



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 10

- [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?
- [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит при $n \leq 15$ $(n-1)! (n+1)^2 \neq 17^2$

а $n=16$ удобно усвоить.

Ответ: 16.

L

L

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.(1)

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 17^2$$

$$(n-1)! (1 + n + n(n+1)) : 17^2$$

$$(n-1)! (l+n)^2 : 17^2$$

~~17EP~~

Следи при $n \geq 33$, то без первого члена остаток,

$\Rightarrow (l+n)^2 : 17^2$

Нужно $n \leq 33$

5). Следи при $n \leq 33$

$$n - 17 \quad 17 \quad 17^2$$

$$n + l + n + 1 = 33 \Rightarrow n = 17 \quad 17$$

\Rightarrow при $n \leq 33$ единичное

$$(n-1)! (l+n)^2 : 17^2$$

4). Следи при $n \geq 17$. Следи при $n \geq 17$

$$n - 17 \quad 17 \quad 17^2$$

$\Rightarrow (n-1)! (l+n)^2 : 17^2$

Следи при $n \leq 16$. Следи при $n = 16$:

$$(n-1)! (l+n)^2 : 17, \text{ при } n+1=17$$

$$\text{и } (l+n)^2 : 17^2$$

Несколько $n \leq 15$, не хватает. Но тогда

$$(l+n)^2 : 17 \text{ так как } n \leq 15 \text{ и } n+1 \leq 16$$

$$\text{и } (n-1)! : 17 \text{ (так как } (n-1)! = 1 \cdot 2 \cdots \cdot (n-1) \text{)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2(2)

$$\Rightarrow 7(n-3)^2 \vdots p^5, \text{ при этом,}$$

$$\text{тк } N = 7 \cdot p \cdot 5, \text{ то}$$

$$7(n-3)^2 \vdots 7^5 \cdot p^5$$

$$(n-3)^2 \vdots 7^4 \cdot p^5$$

тк сеява является квадрат
~~квадрат~~ ~~квадрат~~ натур. число $(n-3)$

$$\text{и он } \vdots p^5, \text{ то } (n-3)^2 \vdots 7^4 \cdot p^5$$

тогда $2 > 5$ и 2 -четно, и тк $N^5 \vdots p^5$

~~\Rightarrow но $2 \vdash p^5$~~

$$\Rightarrow 2 \geq 10.$$

$$N \mid \text{Чел } 2 = 10 \Rightarrow N \geq 7 \cdot 2^2$$

~~$n-3 \vdash 7^4 \cdot p^5$~~

$$\text{Однако если, } \text{Чел } N = 7 \cdot 2^2$$

$$\Rightarrow 7(n-3)^2 = 7^5 \cdot 2^{10}$$

$$n-3 = 7^2 \cdot 2^5$$

из котр. получаем $n = 1571$, т.е. необходимо
находить следующее число ($\text{тк } n-7 > 0$)

$$\Rightarrow N = 7 \cdot 2^2 = 28 - \text{искомое}$$

~~число. Ответ. 28.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 32 (1)

Найти Равенство суммое квадратов чисел от 1 до 5: $S(3+1) (2+1)$

Дано последовательное членое квадратов последовательности n^2 . Тогда

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{(n-1)(n-6)(2n-13)}{6} - 28 = N^5$$

$$n(n^2+n)(2n+1) - (n^2-13n+42)(2n-13) - 28 = N^5$$

$$(2n^3+n^2+2n^2+n) - (2n^3+13n^2+26n^2-169n-84n+42) = 13n^2-252n+378 = 6N^5$$

$$= 28 \cdot 6 = 6N^5$$

$$3n^2+n+39n^2-253n+546 - 168 = 6N^5$$

$$42n^2-252n+378 = 6N^5$$

$$7n^2-42n+63 = N^5$$

$$7(n^2-6n+9) = N^5$$

$$7(n-3)^2 = N^5 \Rightarrow N:7 \Rightarrow (n-3)^2:7^4$$

Однако

$$n-3 : 7^2$$

$$n \equiv 3$$

или

то, так $N > 8$, то $n > 52$ ($49+3=52$)

$$т.е. (n-3)^2 > 7^4 \Rightarrow N = 7 \cdot p \cdot s$$

где $p \in P$ и $s \in N$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3. (2)

2.2. Следовательно $\sqrt{x^2 - x - 2} \leq x + 1$

~~Множество~~ т.к. левая часть > 0 , а правая ≤ 0 получаем

противоречие.

$$\begin{aligned} \text{так } x \in (-\infty; -1] \Rightarrow x+1 \leq 0 \\ \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} \geq x+1 \end{aligned}$$

Итого:

$$x \in [2; 6]$$

Ответ: $[2; 6]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.11)

$$|\sqrt{x^2-x-2} + 5| \geq |\sqrt{x^2-x-2} + x-1| + |6-x|$$

Решение 1: $x^2-x-2 \geq 0$

$$(x-2)(x+1) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

решение 2: $x \in [2; +\infty)$.

$$\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x-1 + |6-x|$$

$$6 \geq x + |6-x|$$

$$\begin{cases} x \geq 6 \\ 6 \geq x+x-6 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 6 \\ 12 \geq 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 6 \\ 6 \geq x \end{cases} \quad \Rightarrow x=6$$

$$\begin{cases} x < 6 \\ 6 \geq x+6-x. \end{cases} \quad \begin{cases} x < 6 \\ 6 \geq x \end{cases} \quad \Rightarrow x < 6.$$

Итак: решение $x \in [2; +\infty)$,

то $x \in [2; 6]$.

