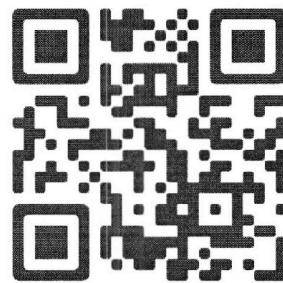


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 9

- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geqslant \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$361 = 19^2$$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! \stackrel{?}{=} n! (n+1 + (n+1)(n+2)) = n! (n+1)(n+3)$$

Заметим, что max одно из чисел $n+1$ и $n+3 : 19$,

т.к. их разности ($=4$) $\asymp 19$. (если оба больше : 19,
то их разности должна быть : 19 $\Rightarrow 4 : 19 - W$) (1)

1) если $n < 19$, то $n! : 19 \Rightarrow n! (n+1)(n+3)$ крестико
 19^6 степень max 1 из утверждения (1).

2) если $19 \leq n \leq 35$, то $19 \leq n+1 \leq 35$, а $22 \leq n+3 \leq 37$
 $\Rightarrow n! : 19^6$ степень max 1, $n+1$ и $n+3 : 19$

3) при $n = 35$:

$$n! : 19$$

$$n+3 = 38 : 19 \Rightarrow n! (n+1)(n+3) : 19^2 \Rightarrow n \min 35$$

Ответ: 35.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Пусть 3-е ^н наст. чисел = n ($n \geq 3$)

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + h^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 - 10 =$$

$$n^2 - 4n + n^2 - 2n + n^2 + n^2 + 2n + n^2 + 4n = 5n^2 \cancel{\text{з/в}^3 \text{ наст}}$$

$$5n^2 = N^3 \text{ наст.} \quad \text{степ. выраж. } 5-\text{ки } \cancel{6} n^2$$

$$1) \text{ степ. выраж. } 5-\text{ки } \cancel{6} N^3 : 3 \Rightarrow \sqrt[5]{n^2} \stackrel{?}{=} 2$$

$$\sqrt[5]{n^2} = 2\sqrt[5]{n} \quad \begin{array}{r} \sqrt[5]{0|1|2} \\ 2\sqrt[5]{0|2|1} \end{array} \text{ по мод } 3$$

Из таблицы видно, что

тогда $\sqrt[5]{n^2} \stackrel{?}{=} 1$.

$$2) \text{ при } \sqrt[5]{n} = 1 \quad n \min 5 \Rightarrow 5^3 = N^3 \Rightarrow N = 5 \text{ не верно.}$$

$$3) \text{ при } \sqrt[5]{n} = 4 \quad n \min 5^4 \Rightarrow 5^8 = N^3 \Rightarrow N = 5^3 \text{ подходит.}$$

Ответ: 125.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

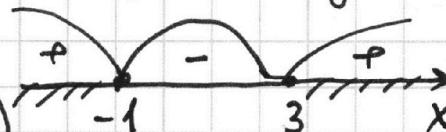
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N 3

1) ОДЗ $x^2 - 2x - 3 \geq 0$
 $(x-3)(x+1) \geq 0$

Столбчатый метод интервалов:

$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$



2) Замена: $\sqrt{x^2 - 2x - 3} = a$, $b = 2x - 7$

$|a+6| \geq |a+b+6| + |-b| \quad (1)$

Будем использовать факт о явл. то, что $|x| + |y| \geq |x+y|$,
 причем равенство достигается, если знаки x и y равны.
 $\Rightarrow |a+b+6| + |-b| \geq |a+6| \quad (2)$ одного знака

Из кир-в (1) и (2) $\Rightarrow |a+b+6| = |a+6|$

$|a+6| + |-b| = |a+6|$

Максимальное равенство, то

$$\begin{cases} a+b+6 < 0 \\ -b < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+6 > 0 \\ b > 0 \end{cases} \quad ①$$

$$\begin{cases} a+b+6 \geq 0 \\ -b \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+6 \geq 0 \\ b \leq 0 \end{cases} \quad ②$$

Система ①:

Макс $a \geq 0, b > 0$ и $b > 0$,
 то $a+b+6 > 0 \Rightarrow$
 эта система не имеет решений

Система ②:

$$\begin{cases} a+6 \geq -b \\ b \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 7 - 2x - 6 = 1 - 2x \\ 2x - 7 \leq 0 \Rightarrow x \leq 3,5 \end{cases}$$

~~При $x^2 - 2x \geq 0$ система верна всегда~~

~~При $x^2 - 2x < 0$ система верна всегда~~

При $1-2x \leq 0$ система верна всегда \Rightarrow реш. явл. $x \in [0,5; 3,5]$. Учитывая

При $1-2x > 0$ можно неравенство $1-2x \leq 0$ без учета в квадрате выполнено
 $x < 0,5$ реш. явл.

