

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\mathbb{N}$.

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1 + n + 1 + n^2 + 3n + 2) = \\ = n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2$$

$$361 = 19^2$$

$$n! (n+2)^2 : 19^2 \Rightarrow \begin{cases} (n+2)^2 : 19^2 & (1) \\ n! : 19^2 & (2) \end{cases}$$

$$1) (n+2)^2 : 19^2 \Rightarrow (n+2) : 19 \Rightarrow \text{невозможно} \\ \Rightarrow n_{\text{наим}} = 19 - 2 = 17, \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}.$$

$$2) n! : 361 \Rightarrow n_{\text{наим}} = 38, \text{ т.к. } 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 38$$

при разложении на простые
даты 19^2 , т.е. $38! : 361$

Т.к. $17 < 38$, то $n_{\text{наим}} = 17$.

Ответ: 17.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N^2 .

Пусть эти последовательные числа:

$x; x+1; x+2; x+3; x+4$.

$$\text{Т.е. } x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 - 10 = N^3;$$

$$5x^2 + 20x + 30 - 10 = N^3;$$

$$5(x^2 + 4x + 4) = N^3;$$

$$5(x+2)^2 = N^3.$$

$$\text{Т.е. } N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N^3 : 125 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 : 25 \Rightarrow \text{т.к. } N^3 = 5(x+2)^2, \text{ то}$$

$$x+2 = 5k^3, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$1) \quad k=1 \Rightarrow x+2=5 \Rightarrow N^3=125 \Rightarrow N=5 \text{ но } N > 6; \text{ (X)}$$

$$2) \quad k=2 \Rightarrow x+2=5 \cdot 8 \Rightarrow N^3 = 5^3 \cdot 4^3 \Rightarrow N=20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_{\text{наим}} = 20.$$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$.

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|;$$

$$\text{ОДЗ: } x^2-2x-3 \geq 0;$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3; & (1) \\ x \leq -1. & (2) \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3}+6| = \sqrt{x^2-2x-3}+6.$$

$$1) \ x \geq 3: \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 + |7-2x|;$$

$$|7-2x| \leq 7-2x$$

$$\text{Т.к. } |7-2x| \geq 7-2x, \text{ то } |7-2x| = 7-2x;$$

$$7-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{7}{2} \Rightarrow 3 \leq x \leq \frac{7}{2}.$$

$$2) \ x \leq -1: \text{ 2 случая:}$$

$$\text{I: } \sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x;$$

$$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1;$$

$$3x^2-2x+4 \leq 0;$$

$$D_1 = 1-12 < 0 \Rightarrow 3x^2-2x+4 > 0 \Rightarrow \emptyset \text{ при } \forall x.$$

$$\text{II: } \sqrt{x^2-2x-3} < 1-2x;$$

$$3x^2-2x+4 > 0; \text{ у п. I } 3x^2-2x+4 > 0 \text{ при } \forall x.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.е. при $x \leq -1$:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x;$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 2;$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x;$$

Уг п. I: $\emptyset$.

Т.е. решением нера-ва являются

$$x \in \left[3; \frac{7}{2}\right].$$

$$\text{Ответ: } \left[3; \frac{7}{2}\right].$$



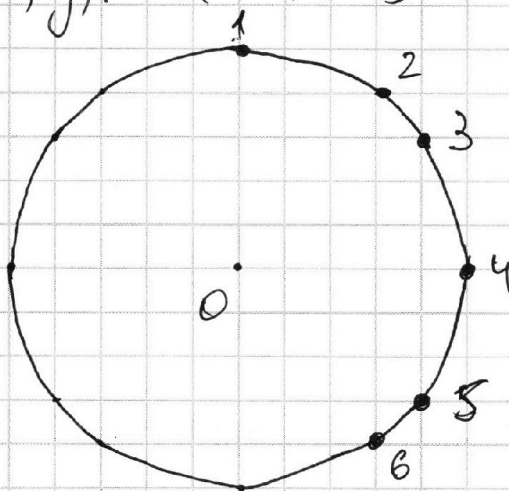
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Начертим с центром O окр. $\sqrt{6}$ какой-то $(\cdot)$
 $O(x; y)$. и $R=5$



