



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] При каком наименьшем натуральным  $n$  число  $(n-1)! + n! + (n+1)!$  делится на 289?
- [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа  $N$ , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка  $[1; 45]$ . Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых для множества точек плоскости  $Oxy$ , задаваемых уравнением  $x^2 + y^2 = a^2$ , наибольшее значение выражения  $y^2 - 4y - a$  равно 6.
- [6 баллов] На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$ . Найдите  $\angle CAN$ , если известно, что  $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)_0! + n_0! + (n+1)_0! = (n-1)_0! + (n-1)_0! \cdot 12 + (n-1)_0! \cdot 12 / (n+1) = (n-1)_0! / (1+12+12/(n+1)) = \\ = (n-1)_0! / (n^2+2n+1) = (n-1)_0! / (n+1)^2 = (n-1)_0! / (n+1)^2$$

Если  $(n-1)_0! / (n+1)^2 \in \mathbb{Z}$ , то  $(n-1)_0! / (n+1)^2 = 289k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .  
 $(n-1)_0! / (n+1)^2 = 17^2 k$ .

$(n-1)_0! = 17$  при  $n=18$ , т.е. при  $n=18$   $17! / 18^2 = \cancel{17} 17$

Что при  $n=17$   $16! / 17^2 = \cancel{17} 289$  и при  $n < 17$   $(n-1)_0! / (n+1)^2 \neq \cancel{17} 289$

~~Что~~ при  $n=16$   $15! / 17^2 = \cancel{17} 289$  и при  $n < 16$   $(n-1)_0! / (n+1)^2 \neq \cancel{17} 289$

Ответ: 16.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

квадратов

$N > 8$

Сумма  $^5 \nabla$  последоват. натур. чисел:

$$\sum = (n-3)^2 + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 = 7n^2 - 6n - 4n - n + n + 4(n+6)n + 9+4+9+1+4+9 = 7n^2 + 28.$$

$$(7n^2 + 28) - 28 = N^5; 7n^2 = N^5$$

Т.к.  $n, N \in \mathbb{N}$ , то  $N^5 \geq 7$ . Т.к.  $N$  минимальное, то  $n^2 = 7^4$ , т.е.  
 $n = 7^2$  и  $N = 7$ .

Ответ:  $\frac{7}{7}$

Т.к.  $nN \in \mathbb{N}$ , то  $N^5 \geq 7$ , т.е.  $N \geq 7$ .

Всем  $n = 7^2$ , то  $N = 7 < 8$ .

Тогда  $n = 7^2 \cdot 2^5$ .  $N^5 = 7 \cdot 7^4 \cdot 2^{10} = (7 \cdot 2^2)^5$ ;  $N = 7 \cdot 4 = 28$ .

Ответ: 28.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

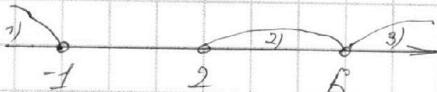
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x - 1} + |6 - x|$$

$\Rightarrow 0 \text{ при } 0.3$

$$\text{D. Z.: } x^2 - x - 2 \geq 0; \quad (x-2)(x+1) \geq 0; \quad \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$



$$1) \text{ при } x \leq -1: \quad \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x - 1} + 6 - x;$$

$a \geq 10;$   
 $a > 0.$

$$\sqrt{x^2 - x - 2 + x - 1} \geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x - 1};$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2 + x - 1} \geq 0; \quad \sqrt{x^2 - x - 2} \geq 7 - x / (1)^2;$$

$\geq 0 \text{ при } x \leq -1.$

$$\begin{aligned} \cancel{x^2 - x - 2} &\geq (x-1)^2; \\ \cancel{x^2 - x - 2} &\geq x^2 - 2x + 1; \quad x \geq 3, \text{ но } x \leq -1 \Rightarrow \emptyset \end{aligned}$$

$$2) \text{ при } 2 \leq x < 6: \quad \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{\cancel{x^2 - x - 2} + x - 1} + 6 - x;$$