$[3, 3,5]$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x \leq 3,5 \\ x < 0,5 \\ 1 \quad x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1 \end{cases}$$

$$(1) \quad 3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$D = 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0 \Rightarrow$ реш нет, т.к. парабола с ветвями вверх имеет $y \geq 0$.

Ответ: \emptyset

Ответ: $[3; 3,5]$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

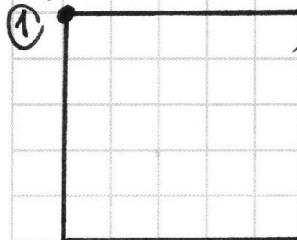
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N84

Лог. упр. подходит для 3 типа фигур



(1)

(2)

(3)

(м.к.)

(3)

п/з с учетом
координат и
ширины

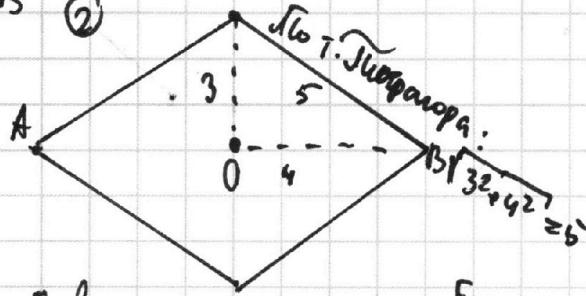
всего 2:

(0; 5; 5)

(3; 3; 5)

или

или

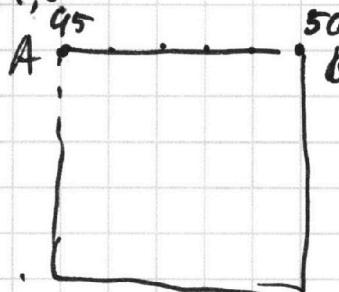
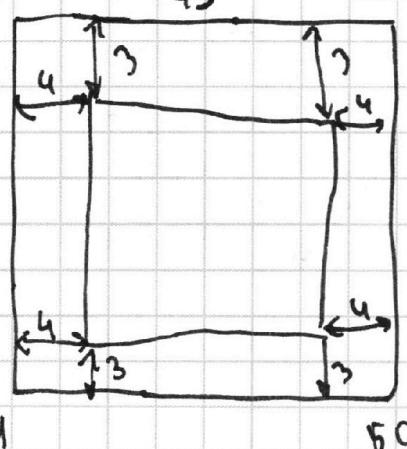


(1) Динамочки А в плоскости есть 45^2 мест:

1) Вариант min координат А 1, а max 45, иначе Т В
будет за пределами дипицона

2) аналог. мин ордината
1, а max 45 \Rightarrow всего 45^2
плюсничит

(2)



Дин Т.О.:

мин абсцисса 5, а макс 46,
иначе Т.О или В выходят за пределы дипицона [1; 50]

мин орд. 4, а макс 47 \Rightarrow 44 бар.
 \Rightarrow 44. 48 бар.

(3) Аналог п.2 будет 48. 44 бар

Всего: $45^2 + 2 \cdot 48 \cdot 44 = 6072$ бар. Всего: $45^2 + 2 \cdot 48 \cdot 44$

~~2025~~
или
6072

Ответ: 6072.

