



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! + (n-1)! \cdot n + (n-1)! \cdot n(n+1) = (n-1)! (1 + n + n(n+1)) = \\ = (n-1)! (n^2 + 2n + 1) = (n-1)! (n+1)^2$$

Если $(n-1)! / (n+1)^2 \approx 289$, то $(n-1)! / (n+1)^2 = 289 \frac{1}{2}$, где $k \in \mathbb{Z}$.

$$(n-1)! / (n+1)^2 = 17^2 \frac{1}{2}$$

$(n-1)! \approx 17$ при $n=18$, т.е. при $n=18$ $17! / 18^2 \approx 17$

Но при $n=17$ $16! / 17^2 \approx 289$ и при $n < 17$ $(n-1)! / (n+1)^2 \approx 17^2$

Но при $n=16$ $15! / 16^2 \approx 289$ и при $n < 16$ $(n-1)! / (n+1)^2 \approx 289$

Ответ: 16.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

квдратов
Сумма 7 последоват. натур. чисел:

$$N > 8.$$

$$\Sigma = (n-3)^2 + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 = 7n^2 - 6n - 4n - n + n + 4n + 6n + 9 + 4 + 1 + 1 + 4 + 9 = 7n^2 + 28.$$

$$(7n^2 + 28) - 28 = N^5; \quad 7n^2 = N^5$$

~~Т.к. $n, N \in \mathbb{N}$, то $N^5 \div 7$. Т.к. N — простое, то $n^2 = 7^4$, т.е. $n = 7^2$ и $N = 7$.~~

~~Ответ: 7 .~~

Т.к. $n, N \in \mathbb{N}$, то $N^5 \div 7$, т.е. $N \div 7$.

Если $n = 7^2$, то $N = 7 < 8$.

Тогда $n = 7^2 \cdot 2^5$. $N^5 = 7 \cdot 7^4 2^{10} = (7 \cdot 2^2)^5$; $N = 7 \cdot 4 = 28$.

Ответ: 28 .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

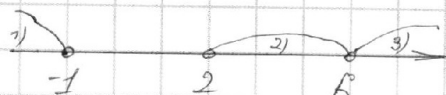
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+|6-x|$$

≥ 0 для ООЗ

$$\text{ООЗ: } x^2-x-2 \geq 0; \frac{x-2}{x+1} \geq 0; \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$



1) при $x \leq -1$: $\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+6-x$;

$$\sqrt{x^2-x-2}+x-1 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1;$$

$a \geq |a|$;
 $a \geq 0$.

$$\sqrt{x^2-x-2}+x-1 \geq 0; \sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x \quad |(\cdot)^2|;$$

$$x^2-x-2 \geq (x-1)^2;$$

$$x^2-x-2 \geq x^2-2x+1; x \geq 3, \text{ но } x \leq -1 \Rightarrow \emptyset$$

2) при $2 \leq x < 6$: $\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+6-x$;

$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+6-x;$$

$$5 \geq 5 - \text{Верно} \Rightarrow 2 \leq x < 6$$

3) при $x \geq 6$: $\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+x-6$;

$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+x-6;$$

$$2x \leq 12; x \leq 6, \text{ но } x \geq 6 \Rightarrow x=6$$

Ответ: $[2; 6]$



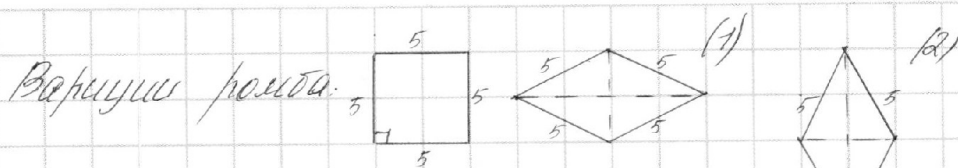
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Диагонали таких ромбов параллельны осям координат.

Диагонали равны 4 и 2.

В противном случае координаты ~~тогда~~ будут выходящими за пределы 5×5 и 5×5 углов. И.т.д. координаты будут не целыми.

Верши и Уверши $\in [1; 45]$, т.е. вершины ромба находятся в квадрате 44×44

Варианты расположения квадрата 5×5 :

$(X_0; Y_0)$ - левая нижняя вершина

$X_0 \in [1; 39]$ $Y_0 \in [1; 39]$ $\Rightarrow N_{\text{кв}} = 39^2$ - варианты распол. квадрата

Варианты расположения ромба (1):

$(X_0; Y_0)$ - левая вершина.

