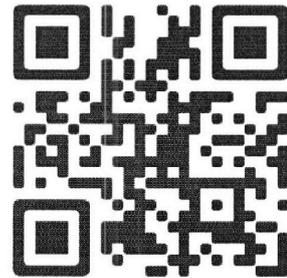


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! (1 + n + n(n+1)) = (n-1)! (n+1)^2$$

Это выражение делится на $289 = 17^2$ только если

$(n-1)! : 289$ или $(n+1)^2 : 289$. Из первого следует, что, так как 17 — простое число, ~~то~~ $289 = 17^2$, то $n-1 = 34$ (это наименьшее натуральное число, в факториале которого содержится более одного множителя 17), т.е. $n = 35$.
Из второго следует, что $n+1 : 17$, т.е. наименьшее значение выражения $n+1 = 17 \Rightarrow n = 16$.

Так как $16 < 35$, то наименьшее $n = 16$.

Ответ: 16.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

Пусть $k, k+1, k+2, \dots, k+6$ — семь последовательных натуральных чисел. Тогда их сумма равна:

$$7k^2 + k(2+4+\dots+12) + (1+4+9+\dots+36) = 7k^2 + 42k + 91;$$

$$7k^2 + 42k + 91 - 28 = 7(k^2 + 6k + 9) = 7(k+3)^2$$

$$7(k+3)^2 = N^5 \quad \text{Число } N \text{ можно представить как}$$

Получается:

$$\text{т.к. } N^5 : 7; \text{ значит } N^5 : 7^5$$

$$7^4 \cdot n^5 - \text{ наименьший квадрат, значит } n = x^2, \text{ где } x \in \mathbb{N}. \quad (\text{т.к. } 7 - \text{ простое})$$

Чтобы N было наименьшим, x должно быть наименьшим.

если $x=1$, то $n=1$; $N=7$. То условие $N > 8$, поэтому $N=7$ не подходит.

если $x=2$, то $n=4$, $N=28$. Это наименьшее N , удовлетворяющее условию.

Ответ: 28.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$|\sqrt{x^2-x-2}+5| \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1|+|6-x|$ Задача 3.
Заметим, что $\sqrt{x^2-x-2}+5 > 0$ при $x \in \mathbb{R}$, т.е. нерав-во принимает

всег: $\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1|+|6-x|$; Неравенство имеет смысл

при $x^2-x-2 \geq 0$
 $(x-2)(x+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$

Если $x \leq -1$:
~~тогда~~ ~~получим~~, когда подкоренное выражение больше 0.

Неравенство принимает вид:

$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq -\sqrt{x^2-x-2}-x+1+6-x$$

$$2\sqrt{x^2-x-2} \geq 2-2x$$

$$x^2-x-2 \geq x^2-2x+1$$

$$x \geq 3$$

$x^2-x-2 \geq x^2-2x+1$
 $x \geq 3$. т.е. на $x \leq -1$ первое подкоренное выражение ~~меньше 0~~;
~~тогда~~ $6-x \geq 0$
 $x \leq 6$ Знаем второе подкоренное выражение на $x \leq -1$ больше 0.

Итого: $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$

Если $x \geq 2$: ~~тогда~~ $x-1 > 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-x-2}+x-1 > 0$

$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+|6-x|$$

$$|6-x| \leq 6-x$$

т.к. $x \geq 0$: $|6-x|=6-x$, т.е. при $x \geq 2$ нерав-во ~~удовлетворяется~~ ~~любым~~ x .

~~Итого~~ Итого: $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \\ x \geq 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \emptyset \\ x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow x \geq 2$

Ответ: $[2; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

(с целыми коэффициентами)

Покажем, что для каждой точки на координатной плоскости есть 8 способов построить ромб с вершиной в этой точке так, чтобы сторона ромба была равна 5, а все вершины находились в точках с целыми координатами.

