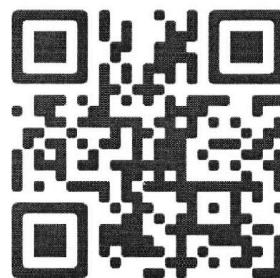


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 10

- [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?
- [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство
$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$
- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$289 = 17^2$$

N1

Пусть $(n-1)! \equiv k \pmod{289}$, тогда:

$$n! \equiv n \cdot (n-1)! \equiv n \cdot k \pmod{289}$$

$$(n+1)! \equiv n \cdot (n+1) \cdot (n-1)! \equiv (n^2+n) \cdot k \pmod{289}$$

$$\textcircled{1} \equiv (n-1)! + n! + (n+1)! \equiv k + k \cdot n + k \cdot (n^2+n) \equiv k \cdot (n+1) \cdot (n+1)$$

$$\textcircled{1} (n+1)(n+1) \div 289 \quad \textcircled{2} (n+1)^2 \not\div 289$$

$$(n+1) \not\div 17$$

$$n \geq 16$$

$$n+1 \not\div 17$$

$$k \not\div 289 \Rightarrow (n-1)! \div 289 = 17^2$$

$$n \geq 35$$

Проверим $n=16$

$$15! + 16! + 17! \equiv k + 16k + 16 \cdot 17k \equiv 17k + 16 \cdot 17k \equiv 289k \pmod{289}$$

$$15! + 16! + 17! \div 289$$

Ответ: при $n=16$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

а) ~~наименьшее~~ из семи чисел

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a-1)^2 + (a-2)^2 + (a-3)^2 - 28 = \\ = 7a^2 + 2a + 4a + 6a - 2a - 4a - 6a + 1 + 4 + 9 + 1 + 4 + 9 - 28 = 7a^2 = N^5$$

$$\Rightarrow N^5 \geq 8$$

$$N \geq 14$$

$$\text{Пусть } N=14$$

$$7^5 \cdot 2^5 = 7 \cdot a^2 \quad \text{решений нет Т.к. } \begin{aligned} U_2(7 \cdot a^2) &= U_2(a^2) = 2 \cdot U(a) : 2 \\ U_2(7^5 \cdot 2^5) &= 5 \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } N \geq 21$$

$$\text{Если } N=21$$

$$7^5 \cdot 3^5 = 7 \cdot a^2 \quad \begin{aligned} U_3(7 \cdot a^2) &= U_3(a^2) = 2 \cdot U_3(a) : 2 \\ U_3(7^5 \cdot 3^5) &= 5 \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } N \geq 28$$

$$7^5 \cdot 2^{10} = 7(7^2 \cdot 2^5)^2 = 7^5 \cdot 2^{20}$$

$$\text{Ответ: } N=28$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\begin{aligned} & \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x| \\ & \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x| \\ & \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x| \\ & \text{1) } \begin{cases} \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0 \\ 6 - x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} & x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1) \\ & x_1 = 2, x_2 = -1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & x \leq -1 \\ & x \geq 2 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$5 \geq x - 1 + 6 - x \quad 6 - x \geq 0 \quad x \leq 6$$

0 \geq 0 \quad \checkmark

$$\text{при } x \geq 2 \quad \begin{cases} x - 1 \geq 1 \\ \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x \leq 6$$

$$\text{при } x \leq -1 \quad \begin{cases} x - 1 \leq -2 \\ 1 - x \geq 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$1) \sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x \quad \begin{aligned} & \text{откуда } 1 - x \geq 0 \\ & x^2 - x - 2 \geq x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

$$-1 \geq x \geq 3$$

Противоречие.

В этом случае получается $x \in [2; 6]$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 < 0 \\ 6 - x \geq 0 \end{cases}$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq -x + 1 + 6 - x$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x \cdot \text{при } 1 - x \leq 0 \quad x \leq 1$$

$$\text{если } 1 - x > 0, \text{ то это корп 1) } \Rightarrow x \geq 1$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0 \quad \text{- противоречие}$$

$$\text{тогда } 1 - x < 0$$

$$1 - x \neq 0$$

$$-\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0 \quad \text{- противоречие}$$

$$\text{тогда } \text{сл } x \in \emptyset$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$(3) 6 - x < 0$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ x > 6 \end{matrix}$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 > \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + |6 - x| > \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 + |6 - x| \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + 5$$

Противоречие — б это означает $x \in \emptyset$

Ответ: $x \in [2; 6]$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Отметим б. А - Радиус минимальный среди самых левых
($\min_{x \geq 0} y$ среди вероят с $x \leq 0$)

