



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 9 КЛАСС. Вариант 9

- 1 [3 балла] При каком наименьшем натуральном  $n$  число  $n! + (n+1)! + (n+2)!$  делится на 361?
- 2 [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа  $N$ , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
- 3 [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geqslant \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- 4 [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 50]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- 5 [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

- 6 [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $x^2 - 6x + a$  равно 8.
- 7 [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №

Решение

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \left( 1 + n+1 + (n+1)(n+2) \right) = n! (n+2)^2 : 361$$

1. к.  $361 = 19^2$ , 19 - простое то либо  $n! : 19^2$  либо

$n! : 19$  и  $(n+2)^2 : 19$  либо  $(n+2)^2 : 19^2$

I  $n! : 19^2$  т.к. 19 - простое то  $n \geq 38$

II  $n! : 19$  т.к. 19 - простое то  $n \geq 19$

III  $(n+2)^2 : 19^2 \Leftrightarrow n+2 : 19 \Rightarrow n \geq 17$

↓

$n \geq 17$

$$17! + 18! + 19! = 17! \cdot 19^2 : 19^2 = 361$$

Ответ: 17.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 2

100 базовых

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = n^3$$

$$5a^2 + 20a + 30 - 10 = n^3$$

$$n^3 : 5 \Rightarrow n; 5$$

$$n = 54$$

$$a^2 + 4a + 4 = 25n^3$$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot n^3$$

$$n - 4b - 1 \Rightarrow n \text{ и } b \text{ ( } n \geq 10 \text{ ) } \geq 4$$

I)  $n = 1$

$$\cancel{n} = 5 \quad \cancel{b}$$

II)  $n \geq 4$

$$n \geq 20$$

$$\text{знач } n = 20 : \cancel{a} > 38 \quad (a+2)^2 = 40^2 = 5^2 \cdot 8^2 = 5^2 \cdot 4^3 = 5^2 \cdot n^3$$

Ответ: ~~100~~ 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

*Zagara ~3*

$$\cancel{\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 0}$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$\text{чтобы } \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 = a, \quad 7 - 2x = b$$

|| уравнение превращ. в такое

$$|a| \geq |a - b| + |b|$$

||

если в лежит между а и б то

это рабочето если все нет то знак небудет

т.е. не верно

||

если небудет ответ

$$\begin{cases} a, b \geq 0, & a \geq b \\ a, b < 0, & a \leq b \end{cases}$$

$$I \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 0$$

1

0

$$7 - 2x \geq 0$$

$$x \leq 3,5$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 7 - 2x$$

если  
тогда

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

$$x \neq 0,5$$

$$x \geq 0,5$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \geq 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$x \in [0,5; 3,5]$$

$$D = 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3 \leq 0$$

$$a > 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{№ } a < 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 < 0$$

0

$$\begin{matrix} \text{I} \\ \cup \\ \text{II} \end{matrix} \Downarrow \quad x \in [0,5;3,5]$$

$$\text{Одн.: } x \notin (-1; 3)$$

⇓

$$x \in [3; 3,5]$$

$$\text{Отв: } x \in [3; 3,5]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

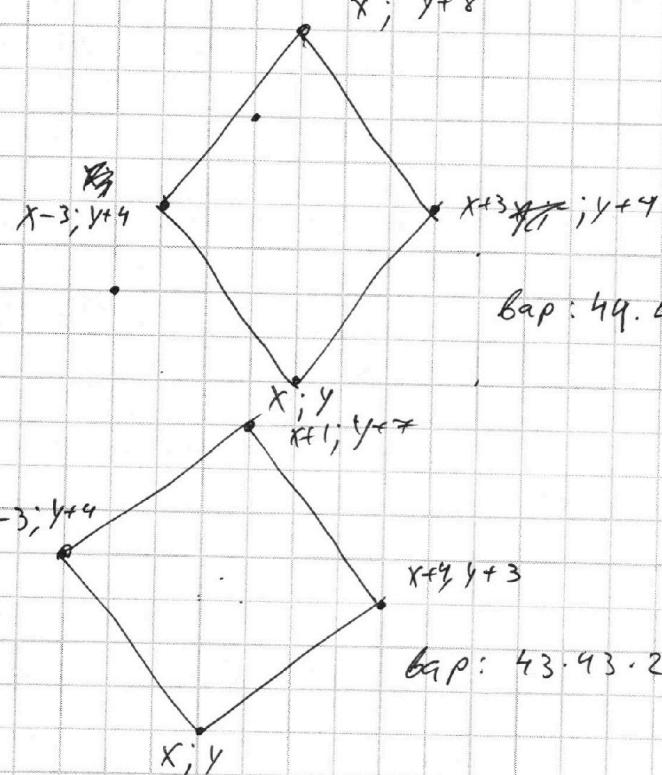
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II врт.

