



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! (1+n+1+n^2+3n+2) = \\ &= n! (n^2+4n+4) = n! (n+2)^2 \end{aligned}$$

$$361 = 19^2$$

$$n! (n+2)^2 : 19^2 \Rightarrow \begin{cases} (n+2)^2 : 19^2 & (1) \\ n! : 19^2 & (2) \end{cases}$$

$$1) (n+2)^2 : 19^2 \Rightarrow (n+2) : 19 \Rightarrow \cancel{n+2} \cancel{19}$$

$$\Rightarrow n_{\text{наим}} = 19 - 2 = 17, \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}.$$

$$2) n! : 361 \Rightarrow n_{\text{наим}} = 38, \text{ т.к. } 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 38$$

при разложении на простые

достаточно 19^2 , т.е. $38! : 361$

т.к. $17 < 38$, то $n_{\text{наим}} = 17$.

Ответ: 17.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

Пусть эти последовательные числа:

$$x; x+1; x+2; x+3; x+4.$$

$$\text{т.е. } x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 - 10 = N^3;$$

$$5x^2 + 20x + 30 - 10 = N^3;$$

$$5(x^2 + 4x + 4) = N^3;$$

$$5(x+2)^2 = N^3.$$

$$\text{т.е. } N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N^3 : 125 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 : 25 \Rightarrow \text{т.к. } N^3 = 5(x+2)^2, \text{ то}$$

$$x+2 = 5k^2, k \in \mathbb{N}$$

$$1) k=1 \Rightarrow x+2=5 \Rightarrow N^3=125 \Rightarrow N=5 \text{ но } N > 6; \text{ (W)}$$

$$2) k=2 \Rightarrow x+2=5 \cdot 8 \Rightarrow N^3 = 5^3 \cdot 4^3 \Rightarrow N=20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_{\max} = 20.$$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3}.$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|;$$

$$\text{OДЗ: } x^2 - 2x - 3 \geq 0;$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3; & (1) \\ x \leq -1. & (2) \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6.$$

$$1) \quad x \geq 3: \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + |7 - 2x|;$$

$$|7 - 2x| \leq 7 - 2x$$

$$\text{T. k. } |7 - 2x| \geq 7 - 2x, \text{ TO } |7 - 2x| = 7 - 2x;$$

$$7 - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{7}{2} \Rightarrow 3 \leq x \leq \frac{7}{2}.$$

$$2) \quad x \leq -1: \quad \text{2 случая:}$$

$$\text{I: } \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x;$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1;$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0;$$

$$\mathcal{D}_1 = 1 - 12 < 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 > 0 \Rightarrow \emptyset. \quad \text{при } \forall x.$$

$$\text{II: } \sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x;$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0; \quad \text{и при I } 3x^2 - 2x + 4 > 0 \quad \text{при } \forall x.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. при $x \leq -1$:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x;$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 2;$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x;$$

Уг п. I: \emptyset .

т.е. решением нер-ва являются

$$x \in [3; \frac{7}{2}]$$

Ответ: $[3; \frac{7}{2}]$.

