МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10

1. [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n-1)!+n!+(n+1)!$ делится на 289?

2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N, большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N.

3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left|\sqrt{x^2-x-2}+5\right| \geqslant \left|\sqrt{x^2-x-2}+x-1\right|+|6-x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.

5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy, задаваемых уравнением $x^2+y^2=a^2$, наибольшее значение выражения y^2-4y-a равно 6.

7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.

№1

$(n-1)!+n!+(n+1)!=(n-1)!+(n-1)!\cdot n+(n-1)!\cdot(n+1)\cdot n=(n-1)!\left(1+n+n^2+n\right)=$
$=(n-1)!\left(n^2+2n+1\right)=(n-1)!\,(n+1)^2$

Заметим, что $289=17^2$, значит, если $(n-1)!+n!+(n+1)!=(n-1)!\,(n+1)^2 \vdots 17^2$, то

① $(n-1)! \vdots 17$, значит, так как 17 - простое, то $n-1\geq 17$, значит $n\geq 18$

② $(n-1)! \not\vdots 17$, значит $(n+1)^2 \vdots 17^2$, значит так как 17 - простое число, то $n+1 \vdots 17$, значит $n+1\geq 17$ (так как $n\in\mathbb{N}$, а значит $n+1>0$), значит $n\geq 16$

Заметим, что число 16 подходит, так как $(16-1)!+16!+(16+1)!=$
$=15!\,(1+16+17\cdot 16)=15!\cdot(17+17\cdot 16)=15!\cdot 17(16+1)=15!\cdot 17^2 \vdots 17^2$

Ответ: при $n=16$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

Пусть эти 7 последовательных натуральных чисел, это $a; a+1; a+2; a+3; a+4; a+5; a+6$; тогда сумма их квадратов равна:
$a^2+(a+1)^2+(a+2)^2+(a+3)^2+(a+4)^2+(a+5)^2+(a+6)^2=a^2+a^2+2a+1+a^2+4a+4+a^2+6a+9+$
$+a^2+8a+16+a^2+10a+25+a^2+12a+36=7a^2+42a+91$.

Тогда по условию:

$$7a^2+42a+91-28=N^5$$

Тогда $7(a^2+6a+9)=N^5$ значит так как $N\in\mathbb{N}$, то $N^5 \vdots 7$, а так как 7 - простое, то $N \vdots 7$, ~~по условию $N\in\mathbb{N}$ и $N>8$, значит минимальное $N=14$ докажем, что при $N=14$ существует подходящее натуральное a.~~

~~$7a^2+42a+91$~~

причем $k>1$, так как по условию $N>8$

значит $N=7k$, где $k\in\mathbb{N}$, значит.

$$7(a^2+6a+9)=7^5\cdot k^5$$
$$a^2+6a+9=7^4\cdot k^5$$
$$a^2+6a+9-7^4\cdot k^5=0$$

Тогда найдем дискриминант: $D=36-4(9-7^4k^5)=4\cdot7^4\cdot k^5$, заметим, что так как $a\in\mathbb{N}$, то дискриминант - точный квадрат, значит $2^2\cdot7^4\cdot k^5$ - точный квадрат, а значит k^5 - точный квадрат, а значит k - точный квадрат, значит, так как $k>1$ (так как по условию $N>8$), то минимальное $k=4$, значит минимальное $N=28$, докажем, что при $N=28$, существует подходящее натуральное a:

$$7(a^2+6a+9)=7^5\cdot4^5$$
$$a^2+6a+9=7^4\cdot2^{10}$$
$$a^2+6a+9-7^4\cdot2^{10}=0$$

$$a=\frac{-6\pm\sqrt{36-4(9-7^4\cdot2^{10})}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{7^4\cdot2^{10}}}{2}=\frac{-6\pm7^2\cdot2^5}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} a_1=\frac{7^2\cdot2^5-6}{2}=7^2\cdot2^4-3 \\ a_2=\frac{-6-7^2\cdot2^5}{2}=-3-7^2\cdot2^4 \end{array}\right.$$

Тогда $a=7^2\cdot2^4-3$ нам подходит (очевидно, что $7^2\cdot2^4-3>0$ и $7^2\cdot2^4-3\in\mathbb{N}$, а значит $a\in\mathbb{N}$)

Ответ: $N=28$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

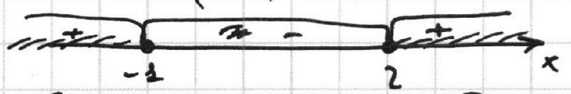
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\left|\sqrt{x^2-x-2}+5\right| \geq \left|\sqrt{x^2-x-2}+x-1\right| + |6-x|$$

Запишем ~~ог~~ ОДЗ:

$$x^2-x-2\geq 0$$
$$(x-2)(x+1)\geq 0$$



Значит $x\in(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$

Пусть $\sqrt{x^2-x-2}+x-1=a$, а $6-x=b$, тогда

$a+b=\sqrt{x^2-x-2}+x-1+6-x=\sqrt{x^2-x-2}+5$

Перепишем изначальное неравенство через a и b:

$$|a+b| \geq |a|+|b|$$

Так как ~~——~~ $|a+b|\geq 0$ и $|a|+|b|\geq 0$ возведем обе части неравенства в квадрат:

$$(|a+b|)^2 \geq (|a|+|b|)^2$$
$$\cancel{a^2+b^2}+2ab \geq \cancel{a^2+b^2}+2|a|\,|b|$$
$$ab\geq |a|\cdot|b|$$
$$ab\geq |ab|$$

Заметим, что $a+b=\sqrt{x^2-x-2}+5>0$, значит хотя бы одно из чисел a и b больше 0, пусть не умаляя общности $a>0$, тогда $|a|=a$, тогда $ab\geq|a|\cdot|b|$ равносильно неравенству $ab\geq a|b|$ и так как $a>0$, то можем на него сократить:

$b\geq|b|$, значит $b\geq 0$ (так как при $b<0$ $|b|=-b$, значит $b\geq -b$, значит $2b\geq 0$, значит $b\geq 0$, но $b<0$, противоречие)

Значит в любом случае $a\geq 0$ и $b\geq 0$, значит

$$\begin{cases}\sqrt{x^2-x-2}+x-1\geq 0\\ 6-x\geq 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt{x^2-x-2}\geq 1-x\\ x\leq 6\end{cases}$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}1-x\leq 0\\ \begin{cases}1-x>0\\ x^2-x-2\geq(1-x)^2\end{cases}\end{array}\right.\\ x\leq 6\end{cases}$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\geq 1\\ \begin{cases}x<1\\ x^2-x-2\geq x^2+1-2x\end{cases}\end{array}\right.\\ x\leq 6\end{cases}$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\geq 1\\ \begin{cases}x<1\\ x\geq 3\end{cases}\end{array}\right.\\ x\leq 6\end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

