



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- 1 [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- 2 [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- 3 [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- 4 [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- 5 [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

- 6 [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- 7 [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

~~Ответ: 17~~

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! (n+2)^2 : 361$$

т.к. $361 = 19^2$, а 19 - простое то либо $n! : 19^2$ либо

$$n! : 19 \text{ и } (n+2)^2 : 19 \quad \text{либо} \quad (n+2)^2 : 19^2$$

I $n! : 19^2$ т.к. 19 - простое то $n \geq 38$

II $n! : 19$ т.к. 19 - простое то $n \geq 19$

III $(n+2)^2 : 19^2 \Rightarrow n+2 : 19 \Rightarrow n \geq 17$

$$\Downarrow \\ n \geq 17$$

$$17! + 18! + 19! = 17! \cdot 19^2 : 19^2 = 361$$

Ответ: 17.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

по условию

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3$$

$$5a^2 + 20a + 30 - 10 = N^3$$

$$N^3 \downarrow \\ N : 5 \Rightarrow N : 5$$

$$N = 54$$

$$a^2 + 4a + 4 = 25n^3$$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot n^3$$

$$\downarrow \\ n - \text{кв-т} \Rightarrow n \text{ делит } 18180 \geq 4$$

$$I \quad n = 1$$

$$\downarrow \\ N = 5 \quad W$$

$$II \quad n \geq 4$$

$$N \geq 20$$

$$\text{г.е. } N = 20 : \quad a = 38 \quad (a+2)^2 = 40^2 = 5^2 \cdot 8^2 = 5^2 \cdot 4^3 = 5^2 \cdot n^3$$

Ответ: ~~18180~~ 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача ~

~~$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 7-2x$~~

Q3: ~~$x^2-2x-3 \geq 0$~~
 $x \notin (-1; 3)$

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

ищем $\sqrt{x^2-2x-3}+6=a$, $7-2x=b$

$\Downarrow$ уравнение превращ. в такое
 $|a| \geq |a-b| + |b|$

$\Downarrow$ если b лежит между a и 0 то

это равенство если еще нет то знак меньше

т.е. не верно

$\Downarrow$

выходит ответ:

~~$\begin{cases} a, b \geq 0, & a \geq b \\ a, b < 0, & a \leq b \end{cases}$~~

I $\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 0$
 $\downarrow$ $\downarrow$
 0 0

$7-2x \geq 0$

$x \leq 3,5$

~~$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 7-2x$~~
 ~~$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$~~

$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$

$x \geq 0,5$

$x \geq 0,5$

$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \geq 1-2x$

$\Downarrow$
 $x \in [0,5; 3,5]$

$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1$

$3x^2-2x+4 \leq 0$

$D = 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$
 $a > 0$

$\Downarrow$
 $\emptyset$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 $a < 0$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 < 0$$

$\emptyset$

$$\Downarrow$$
$$I \cup II = x \in [0, 5; 3, 5]$$

$$\text{ОДЗ: } x \notin (-1; 3)$$

$$\Downarrow$$
$$x \in [3; 3, 5]$$

$$\text{Ответ: } x \in [3; 3, 5]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