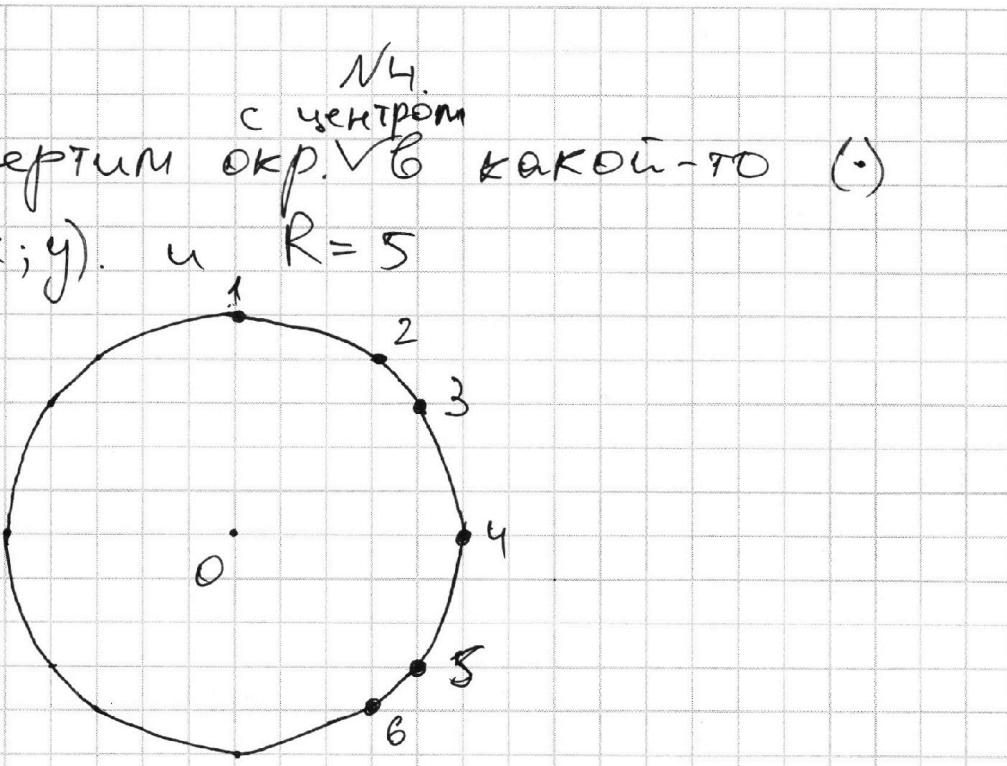


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $O-1$ из верш. $\not\leftrightarrow \not\leftrightarrow$
 \rightarrow чтобы не повторять члены $\not\leftrightarrow$
есть ровно 6 обժн. на окр. $(.) \rightarrow$
 \rightarrow ещё 2 возможных вершины
ромба. Всюдor 2 из них однозначно даёт 4-ую вершину \rightarrow
 \rightarrow переберём все пары этих $(.)$
и найдём для них кон-бис
ромбов:

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I $(1; 2) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 47 \\ 1 \leq y \leq 47 \end{cases} \Rightarrow N_1 = 41 \cdot 47$

II $(1; 3) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 48 \\ 1 \leq y \leq 48 \end{cases} \Rightarrow N_2 = 42 \cdot 48$

III $(1; 4) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 45 \\ 1 \leq y \leq 45 \end{cases} \Rightarrow N_3 = 45^2$

IV $(1; 5) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 46 \\ 1 \leq y \leq 42 \end{cases} \Rightarrow N_4 = 42 \cdot 46$

V $(1; 6) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 47 \\ 1 \leq y \leq 41 \end{cases} \Rightarrow N_5 = 41 \cdot 47$

VI $(2; 3) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 43 \\ 1 \leq y \leq 43 \end{cases} \Rightarrow N_6 = 43^2$

VII $(2; 4) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 42 \\ 1 \leq y \leq 46 \end{cases} \Rightarrow N_7 = 42 \cdot 46$

VIII $(2; 5) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 43 \\ 1 \leq y \leq 43 \end{cases} \Rightarrow N_8 = 43^2$

IX $(2; 6) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 44 \\ 1 \leq y \leq 42 \end{cases} \Rightarrow N_9 = 44 \cdot 42$

X $(3; 4) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 41 \\ 1 \leq y \leq 47 \end{cases} \Rightarrow N_{10} = 41 \cdot 47$

XI $(3; 5) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 42 \\ 1 \leq y \leq 44 \end{cases} \Rightarrow N_{11} = 44 \cdot 42$

XII $(3; 6) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 43 \\ 1 \leq y \leq 43 \end{cases} \Rightarrow N_{12} = 43^2$

XIII $(4; 5) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 47 \\ 1 \leq y \leq 47 \end{cases} \Rightarrow N_{13} = 41 \cdot 47$

