

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что: $n=1$

$$\begin{aligned}
 n! + (n+1)! + (n+2)! &= \\
 = n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) &= n! (1 + n+1 + \\
 + (n+1)(n+2)) &= n! (1 + n+1 + n^2 + 3n+2) = \\
 = n! (n^2 + 4n + 4) &= n! (n+2)^2
 \end{aligned}$$

Заметим, что $361 = (20-1)^2 \cdot 400 - 40 + 1 =$
 $= 20^2 - 2 \cdot 20 + 1 = (20-1)^2 = 19^2$

Поскольку 19 - простое число, то при

$$n \leq 16, \quad n! \nmid 19; \quad n+2 \leq 18 \Rightarrow (n+2)! \nmid 19 \Rightarrow$$

$\Rightarrow (n+2)^2 \nmid 19^2 \Rightarrow n! \cdot (n+2)^2 \nmid 19^2 \Rightarrow$

н.к. пр-
числа
19

$$= n! \cdot (n+2)^2 \nmid 361. \text{ Поскольку, } n \neq 17.$$

$n=13$ подходит, н.к.:

$$13! \cdot 19^2 \nmid 361, \text{ н.к. Если множи-}$$

тель 19^2 .

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№: 2
Обозначим за a^2 - третье по величине из выписанных чисел. Тогда, остальные: ¹третье.

$$(a-2)^2 < (a-1)^2 < a^2 < (a+1)^2 < (a+2)^2$$

остатки.

Найдем их сумму:

$$\begin{aligned} & (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = \\ & = a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 = \\ & = 5a^2 + 10. \end{aligned}$$

Вычтем 10.

$$5a^2 = N^3 \quad (\text{по условию})$$

Тогда, заметим, что пусть

$$a = p_1^{d_1} p_2^{d_2} \dots p_k^{d_k} \quad p_k^{d_k} \equiv \text{разложение } a \text{ на}$$

простые множители.

$$5a^2 = 5 \cdot p_1^{2d_1} \dots p_k^{2d_k} = N^3$$

П.к. $5a^2$ - куб натур. числа, то $5a^2 = b^3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

степени входящая простая числ в
 $5a^2$ делится на 3. $\Rightarrow a \div 3$, т.к. число
степень входящая 5 в $5a^2 = 1 \div 3$.

Получим, что a входит еще не менее одно-
го простого числа, т.к. иначе $5a^2 = 125 = 5^3$
 ~~$5a^2 = 5 \cdot 25 = 125$~~

$\Rightarrow N = 5$, но по условию $N > 6$. $\rightarrow$ криво

Получим, т.к. степень входящая простая
в $a^2 \div 3$, то и $a \div 3$. $\Rightarrow a \geq 5 \cdot 2^3 =$
 $= 40$. $\Rightarrow 5a^2 \geq 5 \cdot 40^2 = 8000 \Rightarrow N \geq 20$.

При $a = 40$; $N = 20$ проверяем.

Ответ: ~~А~~ ~~минимальное~~ $N = 20$.

или $5a^2 \geq 5^6 \Rightarrow N \geq 25$, но это меньше. $\rightarrow$
 $\Rightarrow$ тоже не подходит.

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N:3

$$|\sqrt{x^2-2x-3} + 6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| + |7-2x|$$

1. Значение под корнем должно ≥ 0 . $\Rightarrow$

$$x^2-2x-3 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x-1| \geq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) - \text{область определения.}$$

$$2. \sqrt{x^2-2x-3} \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3} + 6| = \sqrt{x^2-2x-3} + 6.$$

3. Рассмотрим случаи:

$$1. x \in [3; 3.5]$$

$$2x-1 \geq 5 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \geq 5 \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| = \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1.$$

$$7-2x \geq 0, \text{ т.к. } 7-2x \in [0; 1]. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |7-2x| = 7-2x.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 + 7-2x \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 6. \quad \Leftrightarrow \cancel{x \in [3; 3.5]} \quad \begin{cases} x \in (-\infty; +\infty) \\ x \in [3; 3.5] \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

2 случай:

$$x \in (3.5; +\infty)$$

Аналогично первому случаю,

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \geq 6 \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| =$$
$$= \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1.$$

$$\text{т.к. } x \in 3.5; +\infty, \text{ то } 7-2x \in (-\infty; 0) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |7-2x| = 2x-7.$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 + 2x-7 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 4x-8 \quad \Leftrightarrow 14 \geq 4x \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 3.5] \\ x \in (3.5; +\infty) \end{cases} \quad \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in \emptyset$$

3 случай:

$$x \in (-\infty; -1]: \quad 7-2x > 0, \text{ т.к. } \begin{cases} 7 > 0 \\ -2x > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |7-2x| = 7-2x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Допустим, что корни $x \in (-\alpha_i - 1)$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0. \quad \Rightarrow \text{ложь}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x.$$

$$\text{н.к.} \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \\ 1 - 2x \geq 0 \end{cases}, \text{ то } \Rightarrow \text{ложь}$$

обе части возведем в квадрат и знак сохраним.

$$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 - 4x + 1.$$

$\Rightarrow 0 < 3x^2 - 2x + 4$. Посчитаем Дискриминант:
 $D = 4 - 4 \cdot 3 = 4 - 12 = -8 < 0 \Rightarrow$ у параболы
 с ветвями вверх нет корней $\Rightarrow$ при
 любых x верно, что неравенство

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0. \quad ?$$

$$\Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| = 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3}.$$

Можно:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

М.к. $x \in (-\infty; -1)$, то
 $-4x+2 \in$

М.к. $x \in (-\infty; -1)$, то. $-4x+2 \geq 0$.

М.к. $\begin{cases} -4x+2 \geq 0 \\ 2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \end{cases}$, то можем обе

части возвести в квадрат и затем срав-
 нить.

