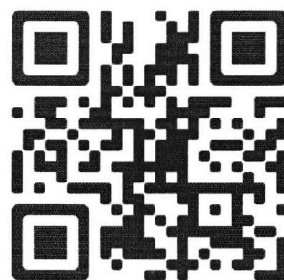




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Значит при $n \leq 15$ $\frac{n!}{17^2} \cdot (n+1)^2$
а $n=16$ удобн. условие.
Ответ: 16.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n! \cdot (1)$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 17^2$$

$$(n-1)! (1 + n + n(n+1)) : 17^2$$

$$(n-1)! (1+n)^2 : 17^2$$

$17 \in \mathbb{P}$

Если $n \geq 33$, то без вероятия $(1+n)^2 : 17^2$,
т.е. $(1+n)^2 : 17^2$

Пусть $n < 33$

Если $n \geq 32$

$$(n-1)! (1+n)^2 : 17^2$$

$$(n-1)! (1+n)^2 : 17^2$$

$\Rightarrow$ при $n \geq 32$ выполняется

$$(n-1)! (1+n)^2 : 17^2$$

Если $n \geq 17$, то $(n-1)! (1+n)^2 : 17^2$

Если $n \leq 16$. Если $n = 16$:

$$(n-1)! (1+n)^2 : 17, \text{ т.к. } n+1 = 17$$

$$\text{и } (1+n)^2 : 17^2$$

Пусть $n \leq 15$. подходит. Но тогда
 $(1+n)^2 : 17$ т.к. $n \leq 15$ и $n+1 \leq 16$
и $(n-1)! : 17$ (т.к. $(n-1)! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1)$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 7(n-3)^2 : p^5, \text{ при этом,}$$

$$\text{тк } N = 4 \cdot p \cdot 5, \text{ то}$$

$$7(n-3)^2 : 4^5 p^5$$

$$(n-3)^2 : 7^4 p^5$$

тк слева написана квадратная ~~каждый~~ натур.-исл. $(n-3)$

$$\text{и он } : p^5, \text{ то } (n-3)^2 : 7^4 p^{2L}$$

$$\text{где } L > 5 \text{ и } L - \text{четно, и тк } N^5 : p^2$$

$$\text{то } L : 5$$

$$\Rightarrow L \geq 10.$$

$$N1 \text{ тк нужно чтобы минимальное } N \text{ при } L=10 : \Rightarrow N \geq 7 \cdot 2^2$$

$$\text{Опять же, } N = 7 \cdot 2^2$$

$$\Rightarrow 7(n-3)^2 = 7^5 \cdot 2^{10}$$

$$n-3 = 7^2 \cdot 2^5$$

из котор. $n = 1571$, т.е. последовательность существует (тк $n-7 > 0$)

$$\Rightarrow N = 7 \cdot 2^2 = 28 - \text{минимальное число. Ответ: 28.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2 (1)

По формуле суммы квадратов чисел от 1 до 5: $\frac{5(5+1)}{6} = \frac{25+1}{6}$

Пусть наибольшее число имеет последовательности z, n . Тогда

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{(n-1)(n-2)(2n-3)}{6} - 28 = N^5$$

$$\frac{(n^2+n)(2n+1) - (n^2-3n+2)(2n-3) - 28}{6} = N^5$$

$$(2n^3 + n^2 + 2n^2 + n - 2n^3 + 3n^2 + 26n - 169n - 84n + 4213) - 28 \cdot 6 = 6N^5$$

$$3n^2 + n + 39n^2 - 253n + 546 - 168 = 6N^5$$

$$42n^2 - 252n + 378 = 6N^5$$

$$7n^2 - 42n + 63 = N^5$$

$$7(n^2 - 6n + 9) = N^5$$

$$7(n-3)^2 = N^5 \Rightarrow N \div 7, \Rightarrow (n-3)^2 \div 7^4$$

~~Продолжение~~

$$n-3 \div 7^2$$

$$n \equiv 3$$

49

Но, так $N > 8$, то

$$n > 52 \quad (49+3=52)$$

$$\text{т.е. } (n-3)^2 > 7^4 \Rightarrow$$

$$N = 7^2 \cdot p \cdot s$$

где $p \in \mathbb{P}$ и $s \in \mathbb{N}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3. (2)

2.2. Сссс $\sqrt{x^2 - x - 2} \leq x + 1$

~~мкссссссс~~ ~~мкссссссс~~
мкссссссс > 0 , а
правая ≤ 0 несссссс

ксссссссссс.

(мкс $x \in (-\infty; -1]$ $\Rightarrow x + 1 \leq 0$
 $\Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 2} \geq x + 1$)

мкссссс:

$x \in [2; 6]$.

Отсссссс: $[2; 6]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3.1+)

$$|\sqrt{x^2-x-2}+5| \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1| + |6-x|$$

Во-первых: $x^2-x-2 \geq 0$

$$(x-2)(x+1) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

①

если $x \in [2; +\infty)$.