$X_0 \in [2; 44]$ $X_0 \in [1$

$X_0; Y_0 \in$

$(X_0; Y_0)$ - левая нижняя вершина квадрата

$X_0 \in [1; 40]$ $Y_0 \in [1; 40]$ $\Rightarrow N_{\text{кв}} = 40^2$ - варианты распол. квадрата

Варианты распол. ромба (1):

$(X_0; Y_0)$ - левая вершина

$X_0 \in [1; 41]$ $Y_0 \in [2; 44]$ $\Rightarrow N_{\text{р(1)}} = 41 \cdot 43$

$X_0 \in [2; 44]$

Варианты распол. ромба (2) равны $N_{\text{р(1)}}$

Общее число вариантов: $N = 40^2 + 2 \cdot 41 \cdot 43 = 5126$

ОТВЕТ: 5126



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2; \quad 23 \cdot 2^x = y^2 - 45^2; \quad (y-45)(y+45) = 23 \cdot 2^x$$

и 23 - простое число

Так как $y, x \in \mathbb{Z}$, введём $n \in \mathbb{Z}$, $0 \leq n \leq x$ и получим:

$$\begin{cases} y-45 = 23 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^n \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^n \\ y+45 = 23 \cdot 2^{x-n} \end{cases} \quad (2)$$

$$(1): \begin{cases} y = 45 + 23 \cdot 2^{x-n} \\ y + 45 = 2^n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 45 + 23 \cdot 2^{x-n} \\ 23 \cdot 2^{x-n} + 90 = 2^n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 45 + 23 \cdot 2^{x-n} \\ 2^{x-n} (2^{2n-x} - 23) = 90 \end{cases} (*)$$

$$(*) : 2^{x-n} (2^{2n-x} - 23) = 90 = 45 \cdot 2 \Rightarrow \begin{cases} x-n=1 \\ 2^{2n-x} - 23 = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-n=1 \\ 2^{x-2} - 68 = 0 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

$$\begin{cases} x-n=0 \\ 2^{2n-x} - 23 = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=n \\ 2^{2n-x} - 23 = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=n \\ 2^n = 113 \end{cases}$$

$$(2): \begin{cases} y = 2^n + 45 \\ y + 45 = 23 \cdot 2^{x-n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2^n + 45 \\ 2^n + 90 = 23 \cdot 2^{x-n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2^n + 45 \\ 2^n (23 \cdot 2^{x-n} - 1) = 90 \end{cases} (**)$$

$$(**): 2^n (23 \cdot 2^{x-n} - 1) = 90 = 45 \cdot 2 \Rightarrow \begin{cases} n=0 \\ 23 \cdot 2^{x-n} - 1 = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=0 \\ 23 \cdot 2^{x-n} = 91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=0 \\ 23 \cdot 2^{x-n} = 91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=0 \\ 23 \cdot 2^{x-n} = 91 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=1 \\ 23 \cdot 2^{x-n} - 1 = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ 23 \cdot 2^{x-n} = 46 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ 23 \cdot 2^{x-n} = 46 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ 2^{x-2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ x-2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow y = 2^1 + 45 = 47$$

ответ: $(3; 47)$



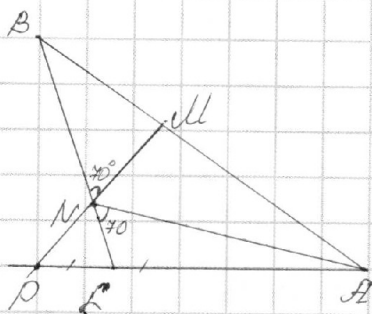
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Продолжим MN за T. N до пересечения с AL за T. L

$MN \cap AL = P$

2) То же делаем из $\triangle ABC$ и пр. PL:

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NQ} \cdot \frac{PL}{LA} = 1 \quad (*)$$

То же $BN \cdot MA = 2BM \cdot NL \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{2NL}{BN}$. Подставим в (*):

$$\frac{2NL}{BN} \cdot \frac{BN}{NQ} \cdot \frac{PL}{LA} = 1 \Rightarrow \frac{2NL}{NQ} \cdot \frac{PL}{LA} = 1 \Rightarrow PL = 2NL \Rightarrow AL = PL$$

3) $\angle BNM = \angle PNL = 40^\circ$ (вертикальные)

Тогда NL - бисс. $\angle PNA$, но $PL = LA$ (из п. 2), т.е. NL - медиана $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle PNL$ - р/д и NL - высота, т.е. $\triangle PNL$ - прямоугол.