Найдем все вектора из А длины 5 с центрами $x \leq 0$

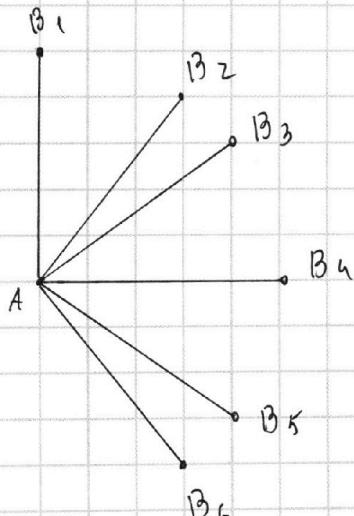
$\vec{v}(x, y)$ $x \geq 0$ т.к. $y \geq x - \min$; если $x = 0$ $y \geq 0$

$$5^2 = (\vec{v})^2 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$25 = x^2 + y^2$$

$ x $	x^2	$ y $	y^2	$x^2 + y^2$	\vec{v}	(x, y)
0	0	25	5	25	✓	$(0, 5)$
1	1	24	$\sqrt{24}$	25	X	
2	4	21	$\sqrt{21}$	25	X	
3	9	16	4	25	✓	$(3, 4)$
4	16	9	3	25	✓	$(4, 3)$
5	25	0	0	25	✓	$(5, 0)$
6	36	0	0	36	X	

Найдем все \vec{v} из А



$\vec{AB}_1(0, 5)$ | ромб будет
 $\vec{AB}_2(3, 4)$ | заставлять по
 $\vec{AB}_3(4, 3)$ | 2 выбранных векторов
 $\vec{AB}_4(5, 0)$ | и координаты точек
 $\vec{AB}_5(4, -3)$
 $\vec{AB}_6(3, -4)$

разделил все ромбы на 15 групп по выбранным первым вектором, тогда если выбрали вектора $\vec{v}_1(x_1, y_1)$ и $\vec{v}_2(x_2, y_2)$
 $\Rightarrow A \in A(x_1, y_1), \text{ тогда}$
 $x_1 + x_2 \leq 4$

$$1 \leq x_1 \leq 4 - x_2$$

$$1 \leq y_1 \leq 4 - y_2$$

$$1 \leq y_1 + y_2 \leq 4$$

$$1 \leq y_1 + y_2 + y_3 \leq 4$$

$$1 \leq y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leq 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пара: B_1B_2

$$1 \leq x_A \leq 44 - 0 - 3 = 41 \quad - \text{н} \cdot 6.$$

$$1 \leq y_A \leq 44 - 5 - 4 = 35 \quad - 3 \cdot 6.$$

н. 35

⊕ При симметрии относительно прямой $y=x$ $B_1B_2 \rightarrow B_3B_4$

при симметрии относительно прямой x $B_1B_2 \rightarrow B_4B_5$; $B_3B_4 \rightarrow B_4B_5$

значит в этих парах столько же случаев

итого $40 \cdot 35 \cdot 4$ — $B_1B_2, B_3B_4, B_1B_5, B_4B_5$

Пара B_1B_3 :

$$1 \leq x_A \leq 44 - 4 - 0 = 40 \quad \text{н} \cdot 6.$$

$$1 \leq y_A \leq 44 - 5 - 3 = 36 \quad 3 \cdot 6$$

н. 36

такими же количествами получаем, что в парах:

B_2B_4, B_1B_5, B_4B_5 столько же сл.

итого $40 \cdot 36 \cdot 4$

Пара B_1B_4

$$1 \leq x_A \leq 40 \quad \text{н} \cdot 2 \text{ сл.}$$

$$1 \leq y_A \leq 40$$

Пара B_2B_3

$$1 \leq x_A \leq 45 - 4 - 3 = 38 \quad 38^2$$

$$1 \leq y_A \leq 38$$

При симметрии относительно прямой $B_2B_3 \rightarrow B_5B_6$

итого $38^2 \cdot 2$ где B_2B_3, B_5B_6



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пара: $B_2 B_5$

$$1 \leq x_4 \leq 49 - 7 = 38$$

$$1 \leq y_4 \leq 38$$

$$38^2$$

при сим отн Ox $B_2 B_5 \rightarrow B_3 B_6$

$38^2 \cdot 2$ две $B_2 B_5$ и $B_3 B_6$

Пара $B_2 B_6$

$$1 \leq x_4 \leq 41 \quad 37 \cdot 39$$

$$1 \leq y_4 \leq 39$$

пара $B_2 B_5$ сим от прям $y=x$

$37 \cdot 39 - 2$ две $B_2 B_6$ и $B_3 B_5$

$$\begin{array}{r} 8 \times \frac{41}{35} \\ \hline 205 \\ + 123 \\ \hline 1435 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1435 \\ \hline 5740 \\ 1490 \\ \hline 37 \cdot 39 = 1493 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \times 36 \\ \hline 40 \\ 1440 \\ \hline 5760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1440 \\ \hline 9 \\ 38 \\ 38 \\ \hline 5 \\ 1444 \\ \hline 220 \\ 7 \\ \hline 1444 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7220 \\ + 5740 \\ + 5760 \\ + 1600 \\ + 1443 \\ \hline 21763 \end{array}$$