XIV $(4; 6) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 42 \\ 1 \leq y \leq 46 \end{cases} \Rightarrow N_{14} = 42 \cdot 46$

XV $(5; 6) \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 43 \\ 1 \leq y \leq 43 \end{cases} \Rightarrow N_{15} = 43^2$

$$N = N_1 + \dots + N_{15} = 41 \cdot 47 \cdot 4 + 42 \cdot 46 \cdot 4 + 45^2 + 43^2 \cdot 4 + 44 \cdot 42 \cdot 3 = 32249$$

Ответ: 32249

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{I} \quad 2^a | 19 - 2^{x-2a} | = 90, \quad a \leq \frac{x}{2}$$

т. к. $90 : 2$, но $90 \nmid 4$, т. о. $a \leq 1$

$$1) a=0: |19 - 2^x| = 90 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 109 \\ 2^x = -71 \end{cases} \Rightarrow \cancel{x \in \mathbb{Z}}$$

$$2) a=1: |19 - 2^{x-2}| = 45 \Rightarrow \begin{cases} 2^{x-2} = -26 \\ 2^{x-2} = 64 \end{cases} \Rightarrow$$

\Rightarrow т. к. $x \in \mathbb{Z}$, т. о. $2^{x-2} = 64 \Rightarrow x=8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{при } x=8: (y-45)(y+45) = 38 \cdot 128 \Rightarrow \\ \Rightarrow y=83.$$

$$\text{II} \quad a > \frac{x}{2}: 2^{x-a} | 19 \cdot 2^{2a-x} - 11 | = 90$$

т. к. $90 : 2$, но $90 \nmid 4$, т. о. $x-a \leq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 1) a=x: |19 \cdot 2^x - 11| = 90 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$$

$$2) a=x-1: |19 \cdot 2^{x-2} - 11| = 45, \text{ но}$$

т. к. $(45 \pm 1) \nmid 19$, т. о. $x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$

\Rightarrow единственная пара: $(8; 83)$.

Ответ: $(8; 83)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2;$$

I Докажем, что $x > 0$. Рассмотрим $x < 0$:

$$(19 \cdot 2^x) \neq 2 \Rightarrow y^2 \neq 2 \Rightarrow y \neq \sqrt{2} \Rightarrow x \geq 0$$

Рассмотрим $x=0$: $19 + 2025 = 2044 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y \neq \sqrt{2} \Rightarrow x > 0.$$

III $2028 \equiv 0 \pmod{3}$ II $2025 \equiv 0 \pmod{3}$

$$\begin{aligned} 19 &\equiv 1 \pmod{3} \\ 2^x &\equiv (-1)^x \pmod{3} \end{aligned}$$

T. k. $y^2 \equiv 0 \pmod{3}$
 $y \equiv 1 \pmod{3}$, то $x \geq 2$, т.е. 96

если $x \geq 2$, то $19 \cdot 2^x + 2025 \equiv 2 \pmod{3}$

а при $x \geq 2$ $19 \cdot 2^x + 2025 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$
 $\Rightarrow y^2 \equiv 1 \pmod{3}$.

III $19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$

Разложим число $19 \cdot 2^x$ на 2

других числа: $19 \cdot 2^a$; 2^{x-a} , $a \geq 0$,

T. e. $|19 \cdot 2^a - 2^{x-a}| = 90 \Rightarrow$

$$\Rightarrow |2^a| |19 - 2^{x-2a}| = 90, \text{ при } a \leq \frac{x}{2} \quad (\text{I})$$

$$|2^{x-a}| |19 \cdot 2^{2a-x} - 1| = 90, \text{ при } a > \frac{x}{2} \quad (\text{II})$$

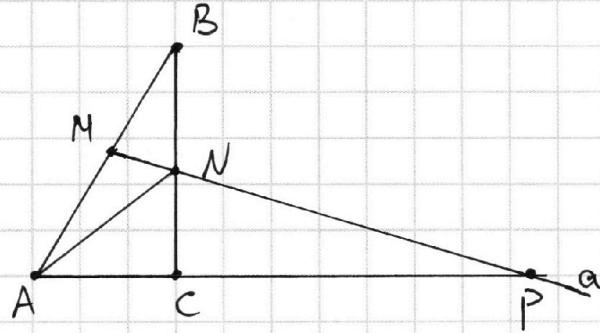


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№ 7.