$\underbrace{\cancel{x^2 - x - 2}}_{\geq 0}, \quad \underbrace{x - 1}_{\geq 0}$

$\Rightarrow 0 \text{ при } 2 \leq x < 6$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x - 1 + 6 - x} =$$

$$5 \geq 5 - \text{Верно} \Rightarrow 2 \leq x < 6.$$

$$3) \text{ при } x \geq 6: \quad \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{\cancel{x^2 - x - 2} + x - 1} + x - 6;$$

$\underbrace{\cancel{x^2 - x - 2}}_{\geq 0}, \quad \underbrace{x - 1}_{\geq 0}$

$\Rightarrow 0 \text{ при } x \geq 6$

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 &\geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x - 1 + x - 6}; \\ 2x &\leq 12; \quad x \leq 6, \text{ но } x \geq 6 \Rightarrow x = 6 \end{aligned}$$

Ответ:  $[2, 6]$



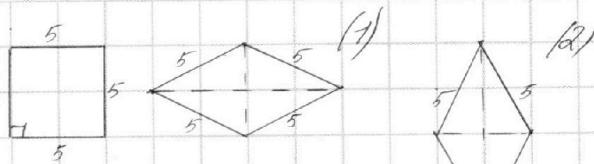
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Варианты решения:



Диагонали таких равных параллельны осям Ох и Оу.

Диагонали равны 4 и 2.

В простиранном случае координаты **таких** будут выражены через sin и cos углов вершин

1 Г.Р. координаты будут не целыми.

Первый и второй с [1; 45], т.е. вершины ромба находятся в квадрате  $44 \times 44$

Варианты расположения квадрата  $5 \times 5$ :

( $x_0, y_0$ ) - левая нижняя вершина

$\begin{cases} x_0 \in [1; 39] \\ y_0 \in [1; 39] \end{cases} \Rightarrow N_{\text{кв}} = 39^2$  - варианты расположения квадрата

Варианты расположения ромба (1):

( $x_0, y_0$ ) - левая вершина.

$\begin{cases} x_0 \in [2, 44] \\ y_0 \in [1; 40] \end{cases}$

~~и т.д.~~

( $x_0, y_0$ ) - левая нижняя вершина квадрата

$\begin{cases} x_0 \in [1; 40] \\ y_0 \in [1; 40] \end{cases} \Rightarrow N_{\text{кв}} = 40^2$  - варианты расположения квадрата

Варианты располож. ромба (1):

( $x_0, y_0$ ) - левая вершина

$\begin{cases} x_0 \in [1; 41] \\ y_0 \in [1; 41] \end{cases} \Rightarrow N_{\text{ромб}} = 41 \cdot 43$

$\begin{cases} x_0 \in [2, 44] \\ y_0 \in [2, 44] \end{cases}$

Варианты располож. ромба (2):

Общее число вариантов:  $N = 40^2 + 2 \cdot 41 \cdot 43 = 5126$

Ответ: 5126

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.










СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2; 23 \cdot 2^x = y^2 - 45^2; (y-45)(y+45) = 23 \cdot 2^x$$

и 23 - простое число

Так как  $y, x \in \mathbb{Z}$ , следовательно  $y \in \mathbb{Z}$ ,  $0 \leq n \leq x$  и получим

$$\begin{cases} y-45 = 23 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^n \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^n \\ y+45 = 23 \cdot 2^{x-n} \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} y = 45 + 23 \cdot 2^{x-n} \\ y+45 = 2^n \end{cases}; \begin{cases} y = 45 + 23 \cdot 2^{x-n} \\ 23 \cdot 2^{x-n} + 90 = 2^n \end{cases}; \begin{cases} y = 45 + 23 \cdot 2^{x-n} \\ 2 \cdot 2^{x-n} (2^{2n-x} - 23) = 90 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Rightarrow 2^{2n-x} (2^{2n-x} - 23) = 90 = 45 \cdot 2 \Rightarrow \begin{cases} 2^{2n-x} = 1 \\ 2^{2n-x} - 23 = 45 \end{cases} \quad \begin{cases} 2^{2n-x} = 68 \\ 2^{2n-x} - 23 = 90 \end{cases} \quad \begin{cases} 2^{2n-x} = 1 \\ 2^{2n-x} = 48 \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \begin{cases} y = 2^n + 45 \\ y+45 = 23 \cdot 2^{x-n} \end{cases}; \begin{cases} y = 2^n + 45 \\ 2^n + 90 = 23 \cdot 2^{x-n} \end{cases}; \begin{cases} y = 2^n + 45 \\ 2^n (23 \cdot 2^{x-n} - 1) = 90 \end{cases} \quad (**)$$