$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+|6-x|$$

$$6 \geq x + |6-x|$$

$$\begin{cases} x \geq 6 \\ 6 \geq x + x - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 12 \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 6 \geq x \end{cases} \Rightarrow x = 6$$

$$\begin{cases} x < 6 \\ 6 \geq x + 6 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 6 \\ 6 \geq 6 \end{cases} \Rightarrow x < 6$$

Итого: если $x \in [2; +\infty)$,

то $x \in [2; 6]$.

② если $x \in (-\infty; -1]$.

$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq |\sqrt{x^2-x-2}-x-1| + |6-x|$$

$$\sqrt{x^2-x-2} - |\sqrt{x^2-x-2}-(x+1)| + x - 1 \geq 0$$

2.1. при $\sqrt{x^2-x-2} \geq x+1$:

$2x \geq 0, x \geq 0$, что неверно.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14(3)

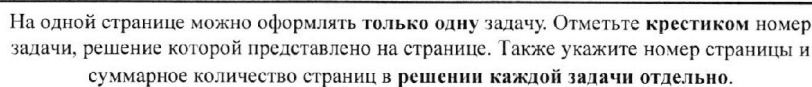
$$\text{Итого } 38^2 \cdot 2 = 1444 : 2 = 2888.$$

Но также существуют
~~квадраты~~ решения = квадраты
со сторонами 5, у которых
сторонам уже есть, красными
сторонами или проводим в
т.ч.

Выбрав способ, вписать квадрат
5x5 в стороны которого 110х,
а другие две 110х
аналогично способам вписать
квадрат 7на 7.

$$\text{Итого } 38^2 \cdot 2 + 45^2 = 2888 + 2025 =$$
$$= 4913$$

Ответ: 4913



СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

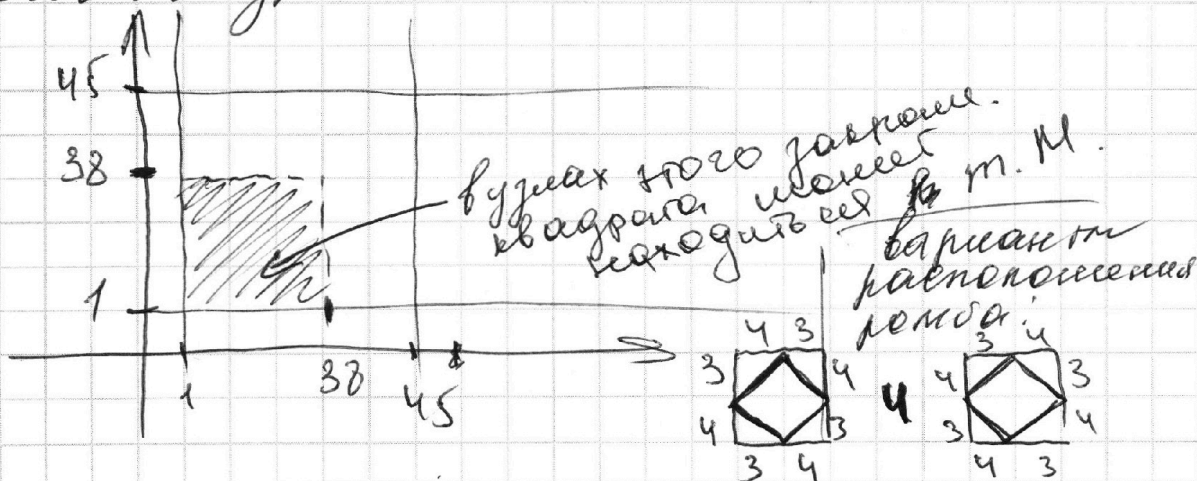
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вещи и так и в катеты принимаю, сечение же сечений, то у каждого из рассужденных крестов. предположу ~~верно, то~~ катеты равны 4 и 3.

⇒ для каждого квадрата 7×7 ~~с~~ координаты вершин которого имеют и целую и дробную [1; 45] верию то, что в нем помещаются два ромба со сторонами 5 и также два ромба с диагональ. не совпадают.

Исходное выражение $g_{\text{ср}} = 38^2.2$

Им можно вкратце и без особого труда вернуть к первоначальному состоянию квадрат (М) и тем самым все тело выводится из квадрата.