Пусть O — 1 из верш. $\Rightarrow$
 $\rightarrow$ чтобы не повторять типы $\Rightarrow$
есть ровно 6 точек на окр. $(\cdot)$ $\rightarrow$
 $\rightarrow$ ещё 2 возможных вершин
ромба. Выбор 2 из них одно-
значно задаёт 4-ую вершину $\rightarrow$
 $\rightarrow$ переберём все пары этих $(\cdot)$
и найдём для них все
ромбы:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I $(1; 2) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 47 \\ 1 \leq y \leq 47 \end{matrix} \Rightarrow N_1 = 41 \cdot 47$

II $(1; 3) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 48 \\ 1 \leq y \leq 48 \end{matrix} \Rightarrow N_2 = 42 \cdot 48$

III $(1; 4) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 45 \\ 1 \leq y \leq 45 \end{matrix} \Rightarrow N_3 = 45^2$

IV $(1; 5) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 46 \\ 1 \leq y \leq 42 \end{matrix} \Rightarrow N_4 = 42 \cdot 46$

V $(1; 6) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 47 \\ 1 \leq y \leq 41 \end{matrix} \Rightarrow N_5 = 41 \cdot 47$

VI $(2; 3) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 43 \\ 1 \leq y \leq 43 \end{matrix} \Rightarrow N_6 = 43^2$

VII $(2; 4) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 42 \\ 1 \leq y \leq 46 \end{matrix} \Rightarrow N_7 = 42 \cdot 46$

VIII $(2; 5) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 43 \\ 1 \leq y \leq 43 \end{matrix} \Rightarrow N_8 = 43^2$

IX $(2; 6) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 44 \\ 1 \leq y \leq 42 \end{matrix} \Rightarrow N_9 = 44 \cdot 42$

X $(3; 4) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 41 \\ 1 \leq y \leq 47 \end{matrix} \Rightarrow N_{10} = 41 \cdot 47$

XI $(3; 5) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 42 \\ 1 \leq y \leq 44 \end{matrix} \Rightarrow N_{11} = 44 \cdot 42$

XII $(3; 6) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 43 \\ 1 \leq y \leq 43 \end{matrix} \Rightarrow N_{12} = 43^2$

XIII $(4; 5) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 47 \\ 1 \leq y \leq 47 \end{matrix} \Rightarrow N_{13} = 41 \cdot 47$

XIV $(4; 6) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 42 \\ 1 \leq y \leq 46 \end{matrix} \Rightarrow N_{14} = 42 \cdot 46$

XV $(5; 6) \Rightarrow \begin{matrix} 1 \leq x \leq 42 \\ 1 \leq y \leq 43 \end{matrix} \Rightarrow N_{15} = 43^2$

$$N = N_1 + \dots + N_{15} = 41 \cdot 47 \cdot 4 + 42 \cdot 46 \cdot 4 + 45^2 + 43^2 \cdot 4 + 44 \cdot 42 \cdot 3 = 32249$$

ответ: 32249



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I \quad 2^a | 19 - 2^{x-2a} | = 90, \quad a \leq \frac{x}{2}$$

Т.к. $90 : 2$, но $90 \div 4$, то $a \leq 1$

$$1) a=0: |19 - 2^x| = 90 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 109 \\ 2^x = -71 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{не } \in \mathbb{Z} \\ \text{не } \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$2) a=1: |19 - 2^{x-2}| = 45 \Rightarrow \begin{cases} 2^{x-2} = -26 \\ 2^{x-2} = 64 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } x \in \mathbb{Z}, \text{ то } 2^{x-2} = 64 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{при } x=8: (y-45)(y+45) = 38 \cdot 128 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 83.$$

$$II \quad a > \frac{x}{2}: 2^{x-a} | 19 \cdot 2^{2a-x} - 1 | = 90$$

Т.к. $90 : 2$, но $90 \div 4$, то $x-a \leq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 1) a=x: |19 \cdot 2^x - 1| = 90 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$$

$$2) a=x-1: |19 \cdot 2^{x-2} - 1| = 45, \text{ но}$$

т.к. $(45 \pm 1) \div 19$, то $x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ единственная пара: $(8; 83)$.