точка

одной прямой:



вар: 49·42·2 (наверху)

вар: 43·43·2 (на оборот)

обратный левый врт

нет других врт. Т.к. есть две вершины

одинаково и в каждую сторону

3 лево 4 и 20 развернуты и наоборот.

Верхний врт лево 80 градусов и 6 концов

нет одног врт но отмечены -3+9 и

-9+3 о 120 градусов -4+3, +3, +4.

Общ: 42·46·2+41·46·2+45<sup>2</sup>+44·42·2+43<sup>2</sup>·2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

Последовательность 2 соседних точек

или либо две односторонней прямой (+ или //)

либо нет

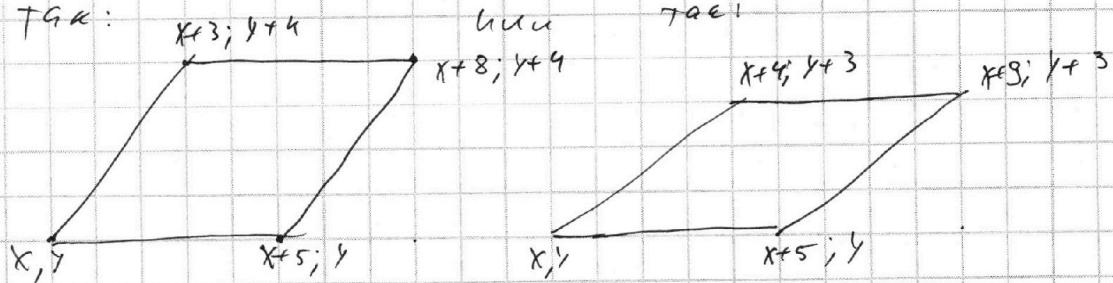
Если нет то 2 случая

$$\begin{array}{c} \text{если } a > b \\ a^2 + b^2 = 25 \\ a, b - \text{целые} \\ \downarrow \\ a=3, b=4 \\ a=4, b=3 \end{array}$$

I а.

Тогда 2 группы точек на прямой т.к. одна левая

так:



$$45 \geq x \geq 1, 46 \geq y \geq 1$$

$$41 \geq x \geq 1, 47 \geq y \geq 1$$

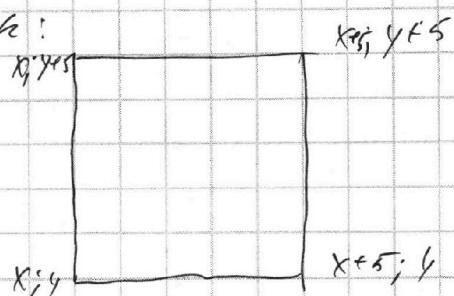
вар:  $42 \cdot 46 \cdot \frac{6}{2}$  (небережно) вар:  $41 \cdot 46 \cdot 2$  (обережно)

или так:

$$45 \geq x \geq 1$$

$$45 \geq y \geq 1$$

$$\text{вар: } 45 \cdot 45$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

П.д. ~~19, 22 - простые~~ Т.а. 19, 2 - простые:

Пусть  $x \geq 3$  тогда оконо из способа справа : 4  $\Rightarrow$

второе и 3 : 4  $\Rightarrow$  разложение:

$$19 \cdot 2^{x-2} \text{ и } 2^2$$

ибо

$$19 \cdot 2^2 \text{ и } 2^{x-2}$$

I  ~~$19 \cdot 2^{x-2} = 2^2$~~   $\rightarrow$  ира  $x \geq 3$

$$\downarrow \\ 19 \cdot 2^{x-2} = y+45$$

$$\left. \begin{array}{l} 19 \cdot 2^{x-2} = y+45 \\ 2^2 = y-45 \end{array} \right\} \text{ибо}$$

$$90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 2^2$$

~~$x-2 \geq 3 \Rightarrow x \geq 5$~~   $\rightarrow$  ~~занес.~~

$$\left. \begin{array}{l} 19 \cdot 2^{x-2} = y-45 \\ 2^2 = y+45 \end{array} \right\}$$

$$y - 19 \cdot 2^{x-2} = 90$$

$$\frac{x-2}{2} = \frac{80}{-19} < 0$$

$$\cancel{\frac{94}{2}} = \cancel{\frac{19 \cdot 2^{x-2}}{2}} \Rightarrow 6$$

$$2^{x-2} = \frac{94}{19} - \text{нечисло}$$

0

$$2^{x-2} < 0$$

0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{II} \quad \begin{cases} y+45 = 19 \cdot 2^x \\ y-45 = 2^{x-2} \end{cases}$$

иاب

$$\begin{cases} y-45 = 2^{x-2} \\ y+45 = 19 \cdot 2^x \end{cases}$$

$$90 = 19 \cdot 4 - 2^{x-2}$$

$$\frac{x-2}{2} = 19 \cdot 4 - 90 < 0$$

$$\frac{x-2}{2} < 0$$

$$90 = 18 \cancel{2} - 2^{x-2} - 19 \cdot 4$$

$$\frac{x-2}{2} = 90 + 80 - 4$$

$$\frac{x-2}{2} = 166$$

$$\emptyset \cancel{\text{реш}}$$

~~Все~~ если  $x < 6$  то  $19 \cdot 2^x$ -е члене  $\Rightarrow \emptyset$

$$x=0 : 19 + 2025 = y^2$$

$$\emptyset$$

$$x=1 : 38 + 2025 = y^2$$

$$x=2 : 86 + 2025 = y^2$$

ответ:  $\emptyset$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6

$$\text{I} \quad |a| > 3$$

↓

$$x^2 - 6x + a \rightarrow \max$$

$$x^* = 3$$

$$9 - 18 + a = 8$$

$$a = 1 \neq$$

$$\text{II} \quad |a| \leq 3$$

↓

$$x^2 - 6x + a \rightarrow \max$$

$$x^* = |a|$$

↓

$$a^2 - 6|a| + a = 8$$

$$a \geq 0$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

a &lt; 0

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$(a+8)(a-1) = 0$$

~~$$D = 57$$~~

$$\text{B3}$$

$$a_1 = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = -8$$

$$\left| \frac{5 + \sqrt{57}}{2} \right| > 3$$

$$(-8) > 3$$

$$\left| \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \right| < \left| \frac{5 - 8}{2} \right| < 3$$

↓

$$a = 1 \text{ или } a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

Ответ: 1, 1,  $\frac{5 - \sqrt{57}}{2}$

I-



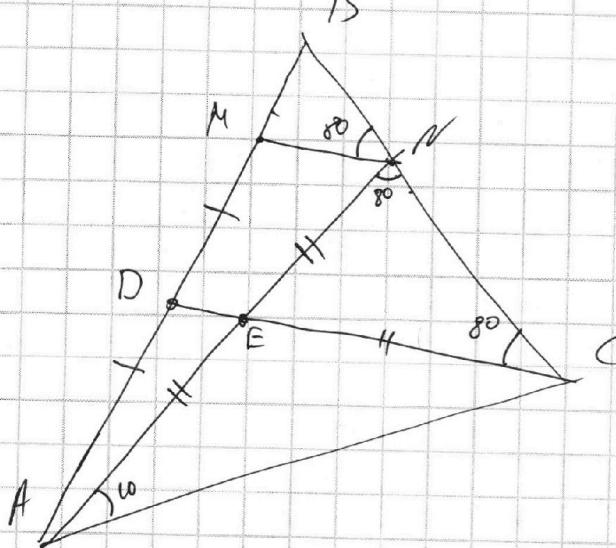
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 7