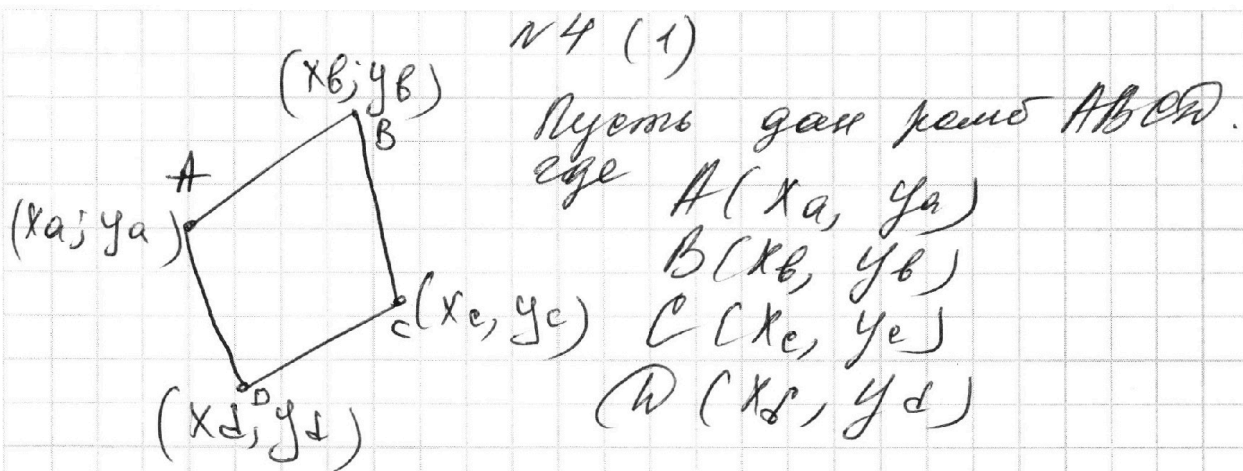


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

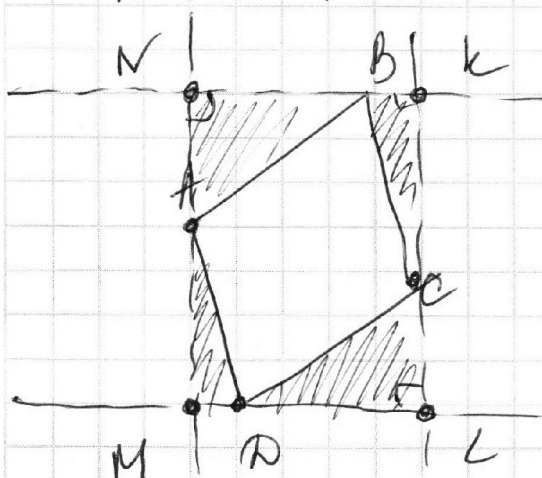
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Через т. A и C проведем прямые
 $\parallel OX$, через т. B и D прямые $\parallel OY$.
так $OX \perp OY$ получаем прямоугол. $MNKL$



(где M, N, K, L —
точки пересечения
— прямых
провед. ч.т. A, B, C, D)
см. рис)

По условию $x_a, y_a, x_b, y_b, x_c, y_c, x_d, y_d \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow y_a - y_d, x_d - x_a, x_c - x_d, y_c - y_d,$$

$$x_c - x_b, y_b - y_c,$$

$$x_b - x_a, y_b - y_a \in \mathbb{Z}$$

(т.е. все их попарные разности
целые)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Умова:
$$\begin{cases} y = -47 \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y = 47 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ: $(3, -47), (3, 47)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Известно, когда $\begin{cases} y - 45 > 0 \\ y + 45 > 0 \end{cases}$ / Решение

только одно: $\begin{cases} y = 47 \\ x = 3 \end{cases}$

Или наоборот, когда $\begin{cases} y - 45 < 0 \\ y + 45 < 0 \end{cases}$

т.е. $y < -45$.

$\begin{cases} y - 45 = -2 \\ y + 45 = -23 \cdot 2^{x-1} \end{cases} \mid y = 43, \text{ но}$

$\begin{cases} y - 45 = -2^{x-1} \\ y + 45 = -23 \cdot 2 \end{cases} \mid y = -91, \text{ но } -136 \text{ не явл. степ. двойки.}$

$\begin{cases} y - 45 = -2^{x-1} \\ y + 45 = -23 \end{cases} \mid y = -68, \text{ но}$

113 не явл. степ. двойки

$\begin{cases} y - 45 = -1 \\ y + 45 = -23 \cdot 2^x \end{cases} \mid y = 44, \text{ но}$

когда $y + 45 > 0$.

$\begin{cases} y - 45 = -23 \\ y + 45 = -2^x \end{cases} \mid y = 22, \text{ но}$

когда $y + 45 > 0$

$\begin{cases} y - 45 = -23 \cdot 2 \\ y + 45 = -2^{x-1} \end{cases} \mid y = -1, \text{ но}$

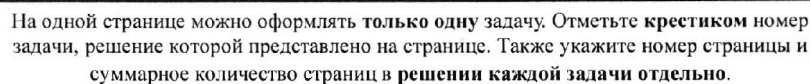
когда $y + 45 > 0$

$\begin{cases} y - 45 = -23 \cdot 2^{x-1} \\ y + 45 = -2 \end{cases} \mid y = -47$

$\Rightarrow -47 - 45 = -23 \cdot 2^2 \mid \text{Подходит} \begin{cases} y = -47 \\ x = 3 \end{cases}$