Сторона ромба в данном случае - это гипотенуза прямоугольного треугольника со сторонами - целыми или полуцелыми числами. Справедливо уравнение $x^2 + y^2 = 25$, где $2x$ и $2y$ - целые

Этот уравнение имеет восемь решений: $(3; 4); (3; -4); (-3; 4); (-3; -4); (4; 3); (4; -3); (-4; 3); (-4; -3)$.
Таким образом из точки можно построить восемь отрезков длиной 5, с целыми концами.

Каждый из них можно объединить в пару с другим отрезком, симметричным ему относительно оси Ox и Oy , проходящих через общую точку. Каждую пару можно отрезать относительно прямой, проходящей через обе точки отрезков и получить ромб.

~~Для каждой точки с целыми координатами можно построить ромб с вершиной в этой точке и сторонами длиной 5.~~

Для точек лежащих на линии внутри квадрата 6×6 можно построить 8 ромбов, если рассуждать

~~аналогично~~ при расширении квадрата на 1 в каждую сторону, будет добавляться

8 новых ромбов, но в силу симметрии некоторых из них мы не будем учитывать сначала $2 \cdot 4$, потом $4 \cdot 8 + 8 \cdot 2 \cdot 4$, потом $4 \cdot 8 + 16 \cdot 2 \cdot 4$, затем $4 \cdot 8 + 16 \cdot 4 + 24 \cdot 2 \cdot 4$, потом

$16 \cdot 4 + 24 \cdot 4 + 32 \cdot 2 \cdot 4$ и т.д. Т.е. при расширении квадрата

на n в n сторону будет добавляться $8n \cdot 8 = 64n$ ромбов,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

Заметим, что, если $x < 0$, то 2^x не целое, тогда y^2 не целое, а y не целое. Если $x = 0$, то $2^x = 1$; $y^2 = 23 + 2025$; y не целое.

Значит $x > 0$. Т.к. $2^x > 0$ при любых целых x , то $y^2 > 2025 \Rightarrow \begin{cases} y < -45 \\ y > 45 \end{cases}$

При умножении 23 на 2^x , где $x > 0$ последняя цифра произведения может быть $2, 4, 6, 8$. При сложении с 2025 получаются: $7, 9, 1, 3$.

При возведении в квадрат получаются последние цифры $0, 1, 4, 5, 6, 9$. Совпадают только 1 и 9 . Но если $23 \cdot 2^x$ оканчивается либо на 4 , либо на 6 , а y может оканчиваться на $1, 3, 7$ или 9 , 2^x оканчивается на 2 или 8 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Уравнение $x^2 + y^2 = a^2$ задает окружность с центром $(0; 0)$ и радиусом a .

$$y^2 - 4y - a = (y-2)^2 - a - 4$$

$y = a \sin \alpha$, где α - угол между положительной полупрямой Ox и радиусом к точке с координатами $(x; y)$

Выражение $(y-2)^2 - a - 4$ принимает наибольшее значение при $|y-2|$ наибольшим. Т.к. $y = a \sin \alpha$, где $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$, то $a \leq y \leq -a$.

если $a > 0$, то выражение принимает наибольшее значение при $y = -a$ (т.к. $-a < 0$)
 $-a-2 < a-2$

$$(-a-2)^2 - a - 4 = a^2 + 4a + 4 - a - 4 = a^2 + 3a$$

$$a^2 + 3a = b \Rightarrow a^2 + 3a - b = 0$$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{9+24}}{2} = \frac{\sqrt{33}-3}{2} > 0$$

$$a = \frac{-3 - \sqrt{9+24}}{2} < 0 \text{ не подходит}$$

$$a = \frac{\sqrt{33}-3}{2}$$

если $a < 0$, то выражение принимает наибольшее значение при $y = a$.

$$(a-2)^2 - a - 4 = b \Rightarrow a^2 - 4a + 4 - a - 4 = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 - 5a - b = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = b & \text{не подходит, т.к. } a \text{ должно быть } < 0 \\ a = -1 \end{cases}$$

$$a = -1$$

Ответ: $\frac{\sqrt{33}-3}{2}; -1$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