Реш:

- 1) Д.н: $MN \perp AC = P$
- 2) $BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$,
т.е. $\frac{BN \cdot MA}{BM \cdot NC} = 2$

3) $\triangle ABC$: $\{M; N; P\} \subset a$: но т. Менелая:

$$\frac{BN}{NC} \cdot \frac{MA}{BM} \cdot \frac{CP}{PA} = 1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{CP}{PA} = 1;$$

$$\frac{CP}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow C - \text{сеп } AB.$$

4) $\angle MNB$ и $\angle CPN$ - верт $\Rightarrow \angle CPN = \angle MNB =$

$$= 80^\circ \Rightarrow \angle ANC = \angle PNC \Rightarrow NC - \text{дис-са}$$

NC - мег $\triangle NAP$ (т. к. $AC = PC$) \Rightarrow но
из $\triangle ANP$ - $P/0$; осн: $AP \Rightarrow (\angle ANP = 160^\circ)$
но т. о + \angle и \angle сб $P/0$ \triangle

$$\angle CAN = \angle CPN = \frac{180^\circ - 160^\circ}{2} = 10^\circ.$$

Ответ: 10°

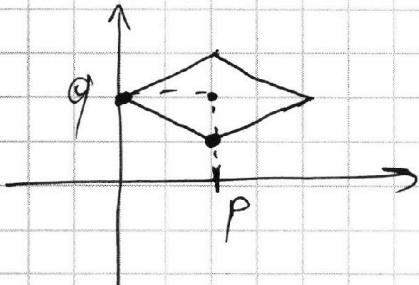


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



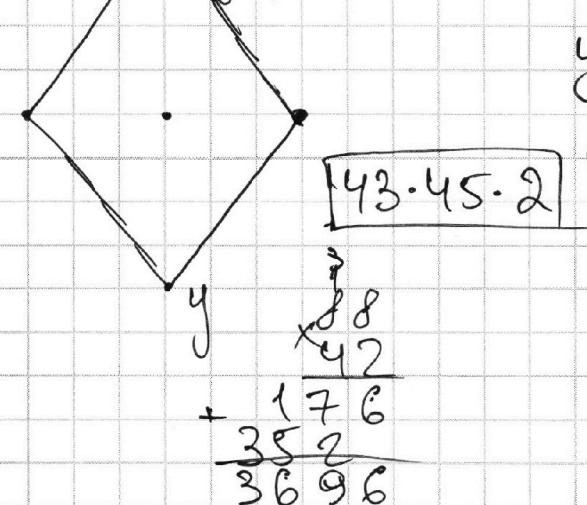
$$\left(\frac{a}{k}\right)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 = 25$$

$$p+x \in \mathbb{Z}$$

$$p-x \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{a}|x-p| + \frac{4}{a}|y-q| = a \\ \frac{4}{a}|x-p| + \frac{3}{a}|y-q| = a \end{cases}$$

$$\left| \frac{3}{a}x-p\right| + \left| \frac{4}{a}y-q\right| = a;$$



$$|kx-p| + |cy-q| = a$$

$k > 0$

$c > 0$

$$\begin{cases} p - \frac{a}{c} \geq 1 \\ p + \frac{a}{c} \leq 50 \\ q + \frac{a}{k} \leq 50 \\ q - \frac{a}{k} \geq 1 \end{cases}$$

четные

$$\left| \frac{3}{a}x-p\right| + \left| \frac{4}{a}y-q\right| = a$$

$$\left| \frac{4}{a}x-p\right| + \left| \frac{3}{a}y-q\right| = a$$

$$\begin{cases} y \geq 1 \\ y+8 \leq 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 1 \\ y \leq 42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x > 42 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