Offset: 21763



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{Z}$$

$$y^2 \in \mathbb{Z}$$

$$23 \cdot 2^k + 2025 \in \mathbb{Z}$$

$$23 \cdot 2^k \in \mathbb{Z} \quad 23 \in \mathbb{Z}$$

$$x \geq 0$$

$$(y-45) = k$$

$$23 \cdot 2^k = (y-45)(y+45) = k(k+90) = k^2 + 90$$

$$\text{Пусть } x \geq 0 \quad 23 \cdot 2^k = 23 \quad \leftarrow k^2 + 90$$

$$\text{при } k=0, -90 \leq k < 0 \quad k(k+90) \geq 0 \quad \times$$

$$\text{если } -90 < k < 0, \text{ то } k(k+90) < 0 \quad \times$$

$$\text{при } k \leq -91 \quad k(k+90) \geq 91 \quad \times$$

$$\text{при } k \geq 91 \quad k(k+90) \geq 91 \quad \times$$

в этом случае
знако \pm $k(k+90)$ $\neq 0 \Rightarrow k \neq 0$ и $k+90 \neq 0$, значит одно из них $\neq 0$, т.к. разница $\neq 0$
а оно нет

$$\text{Пусть } k=23 \cdot 2 \quad k+90=136 \neq 2 \quad \times$$

$$k+90=23 \cdot 2 \quad k=0 \quad \times$$

$$k=23 \neq 0 \quad k \neq 0 \quad \times$$

$$\text{либо } k=2$$

$$\text{либо } k=23 \cdot 2$$

$$\text{либо } k+90=2$$

$$\text{либо } k+90=23 \cdot 2$$

$$k=2 \quad k+90=4 \cdot 23 \quad \checkmark$$

$$k+90=2 \quad k=0$$

$$y=\pm 47$$

$$x \geq 3$$

$$23 \cdot 2^3 = 2 \cdot 92$$

$$\text{Ответ: } x=3 \quad y=\pm 47$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$y^2 - 4y - a = 6$$

16
max zn y^2 когда $y^2 = a^2$
max zn $-4y$ когда $-4y = |a|$
max zn $y^2 - 4y$ при $y = -|a|$

$$a^2 + 4|a| - a = 6$$

① $a \geq 0$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$a_1 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} < 0 \quad X \text{ не подходит}$$

$$a_2 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} > 0 \quad \text{подходит}$$

② $a < 0$

$$a^2 - 5a - 6 = 0$$

$$(a-6)(a+1)$$

$$a_1 = -1 < 0 \quad \text{подходит}$$

$$a_2 = 6 > 0 \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Ответ: } a \in \left\{ -1, \frac{\sqrt{33}-3}{2} \right\}$$

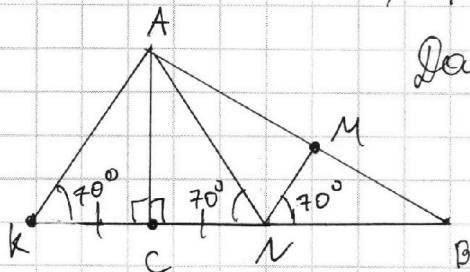


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N7

Дано: $\angle MNB = \angle CNA = 70^\circ$;
 $BN \cdot MA = 2BN \cdot NC$

Найти: $\angle CAN$

Решение: отметим точку К на продолжении BC за точку С так что $KC = CN$

$$KN = 2 \cdot CN$$

$$\frac{BN}{MA} = \frac{BN}{2NC} = \frac{BN}{KN}$$

МН и KA пар по теореме Фалеса

$\angle BNK = \angle BNA$ ком соответствует

$$\angle KNM = \angle BNK = \angle ANC$$

A KN $\overset{\text{||}}{\sim}$ - равнобедренный

AC - медиана в нем значит еще и высота

$$\angle CAN = 180^\circ - \angle NCA - \angle CNA = 20^\circ$$

Ответ: $\angle CAN = 20^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$285 \equiv 17^2$$

$$(n-1)! \equiv k \pmod{285}$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! \equiv k + k(n) + k(n+1) \equiv k(2n+2) \pmod{17}$$