Ответ: $(8; 83)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2;$$

I Докажем, что $x \geq 0$. Рассмотрим $x < 0$:

$$(19 \cdot 2^x) \neq z \Rightarrow y^2 \neq z \Rightarrow y \neq z \Rightarrow x \geq 0$$

$$\text{Рассмотрим } x = 0: 19 + 2025 = 2044 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \neq z \Rightarrow x > 0.$$

~~II~~ $2025 \equiv 0 \pmod{3}$ II $2025 \equiv 0 \pmod{3}$
 $19 \equiv 1 \pmod{3}$
 $2^x \equiv (-1)^x \pmod{3}$

Т.к. $y^2 \equiv 0 \pmod{3}$
 $y \equiv 1 \pmod{3}$, то $x \geq 2$, в егб

$$\text{если } x \geq 2, \text{ то } 19 \cdot 2^x + 2025 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$\text{а при } x \geq 2 \quad 19 \cdot 2^x + 2025 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2 \equiv 1 \pmod{3}.$$

III $19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$

Разложим число $19 \cdot 2^x$ на 2

~~группы~~ числа: $19 \cdot 2^a$; 2^{x-a} , $a \geq 0$,

$$\text{Т.е. } |19 \cdot 2^a - 2^{x-a}| = 90 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^a | 19 - 2^{x-2a} = 90, \text{ при } a \leq \frac{x}{2} \text{ (I)} \\ 2^{x-a} | 19 \cdot 2^{2a-x} - 1 = 90, \text{ при } a > \frac{x}{2} \text{ (II)} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

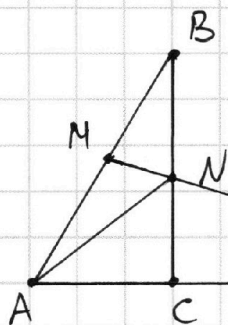
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№7.

Реш:

1) Д.н: $MN \parallel AC = P$

2) $BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$,

т.е. $\frac{BN \cdot MA}{BM \cdot NC} = 2$

3) $\triangle ABC$: $\{M; N; P\} \subset a$: по т. Менелая:

$$\frac{BN}{NC} \cdot \frac{MA}{BM} \cdot \frac{CP}{PA} = 1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{CP}{PA} = 1;$$

$$\frac{CP}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow C - \text{сер } AP.$$

4) $\angle MNB$ и $\angle CNP$ - верт $\Rightarrow \angle CNP = \angle MNB =$

$$= 80^\circ \Rightarrow \angle ANC = \angle PNC \Rightarrow NC - \text{бис-са}$$

NC - мед $\triangle NAP$ (т.к. $AC = PC$) $\Rightarrow$ по
кр $\triangle ANP$ - р/д; осн: $AP \Rightarrow (\angle ANP = 160^\circ)$
по т. $\angle A$ и $\angle B$ р/д $\triangle$

$$\angle CAN = \angle CPN = \frac{180^\circ - 160^\circ}{2} = 10^\circ$$

Ответ: 10°

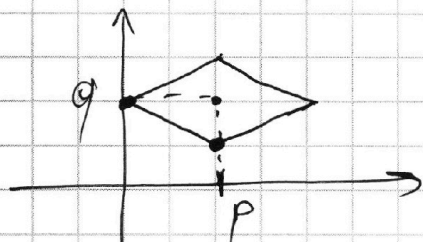


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



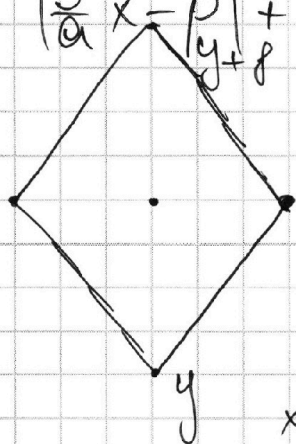
$$\left(\frac{a}{k}\right)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 = 25$$

$$p + x \in \mathbb{Z}$$

$$p - x \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} \left|\frac{3}{a}x - p\right| + \left|\frac{4}{a}y - q\right| = a \\ \left|\frac{4}{a}x - p\right| + \left|\frac{3}{a}y - q\right| = a \end{cases}$$

$$\left|\frac{3}{a}x - p\right| + \left|\frac{4}{a}y - q\right| = a;$$



$$43 \cdot 45 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ + 176 \\ \hline 352 \\ + 3696 \\ \hline 3696 \end{array}$$

$$|kx - p| + |cy - q| = a$$

$$k \geq 0$$

$$c \geq 0$$

$$\begin{cases} p - \frac{a}{c} \geq 1 \\ p + \frac{a}{c} \leq 50 \\ q + \frac{a}{k} \leq 50 \\ q - \frac{a}{k} \geq 1 \end{cases}$$