Дано:

$$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$$

$$BN : MA = 2BM : MC$$

Найти:  $\angle CME$

Решение:

1) D - середина BM т.к.:

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA} = \frac{BM}{MD}$$

$$\downarrow \\ MN \parallel CD$$

2) Т.к.  $AD = DM$ ,  $DE \parallel MN \Rightarrow AE = EN$

3) Т.к.  $MN \parallel DC \Rightarrow \angle DCB = 80^\circ \Rightarrow EN = EC$

4)  $\angle AEC = 100^\circ$ ,  $AE = EN = EC \Rightarrow \angle MAC =$

$$= \angle EAC = \frac{180 - 100}{2} = 40^\circ$$

Ответ:  $40^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! \left( 1 + n+1 + (n+1)(n+2) \right) = n! \left( n^2 + 4n + 4 \right) : \cancel{19^2} 19^2$$

361

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

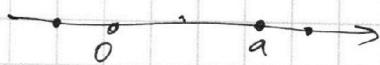
$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 361 \end{array} \quad \begin{array}{r} 19^2 + 4n + 3 \\ (n+1)(n+3) \\ (n+2)^2 \\ n=17 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a(a-1)+a+1 &= a^2 - a + 1 + a = a^2 + 1 \\ a(a+1) - a-1 + 1 &= \\ &= (a^2) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \\ 21 \\ 22 \\ 23 \\ 24 \\ 25 \\ 26 \\ 27 \\ 28 \\ 29 \\ 30 \\ 31 \\ 32 \\ 33 \\ 34 \\ 35 \end{array} \quad \begin{array}{l} (a+2)^2 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \\ a+2 = 5 \cdot 2 \\ a = 38 \end{array}$$

$$|a| > |b| + |a-b|$$

5



$$D = 25 + 24 \cdot 4$$

$$D = 25 + 32 =$$

$$= 57$$

$$N = 5n$$

$$n^2 + 4n + 3 = m^2 + 4m + 3$$

$$(n-m)(n+m) = 4(n-m)(m-n)$$

$$(m+1) / (m+3)$$

$$n+m = -4$$

$$n+m = 15$$

$$N \geq 6$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 = N^3 + 10$$

$$\therefore x^2 - 6x \rightarrow \max$$

$$x = 3$$

$$g - 18 + a = 8a \Rightarrow a = 17$$

$$|a|=3$$

$$|x|=|a|$$

$$\frac{\sin 2\alpha}{\sin 80^\circ} = \frac{\sin 20}{\sin 80}$$

$$\frac{1}{\sin 80 \cos 40 - \cos 80} = \frac{1}{2 \cos 40 \cdot 2 \cos 20}$$

$$4 \cdot \cos 40 \cdot \cos 20 = \sin 80 \cdot \cos 40 - \cos 80$$

$$\frac{4 \cdot \cos 40 \cdot \cos 20 + \cos 80}{\sin 80} = \cos 40$$

$$5a^2 + 20a + 30 = N^3 + 10$$

$$a^2 + 4a + 4 = 25 \cdot N^3$$

$n = 67$

$$(a+2)^2 = 25 \cdot N^3$$

(4)







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

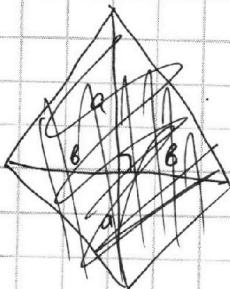
- |                            |                            |                            |                                       |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача ~ 4

Угол между пересечением диагоналей ромба



Пусть углы между диагоналями  $a, b \Rightarrow \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} = 100$

$\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}$  - раскладывается в сумму 2 и в - 706  
(возможно 0)

$$a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 = 100$$

$a_1, a_2, b_1, b_2$  - целое.