4) $\angle PAN + \angle ANL = 90^\circ$ (вертикальные) $\Rightarrow \angle PAN = 20^\circ$

Отв. 20°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y^2 - 45^2 = 23 \cdot 2^x$
 $(y-45)(y+45) = 23 \cdot 2^x$
 $1) y-45 = 23 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow 2y = 23 \cdot 2^{n-1} + 2^{x-n-1}$
 $y+45 = 2^{x-n-1}$
 $23 \cdot 2^{n-1} + 2^{x-n-1} - 45 = 23 \cdot 2^{n-1}$
 $23 \cdot 2^{n-1} + 2^{x-n-1} + 45 = 2^{x-n-1}$
 $(1) \circ 2^{n-1} (23 - 45) = 2^{x-n-1} - 23 \cdot 2^{n-1}$
 $45 = 2^{n-1} (2^{x-n-1-n+1} - 23); 45 = 2^{n-1} (2^{x-2n} - 23)$
 $23 \cdot 2^n + 90 = 2^{x-n}$
 $2^{x-n} - 23 \cdot 2^n = 90$
 $2^n (2^{x-2n} - 23) = 90$
 $2^n (1 - 23 \cdot 2^{2n-x}) = 90$
 $2^{x-n-1} (1 - 23 \cdot 2^{2n-x}) = 45$
 $2^{x-n-1} = 45$
 $2^{x-2n} - 23 = 45$
 $2^{x-2n} = 68$
 $2^{x-3} = 68$
 $2^{x-4} = 17$
 $2 \cdot 92 = 23 \cdot 8$
 $2 \cdot 4 \cdot 23 = 23 \cdot 8$
 $6 = y^2 - 4y - a$
 $9 \mid 23 \quad 6 = 2^2 - 4 \cdot 7 - a$
 $4 \quad 2^2 - 4 \cdot 7 - (a+6)$
 $D = 4 + a + 6 = a + 10$
 $y^2 - 4y - a = 0$
 $36 + 4y^2 = a^2$
 $36 + 4 + a + 10 + 4(a+10) = a^2$
 $x^2 + y^2 = a^2$
 $a^2 - a - 50 = 4(a+10)$
 $x = y^2 - 4y - a$
 $x = 4^2 - 4 \cdot 7 - a$
 $x = -a - 4$
 $x = -\frac{4}{2} \cdot 2 \cdot 46 = 2$
 (x, y)
 $(x+5 \cos \varphi, y+5 \sin \varphi)$

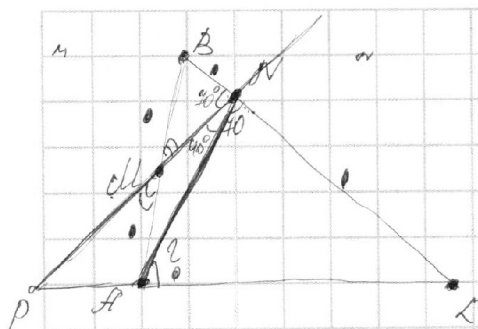


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NR$$

$$\frac{BN}{NR} = \frac{2BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{NR} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{PA}{PC} = 1$$

$$\frac{BN \cdot BM \cdot PA}{2BM \cdot NR \cdot PC} = 1, PA = 2PC$$

$$\frac{BN}{NR} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{PA}{PC} = 1$$

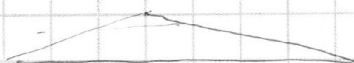
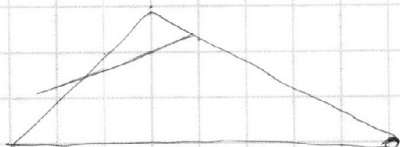
$$\frac{PA}{2PC} = 1; PA = 2PC$$