Ответ: 6072

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45) \quad x \geq 0.$$

Отсюда видно, что правая часть $\in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$$\begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^z \\ y+45 = 2^{x-z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 19 \cdot 2^z + 2^{x-z} \\ y = 19 \cdot 2^z + 45 \end{cases} \Rightarrow$$

$$19 \cdot 2^z + 2^{x-z} = 19 \cdot 2^{z-1} + 90$$

при $z \geq 0, x-z, z-1 \geq 1, 90$ должны быть: $2^2 - 11$

2

~~3~~ считаем $z=1$

$$10) z=0 \quad 19+2^x = 19 \cdot 2^z + 90 \quad \text{не целое, т.к } 2^x = 109$$

$$11) z=1 \quad \frac{19}{19} \cdot \frac{38}{128}$$

$$12) z=1 \quad \frac{19 \cdot 2^z + 2^{x-1}}{38} = \frac{19 \cdot 2^2 + 90}{46}$$

$$2^{x-1} = 128 = 2^7$$

$$\Rightarrow x-1 = 7$$

$$\boxed{x=8} \Rightarrow \boxed{y = 19 \cdot 2^z + 45 = 83}$$

16

8

$$13) x-z=0 \Rightarrow x=z$$

$$19 \cdot 2^x + 2^0 = 19 \cdot 2^{x-1} + 90$$

$$-89 = \frac{19 \cdot 2^x}{2} - 90$$

12 <0

>0

$$14) x-z=1 \Rightarrow x=z+1$$

$$19 \cdot 2^{x-1} + 2^1 = 19 \cdot 2^x + 90 \rightarrow -88 = \frac{19 \cdot 2^x}{2} - 90$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) y+45 : 19$$

$$\begin{cases} y-45 = \cancel{19} \cdot 2^z \\ y+45 = 19 \cdot 2^{x-z} \end{cases} \quad \begin{cases} 2y = 19 \cdot 2^{x-2} + 2^z \\ y = 2^z + 45 \end{cases} \quad | -2$$

$$\Rightarrow 2^{z+1} + 90 = 19 \cdot 2^{x-2} + 2^z$$

пнм $z, x-z, z+1 > 1$ $90 : 2^2 = 45$

↓

$$2a) z=0 \quad 2^1 + 90 = 19 \cdot 2^{x-1} + 2^0$$

$$19 \cdot 2^x = \cancel{90 + 2 - 1} \quad | : 19$$

x -нечелое,

$$2b) z=1 \quad 2^2 + 90 = 19 \cdot 2^{x-1} + 2^1$$

$$19 \cdot 2^{x-1} = \cancel{90 + 4 - 2} \quad | : 19$$

x -нечелое

$$2c) x-z=0 \Rightarrow z=x$$

~~$$2^{x+1} + 90 = 19 \cdot 2^0 + 2^x$$~~

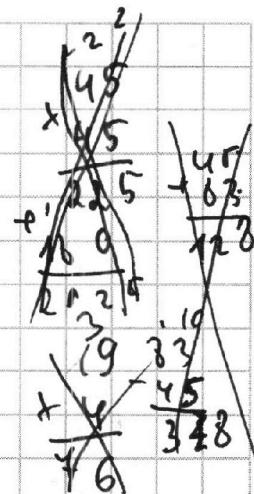
$$2^x = \frac{19-90}{-71} - \text{неш.чел}$$

$$2d) x-z=1 \Rightarrow z=x-1$$

$$2^x + 90 = 19 \cdot 2^1 + 2^{x-1}$$

$$2^{x-1} = \frac{38-90}{-52} - \text{неш.чел}$$

Ответ: $(8; 83)$



~~$$\begin{aligned} & 19 \cdot 256 - 45^2 \\ & 19 \cdot 256 = \\ & 136 \cdot 128 \end{aligned}$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$f(x) = x^2 - 6x + a$$

1) м.к. круг $x^2 + y^2 = a^2$ задает окр.-то с центром $(0;0)$ и радиусом $|a|$, тогда $x \in [-|a|; |a|]$

2) $x^2 - 6x + a = 0$ - парабола. На отрезке $[-|a|; |a|]$ с ветвями вверх

极大 значение достигается не на концах отрезка:

$$\begin{cases} f(|a|) = 8 \\ f(-|a|) \leq 8 \end{cases} \quad \textcircled{1}$$

$$\begin{cases} f(|a|) \leq 8 \\ f(-|a|) = 8 \end{cases} \quad \textcircled{2}$$

3) Рассмотрим $a \geq 0$. $\Rightarrow |a| = a$, $-|a| = -a$

$$\begin{cases} a^2 - 6a + a = 8 \\ (-a)^2 - 6(-a) + a \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 - 5a - 8 = 0 \\ a^2 + 7a - 8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 25 + 4 \cdot 8 = 57$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \stackrel{32}{\text{JII. K}} \quad \text{a} > 0, \text{ mo } a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}.$$