$4x^2-8x-12 \leq 16x^2-16x+4$

$0 \leq 12x^2-8x+16$

$D = 64 - 4 \cdot 12 \cdot 16 = 64 - 64 \cdot 12 < 0 \rightarrow$

$= 144 - 560 < 0 \rightarrow$ параболы с отрицательным

дискриминантом $\rightarrow 12x^2-8x+16 > 0 \forall$

$\Leftrightarrow -4x+2 > 2\sqrt{x^2-2x-3} \Rightarrow$ мы можем

уравнение решить не можем. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$

$\rightarrow$ м.к. рассмотрим все случаи, то:

$x \in [3; 3.5]$

Ответ: $x \in [3; 3.5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим стороны ромба. Каждая из них — гипотенуза Δ прямоугольного, или остроугольного, Δ для которого верш. A — вершина, соединяющая его — ось симметрии или ось вращения. Тогда, $A(x; y)$ и $B(x_1; y_1)$, тогда $AB^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2$

$25 = 25 + 0$
 $25 = 0 + 25$
 $25 = 9 + 16$
 $25 = 16 + 9$

Заметим, что группы разложений на сумму двух квадратов нет. Тогда, для каждого ромба рассмотрим его вершину, тогда это Δ все равно. Тогда, x_1 и y_1 сами могут меняться, но будем считать x_1 и y_1 константами. Тогда, x_1 и y_1 могут быть любыми.

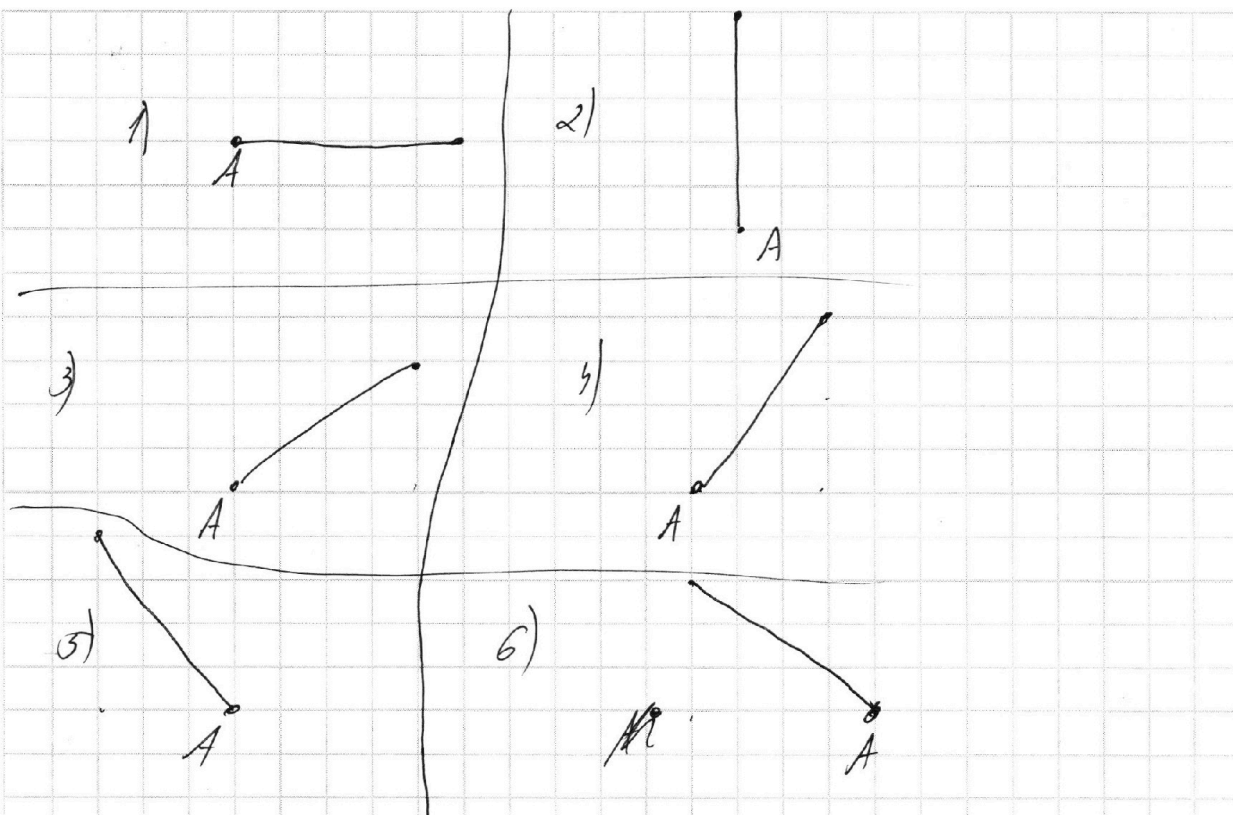


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Другая вер. нм, т.е. А- нм. коор.
по y; гдеи точка нм. по x. (А-нм.
вершина). Тогда, т.е. рабб- #, то
по двум отрезкам (сторонам), исхожа-
щим из А, можно однозначно восстано-
вить рабб. Тогда, вершину рабба
 $\frac{6.5}{2} = 3.25$. Для которого из нм
нм. нм., в нм. нм. нм. нм. нм. А.

