$b$ -целое, значит  $19 \cdot 2^{x-1} + 45 = 2^{x-\alpha-1} \Rightarrow 19 \cdot 2^{x-1}$  - нечетное  
( $x-1$  - четное)

Заметим, что  ~~$19 \cdot 2^x$~~   $19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2^{x+1} \cdot (19 \cdot 2^{x-1} + 45)$

значит  $19 \cdot 2^{x-1} + 45 = 2^{x-\alpha-1} \Rightarrow 19 \cdot 2^{x-1}$  - четное

тогда и четное тогда  $x-1=0 \Rightarrow x=1$ .

Тогда  $\alpha = 19 \cdot 2^1 = 38$  тогда  $b = 128$  и  $ab = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x=8$ , а

$$y = 38 + 45 = 83.$$

Если  $b \mid 19$  то  $b = 19 \cdot 2^8$  по тем же причинам, т.к.  $b$ -целое

вспомог

$\Rightarrow$   $b$  должна входит в  $19$  неотрицательными  $\Rightarrow 19$  будет делить  $b$  в степени 1, т.к.  $2$  в степени 8 ( $2^8 \leq b < x$ ). Тогда:

$$19 \cdot 2^x = b \cdot (b-90) = 19 \cdot 2^8 \cdot (19 \cdot 2^8 - 90) = 19 \cdot 2^{8+1} \cdot (19 \cdot 2^{8-1} - 45) \Rightarrow$$

$\Rightarrow 19 \cdot 2^{8-1} - 45 \in \mathbb{Z}$  - остаток двойки,  $\Rightarrow 2^{8-1} = 1 \Rightarrow 8=1$ , т.к. 8 неотрицательное

$x=0$ , но тогда  $b \cdot (b-90) = 19$  нет решений в целых.

Тогда  $b = 19 \cdot 2^8 = 192 = 38 \Rightarrow a = 38-90 = -52 \Rightarrow y = -52 + 45 = -7$

~~$\Rightarrow$   $19 \cdot 2^x = 38 \cdot -52 = -38 \cdot 52 \neq 19 \cdot 2^x$ .~~

Значит единственное решение это  $(x; y) = (8; 83)$ .

т.к. число  $x$  число  $b : 19$ .

Ответ:  $\boxed{(x; y) = (8; 83)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 6.

Заметим, что все точки на проксессии  $OXY$  будут решением  $x^2 + y^2 = a^2$ , расположены на окружности радиуса  $a$ , с центром  $(0,0)$  (Очев. факт из алг. прогр.).

Тогда у этих точек  $x \in [-|a|; |a|]$ .

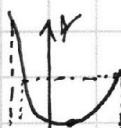
Тогда рассмотрим выражение

$x^2 - 6x + a$ , это выражение представлена параболу ветвями вверх, ко-~~рд~~ коор-т<sup>а</sup> вершина параболы равна

$\frac{6}{2} = 3$ . Но тогда получаем, что точка ~~из~~ самая дальньяя

на параболе удалена от вершины параболы  $OY$ , где парабола

она удалена и оси  $OY$ : т.е.



т.е. при значении  $x = -|a|$ , ~~это точка параболы~~

будет наиболее удалённой от вершины параболы  $OY$ .

(и вершина имеет коор-т<sup>ы</sup> 3, 0). т.е. ~~точка~~ буде член гр. точек на отрезке

$0 + -|a| \text{ до } +|a|$  на оси  $OY$ .

Тогда значение  $f(-|a|)$  будет:

$$(-|a|)^2 - 6 \cdot -|a| + a = a^2 + 6|a| + a. \text{ Увертдется что это значение равно 8. Тогда раскроем модуль 2-ми способами: если } a \geq 0 \text{ и если } a < 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Если  $a \geq 0$ :  $a^2 + 7a = 8 \Rightarrow a^2 + 7a - 8 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{-7 + \sqrt{49 + 4 \cdot 8}}{2} = 1; a_2 = \frac{-7 - \sqrt{81}}{2} = -8, \text{ но } -8 \text{ не подходит тк.}$$

предположили, что  $a \geq 0$ .

Если  $a \leq 0$  то  $a^2 - 6a + a = 8 \Rightarrow a^2 - 5a - 8 = 0 \Rightarrow$

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{25 + 32}}{2} = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} \quad a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}, \text{ заменим, что}$$

смущал  $a$ , не подх тк  $\frac{5 + \sqrt{57}}{2} \geq 0$ , а предположили обратно.  
( $a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \leq 0$  - подходит)

т.е параметр  $a$  при таких условиях может

принимать значения 1 или  $\frac{5 - \sqrt{57}}{2}$ .