$$(**) \Rightarrow 2^n (23 \cdot 2^{2n-x} - 1) = 90 = 45 \cdot 2 \Rightarrow \begin{cases} 2^{2n-x} = 0 \\ 23 \cdot 2^{2n-x} - 1 = 90 \end{cases} \quad \begin{cases} 2^{2n-x} = 0 \\ 23 \cdot 2^{2n-x} = 90 \end{cases} \quad \begin{cases} 2^{2n-x} = 1 \\ 23 \cdot 2^{2n-x} - 1 = 45 \end{cases} \quad \begin{cases} 2^{2n-x} = 1 \\ 23 \cdot 2^{2n-x} = 48 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \emptyset \\ 2^{x-n} = 2 \\ n=1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ 2^{x-n} = 1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ 2^{x-n} = 1 \end{cases} \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{---}} \begin{cases} n=1 \\ 2^{x-n} = 1 \end{cases} \rightarrow y = 2^n + 45 = 47$$

Ответ: (3; 47)

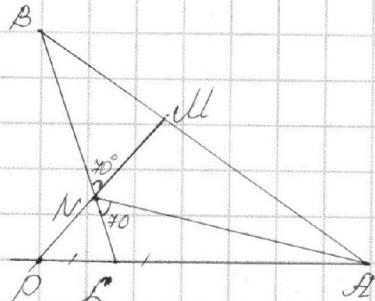


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



1) страдающие син за т. ОУ до пересечения

л. АС за т. L

Син АС = Р.

2) то з меняю из АВС и РС ПЛ:

АН ВН РС = 1 (4)  
МВ ЛОУ РА

то ус. ВН · МА = 2 ВН · НЛ  $\Rightarrow \frac{АНЛ}{МВ} = \frac{2НЛ}{BN}$ . Поставил в (4):

2НЛ · БН · РС = 1  $\Rightarrow \cancel{НЛ} = \cancel{2} \quad РС = 2 РС \Rightarrow АС = РС$

3)  $\angle BNL = \angle PNL = 70^\circ$  (вертикальные)

Тогда НЛ-бисс ∠ PNA, но РС = ЛА (из п.2)  $\Rightarrow$  НЛ = ЛРД  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle PNA$ -п/д и НЛ-бисс, т.е. △ ANP-правильн.

4)  $\angle PAN + \angle ANP = 90^\circ$  (однртл)  $\Rightarrow \angle PAN = 20^\circ$

Отв:  $20^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

**Task 1:**

$$BN \cdot MA = 2BN \cdot NR$$

$$\frac{BN}{NR} = \frac{2BN}{MA}$$

$$\frac{BN \cdot BN \cdot RL}{BN \cdot MA \cdot PR} = 1$$

$$\frac{BN \cdot BN \cdot RL}{2PR} = 1, PR = 2PR$$

$$\frac{PR}{2PR} = 1, PR = 2PR$$

$$1) \gamma 76^\circ$$

$$2) \alpha < -2$$

$$(4\sqrt{2})^5 = n^2 \cdot 4$$

$$742^5 = n^2$$

$$45^\circ$$

$$44^\circ$$

$$62^\circ$$

$$60^\circ$$

$$210.74 = n^2$$

$$\frac{41}{43}$$

$$\frac{164}{1763}$$

$$3526$$

$$PN = NA \text{ no } 60^\circ \text{ by bisec}$$

$$K_1 \in [1; 39] \quad 40^2$$

$$+ 1600$$

$$+ 3526$$

$$5126$$

$$\frac{41}{43}$$

$$\frac{164}{1763}$$

$$3526$$

$$5126$$

**Task 2:**

$$\frac{AN \cdot BN \cdot RL}{BN \cdot NR \cdot PR} = 1$$

$$\frac{2NR \cdot BN \cdot RL}{BN \cdot NR \cdot PR} = 1, PR = 2PR \Rightarrow RL = PR$$