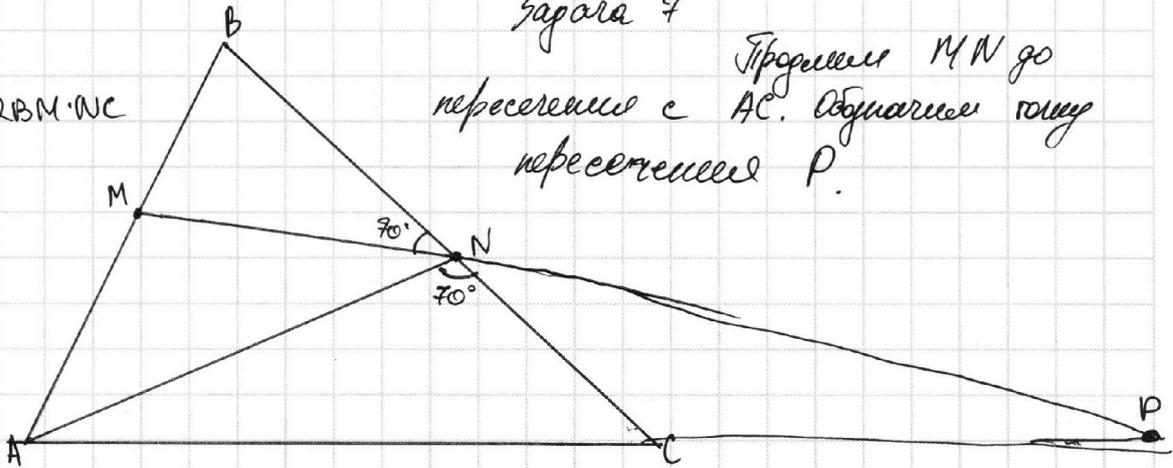
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Доказ:

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

Задача 7
Проделили MN до пересечения с AC. Обозначим точку пересечения P.



По теореме Менелая: $\frac{AM}{BM} \cdot \frac{BN}{CN} \cdot \frac{PC}{AP} = 1 \Rightarrow \frac{BN \cdot MA}{BM \cdot NC} \cdot \frac{PC}{AP} = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2PC}{AP} = 1 \Rightarrow AP = 2PC \Rightarrow AC = PC \Rightarrow NC - \text{медiana в } \triangle ANP.$$

$$\angle MNB = \angle CNP \text{ как вертик. } \Rightarrow \angle ANC = \angle CNP \Rightarrow NC - \text{биссектр. в } \triangle ANP.$$

Значит $\triangle ANP$ - р/б \triangle , и NC - высота $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ$.

$$\angle CAN = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

Ответ: 20° .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(продолжение задачи 4)
и не учитываемся:

при $n=4$: 8 ромбов

~~при $n=5$: 68 ромбов~~

~~при $n=6$: 164 ромба~~

~~при $n > 6$: $32(n-6) + 32(n-5) + 64(n-4)$ ромбов = $32(n-6+n-5+2n-8)$~~

Рассчитаем, ~~они~~ будет учитываться: $= 32(4n-19)$ ромбов

при $n=4$: $8 \cdot 31$ ромбов = ~~248~~ 248

$n=5$: $8 \cdot 40 - 68$ ромбов = 252

$n=6$: $8 \cdot 48 - 164$ ромба = 220

$n > 6$: ~~64~~ $64n - 128n + 32 \cdot 19$ ромбов =

$= 32 \cdot 19 - 64n = 32(19-2n)$ ромбов

Итого ромбов: ~~392~~ 1112 ромбов (новее)

$$8 \cdot 49 + 248 + 252 + 220 + \frac{(32(19-14) + 32(19-2(n-6))) \cdot (n-6)}{2} =$$

$$= 1112 + \frac{32(n-6)(5+19-2n+12)}{2} = 1112 + 16(n-6)(36-2n) =$$

$$= 1112 + 32(n-6)(18-n)$$

В нашем случае квадрат со стороной $45-1=44$, т.е.

$$n=22, \quad \Sigma = 1112 + 32 \cdot 16 \cdot (-4) = 1112 - 2^{11}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$23 \cdot 2^x = y^2 - 2025 \Leftrightarrow 23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Так как 23 - простое число, то либо $y-45 : 23$ либо $y+45 : 23$,