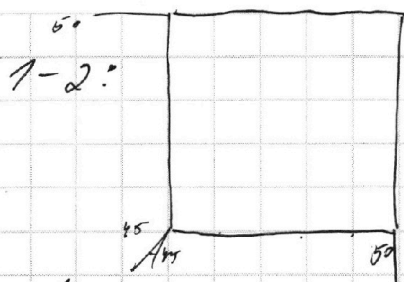


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

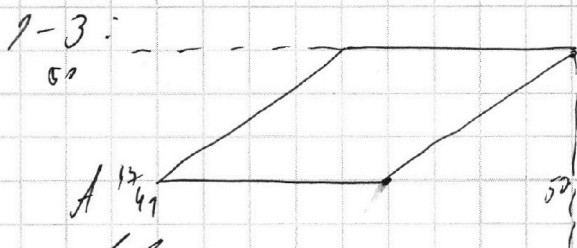
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Нелая сумма - (1;1) / $\rightarrow$ сум. шмб
Трелая сумма - (45;45) 45^2



Нелая сумма - (1;1) / $\rightarrow$ сум. 41.47
Трелая сумма - (47;47)

1-4 : Нелая сумма - (1;1) / $\rightarrow$ сум. 72.76
пр. сумма - (72;76)

м.к. нелая сумма по X или A нелая; y нелая.

A нелая. $(x_A + 8; x_A + 4)$

1-5: A(x_A; y_A) нелая сумма: B(x_A

Самая нелая x: x_A - 3; Сам. Самой x:

x_A + 5; Самой нелая y: y_A; Самой Самой

y: y_A + 4 $\rightarrow$ сум. 72.76



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
4 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-6: Самый мал. $x = x_A - 4$; Самый больш.

$x = x_A + 5$; Самый мал. $y = y_A$; Самый больш.

$y = y_A + 3 \Rightarrow$ Вероятно: 47-42.

2-3: Самый мал. $x = x_A$; Самый больш.

$x = x_A + 4$; Самый мал. $y = y_A$; Самый больш.

$y = y_A + 8 \Rightarrow$ Вероятно ~~48-42~~ 46-42

2-4: Самый мал. $x = x_A$; Самый больш. $x =$

$x_A + 3$; Самый мал. $y = y_A$; Самый больш.

$y = y_A + 2 \Rightarrow$ Вероятно ~~48-42~~ 47-47

2-5: Самый мал. $x = x_A - 5$; Самый больш. $x =$

Самый мал. $y = y_A$; Самый больш. $y = y_A + 3$

$\Rightarrow$ Вероятно 48-42.

2-6: Самый мал. $x = x_A - 4$; Самый больш. $x =$

Самый мал. $y = y_A$; Самый больш. $x = x_A + 8$

$\Rightarrow$ Вер. 46-42

3-4: Самый мал. $x = x_A$; Самый больш. $x = x_A + 7$

Самый мал. $y = y_A$; Самый больш. $y = y_A + 7$

$\Rightarrow$ Вер. 43-43



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3-5: Самый мал. x : $x_A - 3$; Самый
бол. x : $x_A + 4$

Самый мал. y : y_A ; Самый бол. y :
 $y_A + 7 \Rightarrow$ всего 43-43

3-6: Самый мал. x : $x_A + 4$; Самый бол. x :
 $x_A + 4$. Самый мал. y : y_A ; Самый бол. y :
 $y_A + 6 \Rightarrow$ всего 42-44

4-5: Самый мал. x : $x_A - 3$; Самый
бол. x : $x_A + 3$; Самый мал. y : y_A ; Самый
бол. y : $y_A + 8 \Rightarrow$ всего 44-92. всего

4-6: Самый мал. $x = x_A - 4$; Самый
большой $x = x_A + 3$; Самый бол. $y = y_A$; Са-
мый бол. $y = y_A + 7 \Rightarrow$ всего 43-47. всего

5-6: Самый мал. $x = x_A - 3$; Самый
бол. $x = x_A$; Самый мал. $y = y_A$; Самый бол.
 $y = y_A + 7 \Rightarrow$ 43-43. всего

Решение:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

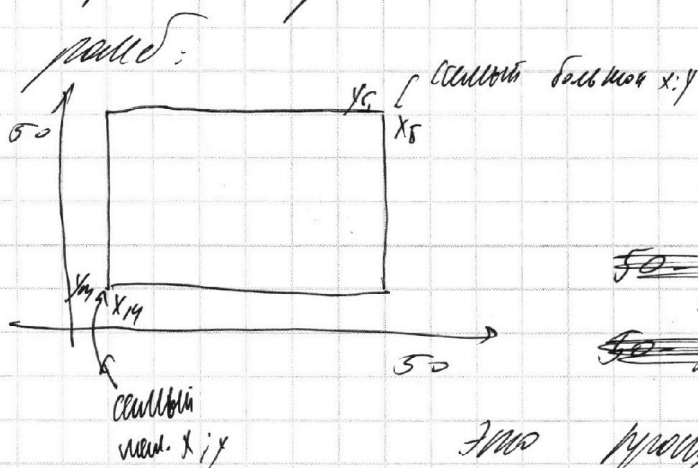
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Когда мы рассматривали:
 $x = \text{выс} - x = \text{выс} : \text{сильный} \dots$
 $\dots$

, то сильный $\dots$ - это coord. координата
 выбранного ромба. $\Rightarrow$ мы выразим



$\Rightarrow$ выразим:

~~50 - x14~~ ~~50 - x15~~ ~~50 - x14~~ ~~50 - x15~~

это произведение выбранных
 точек $x_4 \cdot y_4 = \dots$

Итого:

$$\begin{aligned}
 & 45^2 + 42 \cdot 46 + 42 \cdot 46 + 42 \cdot 46 + 42 \cdot 46 + 41 \cdot 47 + 41 \cdot 47 + \\
 & + 42 \cdot 46 + 43 \cdot 43 + 43 \cdot 43 + 42 \cdot 44 + 42 \cdot 44 + 43 \cdot 43 + 43 \cdot 43 = \\
 & = 45^2 + 5 \cdot 42 \cdot 46 + 2 \cdot 41 \cdot 47 + 4 \cdot 43 \cdot 43 + 2 \cdot 42 \cdot 44 = \\
 & = 2025 + 12(230 + 88) + 2 \cdot 41 \cdot 47 + 4 \cdot 43 \cdot 43 = \\
 & = 26631. \quad \text{Ответ: } 26631
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \quad x=5$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Пусть $a = y + 45$.