(2) Решение $x \in (-\infty; -1]$.

$$\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq |\sqrt{x^2-x-2} - x-1| + |6-x|$$

$$\sqrt{x^2-x-2} - |\sqrt{x^2-x-2} - (x+1)| + x-1 \geq 0$$

2.1. при $\sqrt{x^2-x-2} \geq -(x+1)$; ~~если~~

$2x \geq 0, x \geq 0$, то неверно.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№(3)

$$\text{Итого } 38^2 - 2 = 1444 - 2 = 2882.$$

Что также существует
~~квадрат~~ ~~квадрат~~ решения = квадраты
со сторонами 5, у которых
сторона ~~менее~~ ~~менее~~ ~~менее~~, ~~менее~~,
осторнее ~~меньше~~ ~~меньше~~ ~~меньше~~ ~~меньше~~
и ~~меньше~~.

Второй способ. Воспользоваться квадратом
5x5 фокусного ~~квадрата~~ 11x11
и другое же и о'т
использовать воспользоваться
квадратом ~~квадратом~~ 7x7.

$$\text{Итого } 38^2 - 2 + 15^2 = 2888 + 2025 =$$

$$= 4913$$

Ответ: 4913



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4 (2)

Найдите общее из ~~наименьшего~~ квадрата, верное:

сумма квадратов катетов складывается.

Все катеты и гипотенуза кратны кратны кратны 45, то есть у каждого из четырех катетов кратных 45, то есть у каждого из четырех катетов кратных 45, то есть у каждого из четырех катетов кратных 45.

⇒ для наименьшего квадрата F_{min} соответствующий кратный кратных 45, то есть и из приведенного $[1; 45]$ верно то, что в нем наименьшее из двух катетов со стороны катетов 5 и 45 кратно 45, то есть это катет 45.

Способ образования F_{min} .

квадрат F_{min} , это $38^2 \cdot 2$.

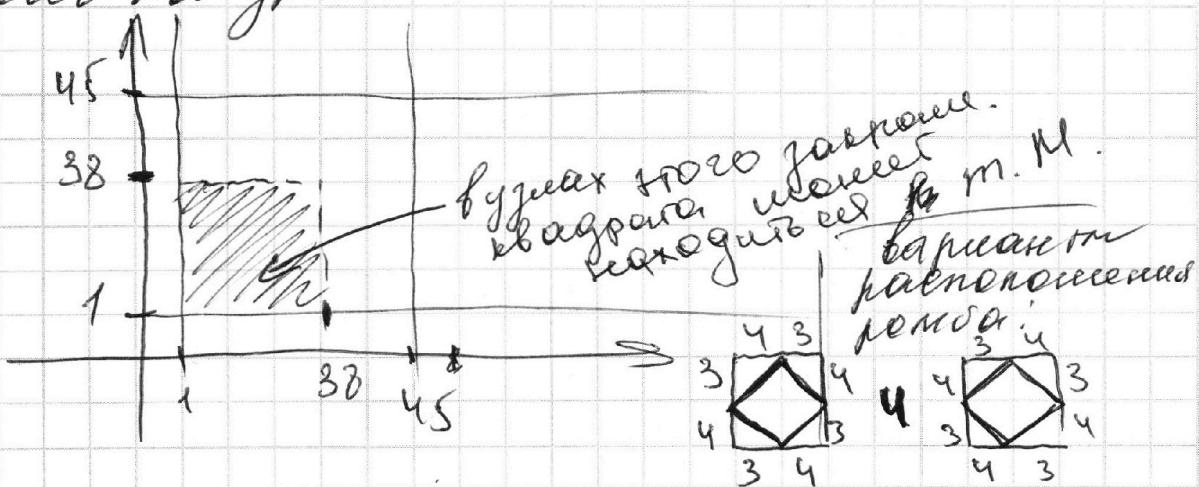
Из ~~наименьшего~~ $38^2 \cdot 2$ способом

составлено квадраты ~~из~~ из двух

наименьшего квадрата (M)

и оставшиеся составляются

весь квадрат.