$$\begin{cases} (a+1)(a-1) \leq 0 \\ \begin{array}{c} \nearrow - \\ \hline -8 \quad 1 \quad \searrow \end{array} \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} \\ a \in [-8; 1] \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} a^2 - 6a + a \leq 8 \\ a^2 + 7a - 8 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 - 5a - 8 \leq 0 \\ a^2 + 7a - 8 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} a \\ \cancel{a^2 + 7a - 8} \\ (a+8)(a-1) = 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 \leq 0 \\ \begin{cases} a = -8 \text{ - не подходит, т.к. } a > 0 \\ a = 1 \end{cases} \end{cases} \quad \begin{matrix} 1 - 5 - 8 \leq 0 - \text{ верно} \\ \Rightarrow a = 1 \text{ подходит.} \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Рассмотрим случай $a \leq 0$:

последн. в п.3

$$\begin{cases} f(-a) = 8 \\ f(a) \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 + 6a + a = 8 \\ a^2 - 6a + a \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 + 7a - 8 = 0 \\ a^2 - 5a - 8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(-a) \leq 8 \\ f(a) = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 + 6a + a \leq 8 \\ a^2 - 6a + a = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 + 7a - 8 \leq 0 \\ a^2 - 5a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -8 \\ a = 1 \text{ - не подходит } \emptyset \\ a^2 - 5a - 8 \leq 0 \end{cases} \quad \text{т.к. } 8^2 + 5 \cdot 8 - 8 \leq 0 \text{ - не верно,} \\ \text{поэтому } a = -8 \text{ не подходит.}$$

$$\begin{cases} a^2 + 7a - 8 \leq 0 \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \end{cases} \quad \text{т.к. } a < 0, \text{ то } a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\begin{cases} a^2 - 7a - 8 \leq 0 \\ a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} \end{cases} \quad \text{решение в п.3}$$

$$\text{решение } a: 15 + \sqrt{57} / 2 < 5 - 8 < 5 - \sqrt{57} < 5 - 3\sqrt{7}$$

$$-3 < 5 - \sqrt{57} < -2$$

$$\Rightarrow a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \text{ подходит} \quad -1,5 < \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < -1$$

$$\text{Ответ: } 1, \frac{5 - \sqrt{57}}{2}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \frac{361}{35} \longdiv{7} \\ \frac{361}{101} \end{array} - \begin{array}{r} \frac{361}{26} \longdiv{13} \\ \frac{361}{90} \end{array} \times \begin{array}{r} \frac{13}{7} \longdiv{2} \\ \frac{34}{91} \end{array} - \begin{array}{r} \frac{361}{17} \longdiv{19} \\ \frac{17}{171} \end{array} - \begin{array}{r} \frac{361}{19} \longdiv{19} \\ \frac{19}{171} \end{array} \times \begin{array}{r} \frac{19}{9} \longdiv{8} \\ \frac{19}{0} \end{array} + \begin{array}{r} \frac{19}{3} \longdiv{19} \\ \frac{19}{84} \end{array} \times \begin{array}{r} \frac{19}{2} \longdiv{38} \\ \frac{19}{76} \end{array}$$

$$n! (n+1 + (n+1)(n+2)) = n! (n+1)(n+3) : 19^2 \quad g_0 \stackrel{19}{=} 14 \stackrel{76}{=} 76$$

$$\begin{aligned} 1) \text{ при } n \leq 19 & \quad n+1 = 19 & n+3 = 33 & \quad 2^4 = 16 \\ & \quad n = 18 & n = 35 & \quad 2^5 = 32 \times 16 \stackrel{82}{=} \\ & & & \quad 2^7 = \min N? \end{aligned}$$

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 - 10 = N^3 \quad ; n \geq 3, \quad N \geq 6$$