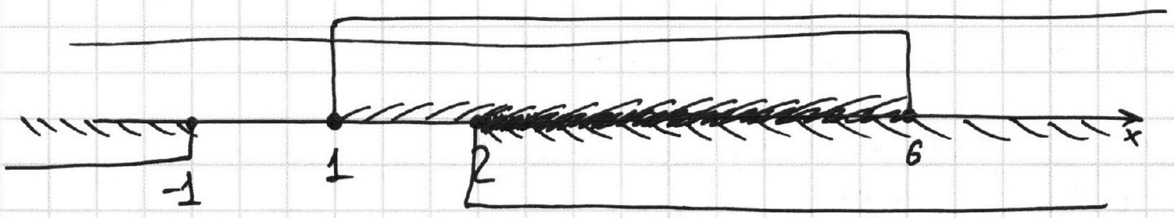
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

так как система $\begin{cases} x<1 \\ x\geq 3 \end{cases}$ не имеет решений, то

$\begin{cases} x\geq 1 \\ x\leq 6 \end{cases}$

Значит, учитывая ОДЗ, получаем

$\begin{cases} x\geq 1 \\ x\leq 6 \\ x\in(-\infty;-1]\cup[2;+\infty) \end{cases}$



Значит нам подходят $x\in[2;6]$.

Ответ: $x\in[2;6]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

~~Будем считать ромбы по вершине, имеющей наибольшее значение по оси Oy, тогда каждый ромб будет посчитан один раз. Пусть верхняя (то есть верши-на с наибольшей~~

~~Пусть ромб образован точками с координатами $(x_1;y_1);(x_2;y_2);(x_3;y_3);(x_4;y_4)$, где $y_1=\max\{y_1;y_2;y_3;y_4\}$~~

~~$y_3-\min\{y_1,y_2,y_3,y_4\}$~~

Будем считать ромбы по вершине, имеющей наибольшую координату по y среди остальных вершин (если таких несколько, то смотрим из них самую левую), тогда все ромбы будут посчитаны 1 раз. (*)

Пусть ромб образован точками $(x_1;y_1);(x_2;y_2);(x_3;y_3);(x_4;y_4)$, где $(x_1;y_1)$ – точка по которой мы считаем этот ромб (то есть точка описанная в (*)), $(x_2;y_2)$ – самая правая точка из 4 (если таких несколько, то берем самую верхнюю), $(x_3;y_3)$ – самая нижняя точка из 4 (если таких несколько, то берем самую правую из них), а $(x_4;y_4)$ – самая левая точка из 4 (если таких несколько то берем самую нижнюю из них). Тогда так как длина стороны ромба равна 5, то например $(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=25$, где $x_1,x_2,y_1,y_2\in\mathbb{N}$, тогда несложным перебором (перебираем $|x_1-x_2|$, он от 1 до 4) получаем, что либо $|x_1-x_2|=3$ либо $|x_1-x_2|=4$ либо $=5$ ~~тогда~~ либо $|x_1-x_2|=0 \Rightarrow$ $|x_i-x_{i+1}|=$ либо 3 либо 4 либо 0 либо 5 аналогично с $|y_i-y_{i+1}|$

Заметим, что согласно выбору индексов: $x_1<x_2$; $x_2>x_3$; $x_3<x_4$; $x_1>x_4$ тогда пусть $|x_2-x_1|=a$; $|x_3-x_2|=b$; $|x_4-x_3|=c$; $|x_1-x_4|=d$, тогда $a-b-c+d=0 \Rightarrow a+d=b+c$ и

~~$a,b,c,d\in\{0;3;4;5\}$, тогда несложным перебором получаем, что все возможные варианты a,b,c,d это:~~

a	0	0
b	0	0
c	0	3
d	0	-3

a	0	3	4	3	4	5	5	0	0	5	5	5	3	5	5	4	5
b	0	4	4	3	3	0	5	0	5	3	5	3	5	4	5	5	4
c	0	3	3	4	4	5	0	5	0	5	3	5	3	5	4	4	5
d	0	4	3	4	3	0	0	5	5	3	3	5	5	4	4	5	5

и $a,b,c,d \in \{0;3;4;5\}$ Тогда так как нельзя ~~выбрать~~ разделить набор 0,3,4,5 на 2 группы с равными суммами, то $\{a,d\}$ и $\{b,c\}$ в каком-то порядке совпадают, значит вариантов выбрать a,b,c,d это $4\cdot4\cdot2=32$, но вариант 0,0,0,0 невозможен, значит всего вариантов 31.

Заметим, что по значениям x_2-x_1; x_3-x_2; x_4-x_3; x_1-x_4 однозначно (т.к мы в специальном порядке ввели индексы) восстанавливаются значения y_2-y_1; y_3-y_2; y_4-y_3; y_1-y_4; Значит знае a,b,c,d и $(x_1;y_1)$ однозначно восстанавливаетс ромб.

Заметим, что, если $x_1 \in [5;36]$ и $y_1 \in [10;45]$, то все эти 31 вариант подходят тогда уже насчитали $31\cdot32\cdot36$ ромбов.

* а остальные вершины записываем в порядке обхода по часовой стрелке!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\begin{cases} -88=23\cdot 2^{x-1} \\ y=-43 \end{cases}$ Противоречие так как $23\cdot 2^{x-1}>0$.

Так же, заметим, что $23\cdot 2^x>0 \Rightarrow (y-45)(y+45)>0 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ либо и $y-45$ и $y+45$ больше 0 либо и $(y-45)$ и $(y+45)$ меньше нуля.