$$PN = NA \text{ no } 60^\circ \text{ by bisec}$$

$$K_2 \in [1; 39] \quad 40^2$$

$$+ 1600$$

$$+ 3526$$

$$5126$$

$$\frac{41}{43}$$

$$\frac{164}{1763}$$

$$3526$$

$$5126$$

**Task 3:**

$$\frac{BN}{NR} = 2 \frac{BN}{MA} \quad \text{and} \quad \frac{BN}{BN} = 2 \frac{NC}{CLP}$$

$$360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$$

$$(x+50 \cos 40^\circ; y+50 \sin 40^\circ)$$

$$4 \times 2$$

$$45^\circ$$

$$44^\circ$$

$$41^\circ 42^\circ 43^\circ 44^\circ 45^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$23.2^x + 2025 = 42$$

$$x^2 + y^2 - 4y - a^2 = 0$$

$$23 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$25 \quad (6; m) - 10^4 \text{ kN}.$$

~~$\alpha = 4\beta^2 - 4m - a$~~

Если  $y - y\bar{e}t$ :  $hey \cdot hey = yet$  (—)

Если  $y$ -множ.  $y\bar{e}t \cdot y\bar{e}t = y\bar{e}t$  (

$$\begin{array}{r}
 232 \\
 \times 23 \\
 \hline
 464 \\
 + 230 \\
 \hline
 2025
 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & y - 45 = 23 \cdot 2^x \\ & y + 45 = 2^{20-x} \\ & 2y = 23 \cdot 2^x + 2^{20-x} \end{aligned}$$

$$y = 23 \cdot 2^{n-1} + 2^{2-n}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} y - 45 = 2^{x-n} \\ y + 45 = 23 \cdot 2^n \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} 2y = 23 \cdot 2^n + 2^{x-n} \\ y = 23 \cdot 2^{n-1} + 2^{x-n-1} \end{array} \\ & \left\{ \begin{array}{l} 23 \cdot 2^{n-1} + 2^{x-n-1} + 45 = 23 \cdot 2^n \\ 2^{x-n-1} + 45 = 23 \cdot 2^{n-1} \end{array} \right. \\ & \left| \begin{array}{l} -17 = 1 \\ x-n-1 = 0 \\ n=0 \\ x-n-1=0 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} 2) y - 45 = 2^{x-3} \\ y + 45 = 48 \Rightarrow y = 1 \\ 2) y + 45 = 23 \\ y + 45 = 2^3 \\ y + 45 = 8 \\ 92 = 2^{x-1} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$23 \cdot 2^{n-1} + 2^{x-n-1} - 45 = 23 \cdot 2^x \quad x^2 + y^2 = Q^m$$

$$\begin{aligned} 23 \cdot 2^{n-1} &= 2^{28-n-1} - 45. & 36 + m^2 - q^2 \\ 2^{n-1} &= 2^{28-n-1} - 45. & 6^2 = m^2 - 4m - q \\ n-1 &= 28-n-1-45. & 6^2 = m^2 - 4m - 6 \\ n-1 &= 28-n-46. & m^2 - 4m - 36 = 0 \\ n &= 28-n-45. & m^2 - 4m - 36 = 0 \\ n &= 28-45. & m^2 - 4m - 36 = 0 \\ n &= -17. & m^2 - 4m - 36 = 0 \end{aligned}$$