$$19 \cdot 2^x = 4(a-50)$$

$$f(a) = a^2 - 50a - 19 \cdot 2^x = 0.$$

м.к. корни из
 $\text{корней} = a \in \mathbb{Z}, \text{ то}$
 $\left\{ \begin{array}{l} x_1 \in \mathbb{Z} \\ x_2 \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

м.к. $y \in \mathbb{Z}$, то $a \in \mathbb{Z}$ и 2^x

По р. Виета: (корни сумм, м.к.

$$(x_1 + x_2 = 50)$$

$$D = 50^2 + 4 \cdot 19 \cdot 2^x > 0$$

$$x_1 x_2 = -19 \cdot 2^x \Rightarrow \text{м.к. степени возроста}$$

ходят в сумму x_1 и $x_2 = 1$, то $\left\{ \begin{array}{l} \text{один из них} \\ \text{один из них} \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{один из них} \\ \text{один из них} \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{один из них} \\ \text{один из них} \end{array} \right.$

Если в один из них $\left\{ \begin{array}{l} \text{один из них} \\ \text{один из них} \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{один из них} \\ \text{один из них} \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{один из них} \\ \text{один из них} \end{array} \right.$

это: $1; -1; 19; -19$. Тогда $\left\{ \begin{array}{l} \text{м.к. сумма } 20 \\ \text{м.к. сумма } 20 \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} \text{м.к.} \\ \text{м.к.} \end{array} \begin{array}{l} 1; -1; 19; -19 \\ 1; -1; 19; -19 \end{array}$$

$$89; 91; 93; 101. \text{ Пров-}$$

возраста не равны $-19 \cdot 2^x \Rightarrow$ не подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку оба x_1 и x_2 степени некоторого
 числа не менее 2^8 , то не может
 в оба не менее 2^8 (т.е. в сумму 1)
 и в сумме из корней 2^8 в. 2^8 = 1.
 и 2^8 : 2^8 ; 2^8 ; 2^8 ; 2^8 = 2^8 в. 2^8
 2^8 ; 2^8 ; 2^8 ; 2^8 . Первое 3 не возм. 2^8
 т.е. 2^8 = 2^8 ; а 2^8 = 2^8
 возм. т.е. $2^8 = 2^8 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 2^8 \cdot (-19)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -38 \\ a = 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 45 = -38 \\ y + 45 = 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -83 \\ y = 83 \end{cases}$$

т.е. $-19 \cdot 2^8 = -19 \cdot 2^8$, то $x = 8$. (макс. т.е.)

$y \in \mathbb{R}$; $2025 \in \mathbb{R}$, то $19 \cdot 2^8 \in \mathbb{R} \Rightarrow x \geq 0$, $x \neq 0$

т.е. $19 \neq 2$

Ответ: $(8; 83)$; $(8; -83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $x^2 + y^2 = a^2$ - окружность с центром $(0;0)$; радиусом $|a|$. $N=6$

2. $x^2 - 6x + 9$ - парабола; ветви вверх;
 $x_{\text{верш}} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$

т.е. $x^2 + y^2 = a^2$ - окружность, т.е.

$x \in [-|a|; |a|]$ - минимальная парабола

в $-|a|$ или $|a|$. (кон. значений, максимум на оси от концов промежутка). Минимум,

то $|3 - (-|a|)| = 3 + |a|$ - расстояние по x

от вершины параболы до левого конца;

$|a| - 3|$ - расстояние от вершины параболы до правого конца промежутка.

3. $a \geq 3$: $|a| + 3 = a + 3$ $\Rightarrow a + 3 \geq a - 3$
 $|a| - 3| = a - 3$ $\Rightarrow |a| + 3 \geq |a| - 3$

4. $a \in [0; 3)$: $|a| + 3 = a + 3$
 $|a| - 3| = 3 - a$

$a + 3 \geq 3 - a$
 $2a \geq 0$
 $a \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a + 3 \geq 3 - a \Rightarrow$
 $\Rightarrow |a| + 3 \geq |a| - 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. a \in [-3; 0): |a| + 3 = -a + 3 = 3 - a$$

$$|a| - 3 = |-a - 3| = a + 3.$$

$$\begin{array}{l} 3 - a \quad \vee \quad a + 3 \\ 0 \quad \vee \quad 2a \\ 0 > 2a \end{array} \quad \Bigg| \Rightarrow |a| + 3 > |a| - 3$$

$$4. a \in \text{---} (-\infty; -3):$$

$$|a| + 3 = 3 - a$$

$$|a| - 3 = |-a - 3| = -a - 3.$$

$$3 - a \quad \vee \quad -a - 3$$

$$6 \quad \vee \quad 0$$

$$6 > 0 \Rightarrow |a| + 3 > |a| - 3$$

$\Rightarrow$ т.к. рассматриваем все случаи,
то $|a| + 3 \geq |a| - 3 \Rightarrow$ в точке $-|a|$ рас-
смотрим график функции на графике
прямой линии. $\Rightarrow a^2 + 6|a| + a - 8 = 0$

$$1. a \in (0; +\infty): a^2 + 7a - 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (a - 8)(a + 1) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ a=-7 \end{cases} \text{ — проверили} \Rightarrow a=8$$

$$1. \quad a \in (-a; 0) \quad \neq$$

$$a^2 - 6a + a - 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57.$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

п. 1.1. $\sqrt{57} > 5$, мы или можем

корень $a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$

Ответ: $a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$ или $a = 8$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

, ~~так~~ ~~как~~ ~~лучше~~ ~~использовать~~ ~~метод~~ ~~анализа~~.