Тогда рассмотрим случаи в 1.1; 1.2; 2.1; 2.2, где и $(y-45)$ и $(y+45)$ меньше нуля:

1.1 $\begin{cases} y-45=-2 \\ y+45=-23\cdot 2^{x-1} \end{cases}$ $\begin{cases} y=43 \\ 86=-23\cdot 2^{x-1} \end{cases}$ Противоречие так как $23\cdot 2^{x-1}>0$

1.2 $\begin{cases} y-45=-46 \\ y+45=-2^{x-1} \end{cases}$ $\begin{cases} y=-1 \\ 44=-2^{x-1} \end{cases}$ противоречие так как $2^{x-1}>0$

2.1 $\begin{cases} y+45=-46 \\ y-45=-2^{x-1} \end{cases}$ $\begin{cases} y=-91 \\ -91-45=-2^{x-1} \end{cases}$ $\begin{cases} y=-91 \\ 136=2^{x-1} \end{cases}$

но $136 \vdots 17$, а $2^{x-1} \not\vdots 17 \Rightarrow$ противоречие

2.2 $\begin{cases} y-45=-23\cdot 2^{x-1} \\ y+45=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} y-45=-23\cdot 2^{x-1} \\ y=-47 \end{cases}$ $\begin{cases} -92=-23\cdot 2^{x-1} \\ y=-47 \end{cases}$

$\begin{cases} 2^2\cdot 23=23\cdot 2^{x-1} \\ y=-47 \end{cases}$ $\begin{cases} x=3 \\ y=-47 \end{cases}$

Так же если $x<0$, то $23\cdot 2^x+2025 \notin \mathbb{Z}$ так как $23 \not\vdots 2$

Ответ: $(3;47)$; $(3;-47)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~№5~~

~~Заметим, что $2025=45^2$ тогда~~

~~$23\cdot 2^x=y^2-45^2$~~

~~$23\cdot 2^x=(y-45)(y+45)$~~

~~Так как 23 простое, то либо $y-45\vdots 23$ либо $y+45\vdots 23$~~

~~Заметим, что НОД$(y-45;y+45)=$ НОД$(2y;y+45)$~~

№5

$23\cdot 2^x+2025=y^2$, заметим, что y-нечетный при $x\geq 1$, если $x=0$, то $23\cdot 2^0+2025=2048=2^{11}\neq y^2$.

$23\cdot 2^x+45^2=y^2$

$23\cdot 2^x=(y-45)(y+45)$

Заметим, что НОД$(y-45;y+45)=$ НОД$(2y;y+45)$, где так как y нечетное, то $2y\not\vdots\, 4$, значит НОД$(y-45;y+45)\not\vdots\, 4$, значит, так как y-нечетное, то $y-45$ и $y+45$ - четное, значит есть 2 случая: ① $y-45\vdots 2$, но $y-45\not\vdots\, 4$ и $y+45\vdots 2^{x-1}$, но $y+45\not\vdots\, 2^x$

Заметим, что так как 23 простое, то либо $(y-45)\vdots 23$ либо $y+45\vdots 23$: (1.1) $y+45\vdots 23$, значит так как $23\cdot 2^x$ не делится ни на какое простое число кроме 2 и 23, то

$$\begin{cases} y-45=2 \\ y+45=23\cdot 2^{x-1}\end{cases} \begin{cases} y=47 \\ 47+45=23\cdot 2^{x-1}\end{cases} \begin{cases} y=47 \\ 92=23\cdot 2^{x-1}\end{cases} \begin{cases} y=47 \\ 2^2\cdot 23=2^{x-1}\end{cases}$$

Значит $y=47$, а $x=3$

(1.2) $y-45\vdots 23$, значит так как $23\cdot 2^x$ не делится ни на какое простое число кроме 2 и 23, то

$$\begin{cases} y-45=2\cdot 23 \\ y+45=2^{x-1}\end{cases} \begin{cases} y=46+45 \\ y=2^{x-1}-45\end{cases} \begin{cases} y=91 \\ 91+45=2^{x-1}\end{cases} \begin{cases} y=91 \\ 136=2^{x-1}\end{cases}$$

но $136\vdots 17$, значит противоречие.

② $y+45\vdots 2$, но $y+45\not\vdots\, 4$ и $y-45\vdots 2^{x-1}$, но $y-45\not\vdots\, 2^x$

Аналогично ① есть 2 случае:

① $y+45\vdots 23$, значит так как $23\cdot 2^x$ не делится ни на какое простое число кроме 2 и 23, то

$$\begin{cases} y+45=46 \\ y-45=2^{x-1}\end{cases} \begin{cases} y=1 \\ -44=2^{x-1}\end{cases}$$ Противоречие так как $2^{x-1}>0$

② $y-45\vdots 23$, значит так как $23\cdot 2^x$ не делится ни на какое простое число кроме 2 и 23, то

$$\begin{cases} y-45=23\cdot 2^{x-1} \\ y+45=2\end{cases} \begin{cases} y-45=23\cdot 2^{x-1} \\ y=-43\end{cases}$$ ~~Противореч~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

$x^2+y^2=a^2$ – окружность с центром в $(0;0)$ и радиусом $|a|$, тогда для любой точки этой окружности $y\in[-|a|;|a|]$ причем для любого $r\in[-|a|;|a|]$ существует точка с $y=r$

Наибольшее значение выражения y^2-4y-a равно 6, значит для любого $y\in[-|a|;|a|]$: $y^2-4y-a\le 6$ и существует $t\in[-|a|;|a|]$, что $t^2-4t-a=6$.

Решим $y^2-4y-a\le 6$ относительно y:

$y^2-4y-(a+6)\le 0$

① Если дискриминант <0, то нет решений, т.к. это парабола ветвями вверх, нам это не подходит $\Rightarrow$

$\Rightarrow D\ge 0 \Rightarrow 16+4(a+6)\ge 0 \Rightarrow 16+24+4a\ge 0 \Rightarrow a\ge -10.$

② при $D=0$ одно решение, что нам не подходит $\Rightarrow$

$\Rightarrow D\ne 0 \Rightarrow a\ne -10$

③ при $D\ge 0$:

$$y\in\left[2-\sqrt{a+10};\,2+\sqrt{a+10}\right],$$ то есть при таких

y неравенство $y^2-4y-a\le 6$ верно, значит так как корни уравнения $y^2-4y-a=6$ это $2\pm\sqrt{a+10}$, то

~~① $\begin{cases}2-\sqrt{a+10}\le-|a|\\2+\sqrt{a+10}=|a|\end{cases}$ $\begin{cases}2+|a|\le\sqrt{a+10}\\\sqrt{a+10}=|a|-2\end{cases}$ $\begin{cases}2+|a|\le|a|-2\\\sqrt{a+10}=|a|-2\end{cases}$ $\begin{cases}2<-2\ (!)\\\sqrt{a+10}\le|a|-2\end{cases}$ в этом случае нет решений~~