$n \bmod 10$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n^2	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1
n^3	0	1	8	27	4	5	6	1	2	9

$$4+1+0+4+1 \stackrel{10}{=} 0 \quad n \in \{1, 2, 6\}$$

$$\underbrace{n^2 - 4n + n^2 - 2n + h^2}_{5h^2 = N^3} + \underbrace{n^2 + h^2 + 2n + h^2 + 4n}_{N^3} = N^3$$

$$\Rightarrow N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N \min_{10}$$

$$5n^2 = 10^3$$

$$n^2 = 10^2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 5^2$$

↑ #5
Вторая

Компактная запись

$$n = 5^a \cdot x \quad n = 5^4 \Rightarrow h^2 = 5^8 \Rightarrow N^3 = 5^9 \neq 5^3 \quad \begin{matrix} N = \\ 19 \cdot 2^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \Rightarrow \\ \frac{19 \cdot 2^2}{19} \end{matrix}$$

$$2a \stackrel{3}{=} 2 \quad a \stackrel{3}{=} 1 \quad a = 4$$

$$h = 5 \text{ не подходит} \Rightarrow a \min 5^{1+3} =$$

$$19 \cdot 2^2 + 2^{x-2} = 19 \cdot 19 \cdot 2^{x+1} - 90$$

$$2^{x-2} - 90 = 19(2^{x+1} - 2^2) = 19 \cdot 2^2$$

$$\begin{array}{r} 2025 \longdiv{25} \\ 200 \end{array} \quad 2025 = 5^2 \cdot 9^2 = 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$\begin{cases} \text{если } y - 45 : 19 \\ \text{тогда } y + 45 = 2^{x-2} \end{cases}$$

$$y - 45 = 19 \cdot 2^x$$

$$y + 45 = 19 \cdot 2^{x-2}$$

$$2y = 19(2^x + 2^{x-2})$$

$$y = 19 \cdot (2^x + 2^{x-2}) \div 2$$

$$\begin{matrix} N = \\ 19 \cdot 2^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \Rightarrow \\ \frac{19 \cdot 2^2}{19} \end{matrix}$$

$$\text{если } y \stackrel{3}{=} 1$$

$$y - 45 : 19$$

$$2y = 19 \cdot 2^2 + 2^{x-2}$$

$$y = 19 \cdot 2^2 + 45$$

$$\begin{matrix} \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Замена: $x^2 - 2x - 3 \geq a$, $b = 2x - 7$

$$0 \leq 3: x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$



$$|a+6| \geq |a+b+6| + |-b| \geq |a+6| \Rightarrow$$

$$|a+6|$$



$$|a+b+6| = |a+6| + \frac{368}{4048} = |a+6| + \frac{368}{2025}$$

$$\begin{cases} 2x - 7 \leq 0 \\ x \in (-\dots) \end{cases} \rightarrow x \leq 3,5$$

$$|a+b+6| + |-b| = |a+6| + 3$$

при $b \geq 0$

при $b < 0$

$$|a+b+6| - (-b) = |a+6|$$

это тождество при $b < 0$

$$\text{ans: } f(3,5, -3,5)$$

-3,5	-1	0	1	2	3	4
0	↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	→
2	→
3	→
4	→

- 1) Байдар. берник
- 2) Байдар ~~0~~ ~~0~~
- 3) Байдар X
- 4) Байдар Y

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 144 \\ \hline 168 \\ + 420 \\ \hline 3696 \\ + 2025 \\ \hline 5721 \\ \hline 3696 \end{array}$$

A: 4 способа

$$\begin{aligned} 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 5 + 0 \cdot 6 + 0 \cdot 7 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 9 + 0 \cdot 10 &\rightarrow 0 \cdot (0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) \\ 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 7 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 10 &\rightarrow 1 \cdot \\ 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 10 &\rightarrow 2 \cdot \end{aligned}$$

$$25 \cdot 0 + 25 \cdot 1 + \dots$$

$$24 \cdot 0 + \dots$$

$$\rightarrow 25 \cdot 0 \rightarrow 25 \cdot \dots$$

$$\dots + 24 \cdot 0$$

$$0 \cdot 0$$

$$\begin{array}{c} 25^2 \\ \times 25^2 \\ \hline 25^4 \end{array}$$

$$0 \cdot 0$$

$$(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10)^2 = 55^2 = 3025$$

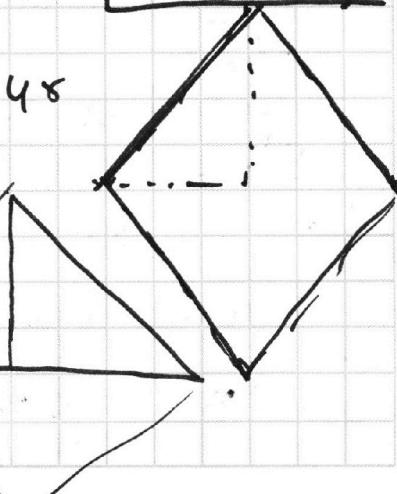
Σ d...25

$$\frac{26 \cdot 25}{2} = 25 \cdot 13$$

$$\Sigma 1 \dots 24 \frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12$$

$$348$$

$$\begin{array}{c} 25 \cdot 25 \\ \times 25 \cdot 25 \\ \hline 25 \cdot 25 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle BN \cdot MA = \frac{2BM \cdot NE}{BM'}$