~~Handwritten work showing various algebraic manipulations and systems of equations, many of which are crossed out with heavy scribbles.~~

~~$y-45 = 23 \cdot 2^n$~~
 ~~$y+45 = 2^{x-n}$~~
 ~~$y-45 = 2^{x-n}$~~
 ~~$y+45 = 23 \cdot 2^n$~~

~~$y = 23(2^n + 2) - 1$~~
 ~~$y + 45 = 2^{x-n}$~~
 ~~$y - 45 = 2^{x-n}$~~
 ~~$y = 23(2^n - 2) + 1$~~

~~$y = 45(2^{x-n} + 1) - 1$~~

~~$y + 45 = 23k$~~
 ~~$y + 45 = 2^{x-n}$~~
 ~~$y - 45 = 2^{x-n}$~~
 ~~$y + 45 = 23k$~~

~~$23k = 23k + 90$~~
 ~~$23k + 90 = 2^{x-n}$~~
 ~~$y = 23k + 45$~~
 ~~$23k + 90 = 2^{x-n}$~~

~~$y = 23k - 45$~~
 ~~$23k - 90 = 2^{x-n}$~~

Задача 5

~~Handwritten work for the second attempt at the problem, including some calculations and a final conclusion.~~

~~$23 \cdot 2^x + 2025 = 45^2 + 23 \cdot 2^x + 2025$~~

~~$23 \cdot 2^x + 2025 = 45^2 + 23 \cdot 2^x + 2025$~~

~~$23 \cdot 2^x + 2025 = 45^2 + 23 \cdot 2^x + 2025$~~

~~$23 \cdot 2^x + 2025 = 45^2 + 23 \cdot 2^x + 2025$~~

~~получили выражение. $2025 = 45^2$. Имеем $k^2 + 90k = 23 \cdot 2^x$~~

~~Выражение $23 \cdot 2^x + 2025$ должно быть~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

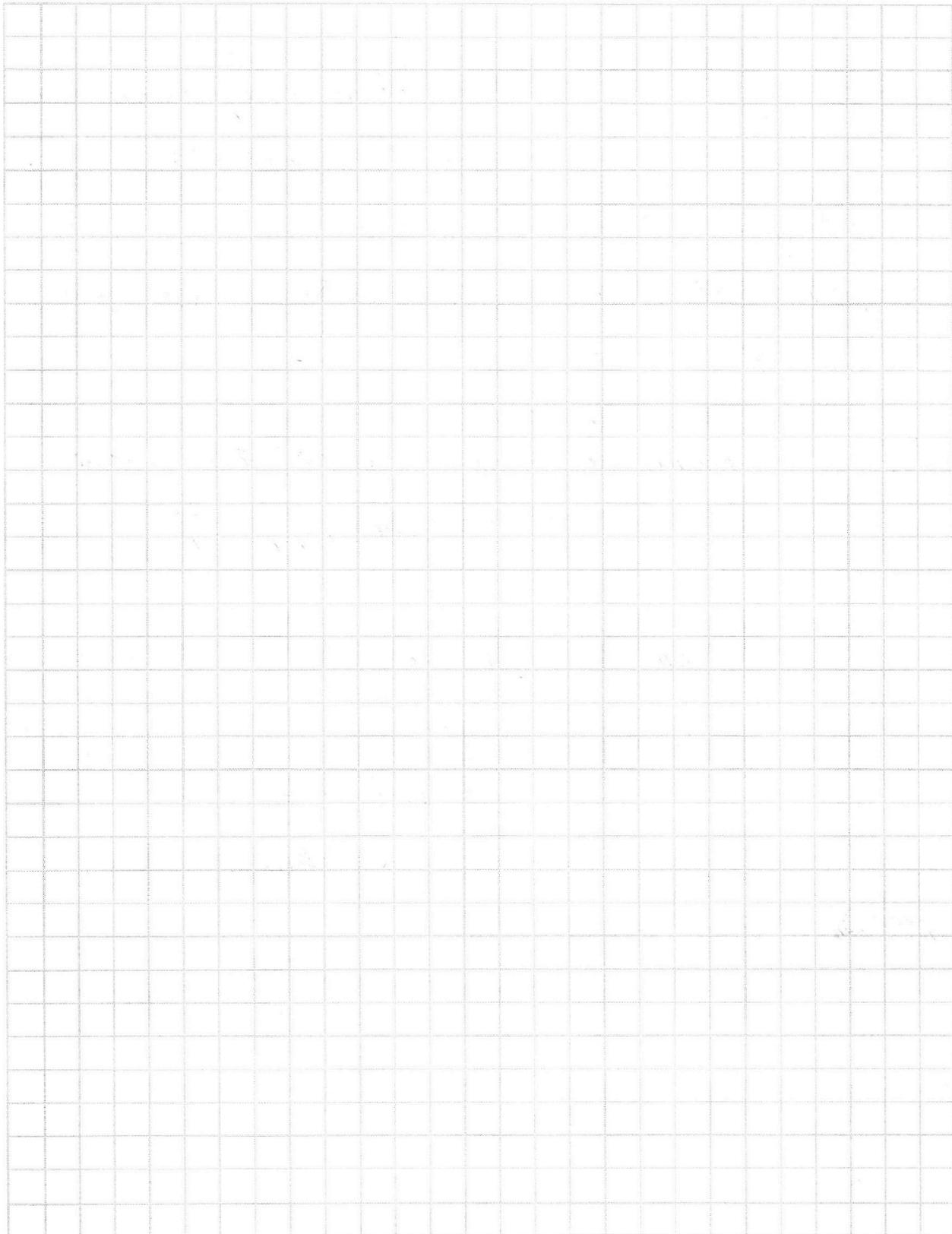
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