② $\begin{cases}2-\sqrt{a+10}=-|a|\\2+\sqrt{a+10}\le|a|\end{cases}$ $\begin{cases}\sqrt{a+10}=2+|a|\\2+\sqrt{a+10}\le|a|\end{cases}$

③ $\begin{cases}2-\sqrt{a+10}\ge-|a|\\2+\sqrt{a+10}=|a|\quad(1)\end{cases}$

Решим (1): $\sqrt{a+10}=|a|-2$

$a+10=a^2-4|a|+4$

$a+6=a^2-4|a|$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a\geq 0\\ a+6=a^2-4a\end{cases}\\ \begin{cases}a<0\\ a+6=a^2+4a\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a\geq 0\\ a^2-5a-6=0\end{cases}\\ \begin{cases}a<0\\ a^2+3a-6=0\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}a=-1\\ a=6\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}a<0\\ a=\frac{-3\pm\sqrt{31}}{2}\end{cases}\end{array}\right.$$

в этом случае $a=-6$ и $a=\frac{-3-\sqrt{31}}{2}$ ($\frac{-3+\sqrt{31}}{2}$ не подходит т.к оно больше 0)

и неравенство выполняется при любом a *

(2) $\begin{cases}2-\sqrt{a+10}=-|a|\\ 2+\sqrt{a+10}\leq|a|\end{cases}$ $\begin{cases}2\sqrt{a+10}=2|a|\\ 2+\sqrt{a+10}\leq|a|\end{cases}$ $4\leq 0$ (Л)

в этом случае нет решений

~~* $2-\sqrt{a+10}$~~

* подходящем под $2+\sqrt{a+10}=|a|$, т.к.

$$+\begin{cases}2-\sqrt{a+10}\geq-|a|\\ 2+\sqrt{a+10}=|a|\end{cases}$$

$4\geq 0$, что верно

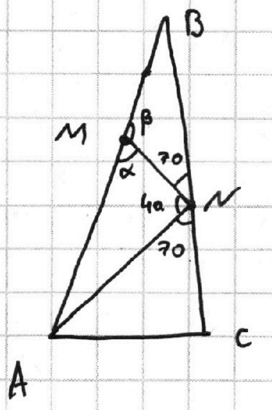
Ответ: $a=-6$ и $a=\frac{-3-\sqrt{31}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



№7.

1) $\angle MNA = 180 - \angle BNM - \angle ANC = 180 - 140 = 40.$

2) по т. синусов $\triangle AMN$:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 40} = \frac{AN}{AM} \quad (1)$$

3) по т. синусов $\triangle BMN$:

$$\frac{\sin 70}{\sin \beta} = \frac{BM}{BN} \quad (2)$$

4) т.к α и β − смежные углы, то $\alpha + \beta = 180 \Rightarrow$
$\Rightarrow \sin\alpha = \sin\beta$

5). $(1)\cdot(2)$: $\frac{\sin\alpha}{\sin 40} \cdot \frac{\sin 70}{\sin\beta} = \frac{AN}{AM} \cdot \frac{BM}{BN}$

$$\frac{\sin 70}{\sin 40} = \frac{AN \cdot BM}{AM \cdot BN}$$

По условию: $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$, значит

$$\frac{\sin 70}{\sin 40} = \frac{AN \cdot BM}{2BM \cdot NC}$$

$$\frac{\sin(90-20)}{\sin(2\cdot 20)} = \frac{AN}{2NC} \Rightarrow \frac{\cancel{\cos 20}}{2\sin 20 \cdot \cancel{\cos 20}} = \frac{NA}{2NC} \Rightarrow \frac{NC}{NA} = \sin 20.$$

6) По т. синусов $\triangle ANC$: $\frac{\sin \angle NAC}{\sin \angle NCA} = \frac{NC}{NA}$

Обозначим $\angle NCA$ за x, тогда т.к $\angle NAC + \angle NCA + \angle ANC = 180^\circ$, то $\cancel{\angle NCA}$ $\angle NAC = 110 - x$

Значит $\sin 20 = \frac{NC}{NA} = \frac{\sin(110-x)}{\sin x}$

$\sin(110-x) = \sin 110 \cos x - \cos 110 \sin x = \sin(90+20)\cos x - \cos(90+20)\sin x =$
$= (\sin 90 \cos 20 + \cos 90 \sin 20)\cos x - (\cos 90 \cos 20 - \sin 90 \sin 20)\sin x =$
$= \cos 20 \cos x + \sin 20 \sin x$

Значит

$$\sin 20 = \frac{\cos 20 \cos x + \sin 20 \sin x}{\sin x}$$

Значит

$$\cancel{\sin 20} = \frac{\cos 20 \cos x}{\sin x} + \cancel{\sin 20}. \Rightarrow \frac{\cos 20 \cdot \cos x}{\sin x} = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ т.к $\cos 20 \neq 0$, то $\begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$ значит, так как $x < 180^\circ$, то $x = 90^\circ$, значит $\angle CAN = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$

Ответ: 20°

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

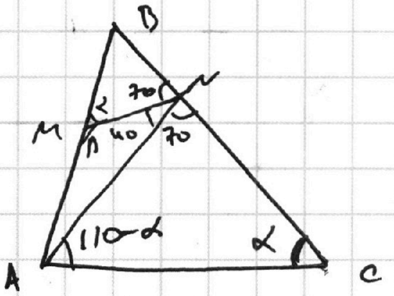
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$\frac{BN}{NC} = 2\frac{BM}{MA}$ $\frac{BN \cdot AM}{BM} = 2NC$

$\begin{cases} \frac{\alpha}{70} = \frac{BN}{BM} \\ \frac{40}{\beta} = \frac{AM}{AN} \end{cases}$