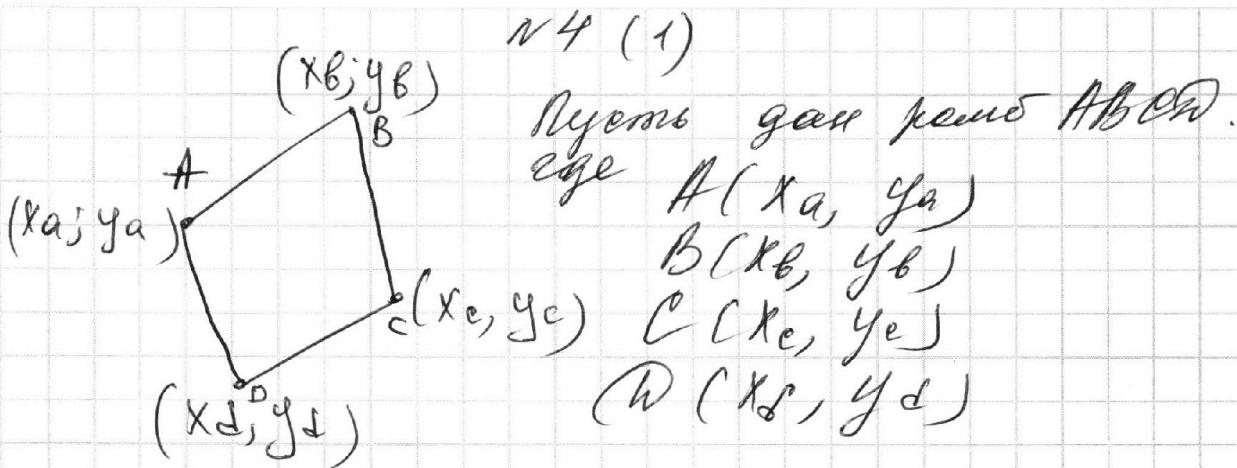


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

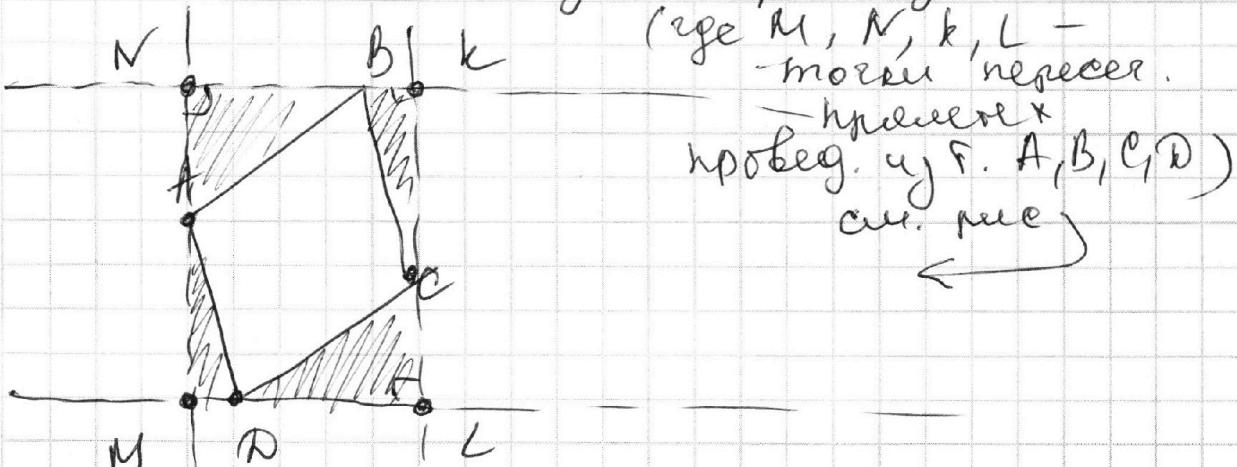
СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Через т. A и C проведено прямое 11OK, через т. B и D прямое 11OX.

МК OT 11OX наименее удалено. MNKL



по условию $x_a, y_a, x_b, y_b, x_c, y_c, x_d, y_d \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow y_a - y_d, x_d - x_a, x_c - x_d, y_d$$

$$y_c - y_d, x_c - x_b, y_b - y_c,$$

$$x_b - x_a, y_b - y_a \in \mathbb{Z}$$

(м.е. все их попарное наименее
разные стоят)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итого:

$$\begin{cases} y = -47 \\ x = 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 47 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ: $(3; -47)$, $(3; 47)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5(2)

Всегда когда $\begin{cases} y - 45 \geq 0 \\ y + 45 \geq 0 \end{cases}$ /такое же

то есть одно $\begin{cases} y = 45 \\ x = 3 \end{cases}$

Но всегда когда $\begin{cases} y - 45 < 0 \\ y + 45 < 0 \end{cases}$

т.е $y < -45$.

$$\begin{cases} y - 45 = -2 \\ y + 45 = -23 \cdot 2^{x-1} \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} y = 43, \text{ но} \\ \text{когда } y + 45 > 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} y - 45 = -2^{x-1} \\ y + 45 = -23 \cdot 2^x \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} y = -91, \\ \text{но } -136 \text{ не является степ. двойки.} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} y - 45 = -2^{x-1} \\ y + 45 = -23 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} y = -68, \text{ но} \\ 113 \text{ не является степ. двойки} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} y - 45 = -1 \\ y + 45 = -23 \cdot 2^x \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} y = 44, \text{ но} \\ \text{когда } y + 45 > 0. \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} y - 45 = -23 \\ y + 45 = -2^x \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} y = 22, \text{ но} \\ \text{когда } y + 45 > 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} y - 45 = -23 \cdot 2 \\ y + 45 = -2^{x-1} \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} y = -1, \text{ но} \\ \text{когда } y + 45 > 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} y - 45 = -23 \cdot 2^{x-1} \\ y + 45 = -2 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} y = -47 \\ -47 - 45 = -23 \cdot 2^2 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} \text{Получаем } y = -47 \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} y - 45 = -23 \cdot 2^x \\ y + 45 = -1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} y = -46, \text{ но} \\ 91 \neq 23. \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5 (1)

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x + 145^2 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

Заметим, что ~~если~~ скончань ~~все~~ кратного числа 2 ~~не~~ должна быть одна из чисел $(y - 45)$ и $(y + 45)$ не преобразуется в единицу. Т.е., если

$$\begin{cases} y - 45 \equiv 0 \\ y + 45 \equiv 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y \equiv 1 \\ y \equiv 3 \end{cases} \quad \text{Противоречие.}$$

Рассмотрим все возможные случаи:

$$\begin{cases} y - 45 = 2 \\ y + 45 = 23 \cdot 2^{x-1} \end{cases} \quad \begin{cases} y \equiv 44 \\ y \equiv 1 \end{cases} \quad \text{Удалить } (y-45) \text{ и } (y+45)$$

$$\begin{cases} y - 45 = 2 \cdot 23 \\ y + 45 = 2^{x-1} \end{cases} \quad \begin{cases} y \equiv 91, \text{ но} \\ 136 \text{ не является степ.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 45 = 23 \\ y + 45 = 2^x \end{cases} \quad \begin{cases} y \equiv 68, \\ 113 \text{ не является степ.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 45 = 23 \cdot 2^x \\ y + 45 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y \equiv -44, \text{ но} \\ -89 \neq 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 45 = 23 \cdot 2^{x-1} \\ y + 45 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y \equiv -43, \text{ но} \\ -88 \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 45 = 2^x \\ y + 45 = 23 \cdot 2^x \end{cases} \quad \begin{cases} y \equiv -22 \\ y \equiv 23 \end{cases}$$