2 шаги:

$$a_1^2 + b_1^2 = 100$$

mod 4:  $a_1^2 + b_1^2 \equiv 0 \pmod 4 \Rightarrow a_1^2 \equiv 0 \pmod 4 \Rightarrow a_1, b_1 \equiv 0 \pmod 2$

mod 5:  $a_1^2, b_1^2 \equiv 0 \pmod 5 \pmod 4 \Rightarrow a_1^2 \equiv b_1^2 \equiv 0 \pmod 5$  или  
 $a_1, b_1 \equiv 0 \pmod 5$        $a_1^2 \equiv 1 \pmod 5$   
 $b_1^2 \equiv 1 \pmod 5$

$$\begin{aligned} I & \quad a_1 \geq 6 \quad a_1 \leq 10, \quad a_1^2 \equiv 1 \pmod 5 \\ & \quad a_1 \stackrel{(1)}{\equiv} 6 \Rightarrow b_1 \equiv 8 \end{aligned}$$

$$II \quad \text{аналогично I: } a_1 = 8 \quad b_1 = 6$$

$$\begin{aligned} a_1^2 &\equiv 4 \\ b_1^2 &\equiv 1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

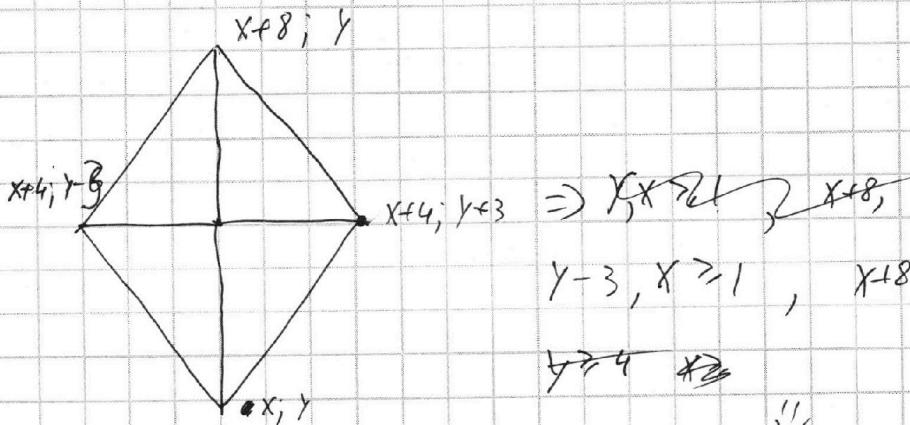
6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение



$$y-3, x \geq 1, x+8, y+3 \leq 50$$

$$y \geq 4, x \geq 0$$

$$1 \leq x \leq 42, 4 \leq y \leq 47$$

вариант 6

$$42 \cdot 44$$

2-вариант это подтверждение т.к. можно доказать

беззнаков в квадрате то же самое  $\Rightarrow 42 \cdot 44$   
вариант.

1) №16:

$$a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 = 100$$

отсюда 1,4,0 и них 60 останутся 0 это 25

точка

$$\begin{aligned} n^2 + m^2 &= 75 \\ n^2 + m^2 &\equiv 3 \end{aligned}$$

?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

0 Найдей:

$$a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 = 100$$

• если все делят на 3  $48-706$  то это могло бы быть  $0,4 \Rightarrow$

неделимые на 3

$0,0,00$   
 $1,4,00$   
 $1,4,1,4$

если 0 то  $70$  5 т.к. след. 10  $10^2 = 100$  - это 100.

I  $25+25+25+25=100$   $\checkmark$   $\sqrt{50}$  и  $\sqrt{50}$   $\checkmark$

II  $5^2+5^2+4^2+6^2=100$

$5^2+5^2=50$  (но это могло бы быть  $1$  т.к.  $50 \equiv 2 \pmod 4$ )

$n=1, m=7$

варианты:  $\sqrt{24}$  и  $\sqrt{26}$   
 $\sqrt{50}$  и  $\sqrt{50}$

не подходит

III  $\rightarrow$  2 пары  $100 \pmod 4$  разбить

2 не с ост. 2, 2  $\Rightarrow$  одна меньшая пара

6 сумме  $10, 30, 50$  10 только  $3, 1, 50$ .