$\frac{40}{70} = \frac{BN}{BM} \cdot \frac{AM}{AN}$

$\frac{40}{70} = \frac{2NC}{AN}$

$\frac{NC}{AN} = \sin 20$

$\frac{\sin(110-\alpha)}{\sin\alpha} = \sin 20$

~~$\sin \alpha$~~

$\frac{\sin(110-\alpha)}{\sin\alpha} = \sin 20$

$\alpha = 90$

$\frac{\sin 1}{\sin 90} = 1$

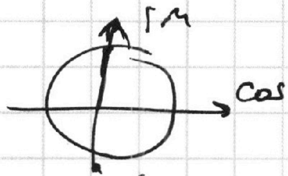
$\alpha = 40$

$\frac{\sin 70}{\sin 40} = \sin 20$

$\frac{\cos 20}{2\sin 20 \cdot \cos 20} =$

$\frac{2\sin 20 \cancel{\cos 20}}{\cancel{\cos 20}} = \frac{2NC}{AN}$

$NC = \sin 20\, AN$



$\frac{NC}{AN} = \frac{\sin 110-\alpha}{\sin\alpha} = \sin 20$

$\frac{\sin 20}{\sin 90} = \sin 20$ 1

$\alpha = 90$

$\sin(110-\alpha) = \sin 20 \cdot \sin\alpha$

$\sin\alpha \cdot \cos 110 - \sin 110 \cos\alpha = \sin 20 \sin\alpha$

$\cos 110 - \sin 110 \cdot ctg\,\alpha = \sin 20$

$\cos(90+20) = \cancel{\cos 90} \cdot \cos 20 - \sin 90 \sin 20 = -\sin 20$

$a = \frac{\cos^2 20}{4\sin^2 20}$

$\cos^2 2\alpha =$

~~$\sin\alpha \sin\alpha$~~ $(\cos\alpha + i\sin\alpha)^2 =$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$

$-\sin 110 \cos\alpha = 2\sin 20 \sin\alpha$

$\sin(90+20) = \cancel{\sin 90} \cos 20 + \cancel{\cos 90 \sin 20}$

$-\cos 20 \cos\alpha = 2\sin 20 \sin\alpha$

~~$-(\sin 20 + \cos 20 \cdot \sin 20) =$~~

$-(\sin 20 + \cos 20\, ctg\,\alpha) = \sin 20$

$ctg\,\alpha = \frac{2\sin 20}{\cos 20}$

~~$tg\,\alpha = 2$~~

$ctg\,\alpha = 2\,tg\,20$

$tg\,\alpha = \frac{1}{2\,tg\,20}$

$\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{\cos 20}{2\sin 20}$

$\frac{\sin^2 t^2}{1-t^2} = a$

$t^2 = a - at^2$

$t^2 = \frac{a}{a+1}$

$t = \sqrt{}$

$a = a+1$

$\cos^2 20 = \cos^2 20 + 4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x_1\ y_1$

$\vdots$

$x_4\ y_4$

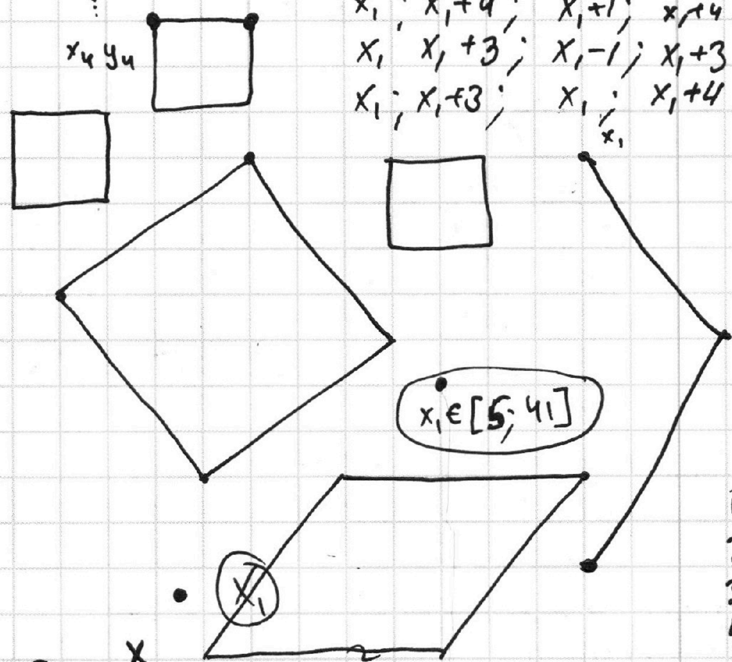
$x_1;\ x_1+4;\ \cancel{x_1};\ x_1-4$

$x_1;\ x_1+4;\ x_1+1;\ x_1+4$

$x_1;\ x_1+3;\ x_1-1;\ x_1+3$

$x_1;\ x_1+3;\ x_1;\ x_1+4$

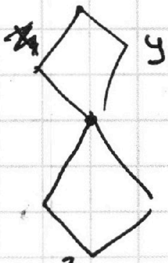
x_1



$x_1 \in [5;41]$

x_1

$+\ -\ -\ +$



y_1

$-\ -\ +\ +$

3
2
3
~~3~~

$+\ -\ -\ +$

$a\ c\ d\ b$

$a+b=c+d$

$3+4=3+4$

$3+3=3+3$ все 3/4

$4+4=4+4$

$+\ -\ -\ +$

$3\ 4\ 3\ 4$

$23\cdot 2^x+2025=y^2$

$2^{x+11}-2025(2^x+1)=y^2$

x-нечетное; $x=2k+1$

y-нечетное

y-нечетное

$2^{2(k+6)}-y^2=\cancel{2025}\ 45^2(2^x+1)$

$(y-45;y+45)=(2y;y+45)$ max 1 двойка

$(2^{k+6}-y)(2^{k+6}+y)=45^2(2^x+1)$

$23\cdot 2^x+\cancel{2}2^{11}-23=y^2$

$23a+2^{11}=y^2$

$23(2^x-1)+2^{11}=y^2$

$23a+2^{10}=(y-2^9)(y+2^9)$

$$\begin{array}{r|l} 13{,}6 & 8 \\ -8 & 17 \\ \hline 56 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 16 \\ -16 & 126 \\ \hline 42 & \\ -32 & \\ \hline 105 & \\ 96 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 32 \\ 192 & 63 \\ \hline 105 & \\ 96 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 13{,}6 & 7 \\ -7 & \\ \hline 66 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 17 \\ 8 \\ \hline 136 \end{array}$$

mod 16

$23\cdot 2^x+45^2=y^2$

$23\cdot 2^x=(y-45)(y+45)$

$y-45 \vdots 23$

$y-45 \vdots 46$

$y+45 \vdots 2^{x-1}$

9 ① $y-45 \vdots 2$

$y+45 \vdots 2^{x-1}$

$23\cdot 2^x+23^2 = 23\cdot 2+1=y^2$

$v_2(y-45)=v_2(y+45)$

$\begin{cases} y-45 \vdots 46 \\ y+45 \vdots 2^{x-1} \end{cases}$

$\begin{cases} y-45 \not\vdots 4 \\ y+45 \vdots 2^{x-1} \end{cases}$

$v_2(y-45+y+45)=v_2(2y)=1$

$y=47$

9234 $y=45+2\cdot t$

$y+45=90+2t$

$$\begin{array}{r|l} 13{,}6 & 7 \\ -7 & 1 \\ \hline 66 & \end{array}$$

$\begin{cases} y-45 \not\vdots 4 \\ y+45 \vdots 8 \end{cases}$

$y+45=8k$

$8k-90 \not\vdots 4$

$$\begin{array}{r|l} 13{,}6 & 4 \\ -12 & 34 \\ \hline 16 & \end{array}$$

$17\cdot 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$(n-1)! + n! + (n+1)! \,\vdots\, \cancel{289}\ 17^2$