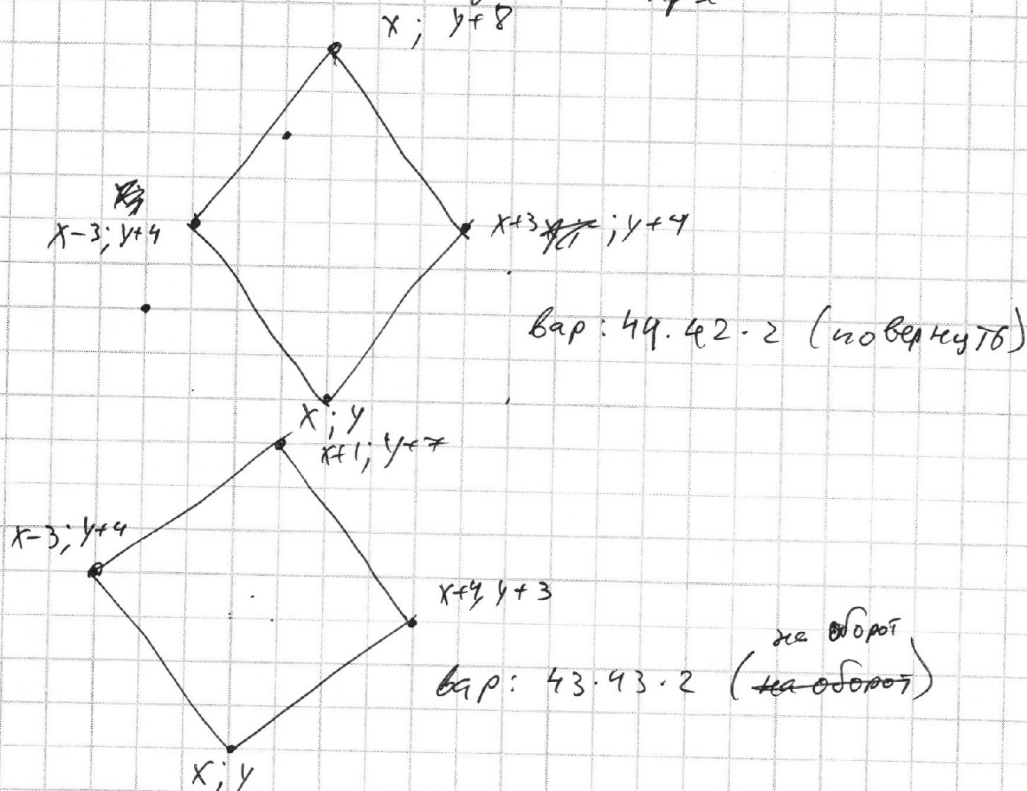
7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II КЕТ. ка одноб. прямоб.



вар: 43.43.2 (наоборот)

наоборот без го ка
кет грузик вар: т.а. 8 мб берём

или исию и в каску сторону

3 вверх 4 по горизонтали и ка обрат.

наоборот это ка 80 градусов и в пошегел
ка обрат это ма отмоисаля -3+4 и

44 е3 а мисю -4+3, +3, +4.

Ответ: $42 \cdot 46 \cdot 2 + 41 \cdot 46 \cdot 2 + 45^2 + 44 \cdot 42 \cdot 2 + 43^2 \cdot 2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

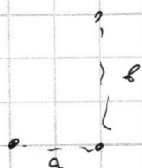
Задача 4

Посмотрим на 2 соседние точки

они либо на одной прямой (+ или || 0x)

либо нет

Если нет тогда



$$a^2 + b^2 = 25 \quad a, b - \text{целые}$$

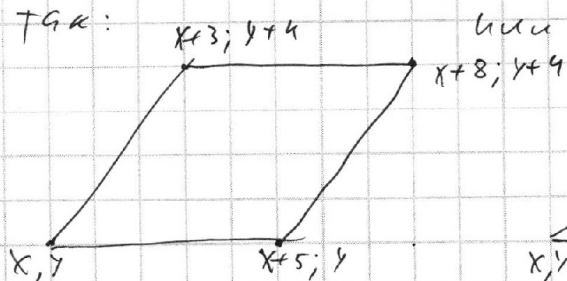
$$\begin{aligned} a &= 3 & b &= 4 \\ a &= 4 & b &= 3 \end{aligned}$$

Или

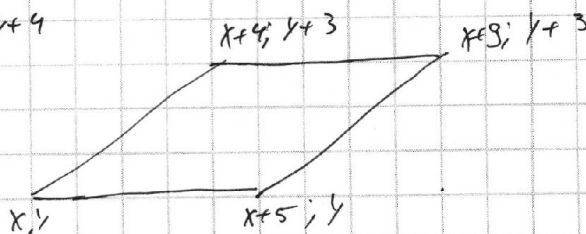


Тогда 2 группы точек на прямой т.к. параллельны

так:



так:



$$\text{вар } 43 \cdot 47 \cdot 1, 46 \cdot 47 \cdot 1$$

$$41 \cdot 47 \cdot 1, 42 \cdot 47 \cdot 1$$

$$\text{вар: } 42 \cdot 46 \cdot 2 \text{ (повернуть)}$$

$$\text{вар: } 41 \cdot 46 \cdot 2 \text{ повернуть}$$

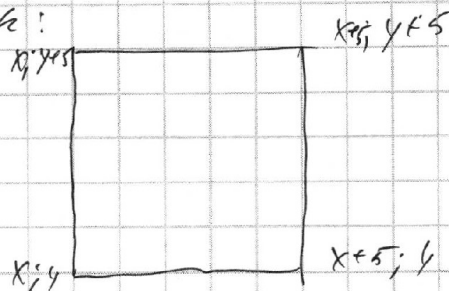
Или

так:

$$45 \geq x \geq 1$$

$$45 \geq y \geq 1$$

$$\text{вар: } 45 \cdot 45$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача ~ 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Т.к. 19, 2 - простые: Т.к. 19, 2 - простые:

Пусть $x \geq 3$ Тогда одна из скобок справа : 4 $\Rightarrow$

второй $\equiv 4 \Rightarrow$ разложения:

$$19 \cdot 2^{x-2} \equiv 2^2$$

или

$$19 \cdot 2^2 \equiv 2^{x-2}$$

I $19 \cdot 2^{x-2} \equiv 2^2$ при $x \geq 3$

$$19 \cdot 2^{x-2} = y+45$$

$$\begin{cases} 19 \cdot 2^{x-2} = y+45 \\ 2^2 = y-45 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 19 \cdot 2^{x-2} = y-45 \\ 2^2 = y+45 \end{cases}$$

$$90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 2^2$$

$$4 - 19 \cdot 2^{x-2} = 90$$

$$\frac{x-2}{2} = \frac{86}{-19} < 0$$

$$2^{x-2} < 0$$

$\emptyset$

* $x-2 > 3 \Rightarrow 0 \Rightarrow$ не решение.

* $x-2 > 0 (x \geq 3) \Rightarrow 2^{x-2} -$ не решение

$$94 = 19 \cdot 2^{x-2}$$

$$\frac{x-2}{2} = 6$$

$$2^{x-2} = \frac{94}{19} - \text{не решение}$$

$\emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{II} \begin{cases} y+45 = 19 \cdot 2^{x-2} \\ y-45 = 2 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^{x-2} \\ y+45 = 2 \end{cases}$$

$$90 = 19 \cdot 4 - 2^{x-2}$$

$$\frac{x-2}{2} = 19 \cdot 4 - 90 < 0$$

$$\frac{x-2}{2} < 0$$

$\emptyset$

$$90 = 19 \cdot 2^{x-2} - 19 \cdot 4$$

$$\frac{x-2}{2} = 90 + 80 - 4$$

$$\frac{x-2}{2} = 166$$

$\emptyset$

~~или~~ * если $x < 6$ то $19 \cdot 2^x$ - не целое $\Rightarrow$ $\emptyset$

$$x=0: 19 + 2025 = y^2$$

$$x=1: 38 + 2025 = y^2$$

$$x=2: 86 + 2025 = y^2$$

Ответ: $\emptyset$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 26

I $|a| \geq 3$

$\Downarrow$

$$x^2 - 6x + a \rightarrow \max$$

$$x^* = 3$$

$$9 - 18 + a = 8$$

$$a = 17$$

II $|a| \leq 3$

$\Downarrow$

$$x^2 - 6x + a \rightarrow \max$$

$$x^* = |a|$$

$\Downarrow$

$$a^2 - 6|a| + a = 8$$

$a \geq 0$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

~~ДЗ~~

ДЗ

$$a_2 = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$\left| \frac{5 + \sqrt{57}}{2} \right| > 3$$

$$\left| \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \right| < \left| \frac{5 - 8}{2} \right| < 3$$

$\Downarrow$

$$a = 1 \text{ и/или } a =$$

$$\frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$a < 0$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$(a + 8)(a - 1) = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = -8$$

$$|-8| > 3$$

Ответ: 17, 1, $\frac{5 - \sqrt{57}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