$$180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

$x^2 + y^2 = a^2$
 $x \in [-a; a]$

$x^2 - 6x + a = 8$
 $(x-3)^2 + a - 9 = 8$
 $(x-3)^2 + a - 9 = 8$
 $a^2 - 6a + 9 + a - 9 = 8$
 $\max \text{ значение } = 8$
 $a^2 - 6a + 9 + a - 9 = 8$
 $\max \text{ при } a = 3$
 $(a=3)$

1) $(x-3)^2 + a - 9 = 8$
 $a^2 - 6a + 9 + a - 9 = 8$
 $a^2 - 5a + 8 = 0$
 $D = 25 + 4 \cdot 8 = 57$
 $\frac{25 + \sqrt{57}}{32} = 57$

$a = \frac{6 \pm \sqrt{57}}{2}$
 $a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

График линейной функции $y = ax + b$ на координатной плоскости. Ось x горизонтальная, ось y вертикальная. Точка пересечения с осью x отмечена как a .

$$x_0 = \frac{6}{2} = 3$$

$$2^8 = \cancel{256}$$

$$x^2 - 6x + a = (x-3)^2 \cancel{+} -9+a$$

$$\text{если } b \leq 0, \text{ то } a+b+6 \geq 0 \quad 256$$

$$a+b+6 \geq 0 \quad \text{при } y \leq 0 \quad \cancel{+} \quad 15$$

$$|x+y| - |y| = |x| \quad 4$$

$$|x+y| + -y = |x| \quad 16$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 16 \\ \hline 96 \\ 96 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 1344 \\ 172 \\ \hline 2084 \end{array}$$

$$19 \cdot 256 + 2025 = 38^2$$

$$a \geq 6 - b$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 6 - (2x - y)$$

$$13 - 2x$$

$$\text{при } 13 - 2x < 0 \quad \text{при } 13 - 2x \geq 0:$$

$$2x > 13 \quad x \leq 7,5$$

$$x > 6,5 \text{ очк.} \quad x^2 - 2x - 3 \geq (13 - 2x)^2$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 52x + 169$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 50 \\ \hline 3x^2 - 50x + 172 \\ 3x^2 - 50x + 172 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ \hline 13 \\ 13 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ \hline 256 \\ 256 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2500 - 4 \cdot 3 \cdot 172 > 0 \quad \begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ \hline 98 \\ 98 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$10 \cdot 2^8 + 2025 \quad 16 = 2^4 \quad 32 =$$

$$16^2 = 256$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 50 \\ \hline 4642 \\ 4642 \\ \hline 4245 \\ 4245 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ \hline 2560 \\ 2560 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$46 - 5 + 1 = 47 - 5 = 42$$

$$46 \cdot 19 = 88$$

$$2025 + 4048 = 6073$$

$$90 - 2 = 88$$

$$14 - 2 = 12$$

$$2^x - 2^{19} = 0$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 45 \\ \hline 32 \\ 32 \\ \hline 19 \\ 19 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ \hline 2560 \\ 2560 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$021 \quad \begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ \hline 13 \\ 13 \\ \hline 19 \\ 19 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow \begin{array}{r} 38 \\ 38 \\ \hline 4048 \end{array}$$

$$13 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \quad \begin{array}{r} 38 \\ 38 \\ \hline 4048 \end{array}$$

$$4048 + 6073 = 10121$$

$$14 - 2 = 12$$

$$2^x - 2^{19} = 0$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 14 \\ \hline 5120 \\ 5120 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$38 \cdot 38 = (40-2)^2 = 1600$$

$$83^2 = (80+3)^2 = 6400 - 2 \cdot 80 \cdot 3 + 9$$

$$4864$$

ЧЕРНОВИК

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

A large rectangular grid consisting of 10 columns and 15 rows of small squares, intended for drawing or working out solutions.