целые

$$y \geq 1$$

$$y + 8 \leq 50$$

$$\begin{cases} y \geq 1 \\ y \leq 42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$$



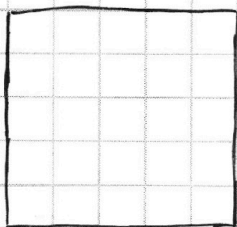
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $d_1 = 8$; $d_2 = 6 \Rightarrow$ рассуждая
аналогично, в. I получим $N_2 =$
 $= N_1 = 44 \cdot 42 \Rightarrow N = N_1 + N_2 = 2 \cdot 44 \cdot 42 =$
 $= 3696.$
Ответ: 3696.



$$\begin{aligned} 1 \leq x \leq 45 \\ 1 \leq y \leq 45 \end{aligned} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow N_1 = 45^2$$

$x; y$

$$\begin{aligned} 1 \leq x \leq 42 \\ 1 \leq y \leq 46 \end{aligned} \Rightarrow 42 \cdot 46 \cdot 2$$

$x; y$

1 $x_1; y_1$

2 $x; y$

3

4

5

6

$x; y$

$$\begin{aligned} 1 \leq x \leq 41 \\ 1 \leq y \leq 47 \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{41} \cdot 47 \cdot 2$$

~~15~~

$$i; j \rightarrow \begin{aligned} 1 \leq x \leq 50 \\ 1 \leq y \leq 50 \end{aligned}$$

$$C_6^2 = 15$$



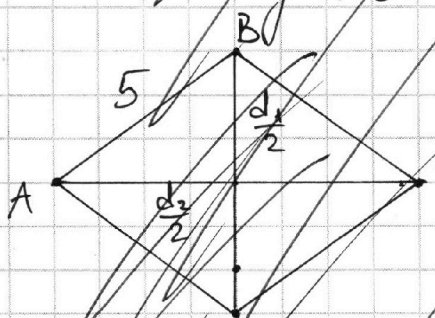
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть координаты (x, y) и диагональ ромба r , а половина диагонали $l \Rightarrow$
 $\Rightarrow r - l \in \mathbb{Z}$ (координаты y и x целые)
 $r + l \in \mathbb{Z} \Rightarrow l \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ длина диагонали $\in \mathbb{Z}$
 $\Rightarrow$ т.к. длина ст. $\neq 5$, то его диаг.: $d_1 = 6$; $d_2 = 8$.



Т.к. в натуральных числах $u^2 - v^2 = 25$

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 25$$

$\Rightarrow$ имеет только 2 реш.: $(6; 8)$ и $(8; 6)$

I Пусть $d_1 = 6$; $d_2 = 8 \Rightarrow$ координаты x левой вершины $x_A \Rightarrow x_C = x_A + d_2 = x_A + 8 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 1 \leq x_A \leq 42$

координаты y нижней вершины: $y_D \Rightarrow$
 $y_B = y_D + d_1 = y_D + 6 \Rightarrow 1 \leq y_D \leq 44 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ кол-во таких ромбов: $N_1 = 42 \cdot 44$



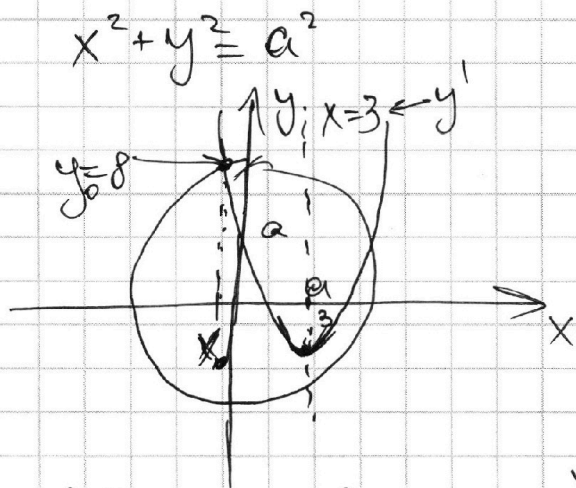
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x_0 \leq 3$$

$$y_0 = 8$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 17 \\ \hline + 282 \\ + 36 \\ \hline 612 \end{array}$$

$$x^2 - 6x - 8 + a = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + 64 = a^2 \\ x^2 - 6x + a = 8; \end{cases}$$