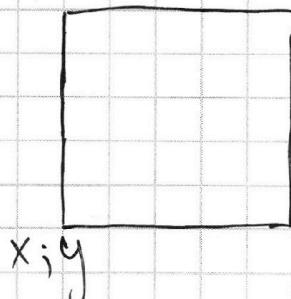
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Пусто~~ $d_1 = 8$; $d_2 = 6 \Rightarrow$ расстояние
оканчивающееся 1 и 1 получится $N =$
 $= N_1 + 44 \cdot 42 \Rightarrow N = N_1 + N_2 = 2 \cdot 44 \cdot 47 =$
 $= 3696.$

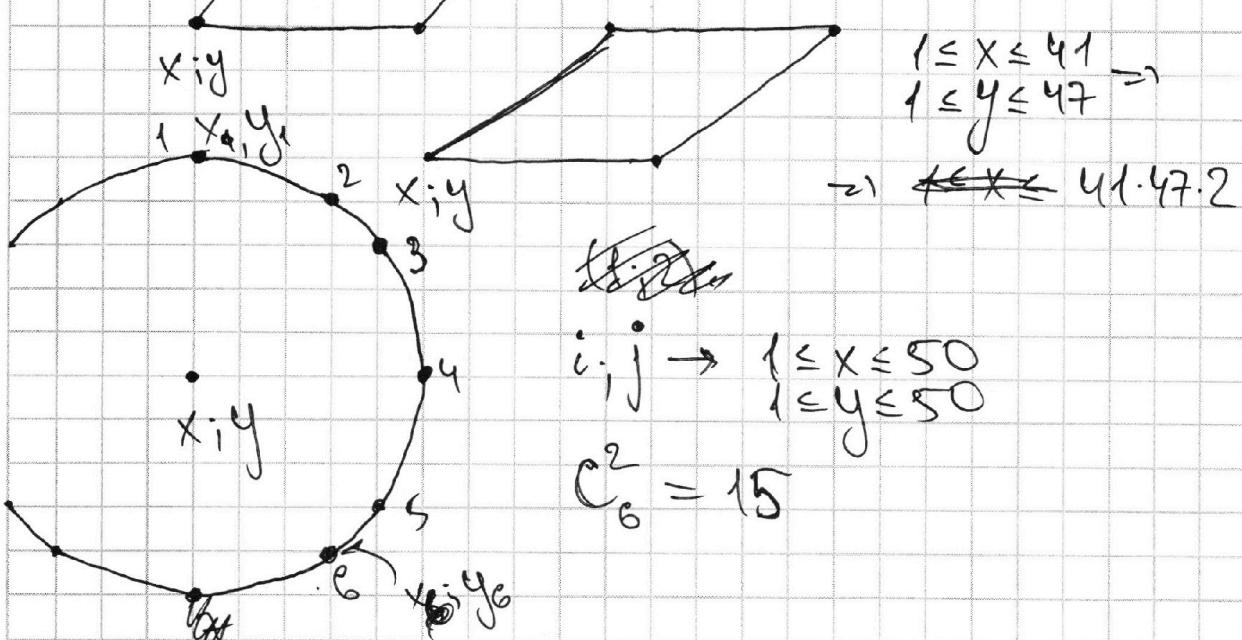
Ответ: 3696.