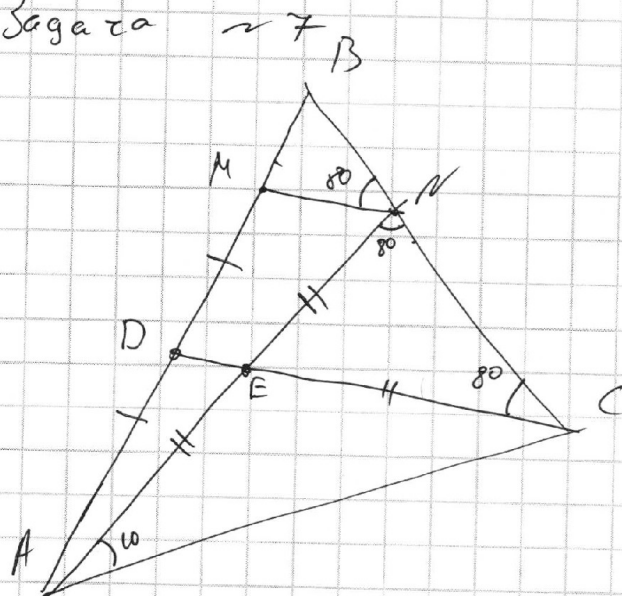


СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача



Дано:

$$\angle MNB = \angle ANC = 80$$

$$BM \cdot MA = 2BM \cdot MC$$

$$\text{Найти: } \angle CAN$$

Решение:

1) D - середина AC, тогда:

$$\frac{BM}{MC} = \frac{2BM}{MA} = \frac{BM}{MD}$$

$$\downarrow$$

$$MN \parallel CD$$

2) Т.к. $AD = DM$, $DE \parallel MN \Rightarrow AE = EN$

3) Т.к. $MN \parallel DC \Rightarrow \angle DCB = 80 \Rightarrow EN = EC$

$$4) \angle AEC = 160^\circ, AE = EN = EC \Rightarrow \angle NAC =$$

$$= \angle EAC = \frac{180 - 160}{2} = 10^\circ$$

Ответ: 10° .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) = n! (n^2 + 4n + 4) : 19^2$$

361

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 190 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$n^2 + 4n + 3 = (n+1)(n+3)$$

$$n^2 + 4n + 3$$

$$n^2 + 4n + 3$$

$$n^2 + 4n + 3$$

$$n^2 + 4n + 3$$

$$n^2 + 4n + 3$$

$$n^2 + 4n + 3$$

$$a(a-1) + a + 1 = a^2 - a + 1 + a = a^2 + 1$$

$$a(a+1) + a - 1 + 1 = a^2 + a + a - 1 + 1 = a^2 + 2a$$

$$|a| > |b| + |a-b|$$

$$n^2 + 4n + 3 = m^2 + 4m + 3$$

$$(n-m)(n+m) = 4(n-m)(m-n)$$

$$N = 5n$$

$$n+m = -4$$

$$n+m = 15$$

$$N \geq 6$$

$$x^2 - 6x \rightarrow \max$$

$$x = 3$$

$$9 - 18 + a = 0$$

$$a = 9$$

$$|a| \geq 3$$

$$|x| = |a|$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 80} = \frac{\sin 20}{\sin 80}$$

$$\sin 80 \cdot \sin \alpha = \sin 80 \cdot \sin 20$$

$$4 \cdot \cos 40 \cdot \cos 20 = \sin 80 \cdot \cos 20 - \cos 80$$

$$\frac{4 \cdot \cos 40 \cdot \cos 20 + \cos 80}{\sin 80} = \cot \alpha$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 = N^3 + 10$$

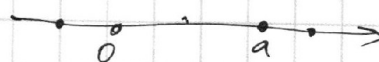
$$5a^2 + 20a + 30 = N^3 + 10$$

$$5a^2 + 20a + 30 = N^3 + 10$$

$$a^2 + 4a + 4 = 25 \cdot n^3$$

$$(a+2)^2 = 25 \cdot n^3$$

$$n = 1$$



$$D = 25 + 24 \cdot 4$$

$$D = 25 + 32 = 57$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \equiv 1, 2, 3$
 $y \equiv 1, 2$
 $2^x \equiv y^2$

$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + a + b + c + d = 24$
 $B \cdot \frac{N}{2C} = \frac{2BM}{MA}$
 $4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 24$
 $4 + c^2 + d^2 + c + d = 24$
 $c^2 + d^2 + c + d = 20 - 4$
 $(x+1)(x-3)$

$x \equiv 0, 2, 6$
 $x \equiv 4, 8, 0$
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin 80}$
 $\frac{b}{\sin 100} = \frac{a}{\sin 20}$
 $\frac{c}{\sin 80} = \frac{b}{\sin(80-x)}$