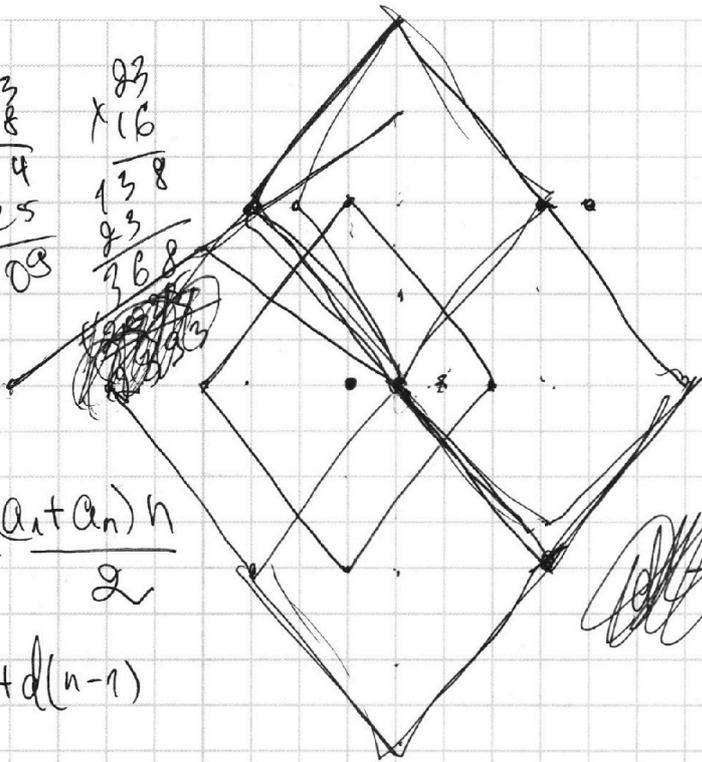
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 23 \\ \hline 184 \\ + 2025 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 16 \\ \hline 138 \\ 23 \\ \hline 368 \end{array}$$