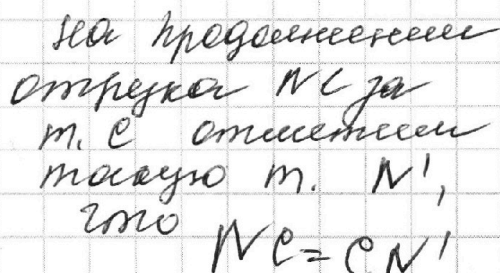
$\begin{cases} y - 45 = -23 \cdot 2^x \\ y + 45 = -1 \end{cases} \mid y = -46, \text{ но}$

91/23.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



No yes!

$$B_N \cdot M_A = 2 B_M \cdot N_C$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

N^1 mk $NC = CN^1$
 no $NN^1 = 2NC$

$$\Rightarrow \frac{BN}{NN'} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow MN \parallel AN' \text{ (по т. о пропорц. отрезков)}$$

$$\angle ANC^{(noyen.)} = \angle MNB = \angle AMN \text{ (kak sostv.)}$$

где $\Rightarrow \triangle ANN'$ по: ~~по~~ $AN = AN'$,
AC - медиана, $\angle N$ и $\angle N'$ - углы при основании.

∴ $AC \perp NN' \Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$.

$$\angle MAC = 90^\circ - \angle ANC \text{ (по сущ. углов } \triangle ANC)$$

$$\angle NAC = 90 - 70 = 20$$

Ankem: 20



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

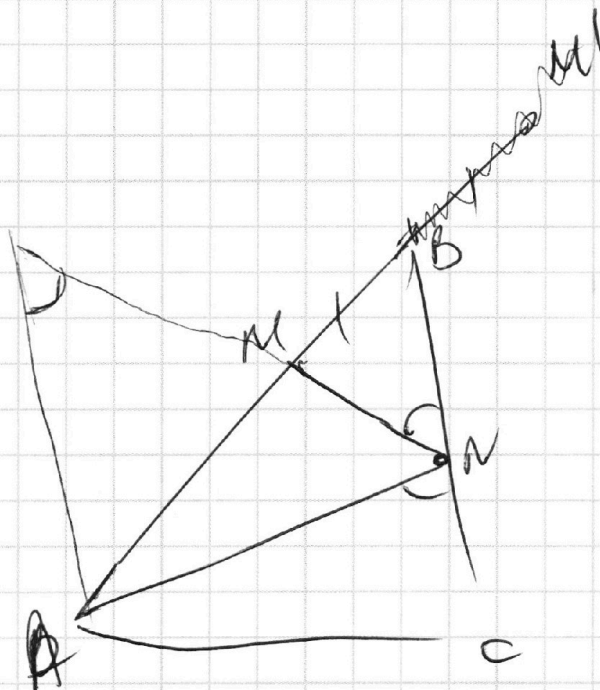
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} y - 45 &= 23 \cdot 2^x \\ y + 45 &= 2^x \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y - 45 = 23 \cdot 2 \\ y + 45 = 2^{x-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 45 = 2 \\ y + 45 = 23 \cdot 2^{x-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 45 = 2^{x-1} \\ y + 45 = 2 \cdot 23 \end{cases}$$

$$y = 91$$

то 136 не ок.

$$y = 47$$

$$92 = 23 \cdot 4$$

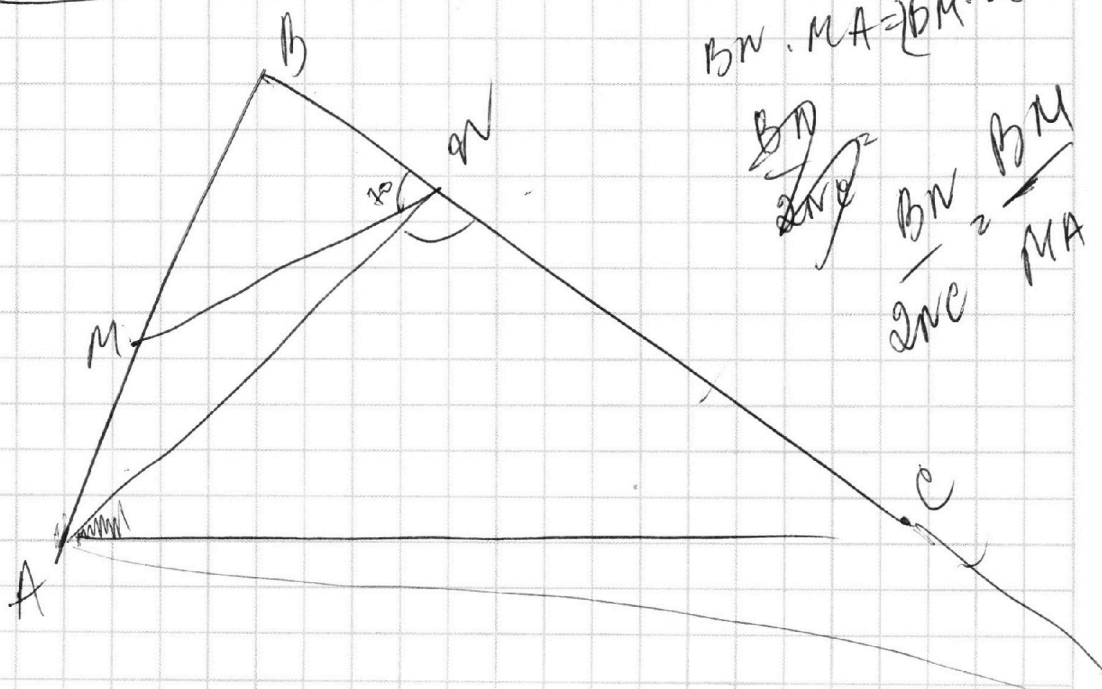
$$\begin{aligned} &\text{при } y = 47 \\ &\text{и } x = 3: \\ &23 \cdot 2^x + 2025 = 47^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - 45 &< 0 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