$$\angle CAQ = 180 - \angle CQV = 160^\circ \text{ (как смежные)}$$

$$4) \triangle CQR - \text{п/б, т.к. } \angle RCN = \angle CQR \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CQ = QN$$

$$3) CM' \parallel NP \Rightarrow QM' \parallel NP; M' - \text{середина}$$

$$AP \Rightarrow QM' - \text{средняя линия в } \triangle NPA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow QN = QA.$$

$$3) \text{ т.к. } QA = QC = QN, \text{ то } Q - \text{центр окружности}$$

$$\text{для точек } A, C, N.$$

$$5) QN = QA$$

$$QC = QN$$

$$\Rightarrow QC = QA \Rightarrow \angle CAQ - \text{п/б} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle CAQ = \frac{180 - \angle CQA}{2} = 10^\circ$$

$$\text{Ответ: } 10^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} n! (1 + n + n + n(n+1)) & \neq (2n+4) = \\ & = n! (1 + n + 1 + n^2 + 3n + 2) \\ & n! (n^2 + 4n + 4) \\ & n! (n+2)^2 \end{aligned}$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2$$

$$(a-4)^2 + (a-3)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2$$

$$\begin{aligned} a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 - 2a + 1 + a^2 - 4a + 4 = \\ 5a^2 - 10 \end{aligned}$$

$$5a^2 = n^3$$

$$(x-1)^2 \geq 4$$

$$|x-1| \geq 2$$

$$n > 6$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\sqrt{(x-1)^2 - 4}$$

$$40.5$$

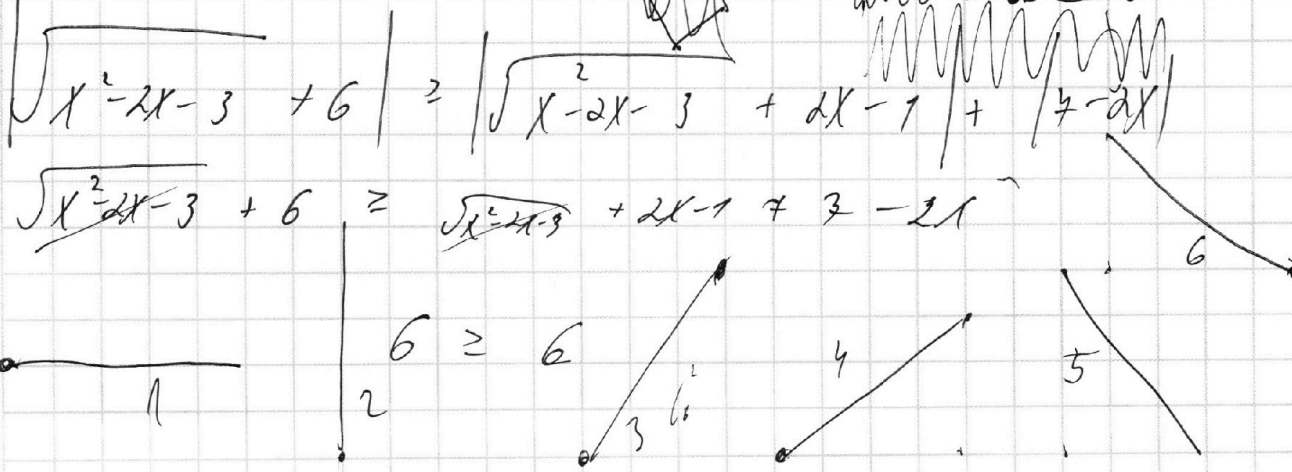
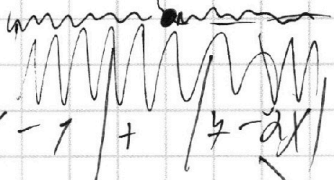
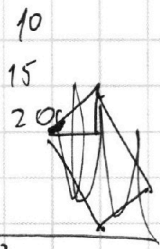
$$x \in [0.5; 3.5]$$