$$\frac{45+1}{2} \cdot 2^4 = y^2 - 45^2$$

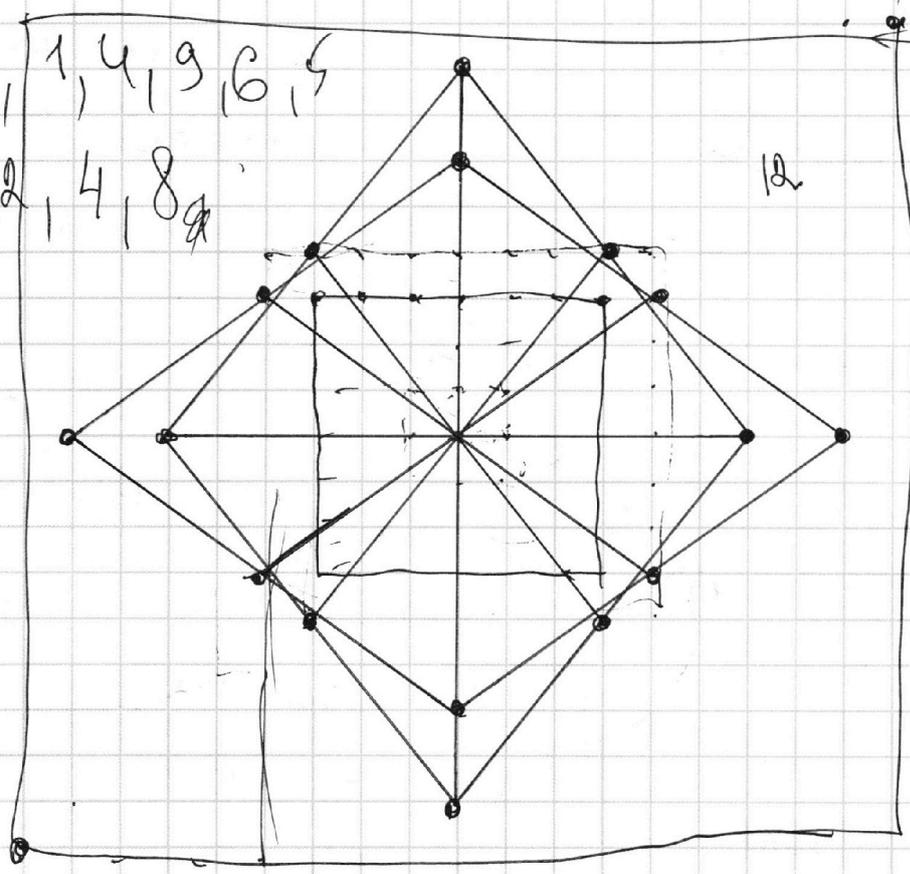
$$2025 = 45 \cdot 45 = (2 \cdot 23 - 1)(2 \cdot 23 - 1)$$

$$\sum = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$a = a_1 + d(n-1)$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

- 0, 1, 4, 9, 16, 25
- 6, 2, 4, 8, 14



$$\begin{array}{r} 2025 \\ + 92 \\ \hline 2117 \\ + 115 \\ \hline 2232 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$(y-45)(y+45) = 23 \cdot 2^x$
 $23 \cdot 2^x (y-45+1)(y+45+1)$, $\frac{BM}{BN} \cdot \frac{AP}{PC} = 1$
 $46 \cdot 2^{x-1} = y^2 - \frac{(46-1)^2}{BM \cdot NC} \cdot \frac{AP}{PC} = 1$
 $y = 23 \cdot 2^x - 45$
 $y = 23 \cdot 2^x + 45$
 $46 \cdot 2^{x-1} + 46^2 - 2 \cdot 46 + 1 = y^2$, $\frac{AP}{PC} = 2$
 $\frac{1}{2} \cdot \frac{AP}{PC} = 1 \quad | \cdot 2$
 $46 \cdot 2(2^{x-2}) = 2^{x+n}$, $23 \cdot 2^x = 2^{x+n}$
 $a^2 + 3a - 6 = 0$
 $\Delta = 9 + 24 = 33$, если $a > 0$, то:
 $(a+2)^2 - a - 4 =$
 $y^2 - 4y - a = 6 \quad = a^2 + 4a + 4 - a - 4 =$
 $= a^2 + 3a = 6$
 $y^2 - 4y + 4 - 4 - a =$
 $(y-2)^2 = a + 10$
 $(y-2)^2 - (a+4)$
 $y^2 - 4y - r$
 $a \sin^2 \alpha - 4a \sin \alpha - a = 6$, $-a < y < a$
 $|a \sin \alpha - 2|$
 $46 \cdot 2^{x-1} = y^2 - (46-1)^2$, $a \sin^2 \alpha \rightarrow 4a \sin \alpha - a$
 $46 \cdot 2^{x-1} = y^2 - 46^2 + 92$
 $46 \cdot 2^{x-1} + 46^2 - 2 \cdot 46 + 1 = y^2$, $(a \sin \alpha)^2 - 2 \cdot a \sin \alpha \cdot 2 + 4 - 4 - a =$
 $= (a \sin \alpha - 2)^2 - (a+4)$
 $46(2^{x-1} + 46 - 2) = y^2 - 1$, $46 \cdot 4(2^{x-3} + 11) = y^2 - 1$
 $46 \cdot 2(2^{x-2} + 22) = y^2 - 1$, \downarrow неч.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! \cdot (1+n+n(n+1))$$