I



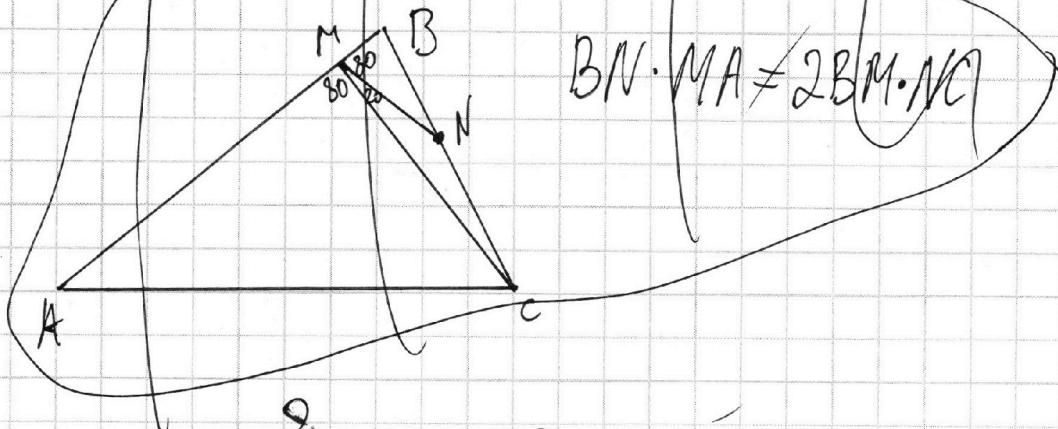
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |   |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|---|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |   |

СТРАНИЦА  
1 из \_\_\_\_\_

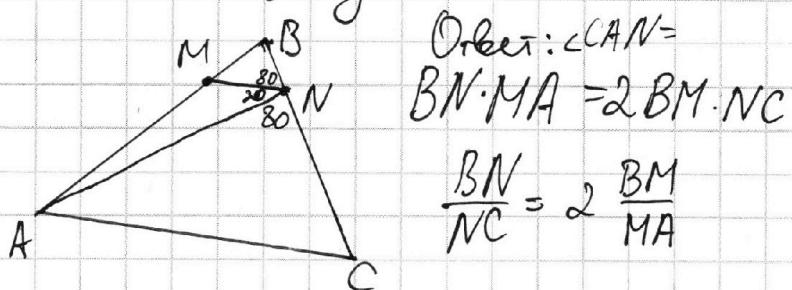
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

Задача №3



$$\text{Очевидно: } \angle CAN =$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} = 2 \frac{BM}{MA}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи** отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!






Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

28-553

$$\sqrt{5} - 4 - 1 = \cancel{4} - 1 = 25$$

~~47-4~~ ~~47~~  
~~1880~~ ~~1827~~

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = 5$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 44 \\ \hline 168 \\ 168 \\ \hline 1848 \end{array}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{a}{x+1}, \quad y = \frac{a}{x}$$

$$\frac{C^2}{B_1^2} = \frac{(x+1)^2}{(2x-1)^2}$$

6.2 All

$$4a^2 + 4ab$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x = a \cdot (a+90) = 19 \cdot 2^a \cdot (19 \cdot 2^{a-1} + 90) = 19 \cdot 2^{a+1} \cdot (19^2 \cdot 2^{a-1} + 45) \Rightarrow a=1.$$

$$38 \cdot 128. \quad y = 38 + 45 =$$

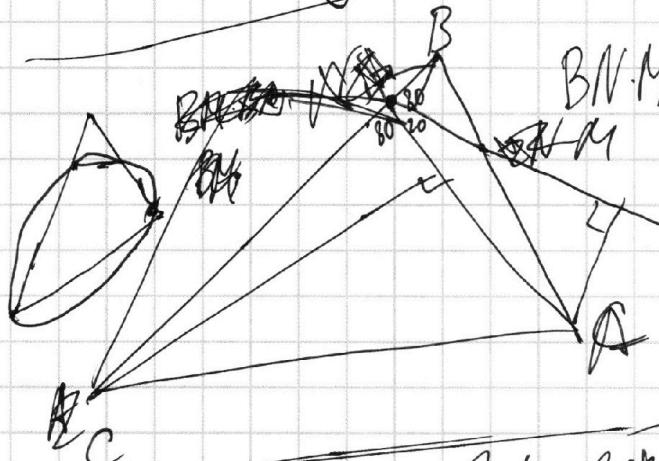
$$19 \cdot 2^x = a \cdot (a+90) = 19 \cdot 2^B \cdot (19 \cdot 2^B - 90) = 19 \cdot 2^{B+1} \cdot (19^{B-1} - 45) \Rightarrow B=1.$$