$$BN \cdot MA = BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{BM} = \frac{NC}{MA}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MA}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\begin{aligned} 7(n^2 - 6n + 9) &= (n^2 - 49) = 52 \\ &= 7(n-3)^2 = 7 \cdot 5 \\ n-3 &= \sqrt{5} \quad n=3 \end{aligned}$$

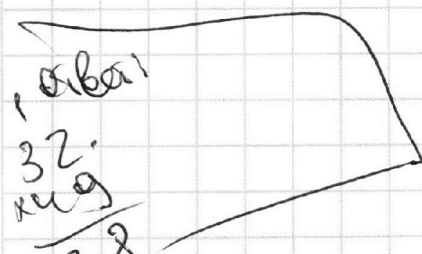
$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{(n-7)(n-6)(2n-13)}{6}$$

$$= \frac{(n^2+n)(2n+1) - (n^2-13n+42)(2n-13)}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + n^2 + 2n^2 + n - 2n^3 + 13n^2 + 26n^2 - 169n - 84n}{6}$$

$$= \frac{3n^2 + n + 39n^2 - 253n + 546}{6}$$

$$= \frac{42n^2 - 252n + 546 - 168}{6} = 6n^2 - 42n + 63$$



$$\begin{array}{r} 28 \\ + 2 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 546 \\ - 168 \\ \hline 378 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 3 \\ \hline 126 \\ 42 \\ \hline 546 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 42n^2 - 252n + 378 &= 6n^2 - 42n + 63 \\ 7n^2 - 42n + 63 &= 6n^2 - 42n + 63 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

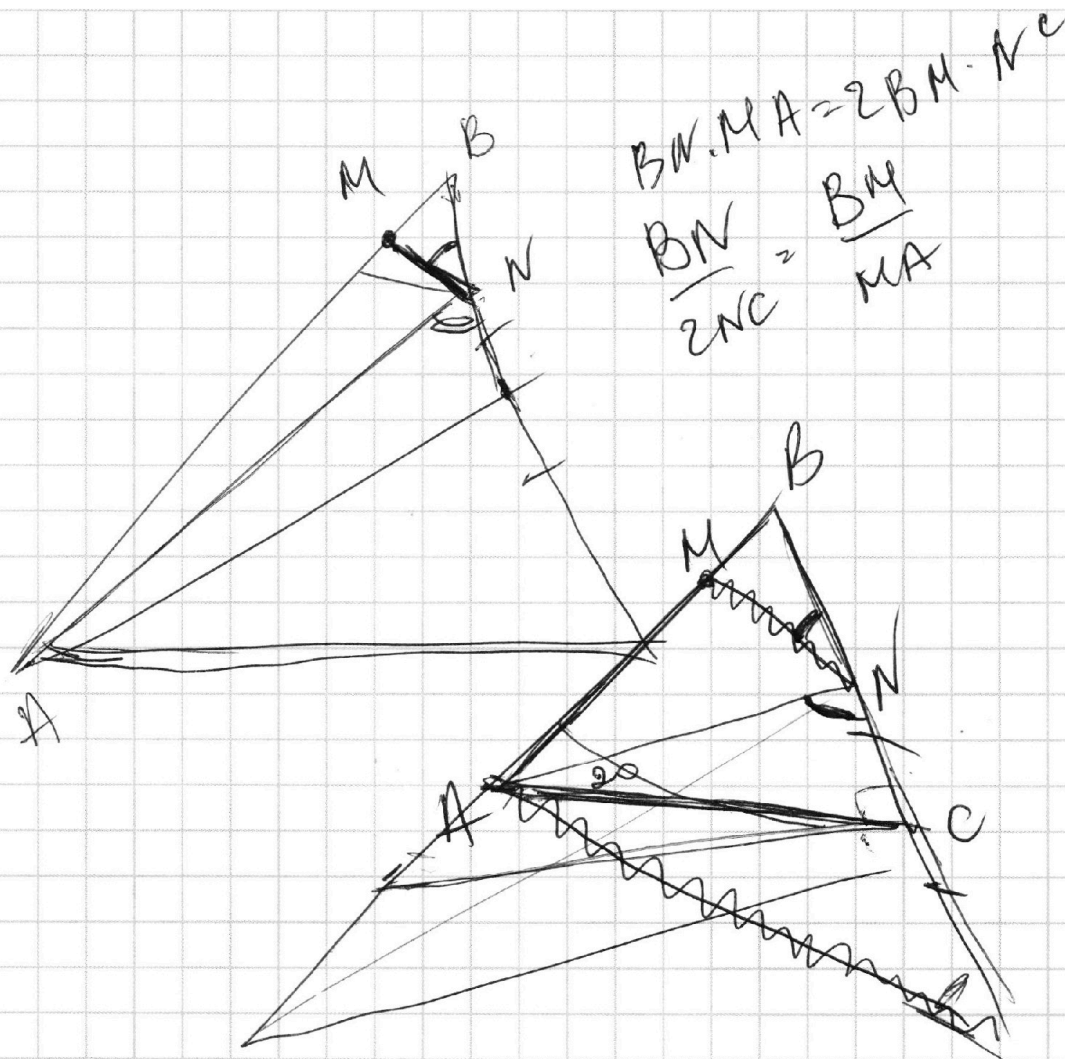
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} -98 \\ +23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6^2 \\ 36 \\ +38 \\ \hline 74 \\ 304 \\ 114 \\ 1444 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ 45 \\ \hline 11 \end{array}$$