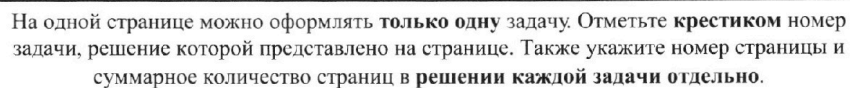
$$x \in (3; 3.5)$$

$$200.40$$

$$20000$$

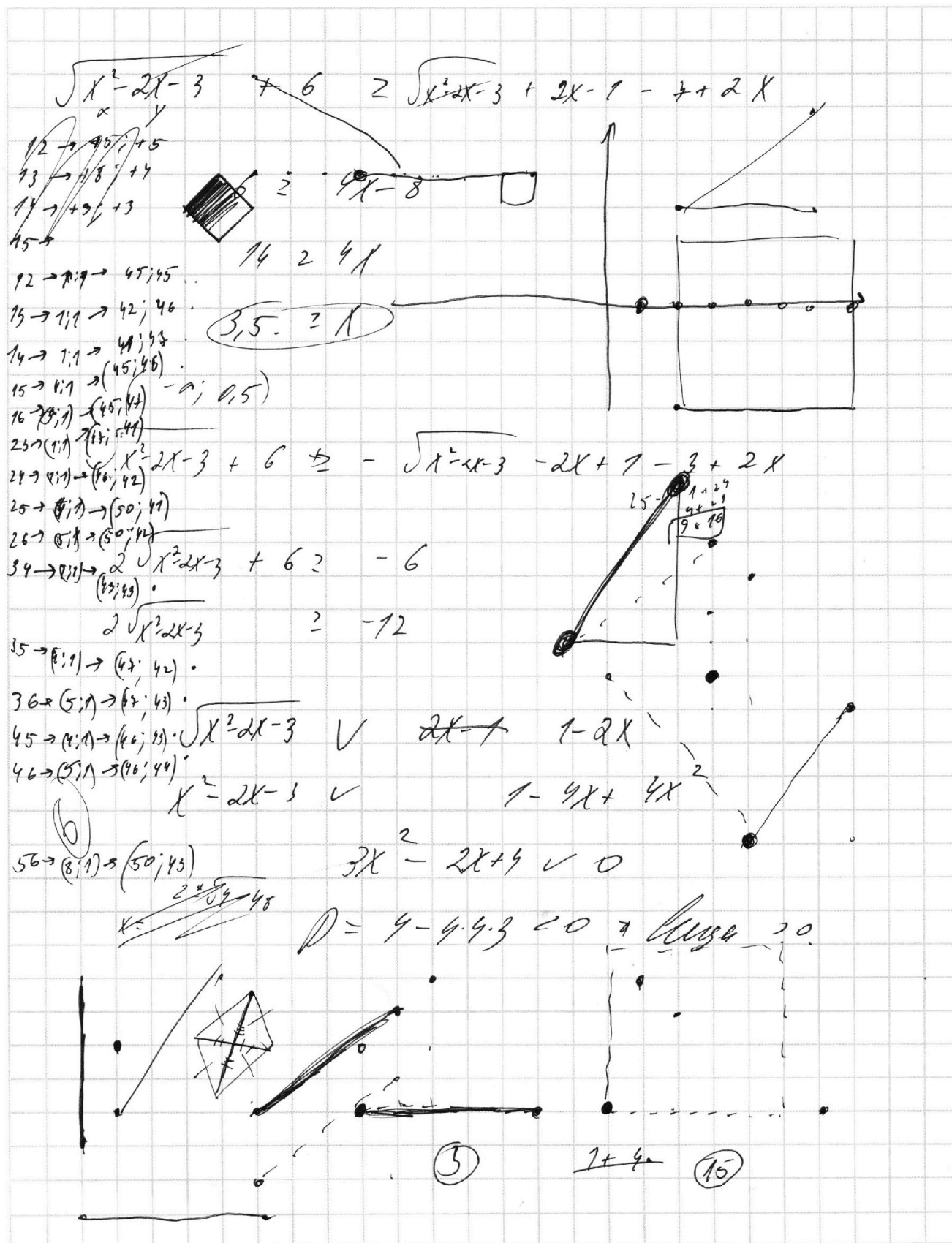
$$20^3$$





СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$45^2 + 42 \cdot 46 + 47 \cdot 43 + 45 \cdot 46 + 42 \cdot 46 + 47 \cdot 43 + 45 \cdot 46 +$$
$$+ 46 \cdot 42 + 47 \cdot 43 + 46 \cdot 42 + 43^2 + 44 \cdot 42 + 43^2 + 45^2 + 42 \cdot 44 +$$
$$+ 43$$

$$4 \cdot 43^2 + 44 \cdot 42 \cdot 2 + 4 \cdot 46 \cdot 42 + 4 \cdot 47 \cdot 43 + 45^2$$
$$\frac{4}{44}$$

$$42/44 \cdot 2 + 4 \cdot 46) + 4 \cdot 47 \cdot 43 + 45^2 +$$

$$\begin{array}{r} 230 \\ + 188 \\ \hline \times 318 \\ 42 \\ \hline 636 \\ 1272 \\ \hline 13356 \end{array}$$

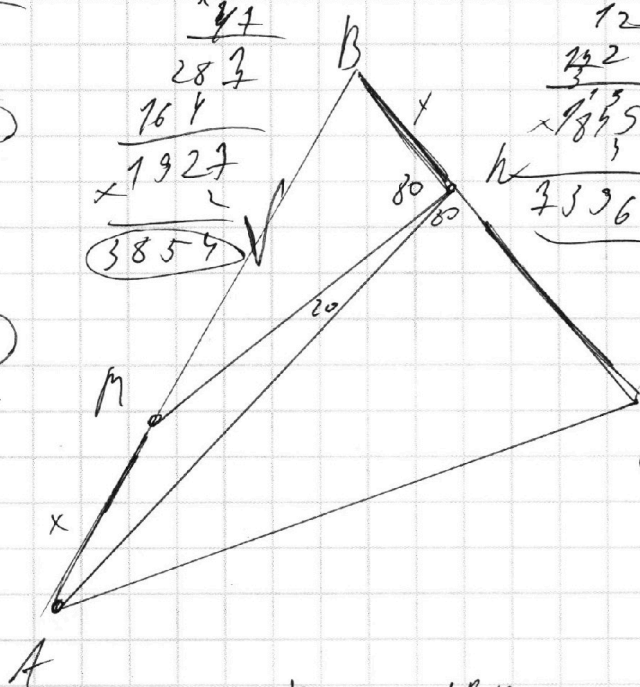
2025

7396
✓

$$\begin{array}{r} + 4 \cdot 43^2 \\ \times 47 \\ \hline 283 \\ 164 \\ \hline \times 1927 \\ 2 \\ \hline 3854 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 45 \\ 125 \\ \hline 232 \\ \hline \times 1895 \\ 1 \\ \hline 3336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 717 \\ + 7396 \\ \hline 3854 \\ + 11250 \\ \hline 15356 \\ + 24606 \\ \hline 2025 \\ + 6637 \end{array}$$