но -67 не является степ. двойки

\Rightarrow при $y > 0$:

$$\begin{cases} y = 47 \\ 2^x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 45 = 1 \\ y + 45 = 23 \cdot 2^x \end{cases} \quad \begin{cases} y = 46 \\ y = 23 \end{cases}$$

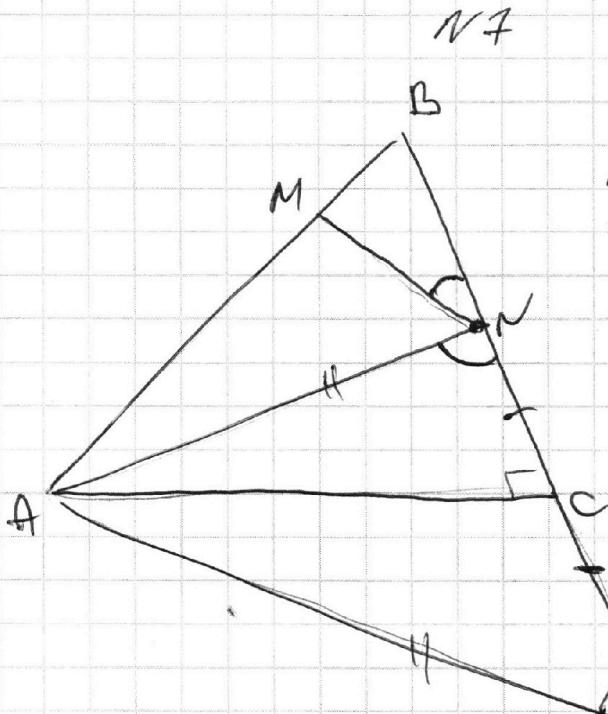
$$\begin{cases} y - 45 = 2^{x-1} \\ y + 45 = 23 \cdot 2^{x-1} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 46 \\ y = 23 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Над предположение
отрезок NC за
т. с. отнесен
такую т. N' ,
что $NC = CN'$

По чн:

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

$$N' \text{ mk } NC = CN' \\ \text{но } NN' = 2NC$$

$$\Rightarrow \frac{BN}{NN'} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow MN \parallel AN' \text{ (ном.} \\ \text{о пропорц. отрезков)}$$

~~MN || AN'~~

$$\angle ANC = \angle MNB = \angle AN'N \text{ (как сопр.)}$$

по $\Rightarrow \triangle AN'N$ по: ~~AN = AN'~~,
AC - общая, з.ч. $\triangle AN'N$ и $\triangle ANC$.

т.е $AC \perp NN' \Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$.

$\angle NAC = 90^\circ - \angle ANC$ (посумм. уштв $\triangle ANC$).

$$\angle NAC = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

Ответ: 20°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NF



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

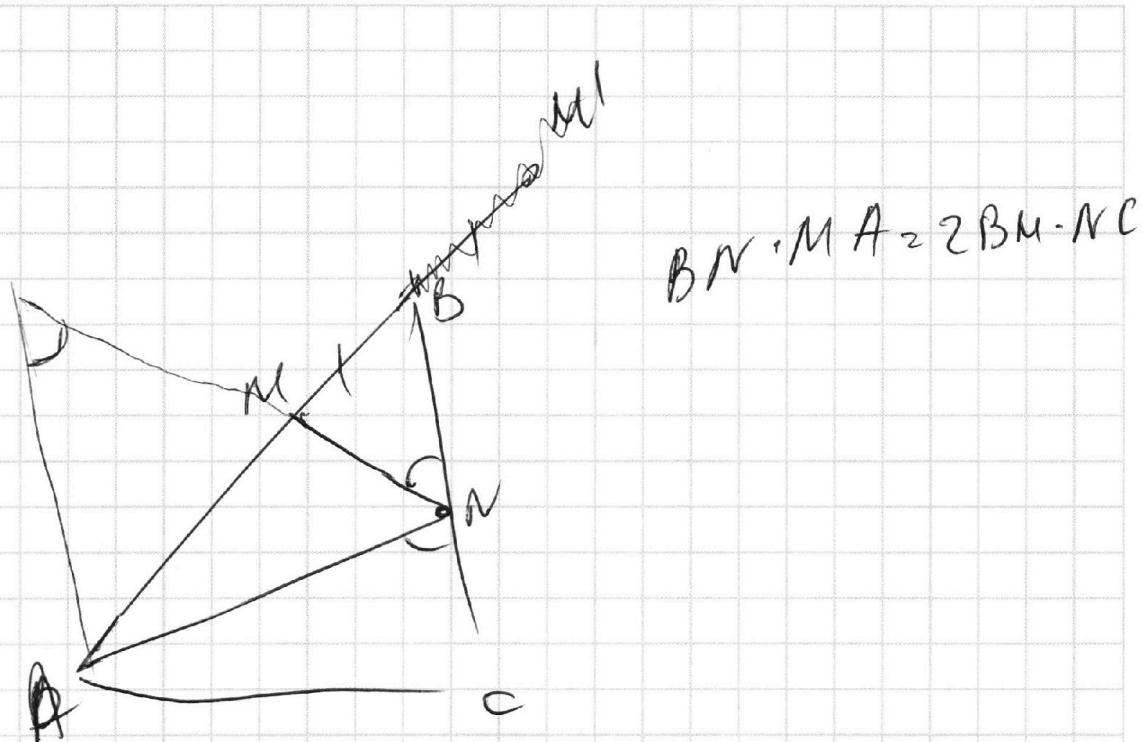
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} y - 45 &= 23 \cdot 2^2 \\ y + 45 &= 2^3 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y - 45 = 23 \cdot 2 \\ y + 45 = 2^3 \cdot 2^{x-1} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y - 45 = 2 \\ y + 45 = 23 \cdot 2^{x-1} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y - 45 = 2^{x-1} \\ y + 45 = 2 \cdot 23 \end{array} \right.$$