$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 45 \\ 1 \leq y \leq 45 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_1 = 45^2$$

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 42 \\ 1 \leq y \leq 46 \end{cases} \Rightarrow 42 \cdot 46 \cdot 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



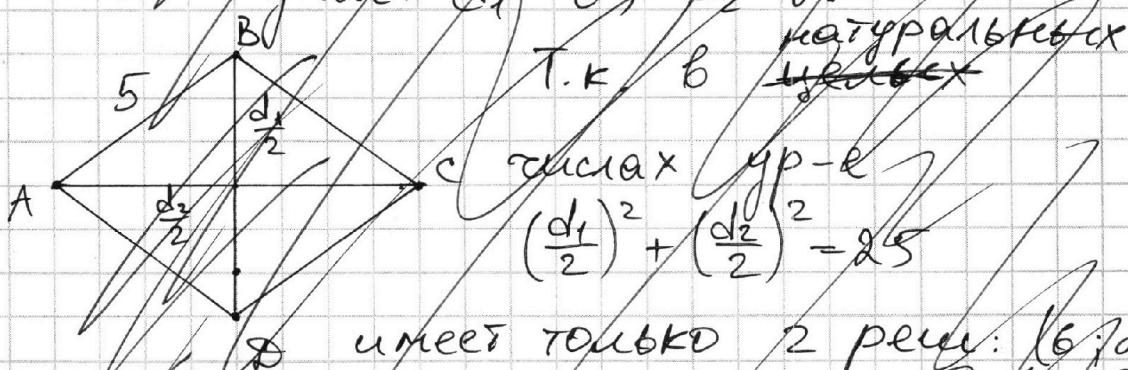
Пусть коорд x (-) л. диаг ромба -

P , а половина диаг. = $l \Rightarrow$
 $\rightarrow P - l \leq 2$ (9-коорд y (-) л. диаг.)

$P + l \leq 2 \Rightarrow l \leq 2$ т.к. диагональ
всех ромбов ≤ 2

\Rightarrow Т.к. длина ст. $\sqrt{P} = 5$ то

если диаг: $d_1 = 6$; $d_2 = 8$:



т.к. 6 и 8 натуральные

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 25$$

имеет только 2 реш: $(6, 8)$
 $9 (8, 6)$

I Пусть $d_1 = 6$; $d_2 = 8 \Rightarrow$ коорд x

левой вершины $x_A \Rightarrow x_C = x_A + \frac{d_2}{2} = x_A + 8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 1 \leq x_A \leq 42$$

коорд y нижней вершины $y_D \Rightarrow$

$$y_B = y_D + d_1 \Rightarrow y_D + 6 \Rightarrow 1 \leq y_D \leq 44 \Rightarrow$$

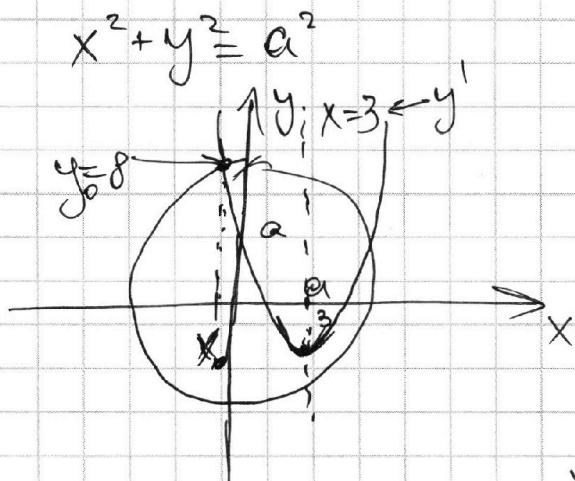
$$\Rightarrow \text{кол-во таких ромбов: } N_1 = 42 \cdot 44$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}x_0 &\leq 3 \\y_0 &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 17 \\ \hline 252 \\ + 36 \\ \hline 612 \end{array}$$

$$x^2 - 6x - 8 + a = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + 64 = a^2 \\ x^2 - 6x + a = 8; \end{cases}$$

$$(x_0 - 3)^2 + a - 17 = 0;$$

$$(x_0 - 3)^2 = 17 - a;$$

$$\begin{aligned}80 &\\ \overbrace{9+17-a-6\sqrt{17-a+64}}^{=0} &= a^2. \end{aligned}$$