~~$$x_0 = 3$$~~

$$(x_0 - 3)^2 + a - 17 = 0;$$

$$(x_0 - 3)^2 = 17 - a;$$

$$9 + 17 - a - 6\sqrt{17 - a} + 64 = a^2;$$

$$x_0 = \sqrt{17 - a} + 3$$

$$-6\sqrt{17 - a} = a^2 + a - 80;$$

$$36 \cdot 17 - 36a = a^4 + a^2 - 6400 + 2a^3 - 160a^2 - 160a$$

$$a^4 + 2a^3 - 159a^2 - 124a - 7012 = 0;$$

$$x_0^2 - 6x_0 + a = 8 \Rightarrow a = 8 + 6x_0 - x_0^2$$

$$\begin{aligned} a^2 &= x^4 + 36x^2 + 64 - 12x^3 - 16x^2 + 96x = \\ &= x^4 - 12x^3 + 20x^2 + 96x + 64 = x^2 + y^2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 222 \\ + 7708 \\ + 7728 \\ 2025 \\ 7396 \\ 7392 \\ \hline 32249 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 42 \\ \times 46 \\ \hline 252 \\ + 168 \\ \hline 1932 \\ \times 4 \\ \hline 7728 \end{array}$$

$$7 \cdot 4 + 4 = 32$$

~~$42 \cdot 46 = 1932$~~
 ~~$41 \cdot 47 = 1927$~~
 ~~$41 \cdot 46 = 1886$~~

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 129 \\ + 172 \\ \hline 1849 \\ \times 4 \\ \hline 7396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 42 \\ \hline 88 \\ + 176 \\ \hline 1848 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 47 \\ \hline 287 \\ + 164 \\ \hline 1927 \\ \times 4 \\ \hline 7708 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 1848 \\ \hline 7392 \end{array}$$

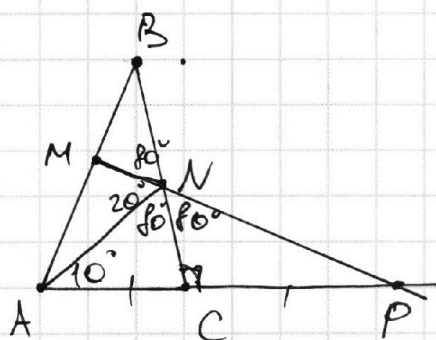
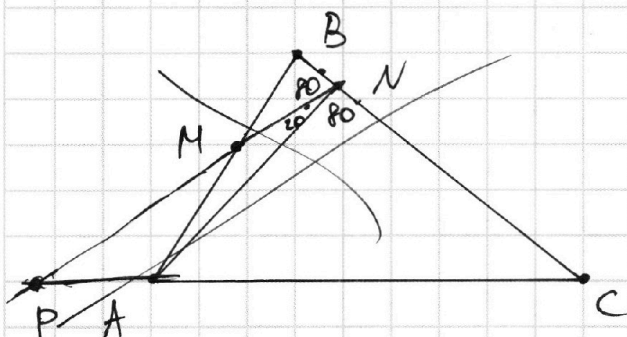


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$$

$$\angle CAN = ?$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} \cdot \frac{CP}{PA} \cdot \frac{AM}{MB} = 1;$$

$$\frac{CP}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow C - \text{сер } AP$$

$$y^2 \equiv 0/1/4/6/5/6/9/4/1 \pmod{100}$$

$$0; 1; 4; 5; 6; 9$$

$$19 \equiv 9$$

$$2^x \equiv 4; 6$$

$$\Rightarrow 19 \cdot 2^x \equiv 6; 4$$

$$\boxed{x > 0}; \boxed{x : 2}, \boxed{y : 2}$$

$$19 \cdot 2^x + 2025 \equiv 1; 9$$

$$19 \cdot 2^a - 2^{x-a} = 2^a (19 - 2^{x-2a})$$

$$2^{x-a} (19 \cdot 2^{2a-x} - 1), a > x-a$$

$$a \geq \frac{x}{2}$$

$$a \leq x-a$$

$$\Rightarrow a \leq \frac{x}{2}$$

[*]