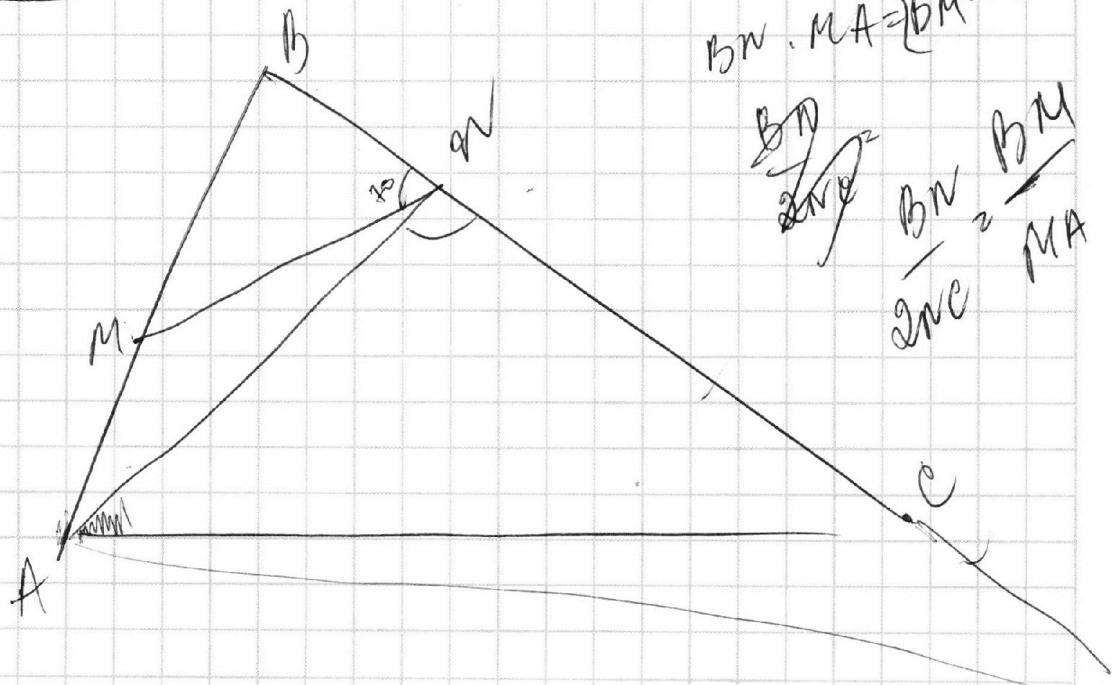
$$\begin{aligned} y^2 - 91 &= 0 \\ 136 &= 136 \text{ реш.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 47 \\ 92 &= 23 \cdot 4 \\ 23 \cdot 2^x + 2025 &= 47^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - 45 &< 0 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

$$BN \cdot MA = BM \cdot NC$$

$$\begin{aligned} BN &\parallel NC \\ BN &\parallel MA \\ BN &\parallel MC \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(n^2 - 6n + 9) \cdot 3}{6} = \frac{n(n-3)(n+3)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{(n-7)(n-6)(2n^2-13)}{6}$$

$$2 \left(\frac{n^2+n}{n+1} \right) (2n+1) - (n^2-13n+42)(2n-1)$$

$$2n^3 + n^2 + 2n^2 + n - 2n^3 + 13n^2 + 26n^2 - 169n - 84n$$

$$= 3n^2 + n + 39n^2 \cancel{+ 169n} - 253n + 846$$

$$= 42n^2 - 252n + 546 - 168 = 6N^2$$

1861

32.

~~200~~ 3

288

156

$$\begin{array}{r}
 & 4 \\
 & 28 \\
 + & 6 \\
 \hline
 16 & 8
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 & 7 \\
 & 252 \\
 - & 25 \\
 \hline
 & 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 12 \\ 156 \\ \hline 8M^2n^2 - 282n + 378 = 6N^3 \\ 3 \\ 27n^2 - 42n + 632 \quad N^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{4} \cancel{2} \\ \times \cancel{4} \cancel{3} \\ \hline \cancel{1} \cancel{2} \quad 6 \\ \cancel{4} \cancel{2} \quad \cancel{5} \cancel{6} \\ \hline 282 \times 43 \quad 328 \checkmark 63 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