$$-6\sqrt{17-a} = a^2 + a - 80;$$

$$36 \cdot 17 - 36a = a^4 + a^2 - 6400 + 2a^3 - 160a^2 - 160a$$

$$a^4 + 2a^3 - 159a^2 - 124a - 7012 = 0;$$

$$x_0^2 - 6x + a = 8 \Rightarrow a = 8 + 6x_0 - x_0^2$$

$$\begin{aligned}a^2 &= x^4 + 36x^2 + 64 - 12x^3 - 16x^2 + 96x = \\&= x^4 - 12x^3 + 20x^2 + 96x + 64 = x^2 + y^2\end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 222 \\ + 7708 \\ \hline 7728 \\ 2028 \\ 7396 \\ 7392 \\ \hline 32249 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 42 \\ \hline \times 46 \\ + 252 \\ \hline 168 \\ \hline 1932 \\ \times 4 \\ \hline 7728 \end{array}$$

$$7 \cdot 4 + 4 = 32$$

$$\begin{array}{r} 4146 \\ - 4147 \\ \hline -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 129 \\ + 172 \\ \hline 1849 \\ \times 4 \\ \hline 7396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 1848 \\ \hline 7392 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 47 \\ \hline 287 \\ + 164 \\ \hline 1927 \\ \times 4 \\ \hline 7708 \end{array}$$

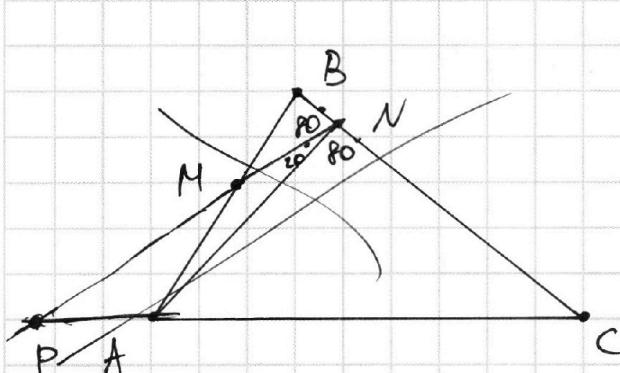


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



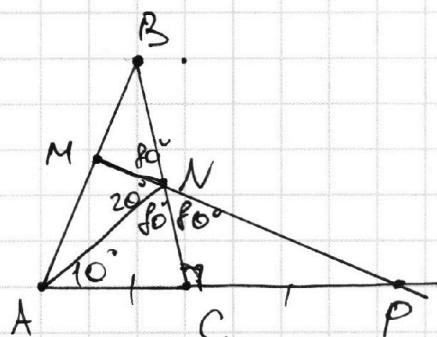
$$\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$$

$$\angle CAN - ?$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} \cdot \frac{CP}{PA} \cdot \frac{AM}{MB} = 1;$$

$$\frac{CP}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow C - \text{сеп } AP$$



$$y^2 \equiv 0; 1; 4; 6; 5; 9; 4; 1 \pmod{10}$$

$$0; 1; 4; 5; 6; 9$$

$$19 \equiv 9$$

$$2^x \equiv 4; 6$$

$$\boxed{x \geq 0}; \boxed{x \geq 2}, \boxed{y \geq 2}$$

$$19 \cdot 2^x + 2025 \equiv 1; 9$$

$$19 \cdot 2^a - 2^{x-a} = 2^a (19 - 2^{x-2a})$$

$$2^{x-a} (19 \cdot 2^{2a-x} - 1), a > x-a$$

$$a \leq x-a$$

$$\exists a \leq \frac{x}{2}$$

$$\boxed{x}$$

$$2(x-1) - x = x-2$$

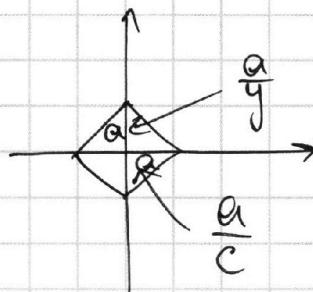


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$|kx-p| + |cy-q| = a; \quad c > 0 \\ k > 0$$