$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MA}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$(y-45)(y+45) = 19 \cdot 2^x$$

$$(2^9 - 90)(2^9) = 19 \cdot 2^x$$

$$(2^9 - 90)(2^9) = 19 \cdot 2^x$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$19 \cdot 2^x = a(a-20)$$

$$a^2 - 20a - 19 \cdot 2^x = 0$$

$$20a = 19 \cdot 2^x$$

$$a_1 = 30 - a$$

$$a_1 + a_2 = 30$$

$$a_1 a_2 = -19 \cdot 2^x$$

$$19 \cdot 2^x - 2^{x-9} - 19 \cdot 2^{x-9}$$

$$\begin{array}{r} 2030 \\ 2037 \\ 2052 \\ 2033 \\ 2014 \end{array} \begin{array}{r} 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 16 \\ 25 \\ 36 \\ 49 \\ 64 \\ 81 \\ 100 \\ 121 \\ 144 \\ 169 \\ 196 \\ 225 \\ 256 \\ 289 \\ 324 \\ 361 \\ 400 \\ 441 \\ 484 \\ 529 \\ 576 \\ 625 \\ 676 \\ 729 \\ 784 \\ 841 \\ 900 \\ 961 \\ 1024 \\ 1089 \\ 1156 \\ 1225 \\ 1296 \\ 1369 \\ 1444 \\ 1521 \\ 1600 \\ 1681 \\ 1764 \\ 1849 \\ 1936 \\ 2025 \\ 2116 \\ 2209 \\ 2304 \\ 2401 \\ 2500 \\ 2601 \\ 2704 \\ 2809 \\ 2916 \\ 3025 \\ 3136 \\ 3249 \\ 3364 \\ 3481 \\ 3600 \\ 3721 \\ 3844 \\ 3969 \\ 4096 \\ 4225 \\ 4356 \\ 4489 \\ 4624 \\ 4761 \\ 4900 \\ 5041 \\ 5184 \\ 5329 \\ 5476 \\ 5625 \\ 5776 \\ 5929 \\ 6084 \\ 6241 \\ 6400 \\ 6561 \\ 6724 \\ 6889 \\ 7056 \\ 7225 \\ 7396 \\ 7569 \\ 7744 \\ 7921 \\ 8100 \\ 8281 \\ 8464 \\ 8649 \\ 8836 \\ 9025 \\ 9216 \\ 9409 \\ 9604 \\ 9801 \\ 10000 \end{array}$$

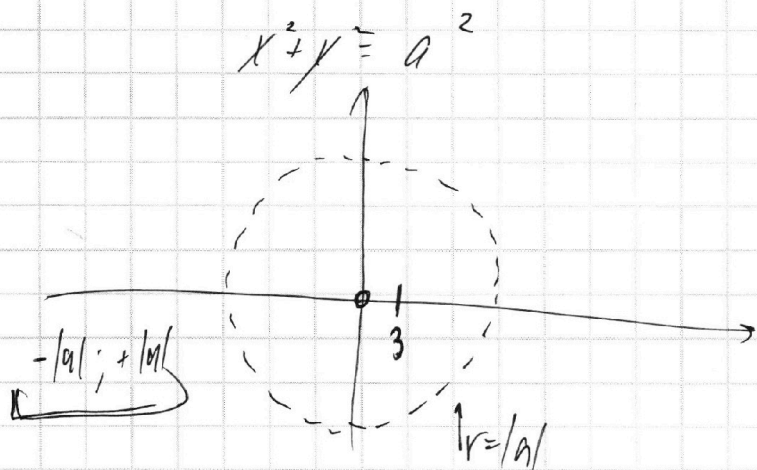


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

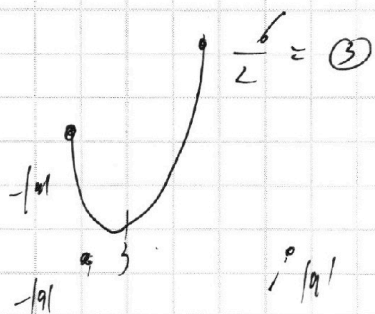
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - 6x + a - \text{найд}$$

$$\begin{cases} a^2 - 6a + a = 8 \\ a^2 + 6a + a = 8 \end{cases}$$



$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 = 0 \\ a^2 + 7a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (a-8)/(a+1) &= 0 \\ (a-1)/(a+8) &= 0 \\ \begin{cases} a=8 \\ a=-1 \end{cases} & \quad a \geq 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17+69 \quad a^2 + 6|a| + a &= 8 \\ 8^2 \quad a^2 + 7a - 8 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - 6a + a &= 8 \\ (a+8)(a-1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - 5a - 8 &= 0 \\ 4 \quad 5 \pm \sqrt{89} & \\ 2 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 & \\ -\sqrt{8} & \\ 2 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ a &= 8 \end{aligned}$$