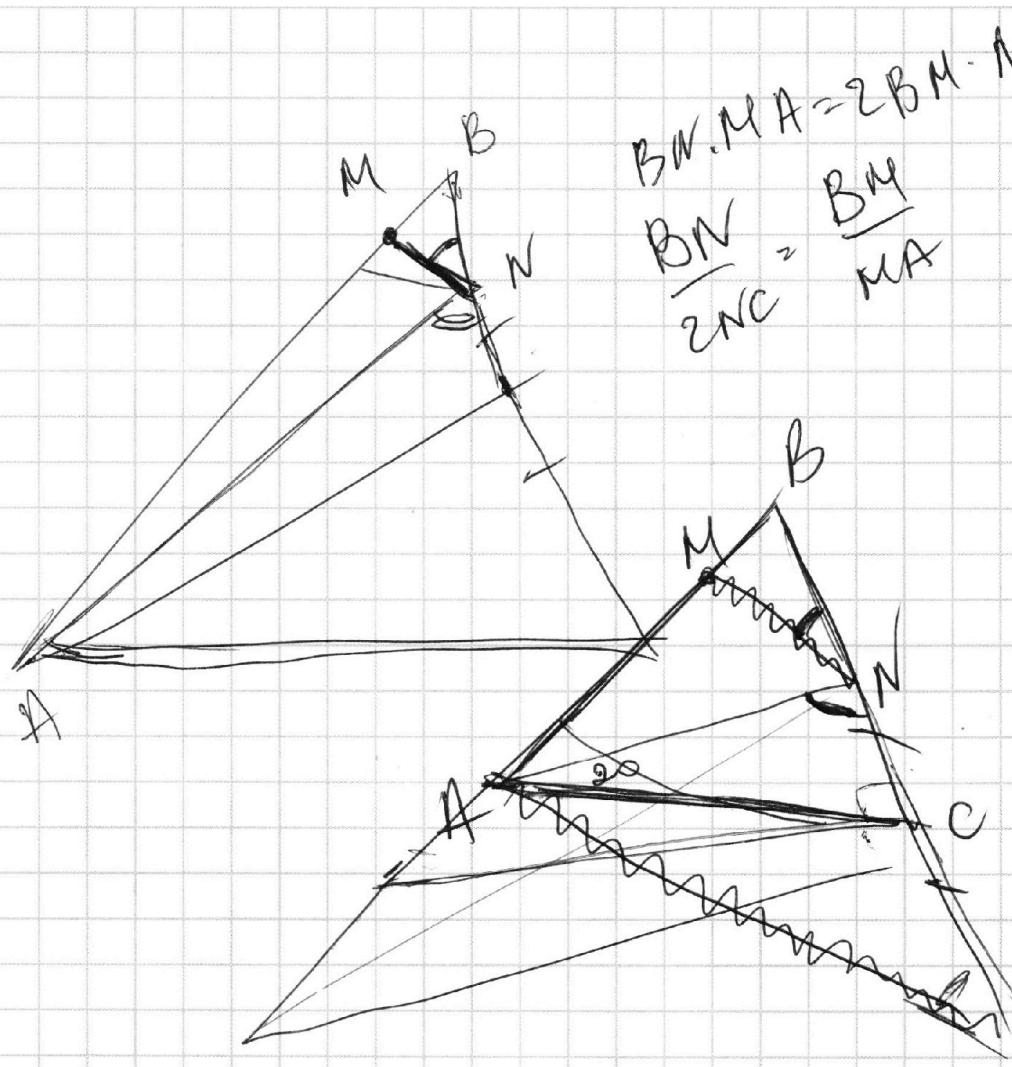
5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & 24 \\ & 6 \\ & 36 \\ & 45 \\ & 30 \\ & 11 \\ & 4 \\ & 14 \\ & 14 \\ & - 98 \\ & + 23 \\ & \hline 8 \end{aligned}$$