$$a+90=19 \cdot 2^B \Rightarrow a+90=19 \cdot 2^1 = 38$$

$$a+90=38.$$

$$a=-52. \quad y=-7$$

$$\frac{2 \alpha a}{a} = 2 \cdot \frac{46}{8}$$



$$\frac{BN}{BM} = \frac{NC}{MA} \quad \text{and} \quad NC \times B$$

$$2 = \frac{BN \cdot MA}{BM \cdot NC} = \frac{BN}{NC} \cdot \frac{MA}{BM}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BN}{AM}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x} \geq \sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1$$

$$\sqrt{x^2 - 2x} \geq \sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1$$

$$(x-3)(x+1) + 36 + 4x\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq (\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1)^2$$

$$x^2 - 2x - 3 + 36 + 4x\sqrt{(x-3)(x+1)} + 4x^2 + 1 + 2x\sqrt{(x-3)(x+1)} - 4x -$$

$$- 2x\sqrt{(x-3)(x+1)} + 49 + 4x^2 - 28x + 2\sqrt{(x-3)(x+1)} + 14x - 7 - 2x\sqrt{(x-3)(x+1)} - 4x^2 + 2x$$

$$(7 - 2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} - (4x^2 - 16x + 7)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cancel{n+2!} (1+n+1+n+2) =$$

$$\cancel{= (n+2)!} (n^2 + 2n + 2) = 361 \times \cancel{n!} (n+1)(n+2) =$$

$$= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)(n+2) = 361 \times 18$$

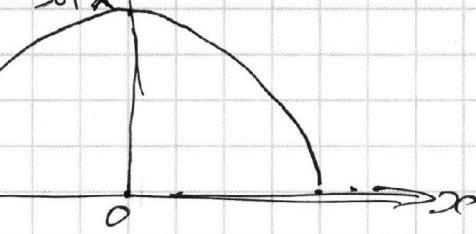
$$361 = 19^2$$

$$n = 17$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 171 \\ 171 \\ \hline 260 \\ 101 \\ 17 \\ \hline 300 \\ 300 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$19 - 8$$



$$\alpha^2 - 6\alpha + 8 = 0$$

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = 5a^2 + 10$$

$$5a^2 = N^3$$

$$N \geq 6.$$

$$40^2$$

$$a : 5$$

$$5 \times 40^2 \cdot 5 = 1600 \cdot 5 = 8000 \rightarrow 20^3$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|.$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) \geq 0$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{4+12}}{2} = 3 \quad x_2 = \frac{-2 - \sqrt{16}}{2} = -1$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\frac{5-\sqrt{57}}{2}, \frac{25+\sqrt{57}-10\sqrt{3}}{2}$$

$$x \sqrt{(x-3)(x+1)} + 6 \geq |\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$\alpha^2 - 6\alpha + 8$$

$$\alpha^2 - 5\alpha + 8 = 0$$

$$20.5 - 25 - 8.4 - \frac{82}{4} - \frac{10\sqrt{57}}{4} - \frac{5 - 25 + 5\sqrt{57}}{2} - 8 = 0$$

$$25 + 57 - 10\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2. \quad (y-45)(y+45) = 19 \cdot 2^x$$

$$\begin{array}{r} 2625 \\ - 195 \\ \hline 750 \\ - 39 \\ \hline 360 \\ - 36 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 3 \\ \hline 33 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 + 9 \\ 19 \\ - 12 \\ \hline 125 \\ - 114 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$4.$$

$$(9x+5)(9x+5) =$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 17 \\ \hline 19 \end{array} \quad 4 \cdot 1243$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 49 \\ \hline 15 \end{array} \quad 1243$$

$$\begin{aligned} y &\equiv 12 \pmod{19} \\ y &\equiv 7 \pmod{19} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 711 \\ 87 \\ 95 \\ - 95 \\ \hline 87 \end{array}$$

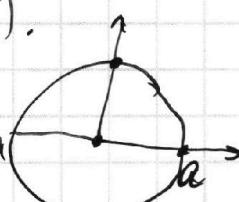
$$\begin{array}{r} 100 \\ - 57 \\ \hline 43 \end{array} \quad 1243$$

$$\begin{array}{r} 19x+4 \\ 19y+4 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$64$$

$$\begin{array}{r} 711 \\ 1243 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$x^2 + y^2 = a^2 - a$$



$$64 + 45.$$

$$109$$

$$2^0 \quad 2^2$$

BB

$$28 \quad 128$$

$$x^2 - 6x + a \max = 8$$

$$19 \cdot 2^x + 90 = 2^7$$

$$a = 90 + a.$$

$$19a^2 \cdot 2^{a-1} = 82$$

$$19 \cdot 2^a + 90 = 2^7$$

$$2x^2 - 6x + a = 8$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 1 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0, \quad a_1 = 5, \quad a_2 = -8$$

$$a_2 = \frac{-7 + \sqrt{49 + 32}}{2} = -1 \quad 2^{a-1} \cdot 19 \cdot 2^7$$