Только  $7, 1, 30$  квадраты ( $50$  - гипотенуза)

$30, 10$  есть квадраты?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Tanya 2 нерв

50 или 90 50 ~~70~~ 1, 7

$$90 : 81 + 9 \Rightarrow 90 \text{ и } 81, 9$$

$$64 + 26$$

$$49 + 91$$

$$37$$

11

$$1^2 + 1^2 + 7^2 + 7^2$$

или

$$1^2 + 3^2 + 3^2 + 9^2$$

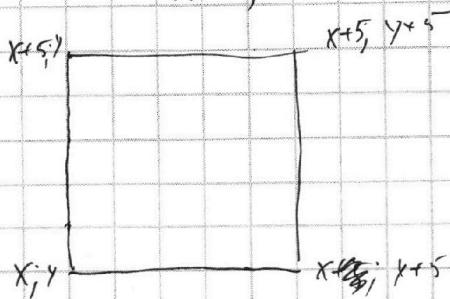
87

другие ответы:  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{98}$

$\sqrt{10}$ ,  $\sqrt{90}$

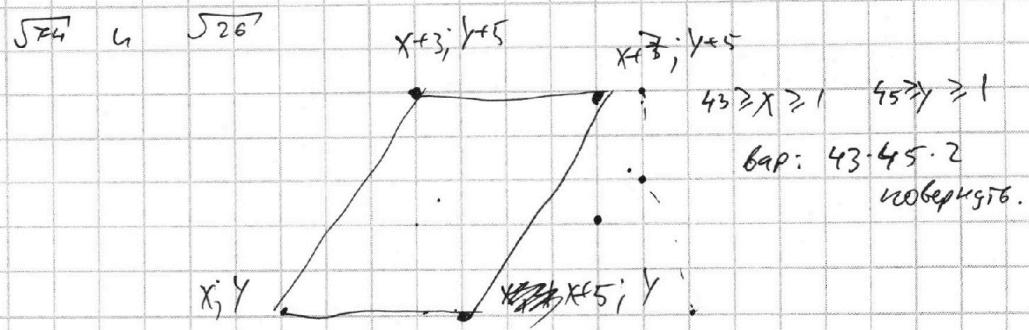
$\sqrt{82}$ ,  $\sqrt{18}$

Ромб:  $\sqrt{50}$ ,  $\sqrt{50}$



$$\begin{aligned} x, y \geq 1 & \quad x+5, y+5 \leq 45 \\ \Rightarrow 45 \geq x \geq 1 & \quad 45 \geq y \geq 1 \end{aligned}$$

gap:  $45^2$





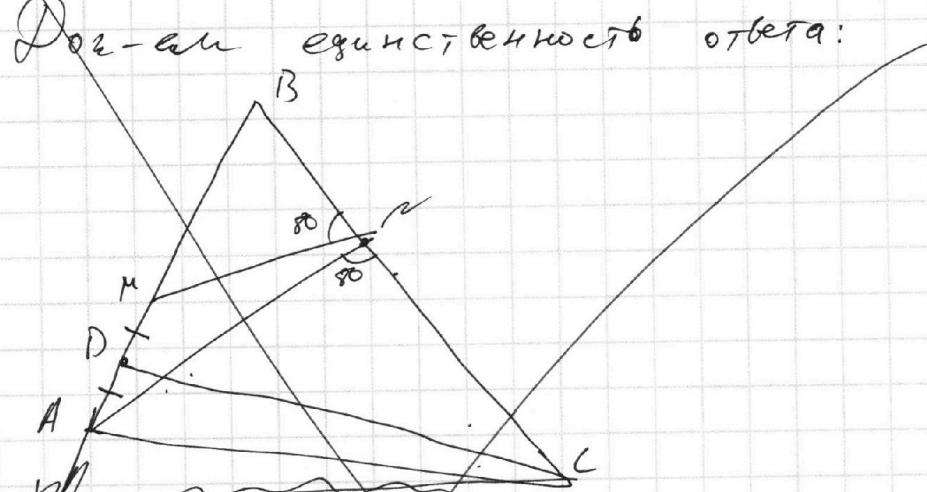
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №7



дано:  $\angle BAN = \angle BNC = 80^\circ$ .  
надо доказать:  $MN \parallel BC$ .

$$BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA} = \frac{BM}{MD}$$

$MN \parallel CD$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