$a^2 \equiv 16$
 $19 \cdot 2 = (y-45)(y+45)$
 $x-2$
 $2 \cdot 13$

$x \equiv 0, 2, 6$
 $x \equiv 0$
 24
 $6, 14$

$\sin \alpha \cdot \sin 80 = \sin 20 \cdot \sin(80-x)$
 $\sin 60 = \sin 20 \cdot \cos 80 + \cos 20 \cdot \sin 80$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 20 \cdot (1 - 2 \sin 20) + \cos 20 \cdot 2 \cdot \cos 20$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = a(1-2a) + 2a(1-a^2)$
 $-2a^3 - 2a^2 + 3a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2^x + 3 \equiv y$
 $2^{\frac{x}{6}} \equiv \frac{a^2 + b^2}{4}$
 $a^2 + b^2 = 25$
 $a^2 + b^2 = 100$

$\sin \alpha \cdot \sin 80 = \sin 20 \cdot \sin(80-x)$
 $\sin 60 = \sin 20 \cdot \cos 80 + \cos 20 \cdot \sin 80$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 20 \cdot (1 - 2 \sin 20) + \cos 20 \cdot 2 \cdot \cos 20$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = a(1-2a) + 2a(1-a^2)$
 $-2a^3 - 2a^2 + 3a = \frac{\sqrt{3}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

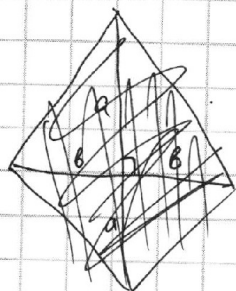
СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача — 4

Ответим пересечение диагоналей ромба



Пусть длины диагоналей $a, b \Rightarrow \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} = 100$

a^2, b^2 — раскладываются в сумму 2 кв-тов (возможна 0)

$$a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 = 100$$

a_1, a_2, b_1, b_2 — целое.

2 кв-та:

$$a_1^2 + b_1^2 = 100$$

$$\text{mod } 4: a_1^2, b_1^2 \text{ либо } 0 \Rightarrow a_1 \equiv 0 \pmod{4}, b_1 \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow a_1, b_1 : 2$$

$$\text{mod } 5: a_1^2, b_1^2 \text{ либо } 0 \text{ либо } 1 \text{ либо } 4 \Rightarrow a_1 \equiv 0 \pmod{5}, b_1 \equiv 0 \pmod{5} \text{ или } a_1 \equiv \pm 1 \pmod{5}, b_1 \equiv \pm 2 \pmod{5}$$

$$\text{I } a_1 \geq 6, a_1 \leq 10, a_1 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow a_1 = 6 \Rightarrow b_1 = 8$$

$$\text{II аналогично I: } a_1 = 8, b_1 = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

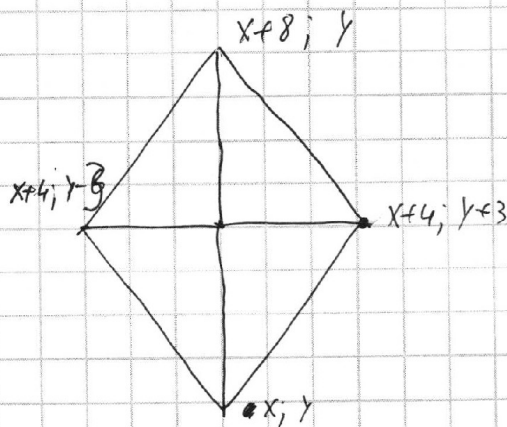
☐☐☐☒☒☐☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ромб



$$\Rightarrow x+8, y+3$$

$$y-3, x \geq 1, x+8, y+3 \leq 50$$

$$y \geq 4$$

$$1 \leq x \leq 42$$

$$4 \leq y \leq 47$$

вариантов

$$42 \cdot 44$$

2-вариант это повернуть т.к. ромб должен

влезть в квт это тоже самое $\Rightarrow 42 \cdot 44$ вариантов

1 ромб:

$$a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 = 100$$

остатки 1, 4, 0 и их со суммой 0 это 25

$$u^2 + m^2 = 75$$
$$n^2 + m^2 = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

0 нулей:

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = 100$$

каждый из 4-х 0-706 но ~~то~~ можно 5 0, 1, 4 $\Rightarrow$

возможны:

0, 0, 0, 0

1, 4, 0, 0

1, 4, 1, 4

если 0 то это 5 т.к. след. 10 $10^2 = 100$ - число.