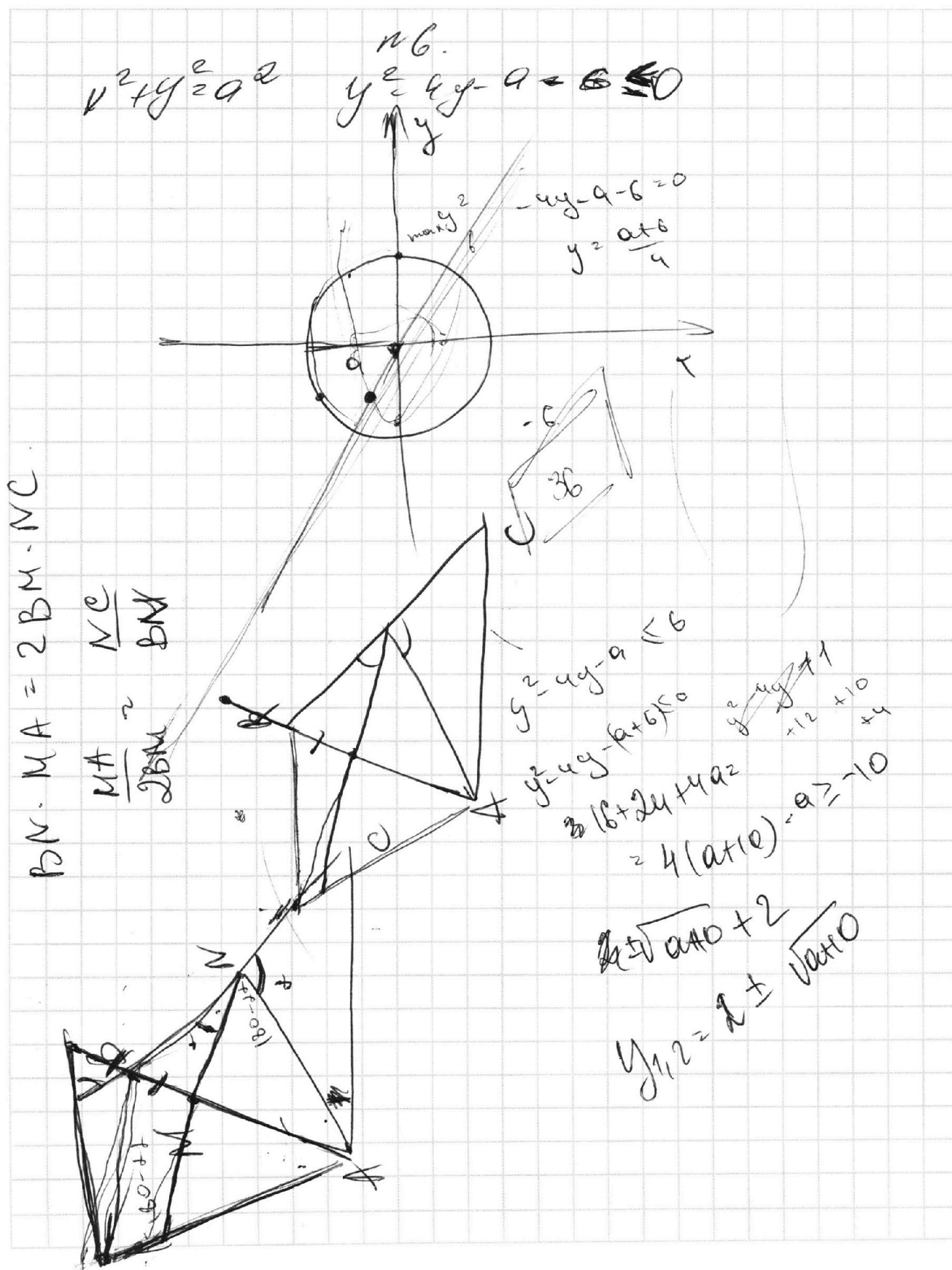


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y - 45223$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$y - 2^{x+1} + 02y^2$$