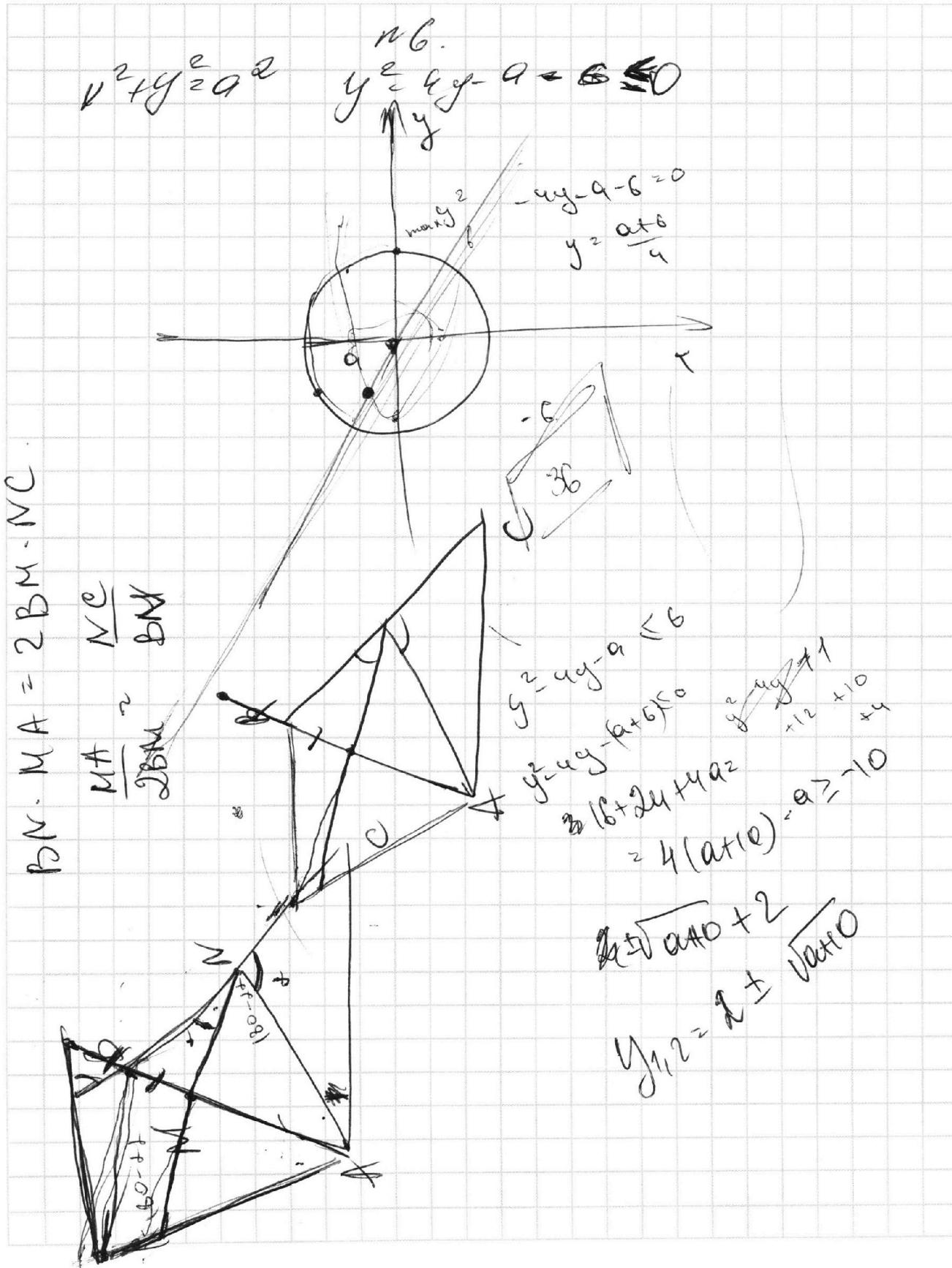
$$\begin{aligned} & 68 \\ & 45 \\ & \hline 11 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{c} 20 \\ 16 \\ -4 \\ \hline -2 \end{array} \quad 30n^2 - 96n + 4n^2 - 28n = 6n^5 \\
 & \cancel{\begin{array}{c} 20 \\ 16 \\ -4 \\ \hline -2 \end{array}} \quad 30n^2 - 96n - 120 = 6n^5 \\
 & 86 \cancel{32} \quad 10n^2 - 32n - 40 = 2n^5 \\
 & \begin{array}{c} 5 \\ -16 \\ \hline -11 \end{array} \quad 5n^2 - 16n - 20 = n^5 \\
 & 256 + 400 = 656 \quad \begin{array}{c} 4 \\ \hline 164 \end{array} \\
 & \begin{array}{c} 26 \\ 24 \\ -2 \\ \hline 4 \end{array} \quad 164 \cancel{14} \\
 & \begin{array}{c} 36 \\ 32 \\ -4 \\ \hline 4 \end{array} \quad 168 \cancel{126} \\
 & \begin{array}{c} 26 \\ 24 \\ -2 \\ \hline 4 \end{array} \quad 253 \cancel{510} \\
 & \begin{array}{c} 24 \\ 20 \\ -4 \\ \hline 4 \end{array} \\
 & \begin{array}{c} 36 \\ 32 \\ -4 \\ \hline 4 \end{array} \quad 18n^2 + n^2 + 26n^2 - 189n - 84n + 42 \cdot 13 - 120 = 6n^5 \\
 & \begin{array}{c} 42 \\ 36 \\ -18 \\ \hline 24 \end{array} \quad 42n^2 - 252n + 480 = 6n^5 \\
 & \begin{array}{c} 36 \\ 32 \\ -4 \\ \hline 4 \end{array} \quad 7n^2 - 42n + 70 = n^5 \\
 & \begin{array}{c} 7 \\ -6 \\ \hline 1 \end{array} \quad 7(n^2 - 6n + 10) = n^5 \\
 & 36n^2 - 6n + 10 = 7^4 \\
 & \begin{array}{c} 49 \\ 49 \\ -49 \\ \hline 0 \end{array} \quad n^2 - 6n - 2380 = 0 \\
 & \begin{array}{c} 2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \\ 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 56 \\ 56 \\ -56 \\ \hline 0 \end{array}
 \end{aligned}$$