I $20^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 = 100$ диагональ $\sqrt{50}$ и $\sqrt{50}$

II $5^2 + 5^2 + m^2 + n^2 = 100$

$m^2 + n^2 = 50$ (но можно 4 они но т.к. $50 \equiv 2 \pmod{4}$)

$m = 1, n = 7$

диагонали: $\sqrt{74}$ и $\sqrt{26}$
 $\sqrt{50}$ и $\sqrt{50}$

диагонали

III это 2 пары но мод 4 разб на

2 не с ост. 2, 2 $\Rightarrow$ такая меньшая пара

в сумме 10, 30, 50 то есть 3, 1, 50.

только 7, 1 30 и 40 (50 - доказано)

30, 10 ~~или~~ можно переобратить.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☒☐☐

СТРАНИЦА

___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда 2 игра

50 или 90 50 только 1, 7

90: $81+9 \Rightarrow$ только $81, 9$

$$64+26$$

$$49+41$$

$$36$$

$\Downarrow$

$$1^2 + 1^2 + 7^2 + 7^2$$

или

$$1^2 + 3^2 + 3^2 + 9^2$$

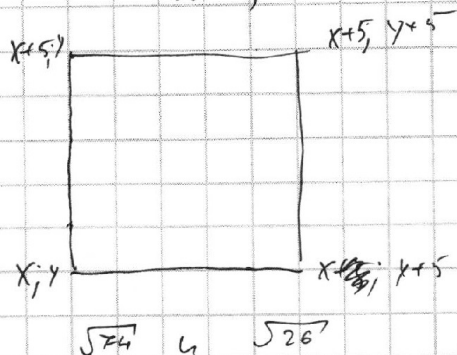
87

газонок: $\sqrt{2}, \sqrt{98}$

$$\sqrt{10}, \sqrt{90}$$

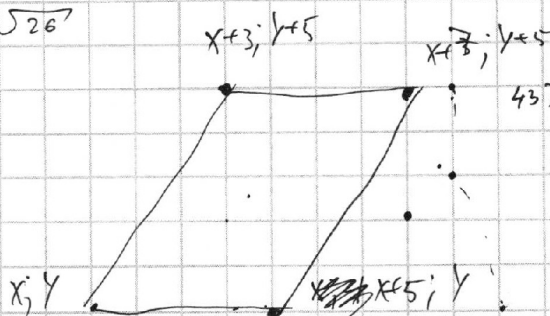
$$\sqrt{82}, \sqrt{18}$$

Ромб: $\sqrt{50}, \sqrt{50}$



$$x, y \geq 1 \quad x+5, y+5 \leq 4550 \\ \Rightarrow 45 \geq x \geq 1 \quad 45 \geq y \geq 1$$

$$\text{вар: } 45^2$$



$$43 \geq x \geq 1 \quad 45 \geq y \geq 1$$

$$\text{вар: } 43 \cdot 45 \cdot 2$$

повернуть.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

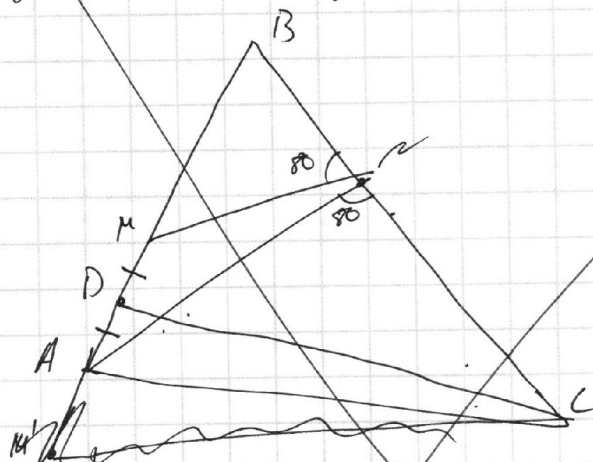
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 27

Доказываем единственность ответа:



если AM тогда по соотношению: отрезки
середины AM D.

$$BM \cdot MA = 2 BM \cdot MC$$

$$\frac{BM}{MC} = \frac{2BM}{MA} = \frac{BM}{MD}$$

$$\frac{BM}{MC} = \frac{BM}{MD} \Rightarrow MD \parallel AC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