$$2^{x+1} \equiv y^2$$

$$2048 \overline{) 41512}$$

$$x=20$$

$$y^2 - 4y - 2 = 0$$

$$2^{x+1} \equiv y^2$$

$$26 \overline{) 25}$$

$$2025 \overline{) 5}$$

$$1 \text{ б.б.}$$

$$25 \overline{) 25}$$

$$22 \overline{) 100}$$

$$a \rightarrow \arg 0 \text{ и } a:2^x \rightarrow \arg 0:2^x$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$-22 \quad -2^{x+1} \equiv y^2$$

$$-16 \quad 126$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 6 \\ \hline 168 \\ - 42 \\ \hline 126 \end{array}$$

$$30n^2 - 96n + 42 - 28.6 = 6n^5$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$30n^2 - 96n - 120 = 6n^5$$

$$86 \overline{) 32}$$

$$10n^2 - 32n - 40 = 2n^5$$

$$5n^2 - 16n - 20 = 2n^5$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 5 \overline{) 144} \\ \underline{80} \\ 64 \end{array}$$

$$256 + 400 = 656 \quad \begin{array}{r} 4 \\ \underline{164} \end{array}$$

$$n^2 - 6n + 10 - 9 = 0$$

$$36 - 40 + 49 = 2$$

$$= 4(9 - 10 + 9) = 16$$

$$= 4(9 - 1)$$

$$3n^2 + n + 13n^2 + 26n - 189n - 84n + 42 \cdot 13 - 120 = 6n^5$$

$$42n^2 - 252n + 420 = 6n^5$$

$$7n^2 - 42n + 70 = n^5$$

$$7(n^2 - 6n + 10) = n^5$$

$$36n^2 - 6n + 10 = 74$$

$$n^2 - 6n - 2380 = 0$$

$$\begin{array}{r} 9-1=8 \\ n^5 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9580 \\ 36 \overline{) 9580} \\ \underline{360} \\ 5980 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 168 \\ 84 \overline{) 168} \\ \underline{84} \\ 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 36 \overline{) 8560} \\ \underline{720} \\ 1360 \\ \underline{1080} \\ 280 \\ \underline{252} \\ 28 \end{array}$$