$$1) \angle \pi/6!$$

$$101 \approx 6$$

$$2) \alpha < \pi$$

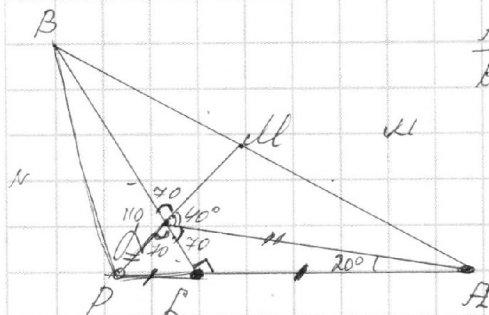
$$(4.2)^5 = 12^2 \cdot 7$$
$$7^4 \cdot 2^5 = 12^2$$



$$\frac{CN}{NR} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{PA}{PC} = 1, PA = 2PC$$

$$\frac{PA}{2PC} = 1; PA = 2PC$$

$$(4.2)^5 = 12^2 \cdot 7$$
$$7^4 \cdot 2^5 = 12^2$$



$$\frac{AN}{NR} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{PA}{PC} = 1$$

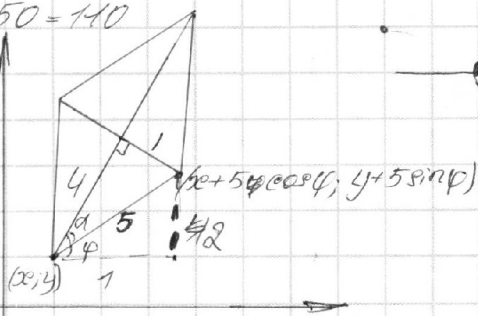
$$\frac{20NR}{BN} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{PA}{PC} = 1; PA = 2PC \Rightarrow PC = PR$$

$$PN = NA \text{ по 6-ву бисс.}$$

$$\text{Квадрат } 3526$$

$$\frac{BN}{NR} = 2 \cdot \frac{BM}{MA} \text{ и } \frac{BN}{BM} = 2 \cdot \frac{NR}{MA}$$

$$360^\circ - 250 = 110$$



$$K \in [1; 39]$$

$$40^2$$
$$1600$$
$$+ 3526$$
$$5126$$
$$41$$
$$\times 43$$
$$123$$
$$164$$
$$1763$$
$$3526$$
$$5126$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$(y-45)(y+45) = 23 \cdot 2^x$$

$$\begin{array}{r} 2025 \ 5 \\ 405 \ 5 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x &= y^2 - 4y - a \\ x^2 + y^2 &= a^2 \end{aligned}$$

$(6; 17)$ — точка.

$$\begin{aligned} b &= y^2 - 4y - a \\ b &= m^2 - 4m - a \end{aligned}$$

Если $y-45$ — чет.: чет. · чет. = чет. $\ominus$
Если $y-45$ — нечет.: чет. · чет. = чет. $\ominus$

$$\begin{array}{r} 23 \cdot 2^x \\ \times 23 \\ \hline 184 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2025 \\ + 184 \\ \hline 2209 \end{array} \quad \begin{array}{r} 144 \\ 188 \end{array} \quad \begin{array}{r} 144 \\ 329 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a &= 23 \cdot 2^x \\ b &= 2^{x-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \ y-45 &= 23 \cdot 2^n \\ y+45 &= 2^{x-n} \end{aligned}$$

$$2y = 23 \cdot 2^n + 2^{x-n}$$

$$y = 23 \cdot 2^{n-1} + 2^{x-n-1} \Rightarrow 23 \cdot 2^{n-1} + 2^{x-n-1} - 45 = 23 \cdot 2^n$$

$$\begin{aligned} 23 \cdot 2^{n-1} (2-1) &= 2^{x-n-1} 45 \\ 23 \cdot 2^{n-1} &= 2^{x-n-1} 45 \end{aligned}$$

чет. при $n \geq 2$ чет. при $x-n-1 \geq 1$

Выполняется при $n=1$

$$1) \ n=1:$$

$$\begin{aligned} y-45 &= 46 \Rightarrow y = 45+46 = 91 \\ y+45 &= 2^{x-1} \Rightarrow 91+45 = 136 = 2^{x-1} \end{aligned}$$

$$2) \ x-n=1$$

$$\begin{aligned} y-45 &= 23 \cdot 2^n \Rightarrow \ominus \\ y+45 &= 2 \Rightarrow y = -43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \ x=n: \ y-45 &= 23 \cdot 2^n \\ y+45 &= 1 \end{aligned}$$

$$x = y^2 - 4y - a$$

$$-4-a > a; 2a < -4; a < -2$$

$$a = -3: x = y^2 - 4y + 3$$

$$\begin{aligned} 2: \ 8-32+6+48 &= -8-32-6+48 \\ 3: \ 27-24+3+48 &= 36+48-72 \end{aligned}$$