$17 \times 17 = 289$

$(n-1)!\,(1+n+n^2+n)$

$(n-1)!\,(1+2n+n^2)$

$(n-1)!\,(n+1)^2 \;\vdots\; 17^2$

$(n-1)! \,\vdots\, 17 \Rightarrow n \geq 18$ $\quad (n-1)! \not\vdots\, 17 \Rightarrow (n+1)^2 \,\vdots\, 17 \Rightarrow (n+1)!\,\vdots\,17 \Rightarrow$ $n \geq 16$

$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 + (a+5)^2 + (a+6)^2 - 28 = N^5$

$7a^2 + a(2+4+6+8+10+12) + \underbrace{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2}_{5\ 14\ 30\ 55\ 91} - 28 = N^5$

$91 - 28 = 63$

$7a^2 + 42a + 63 = N^5$

① $N^5 \,\vdots\, 7 \Rightarrow N \,\vdots\, 7$

$N = 7$

$7^4 \cdot 2^5$ $\quad \sqrt{7^4 \cdot 2^5}$

$21 \quad 7^4 \cdot 4^5$ $\quad 28$

$7a^2 + 42a + 63 = 7^5$

$a^2 + 6a + 9 - 7^4 = 0$

$a = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 9 + 7^4}}{1} = -3 \pm 7^2$

$\left[\begin{array}{l} a = -3+7^2 \\ a = -3-7^2 \end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l} a = 46 \\ \cancel{a = -52} \end{array}\right.$ $\quad a = 46$

$\left|\sqrt{x^2-x-2} + 5\right| \geq \left|\sqrt{x^2-x-2} + x - 1\right| + |6-x|$ $\qquad x \in [2;6]$

$\cancel{x^2 - x - 2 + 25 + 10\sqrt{x^2-x-2} \geq}$

$x^2 - x - 2 \geq 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) \geq 0$ $\qquad x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

$\sqrt{x^2-x-2} = t$

$|t+5| \geq |t+x-1| + |6-x|$

$(t+5)^2 \geq (t+x-1)^2 + (6-x)^2 + 2\left|(t+x-1)(6-x)\right|$

$|a+b| \geq |a| + |b|$

$\cancel{a^2+b^2} + 2ab \geq \cancel{a^2+b^2} + 2|ab|$

$ab \geq |ab|$

$ab > 0$

$a > 0$

$b > 0.$

$\cancel{\min\left(\left|\sqrt{x^2-x-2}+5\right|\right)}$ при $\min\ ($

$\cancel{t^2} + 10t + 25 \geq \cancel{t^2} + x^2 + 1 - 2t + 2tx - 2x + 36 + x^2 - 12x + 2\left|(t+x-1)(6-x)\right|$

$-1 \quad 1 \quad 2 \quad 6. \quad x$

$\underbrace{\left|\sqrt{x^2-x-2} + 5\right|}_{a+b} \geq \underbrace{\left|\sqrt{x^2-x-2} + x - 1\right|}_{b} + \underbrace{|6-x|}_{a}$

$a + b \geq 0.$

$|a+b| \geq |a| + |b|$

$\cancel{a^2} + 2ab + \cancel{b^2} \geq \cancel{a^2} + \cancel{b^2} + 2|a||b|$

$ab \geq |a||b|$

$\cancel{\text{Б}}$ НУО $a \geq 0$

① $b \geq 0$ $\qquad$ ② $b \leq 0$

$ab \geq ab$ ⊕

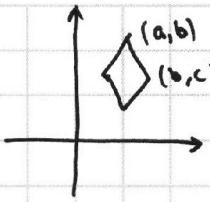
$\begin{array}{l} a>0 \\ b>0 \end{array} \begin{cases} \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 \geq 0 \\ 6 - x \geq 0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \sqrt{x^2-x-2} \geq 1 - x \\ 6 \geq x \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 1-x \leq 0 \\ 1-x > 0 \\ x^2-x-2 \geq 1 + x^2 - 2x \end{cases}$ $\quad x \geq 3$ $\quad 10$ $\quad \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 6 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

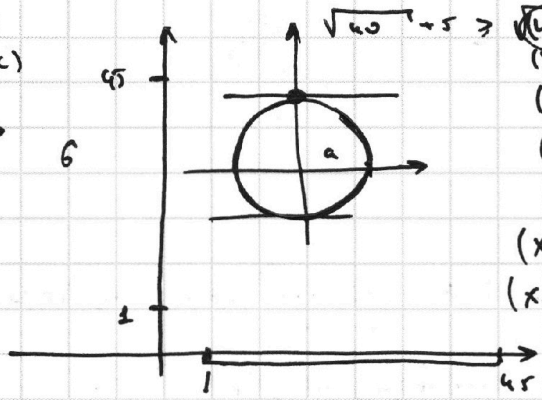
1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА
X	X	X	X	X	X	X	__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$a=6$



6



$\sqrt{40}+5 \geq \sqrt{(40\;y_1)}+6+1$

(x_2, y_2)

(x_3, y_3)

(x_4, y_4)

$y^2-4y-a=6$

$y^2-4y-(a+6)=0$

$y^2-4y-a\leq 6$

$y^2-4y-(a+6)\leq 0$

$\cancel{x}=\frac{2\pm\sqrt{4+a+6}}{}=2\pm\sqrt{a+10}$

$y\in[2-\sqrt{a+10};\ 2+\sqrt{a+10}]$

$(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=25$

$(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=(y_1-y_4)^2+(x_1-x_4)^2$

$\cancel{x_1^2}-2x_1x_1+x_2^2+\cancel{y_1^2}+y_2^2-2y_1y_2=$

$=\cancel{y_1^2}-2y_1y_4+y_4^2\quad \cancel{x_1^2}-2x_1x_4+x_4^2$

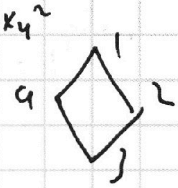
$25=x^2+y^2$

y	x	
4	21	
9	16	+
16	9	+

$25=3^2+4^2$

(x_1, y_1)