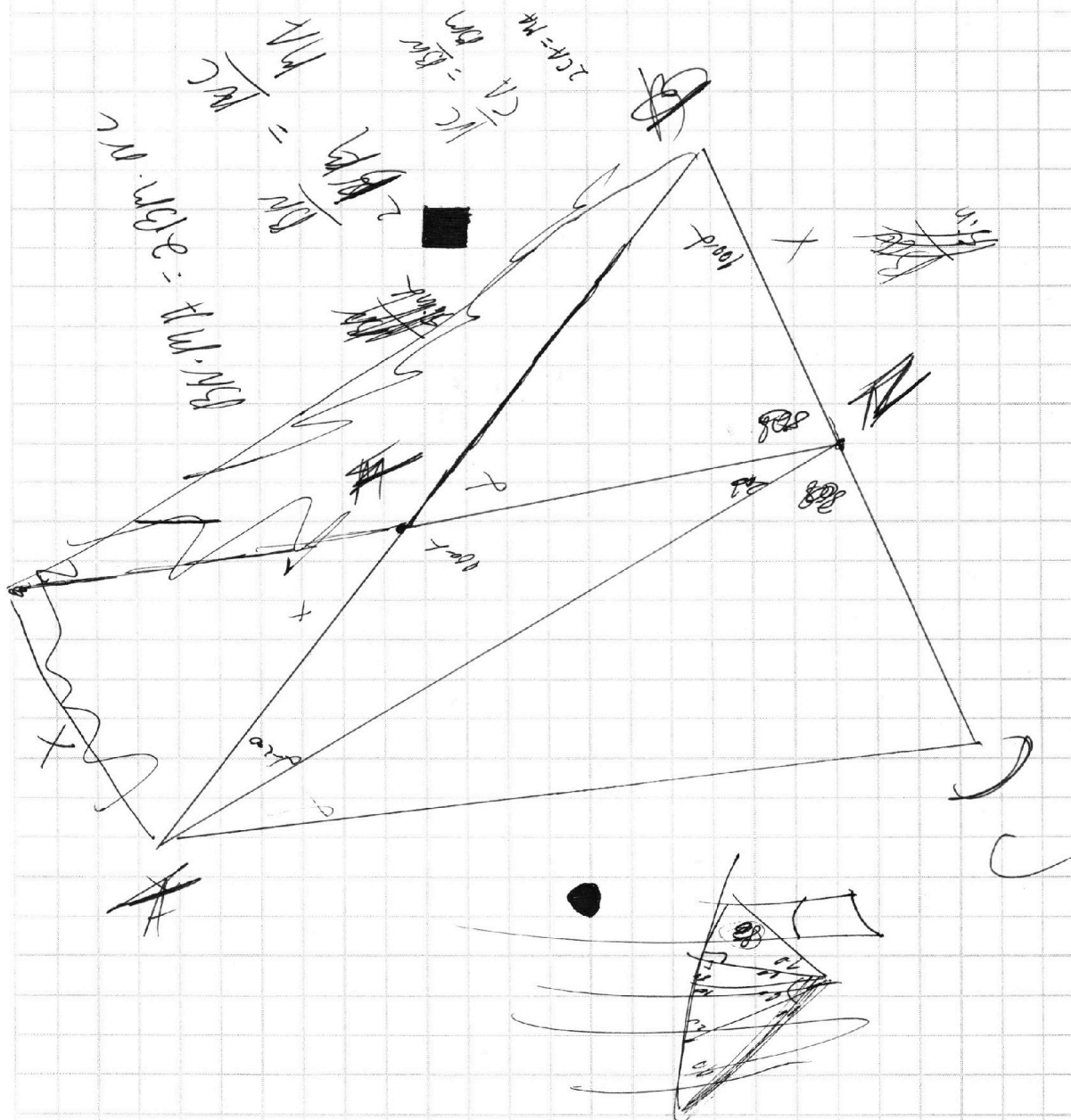
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$BM \cdot MA = 2BM \cdot NC$$



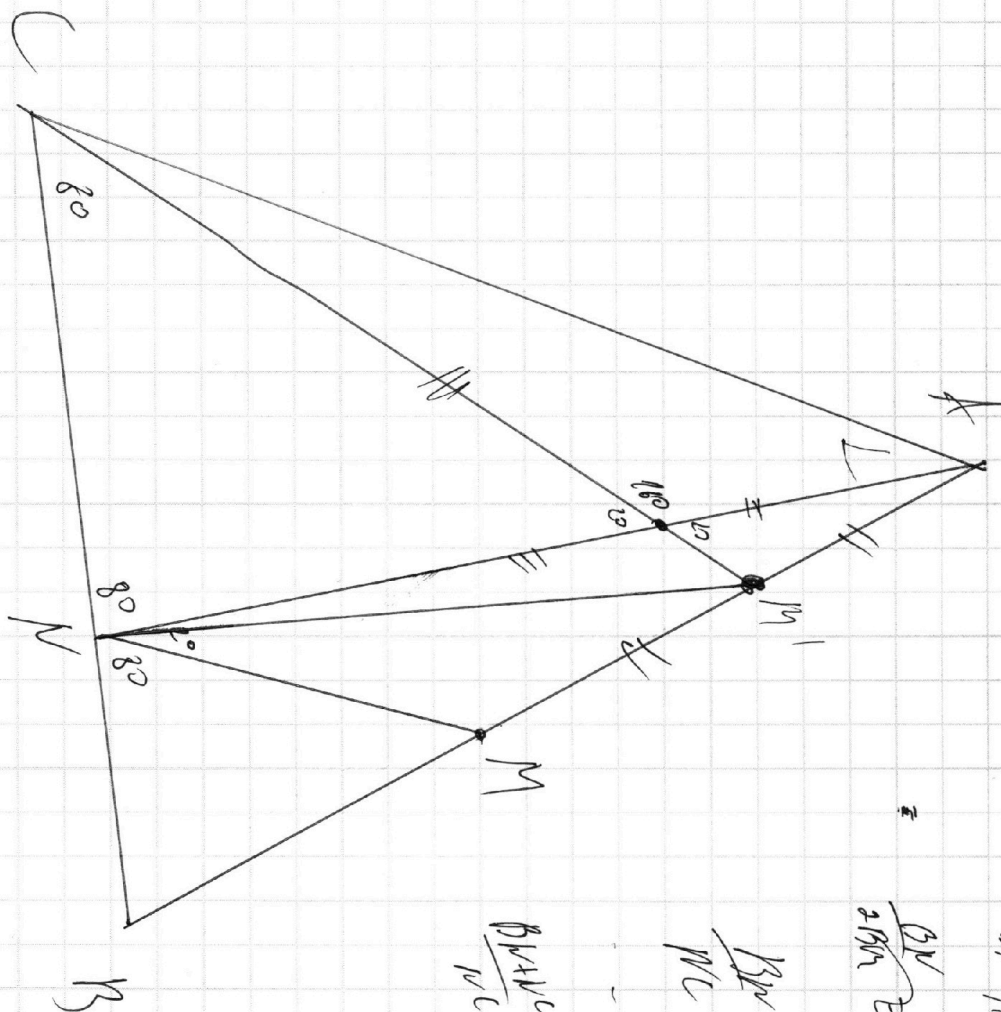


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{BP \cdot PC}{PC} = \frac{AP \cdot PM}{PA}$$

$$\frac{BP}{PC} = \frac{AP \cdot PM}{PA}$$

$$\frac{BP}{AP} = \frac{PM}{PA}$$

$$BP \cdot PA = 2BP \cdot PC$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