$$\frac{a^2}{k^2} + \frac{a^2}{c^2} = 25$$

$$p + \frac{a}{c} \leq 50$$

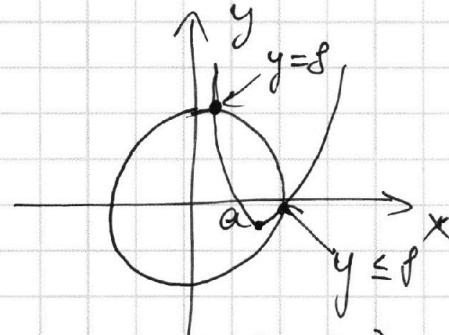
$$p - \frac{a}{c} \geq 1$$

$$q + \frac{a}{k} \leq 50$$

$$q - \frac{a}{k} \geq 1$$

$$x^2 + y^2 = a^2; \quad \max(x^2 - 6x + a) = \delta$$

a - ?



$$x^2 - 6x + a = (x-3)^2 + (a-\delta)$$

$$x^2 + 64 = a^2 \quad \cancel{x^2 = a^2} \Rightarrow a = \pm \sqrt{x^2 + 64}$$

~~$$(x-3)^2 + 64 = 8 \Rightarrow x=0$$~~

$$x^2 - 6x - 8 = \pm \sqrt{x^2 + 64};$$

$$x^4 + 36x^2 + 64 - 12x^3 + 96x - 16x^2 = x^2 + 64;$$

$$x^4 - 12x^3 + 19x^2 + 96x = 0;$$

$$x^3 - 12x^2 + 19x + 96 = 0.$$

~~$$\begin{array}{r} \times 41 \\ \times 47 \\ \hline 287 \\ 4 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} \times 41 \\ \times 47 \\ \hline 287 \\ 164 \\ \hline 1927 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3127 \\ \times 4 \\ \hline 7208 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2;$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$2025 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$19 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$2^x \equiv (-1)^x \pmod{3}$$

$$y^2 \not\equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow \boxed{x:2}; y \not\equiv 2$$

$$19 \cdot 2^x = a^2 \pm 90a$$

$$x=2: 19 \cdot 4 = 76 \Rightarrow 2025 + 76 = 2101 \quad \text{✓}$$

$$y^2 \equiv 0/1 \pmod{4}$$

$$19 \equiv 3 \pmod{4}$$

$$2^x \equiv 0 \pmod{4}$$

$$2025 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$|19 \cdot 2^a - 2^{x-a}| = 90$$

$$a=3: 19 \cdot 8 = 152$$

$$a=4: 304 = 19 \cdot 16$$

$$x \in \mathbb{Z}$$

$$y \in \mathbb{Z}$$

$$38 \cdot 128 \Rightarrow y = 83$$

$$\boxed{x = 8; y = 83}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 16 \\ \hline 114 \\ + 19 \\ \hline 304 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n! (1+n+1+n^2+3n+2) = n! (n^2+4n+4) = \\ = n! (n+2)^2 : 19^2$$

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 = x^2 + \\ + x^2 + \underline{2x+1} + \underline{x^2+4x+4} + \underline{x^2+6x+9} + \underline{x^2+8x+16} = \\ = 5x^2 + 20x + 30 \Rightarrow N^3 = 5x^2 + 20x + 20 = \\ = 5(x+2)^2 \Rightarrow N: 5 \Rightarrow N^3: 125 \Rightarrow \\ \Rightarrow (x+2)^2 : 25^2 \Rightarrow \text{т.к. } N^3 = 5(x+2)^2, \text{ то}$$

$$|\sqrt{x^2-2x-3} + 6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1| + |7 - 2x| \\ (x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$a=5; \quad \text{целые числа } [1; 50]$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + |7 - 2x| \quad (x \geq 3)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1 - 2x, \quad x \leq -1$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1;$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0;$$

$$P_1 = 1 - 12 < 0 \Rightarrow \emptyset$$

$$|x-p| + |y-q| = a; \\ (p, q) - \text{центр}$$