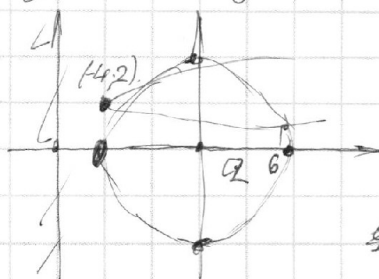
$$84$$

$$-3: -27-8-9-9+48$$

$$36+m^2 = (m^2-4m-6)^2$$

$$36+m^2 = m^4+16m^2+36-8m^3+48m-12m^2$$

$$\begin{aligned} m^4-8m^3+3m^2+48m &= 0 \\ m^3-8m^2+3m+48 &= 0 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289$$

$$289 = 17^2$$

$$\begin{array}{r} 119 \overline{) 137} \\ 119 \\ \hline 18 \\ 170 \\ 119 \\ \hline 51 \\ 51 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(n-1)! + (n-1)!n + (n-1)!n(n+1)$$

$$(n-1)!(1+n+n(n+1)) : 289$$

$$n^2 + n + 1 : 289$$

$$2n \quad 4n \quad 6n \quad 8n \quad 10n \quad 12n$$

$$(2) \quad n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + \dots + (n+6)^2 - 28 = N^5$$

$$7n^2 + 2(n+2n+3n+4n+5n+6n) + 1+4+9$$

$$(n-3)^2 + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 = 7n^2 + (9+4+1) \cdot 2 + 28 =$$

$$= 7n^2 + 28$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$$

$$7n^2 = N^5$$

$$n, N \in \mathbb{N} \Rightarrow N \in \{7, 17, 23, 31, 41, 47, 53, 59, 67, 71, 79, 83, 89, 97, 103, 107, 113, 127, 137, 149, 151, 157, 163, 173, 179, 181, 191, 197, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 437, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 473, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 527, 531, 539, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 623, 629, 631, 637, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 667, 671, 673, 677, 683, 687, 691, 697, 701, 703, 707, 709, 713, 719, 727, 731, 733, 737, 739, 743, 749, 751, 757, 761, 763, 767, 769, 773, 779, 781, 787, 791, 793, 797, 803, 809, 811, 817, 821, 823, 827, 829, 833, 837, 839, 843, 847, 851, 853, 857, 859, 863, 867, 869, 871, 877, 881, 883, 887, 893, 897, 901, 907, 911, 913, 917, 919, 923, 927, 931, 937, 941, 943, 947, 953, 959, 961, 967, 971, 973, 977, 983, 989, 991, 993, 997, 1000\}$$

$$x^2 - x - 2 \geq (x-1)^2$$

$$x^2 - x - 2 \geq x^2 - 2x + 1$$

$$x \geq 3$$

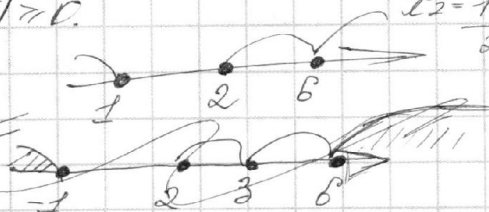
$$(3) \quad |\sqrt{x^2 - x - 2} + 5| \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |6 - x|$$

$$D.O.3.: \quad x^2 - x - 2 \geq 0 \quad D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \quad x_1 = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$(x-2)(x+1) \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$x_2 = \frac{1-3}{2} = -1$$



$$\begin{aligned} a &\neq |a| \\ a &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 = 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} = 1 - x$$

$$x^2 - x - 2 = x^2 - 2x + 1$$

$$x = 3, \quad 1 - x > 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0, \quad x < 1$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$$

$$x \leq -1$$

$$1) \quad x \leq -1:$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + 6 - x$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \geq 0$$

$$2) \quad 2 \leq x < 6: \quad \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + 6 - x$$

$$6 \geq 6 - \text{верно}$$

$$3) \quad 6 \leq x: \quad \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + x - 6$$

$$2x \leq 12; \quad x \leq 6$$

$$x = 6$$