(x_2, y_2)



$x_1-x_2=3$

$y_1-y_2=4$

$23\cdot 2^x+2025=y^2$

при $x\geq 2$ $\quad 23\cdot 2^x\equiv_4 0$

$2025\equiv_4 1$

$x\geq 3$: $\equiv_8$

$\equiv_{16}$

2025 | 8 → 253

1 4, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

2025 | 16 → 126, остаток 9

$23\cdot 2^x+2025=y^2$

$23\times 23=529$

$2025-529=1496$

1496

$y^2-4y-a=6$

$y^2-4y-(a+6)=0$

$y=\frac{2\pm\sqrt{4+a+6}}{1}=2\pm\sqrt{10+a}$

$y\in[2-\sqrt{a+10};\ 2+\sqrt{a+10}]$

$a\leq 2+\sqrt{a+10}$

$\sqrt{27}+5\geq$

$5\geq\ 1+4$

$7\geq 3+2+3$

$x=3$

$2+5\qquad 2+2+(6-3)^3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА __ ИЗ __
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

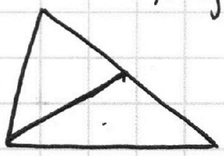
$23\cdot 2^x + 2025 = y^2$

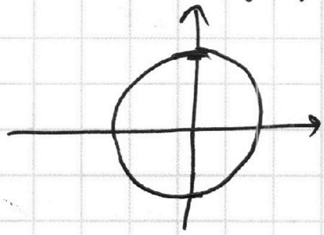
$(2^{11} - 2025)\cdot 2^x + 2025 = y^2$

$2^{x+11} - 2025(2^x - 1) = y^2$

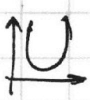
$x^2 + y^2 = a^2$

$\max(y^2 - 4y - a) = 6$





$y \in [-a; a]$



$y^2 - 4y - a \le 6$

$y^2 - 4y - (a+6) \le 0$

$y = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+a+6}}{1} = 2 \pm \sqrt{a+10}$

$y \in [2 - \sqrt{a+10}; 2 + \sqrt{a+10}]$

$\begin{cases} 2 - \sqrt{a+10} \ge -a \\ 2 + \sqrt{a+10} \le a \end{cases}$

$\begin{cases} \sqrt{a+10} \le 2+a \\ \sqrt{a+10} \le a-2 \end{cases}$

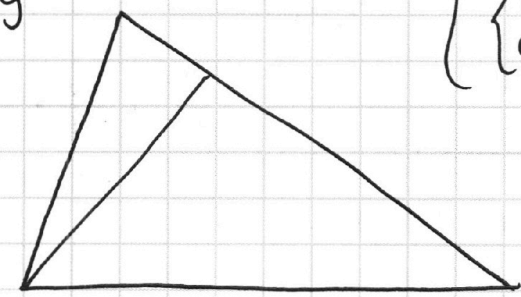
~~a=1~~ $a = 10$

$\left[\begin{cases} 2+a \ge 0 \\ a+10 \le a^2+4a+4 \end{cases}\right.$ $a \le -2$

$\left.\begin{cases} a-2 \ge 0 \\ a+10 \le a^2-4a+4 \end{cases}\right.$ $a \ge 2$

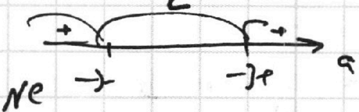
$y^2 - 4y - 10 \le 6$

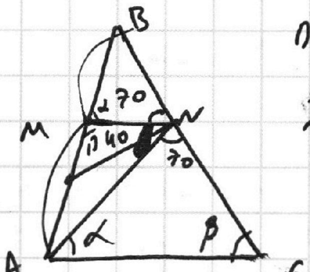
$y^2 - 4y$



$a^2 + 3a - 6 \ge 0$

$\dfrac{-3 \pm \sqrt{9+24}}{2}$





$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$\dfrac{BN}{NC} = 2\cdot\dfrac{BM}{MA} \Rightarrow \dfrac{2}{NC} = \dfrac{BM}{BN\cdot MA}$

$\dfrac{MB}{MA} =$

$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{NC}{AN}$

$\dfrac{40}{\beta} = \dfrac{AM}{AN}$

$\dfrac{70}{\alpha} = \dfrac{BM}{BN}$

$\dfrac{BM}{BN}\cdot\dfrac{AN}{AM} = \dfrac{\beta}{40}\cdot\dfrac{70}{\alpha}$

$\dfrac{2AN}{NC} = \dfrac{\cos 20}{2\sin 20\cos 20}$

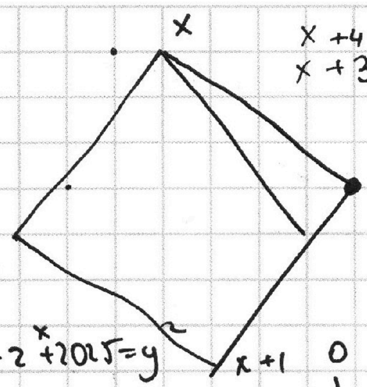
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

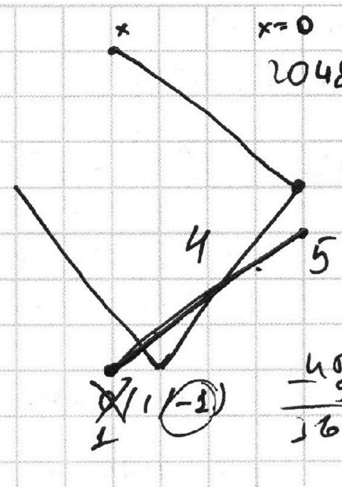
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$a=5$