$$k(2n+2) \equiv 0$$

$$\textcircled{1} \quad k \neq 0 \Rightarrow n-1 \geq 3n \quad n \geq 35$$

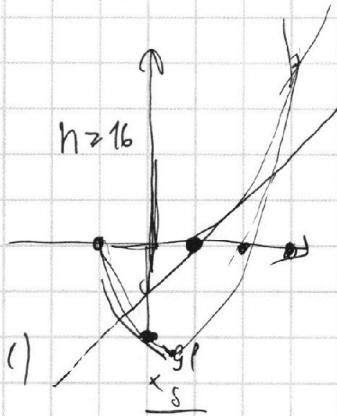
$$\textcircled{2} \quad 2n+2 \geq 0 \Rightarrow n+1 \geq 0 \quad n \geq -288$$

$$\textcircled{3} \quad k \mid 17 \Rightarrow 2n+2 \mid 17 \quad 2n+2 \quad n+1 \mid 17 \quad n \geq 16$$

$$\textcircled{4} \quad n-1 \geq 14 \quad n \geq 18$$

$$16 \quad (x-1)^2 = -2\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2$$

$$k \quad n \cdot k \quad n \cdot (n+1) \cdot k = k \cdot (n^2 + 2n + 1)$$



$$n(n+1)(2n+1)$$

$$l \quad 5$$

$$7 \cdot 8 \cdot 13$$

$$x^2 - 2x - 1 = x^2 - x - 2 \quad g \mid l$$

$$(n+1)^2 = 8 \cdot 7 \cdot 13$$

$$1+4+g+16+25+36 \quad (n+1)(n+2)(2n+3) - n(n+1)(2n+1) = 6(n+1)^2$$

$$66 \quad 40$$

$$2n^2 + 7n + 6 - 2n^2 - n = 6(n+1)$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 + (a+5)^2 + (a+6)^2$$

$$= 7a^2 + 42a + 91 - 28 = 7 \cdot (a^2 + 6a + 9) = 7 \cdot (a+3)^2 = N^2$$

$$-\infty \quad -1$$

$$\sum_{a=1}^7 (a+3) : 2 \geq 2$$

$$(4 \cdot 7)^5 \quad 1+4+9$$

$$-\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq | -\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 | + | 6 - x | \quad (x-2)(x+1) \quad -1 \quad 2$$

$$\textcircled{1} \quad + + \quad x \geq 6$$

$$5 \geq 5 \quad \textcircled{2}$$

$$x \geq 6 \quad \textcircled{3} \quad -7$$

$$\textcircled{2} \quad + - \quad 5 \geq x - 1 - 6 + x$$

$$12 \geq 2x$$

$$6 \geq x$$

$$\textcircled{3} \quad 2\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq -x + 1 + 6 - x$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x \quad \sqrt{x^2 - x - 2} \geq \frac{x^2 - x + 6}{x+3}$$

$$2\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Diagram and calculations for Problem 1:

Diagram shows a triangle ABC with vertices A(45), B(45), C(45). Point M is on segment AC, and point N is on segment BC. Angle A is 70°, angle B is 70°, angle C is 40°. Line segments AN and BN are drawn.

Equation for side AB:

$$AB^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

$$AB^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AB = 5$$

$$23 \cdot 2 + 2025 = 8^2$$

$$23 \cdot 2 = (y+45)(y-45)$$

$$23 \cdot 2 = k(k+50)$$

$$k^2 + 90k + 23 \cdot 2$$

$$y = -a$$

$$a^2 + 4a - a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$y^2 - 4y - a^2 = 0$$

$$y^2 - 4y = 6$$

$$a^2 + 14a - a = 6$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0$$

$$(a-6)(a+1) = 0$$

$$a = -1 \text{ or } a = 6$$

$$2736$$

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

$$a^2 - 3a - 6 = 0$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$a^2 = \frac{9}{4} + \frac{33}{4} + \frac{2\sqrt{33}}{2} =$$

$$29 \frac{2\sqrt{33}}{2}$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$BN \cdot MA = \frac{BN}{2k}$$

$$BN = \frac{39}{39} \cdot \frac{351}{351}$$

$$BN = 36 \cdot 39$$

$$BN = 36 \cdot 38 \cdot \frac{39}{36}$$

$$BN = 36 \cdot 39 \cdot 4 = 5616$$

$$[1; 40]$$

$$[1; 37]$$

$$[1; 403]$$

$$[4; 42]$$

$$[1; 37]$$

$$[4; 41] = 37^2$$

$$21^2$$

$$1521$$

$$+ 5616$$

$$+ 2736$$

$$+ 1369$$

$$11242$$

$$+ 1369$$

$$1$$

$$[1; 40]$$

$$[1; 37]$$

$$[4; 41] = 37^2$$

$$21^2$$

$$1521$$

$$+ 5616$$

$$+ 2736$$

$$+ 1369$$

$$11242$$

$$+ 1369$$

$$1$$