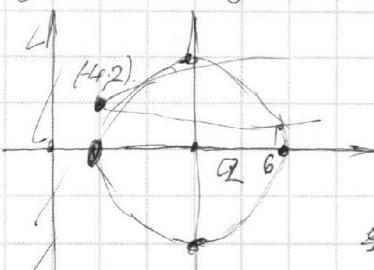
$$\text{Было} \quad n=1. \quad m_1 \cdot m_2 = 6. \quad m^2 + 36$$

$$1) n=1: \quad y - 45 = 46 \Rightarrow y = 45 + 46 = 91. \quad x = 1 - m^2 + 4m^2 = 3m^2 - 1$$

$$2) \quad x^2 - 17 = 1 \quad | +17 \quad | :x^2 \quad x = \pm \sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

$$2) x - n = 1 \\ y - 45 = 23 \cdot 2^n \Rightarrow \textcircled{2} \\ 11 + 45 = 2 \Rightarrow 11 = -43$$

$$3) x = 12^\circ \quad y - 45 = 23 \cdot 2^n \\ y + 45 = 1 \quad \text{if } 2^n = -4$$



$$-4-a > a; 2a < -4; a < \underline{\underline{a}}. \quad (y+1)(y+3).$$

$$d = -3: \quad x = y^2 - 4y + 3 \quad (-1; 2)$$

$$\begin{aligned} & -8 - 32 + 6 + 48. & -3 - 27 - 8 \cdot 9 - 9 + 48. \\ & -8 - 32 - 6 + 48 & 36^2 + m^2 = (m^2 - 4m - 6)^2 + 8 \end{aligned}$$

$$36 + 48 - 72 = m^4 - 8m^3 + 3m^2 + 48m = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289$        $289 = 17^2$        $\begin{array}{r} 11914 \\ \times 17 \\ \hline 289 \end{array}$   
 $(n-1)! + (n-1)!n + (n-1)!n(n+1)$   
 $(n-1)!(1+n+n(n+1)) : 289$   
 $n^2 - 2n + 1 : 289$   
 $2n \quad 4n \quad 6n \quad 8n \quad 10n \quad 12n$   
 $\textcircled{2} \quad n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + \dots + (n+6)^2 - 28 = N^5$   
 $7n^2 + 2(1_n + 2n + 3n + 4n + 5n + 6n) + 1 + 4 + 1$   
 $(n-3)^2 + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 = 7n^2 + (9+4+1) \cdot 2 + 28 =$   
 $= 7n^2 + 28$   
 $7n^2 = N^5$   
 $n, N \in N \Rightarrow N \neq 8^5, n^2 = 49 = 7^2$   
 $\textcircled{3} \quad \begin{aligned} & |\sqrt{x^2 - x - 2} + 5| \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |x - 2| \\ & 0.03. \quad x^2 - x - 2 \geq 0 \quad D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \quad P_1 = \frac{1+3}{2} = 2 \\ & (x-2)(x+1) \geq 0 \\ & \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \diagup \\ -1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \diagdown \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \diagup \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \diagdown \\ 6 \end{array} \end{aligned}$   
 $x^2 - x - 2 = x^2 - 2x + 1$   
 $x^2 - x - 2 = 1 - x$   
 $x^2 - x - 2 + x = 1$   
 $x^2 - x - 2 \geq 0$   
 $\sqrt{x^2 - x - 2 + x - 1} \geq 0$   
 $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$   
 $x \geq -1$   
 $\text{1) } x \leq -1:$   
 $\sqrt{x^2 - x - 2 + 5} \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + 6 - x$   
 $|x^2 - x - 2 + x - 1| \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1|$   
 $|x^2 - x - 2 + x - 1| \geq 0$   
 $\text{2) } -1 \leq x < 2:$   
 $\sqrt{x^2 - x - 2 + 5} \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + 6 - x$   
 $6 \geq 6 - 6 \text{ верно}$   
 $\text{3) } 2 \leq x < 6:$   
 $\sqrt{x^2 - x - 2 + 5} \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + 6 - x$   
 $6 \leq 6 - 6 \text{ верно}$   
 $2x \leq 12; x \leq 6$   
 $x = 6 \text{ //}$