$$2(x-1) - x = x-2$$

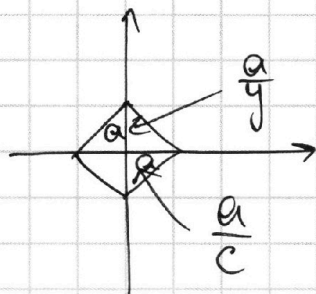


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|kx-p|+|cy-q|=a; \quad c>0, \quad k>0$$

$$\frac{a^2}{k^2} + \frac{a^2}{c^2} = 25$$

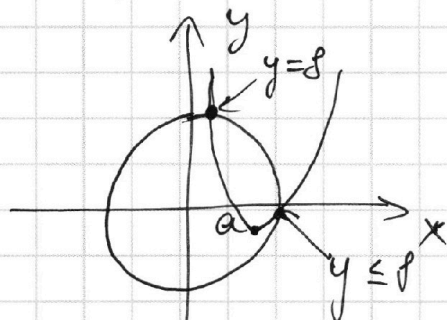
$$p + \frac{a}{c} = 50$$

$$p - \frac{a}{c} \geq 1$$

$$q + \frac{a}{k} \leq 50$$

$$q - \frac{a}{k} \geq 1$$

$$x^2 + y^2 = a^2; \quad \max(x^2 - 6x + a) = 8$$



$$x^2 - 6x + a = (x-3)^2 + (a-9)$$

$$x^2 + 64 = a^2 \Rightarrow x^2 = a^2 - 64 \Rightarrow a = \pm \sqrt{x^2 + 64}$$

$$(x-3)^2 - 6x + \sqrt{x^2 + 64} = 8 \Rightarrow x = 0$$

$$x^2 - 6x - 8 = \pm \sqrt{x^2 + 64};$$

$$x^4 + 36x^2 + 64 - 12x^3 + 96x - 16x^2 = x^2 + 64;$$

$$x^4 - 12x^3 + 19x^2 + 96x = 0;$$

$$x^3 - 12x^2 + 19x + 96 = 0;$$

$$\begin{array}{r} x^4 1 \\ x^4 7 \\ \hline 28 7 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 1 \\ x^4 7 \\ \hline + 28 7 \\ 16 4 \\ \hline 19 2 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 927} \\ 3 \overline{) 927} \\ \hline 7208 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2;$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$2025 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$19 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$2^x \equiv (-1)^x \pmod{3}$$

$$y^2 \not\equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow \boxed{x \div 2}; y \div 2$$

$$19 \cdot 2^x = a^2 + 90a$$

$$x=2: 19 \cdot 4 = 76 \Rightarrow 2025 + 76 = 2101 \quad \ominus$$

$$y^2 \equiv 0/1 \pmod{4}$$

$$19 \equiv 3 \pmod{4}$$

$$2^x \equiv 0 \pmod{4}$$

$$2025 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$|19 \cdot 2^a - 2^{x-a}| = 90$$

$$a=3: 19 \cdot 8 = 80 + 72 = 152$$

$$a=4: 304 = 19 \cdot 16$$

$$x \in \mathbb{Z}$$

$$y \in \mathbb{Z}$$

$$38 \cdot 128 \Rightarrow y = 83$$

$$\boxed{x=8; y=83}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 19 \\ \hline 16 \\ + 114 \\ \hline 19 \\ + 19 \\ \hline 304 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n!(1+n+1+n^2+3n+2) = n!(n^2+4n+4) = \\ = n!(n+2)^2 : 19^2$$

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 = x^2 + \\ + x^2 + \underline{2x} + \underline{1} + x^2 + \underline{4x} + \underline{4} + x^2 + \underline{6x} + \underline{9} + x^2 + \underline{8x} + \underline{16} = \\ = 5x^2 + 20x + 30 \Rightarrow N^3 = 5x^2 + 20x + 20 = \\ = 5(x+2)^2 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N^3 : 125 \Rightarrow \\ \Rightarrow (x+2)^2 : 25^2 \Rightarrow \text{т.к. } N^3 = 5(x+2)^2, \text{ то}$$

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x| \\ (x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$a=5$; целые числа $[1; 50]$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+|7-2x| \quad (x \geq 3)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x, \quad x \leq -1$$

$$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1;$$

$$3x^2-2x+4 \leq 0;$$

$$D_1 = 1-12 < 0 \Rightarrow \text{---}$$

$$|x-p|+|y-q|=a; \\ (p; q) - \text{центр}$$