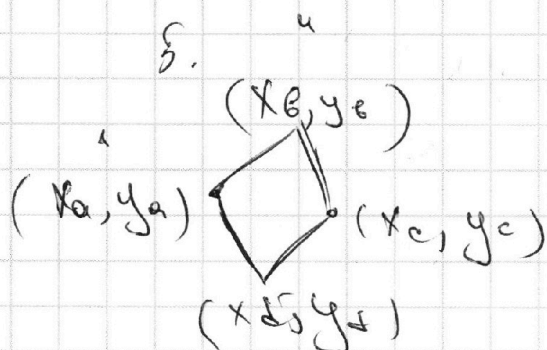


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



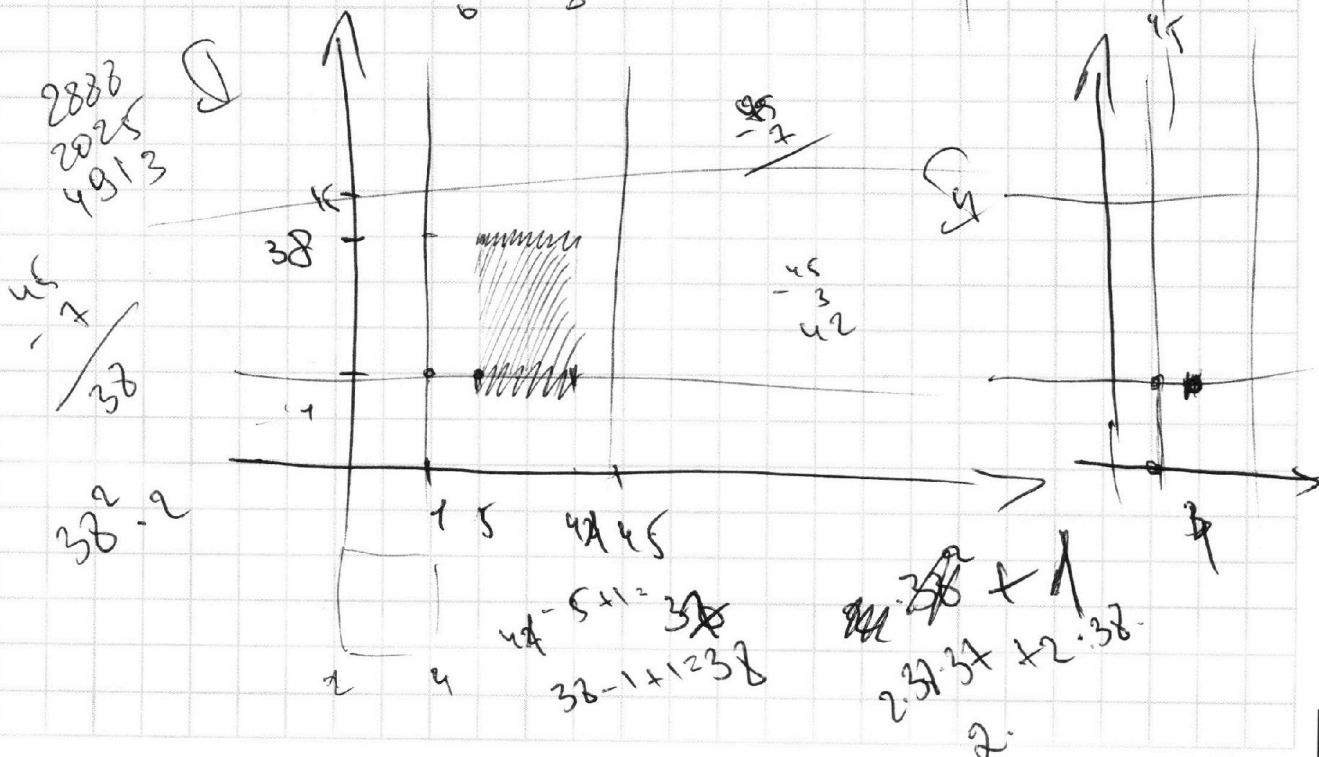
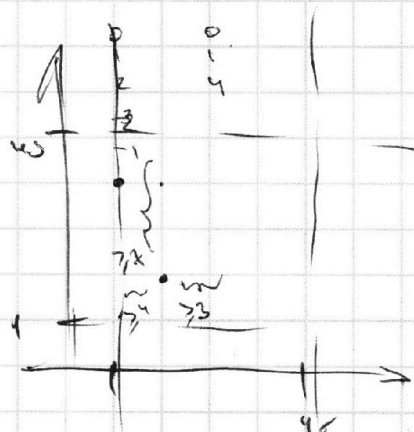
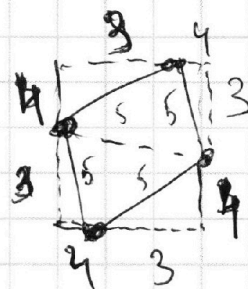
$$x_b - x_d \leq 44$$

$$y_b - y_d \leq 44$$

$$x_a - x_c \leq 44$$

$$y_a - y_c \leq 44$$

$$(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 = 25$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 17$$

$$288 = 17^2$$

$$n! \cdot n \cdot 17 \cdot n \geq 18 \text{ и } 9 \cdot n \cdot n$$

$$(n-1)! + 17$$

$$n!$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! \mid \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \mid \sqrt{x^2 - x - 2 + x + 1}$$

$$\text{или } n = 17 \text{ не в.}$$

$$6! = 720$$

$$6! = 720$$

$$n \geq 5$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x + 1} + |6 - x|$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2 + x + 1} + |6 - x|$$

$$n!$$

$$(n-1)! (1+n+n(n+1)) \equiv 17^2$$

$$\text{или } (n-1) < 17, \text{ то } (n-1)! \cdot 17$$

$$(n+1)^2 : 17^2$$

$$\Rightarrow 1+n : 17$$

$$\Rightarrow$$

$$1+n+n(n+1) : 17^2$$

$$\Rightarrow n \leq 17$$

$$1+n+n(n+1) = 17^2$$

$$1+n+n(n+1) = 2 \cdot 17^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7

2 2 2 2 2 2 2

$$a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} - 28 = N^5$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

он + m2 = 7

$$N^5: 7$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mod.}$$

либо 4 и 2

$N^5: 4$

$\Rightarrow N^5: 25$

$N: 2$

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 7^2$

$1^2 = 1$

$1^2 + 2^2 = 5$

$1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$

n^3

$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$$2n^3 + 3n^2 + n - 2n^3 + 26n^2 + 13n - 84n + 42$$

$$= 3n^2 + n + 27n^2 - 97n + 42$$

$$= 30n^2 - 96n + 42$$

либо 3 и 2

$N^5 \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow N \equiv -1 \pmod{4}$

$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$1 \cdot 3 \cdot 5 = \frac{(n-7)(n-6)(2n-13)}{6}$

$\frac{(n^2 + n)(2n+1) - (n^2 - 13n + 42)(2n-13)}{6}$