$$(n-1)! \cdot (n^2+2n+1) = (n-1)! \cdot (n+1)^2$$

$$\begin{aligned} & k^2 + k^2 + 2k + 1 + k^2 + 4k + 4 + k^2 + 6k + 9 + k^2 + 8k + 16 + k^2 + 10k + 25 + \\ & + k^2 + 12k + 36 - 28 = 7k^2 + 42k + 63 = 7(k^2 + 6k + 9) = \\ & = 7(k+3)^2 \end{aligned}$$

$$7(k+3)^2 = N^5 \rightarrow n^5 \cdot 7^5$$

$$(k+3)^2 = 7^4 \cdot n^5$$

$$n^5 = \left(\frac{k+3}{49}\right)^2$$

$$(49n^5)^2 = (k+3)^2$$

$$N^5 = 7^3$$

$$49 = (k+3)^2$$

$$7 = k+3$$

$$(k+3)^2 = 7^4 \cdot n^5 \quad k=4$$

$$n = x^2, \text{ если } x=1, \text{ то } N^5 = 7^5 \Rightarrow N=7$$

$$\text{если } x=2 \Rightarrow n=4$$

$$N^5 = 4^5 \cdot 7^5 = 28^5$$

$$N=28$$

$$x = \frac{(k+3)^2}{7^4} =$$

$$\frac{1024 \cdot 49 = 2^{10} \cdot 7^2 = \left(\frac{k+3}{7^2}\right)^2$$

$$2^5 \cdot 7 = \frac{k+3}{7^2}$$

$$2^5 \cdot 7^3 = k+3 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - x - 2 = 0 \quad D = 1 + 8 = 9; \quad \begin{cases} x = \frac{1+3}{2} = 2 \\ x = \frac{1-3}{2} = -1 \end{cases}$$

$$= (x-2)(x+1)$$

$$(x-2)(x+1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

если $x \geq 2$:



~~$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + |6 - x|$$~~

~~$$5 \geq x - 1 + |6 - x|$$~~

если $x \geq 6$:

~~$$x - 1 + x - 6 \leq 5$$~~

~~$$x \leq 6 \quad x \leq 6$$~~

если $x < 6$:

~~$$x - 1 + x - 6 \leq 5$$~~

~~$$2x - 7 \leq 5$$~~

~~$$2x \leq 12$$~~

~~$$x \leq 6$$~~

если ~~$x \leq -1$~~ $x \leq -1$:

~~$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq -\sqrt{x^2 - x - 2} - x + 1 + |6 - x|$$~~

~~$$2\sqrt{x^2 - x - 2} - |6 - x| \geq 1 - x - 5$$~~

~~$$2\sqrt{x^2 - x - 2} \geq -x - 4 + |6 - x|$$~~

~~$$2\sqrt{x^2 - x - 2} \geq -x - 4 + 6 - x$$~~

~~$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$$~~

~~$$x^2 - x - 2 \geq 1 + x^2 - 2x$$~~

~~$$x \geq 3$$~~