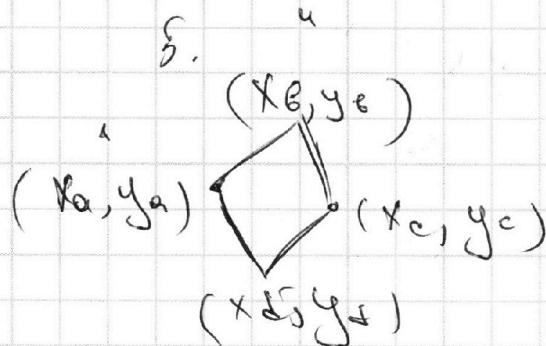


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|x_b - x_d| \leq 44$$

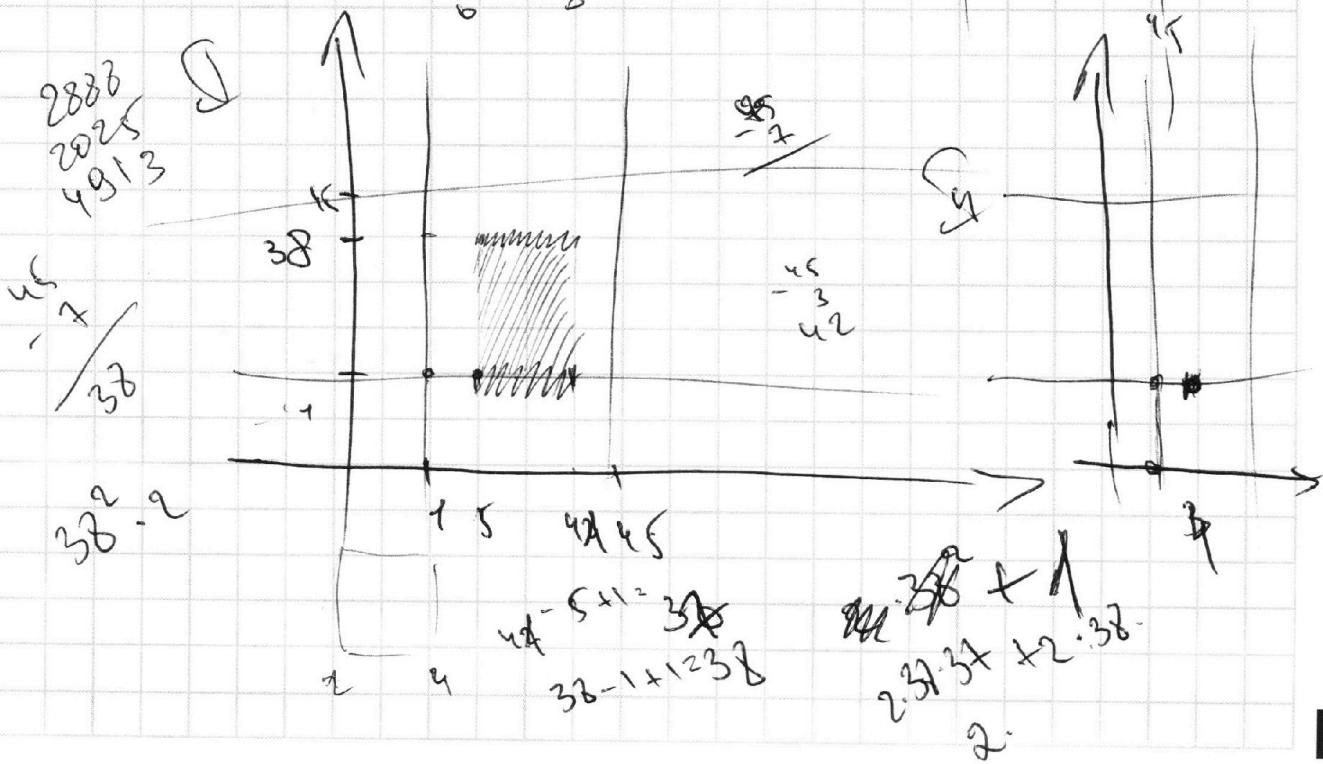
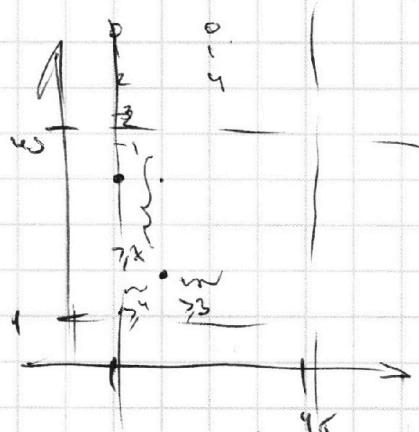
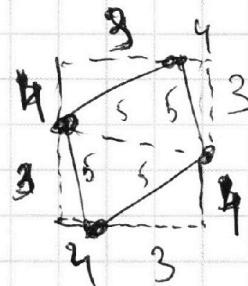
$$|y_b - y_d| \leq 44$$

$$|x_a - x_c| \leq 44$$

$$|y_a - y_c| \leq 44$$

$$(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 \leq 25$$

~~x_b~~





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! \stackrel{?}{=} 10^9$$

$$288 = 17^2$$

при $n \geq 18$ и $n < 18$

$$(n-1)! + 17^2$$

$$n!$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! \stackrel{?}{\geq} \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x + 1}$$

при $n = 17$ реш.

$$\begin{aligned} 6! &= 720 \\ 5! &= 120 \end{aligned}$$

$$6! = 720$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \hline 220 \\ 200 \\ \hline 20 \\ 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x - 2 &\geq 0 \\ (x-2)(x+1) &\geq 0 \\ x &\in [2, \infty) \end{aligned}$$

$n \geq 5$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x + 1} + 16 - x$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x + 1} + 16 - x$$

$n!$

$$(n-1)! (1 + n + n(n+1)) \stackrel{?}{\geq} 17^2$$

$$5 \geq x+1+16-x$$

$$5 \geq x+16-x$$

$$(1+n)^2 \stackrel{?}{=} 17^2$$

$$1+n \stackrel{?}{=} 17$$

\Rightarrow

$$1+n+n(n+1) \stackrel{?}{=} 17^2$$

$$n \leq 17$$

$$1+n+n(n+1) = 17^2$$

$$1+n+n(n+1) = 2 \cdot 17^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7 \\ \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

$$Q_{n-3} + Q_{n-2} + Q_{n-1} + Q_n + Q_{n+1} + Q_{n+2} + Q_{n+3} - 28 = N^{25}$$

$$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ -3 \\ -2 \\ 6 \\ -1 \end{array} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{array}}$$

$$0 \text{ и } 4 \text{ на } 2 = \boxed{7}$$

$$N^5 : 7$$

$$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{array} \boxed{1} \text{ no mod.}$$

$$\begin{aligned} & 27 \\ & 2n^3 + 3n^2 + n - 2n^2 + 26n^2 + 3n^2 - 26n^2 + 3n^2 \\ & = 3n^2 + n + 27n^2 - 97n^2 + 97n^2 \\ & = 30n^2 - 96n^2 + 92 \end{aligned}$$

$$\text{или } 4 \text{ на } 2$$

$$\text{след } 3 \text{ на } 2$$

$$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{array} \boxed{2} \text{ mod } 2$$

$$N^5 : 4$$

$$N^5 \equiv 3 \Rightarrow N^5 \equiv -1$$

$$\Rightarrow N^5 : 25$$

$$N^5 : 2$$

$$\left. \begin{array}{l} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \\ n-2 \end{array} \right\} \text{ a mn}$$

$$\begin{array}{l} 1^2 = 1 \\ 1^2 + 2^2 = 5 \\ 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14 \end{array}$$

sum:

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} -$$

$$\boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

$$2^3 \cdot 5 - \frac{(n-2)(n-6)(2n-13)}{6}$$

$$\boxed{\frac{(n^2+n)(2n+1) - (n^2-13n+42)(2n-13)}{6}}$$

6