$x+4$

$x+3$



$x=0$

$2048=2^{11}$

44 45

$\underbrace{23\cdot 2^x}_{2^{x+1}}+\underbrace{2025}_{0}=y^2$ $23\cdot 2^x+2025=y^2$

x ~~- четное~~ $=2k+1$

-2^{x+1} x-нечет

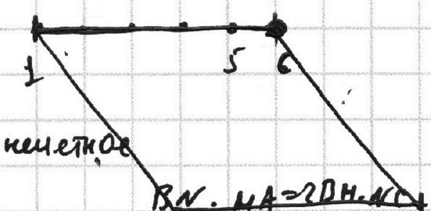
0	0
1	1
2	-1
3	-1
4	1

~~1~~ 1 -1

1

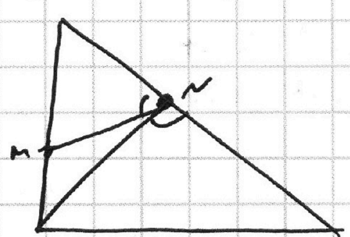
$46-9=36$

$-2^{x+1}\underset{5}{\equiv}1$ $2^{x+1}\underset{5}{\equiv}-1$

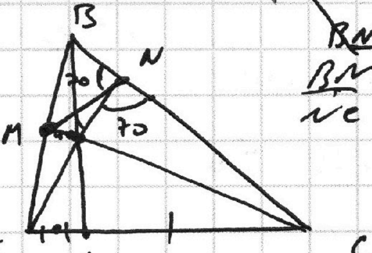


$4^k\underset{5}{\equiv}-1 \Rightarrow k$-нечетное

B



A C



$BN\cdot MA=2BM\cdot NC$

$\frac{BN}{NC}=2\cdot\frac{BM}{MA}$

$5+4=9$

$x^2+y^2=a^2$

y^2-4y-a

y-нечетное

2025

$\frac{BN}{NC}\cdot\frac{CX}{XA}\cdot\frac{AM}{MB}=1$

$\frac{XA}{XC}=2$ $XA=2XC$

$23\cdot 2^x+2025=y^2$

$2048-2025=23$

~~$23\cdot 2^x$~~

~~304~~ $(2^{11}-2025)2^x+2025=y^2$

$2025=45^2$

$2^{x+11}-2025(2^x-1)=y^2$

$46^2-45^2=$ ~~46~~ 91

$23\cdot 2^x+46^2-91=y^2$

$2\cdot 41$

$46\cdot 2^{x-1}+46^2-91=y^2$

$2^{x+11}-2025(2^x-1)=y^2$

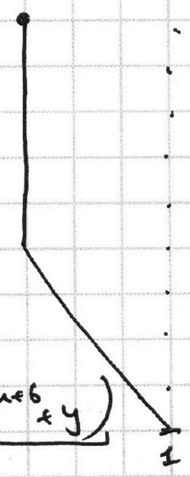
$2\cdot 46\cdot 2^{x-2}+46^2-91=y^2$

$2^{2k+12}-2025(2^x-1)=y^2$

$2025(2^x-1)=\underbrace{(2^{k+6}-y)}_{25}(2^{k+6}+y)$

$(2^{k+6}-y;2^{k+6}+y)=2$

$(2^{k+7};2^{k+6}+y)=1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5.

~~Заметим, что так как по условию абсциссы и ординаты всех вершин ромба — натуральные (целые из промежутка [1; 45]) то так как длина стороны равна 25, то~~

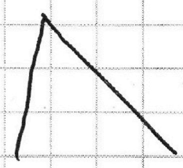
$23 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$

$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$

$\boxed{1}\ y-45 \vdots 23$

$(y-45;\ y+45) = (2y;\ y+45)$ max, общая (2)

$\begin{cases} y-45 \vdots 4 \\ y+45 \vdots 4 \end{cases}$ $y = 4k+45$, $4k+90 \vdots 4$



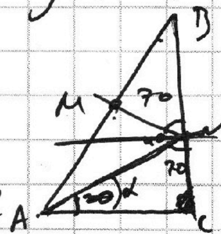
$y-45 = 2t$

$y+45 = 2^{x-1} r$

$2y = 2(t + 2^{x-2} r)$ $y = t + 2^{x-2} r$

$90 = 2(2^{x-2} r - t)$

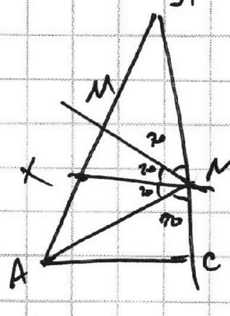
$45 = 2^{x-2} r - t$



$BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$

$\frac{BM}{MA} = \frac{BM}{BN} \cdot \frac{AN}{MA} =$

$\left.\begin{array}{l} \frac{BN}{BM} = \frac{\alpha}{70} \\ \frac{40}{BD} = \frac{AM}{AN} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{40}{70} = \frac{BN}{BM} \cdot \frac{AM}{AN} = \frac{2BM \cdot NC}{AN}$



$\frac{\sin 40}{\sin 70} = \frac{2NC}{AN} = 2\sin 20$

$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{NC}{AN} = \frac{\sin 20}{\sin 90}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$23\cdot 2^x+2025=y^2$

$23\cdot 2^x=(y-45)(y+45)$

$y-45=2t$

$y+45=2^{x-1}\cdot 23n$

$\cos(90+20)=\cancel{\cos}-\sin 20$

$\frac{\sin(110-\alpha)}{\sin\alpha}=2\sin 20$

$\frac{\sin 110\cos\alpha}{\sin\alpha}+\cancel{\cos 110}=\cancel{2\sin 20}$

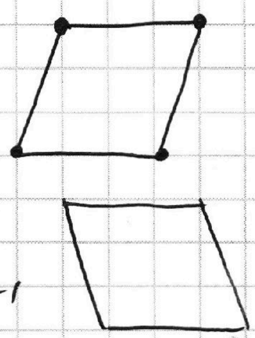
$\frac{\cos 20\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha}=2\sin 20.$

$\cancel{\cos}\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}=2\operatorname{tg} 20$

$\cos(90+20)=\cancel{\cos}-$

$\frac{\sin(110-\alpha)}{\sin\alpha}=\sin 20$

$\frac{\sin 110\cos\alpha-\cos 110\sin\alpha}{\sin\alpha}=\sin 20.$



$23\cdot 2^x\cancel{+2025}=(y-45)(y+45)$

① $y-45\,\vdots\,23$

$y-46+1\,\vdots\,23$

$y+1\,\vdots\,23$

$\begin{cases} y-45\,\vdots\,2 \\ y+45\,\vdots\,2^{x-1} \end{cases}$

$y=23k-1$

$\begin{cases} y-45\,\vdots\,2 \\ y+45\,\vdots\,2^{x-1} \end{cases}$

$y=2t+45=46n+45.$

$y+45=46n+90$

$23k-1=2t+45$

$23k-2t=46.$

$2t\,\vdots\,23\Rightarrow t=23r$

$23\cdot 2^x+\cancel{20}45^2=y^2$

$x=\quad 46^2-45^2=91$

$y^2-45^2\,\vdots\,23,\ 2$