



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
- [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geqslant \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) = n! (1+n+1+(n+1) \cdot$$

$$\cdot (n+2)) = n! (1+n+1+n^2+3n+2) = n! (n^2+4n+4) = n! (n^2+2 \cdot 2 \cdot n+2^2) = n! \cdot$$

$\cdot (n+2)^2 : 361$. $361 = 19^2$, а 19 - простое число. $\Rightarrow n! : 19$ при $n \geq 19$, а

$(n+2)^2 : 19$, когда $n+2 : 19$, а если $n+2 : 19$, то $n+2 \geq 19 \Rightarrow n \geq 17 \Rightarrow n! (n+2)^2 : 19$

при $n \geq 17$, а при $n=17$ $n! (n+2)^2 = 17! (17+2)^2 = 17! \cdot 19^2 : 19^2$, т.е. $: 361 \Rightarrow$

такое кандидатное $n=17$.

Ответ: При $n=17$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

Пусть a^2 - наименьший из этих пяти квадратов, тогда $a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10$ - сумма этих пяти квадратов, уменьшенная на 10 $\Rightarrow a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 = a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 + a^2 + 8a + 16 \leq 5a^2 + 2 + 20a + 20 = 5(a^2 + 4a + 4) = 5(a+2)^2 = N^3$. Степень 5 & N^3 ; 3 $\Rightarrow (a+2)^2 = 5^2 \cdot b^3$, где $b \in \mathbb{N}$, причём $b > 1$, т.к. $N^3 > 6^3 > 5^3$. С другой стороны $b^3 = \frac{(a+2)^2}{5^2} = \left(\frac{a+2}{5}\right)^2 \Rightarrow b^3 = c^2$, где $c = \frac{a+2}{5} \in \mathbb{N} \Rightarrow$ степень каждого простого в разложении b : 2 $\Rightarrow b = d^2$, где $d \in \mathbb{N} \Rightarrow b^3 = d^6 \Rightarrow (a+2)^2 = 5^2 \cdot d^6$, причём $d > 1$, т.к. $1^6 = 1^3 = 1 \Rightarrow d \geq 2 \Rightarrow (a+2)^2 \geq 5^2 \cdot 2^6 \Rightarrow N^3 = 5(a+2)^2 \geq 5^3 \cdot 2^6 \Rightarrow N \geq 5 \cdot 2^2 = 20$. Поэтому если есть решение $a=38$, то $(a+2)^2 = 40^2 = 5^2 \cdot 2^6$ и $5(a+2)^2 = 5^3 \cdot 2^6 = (20)^3 \Rightarrow N=20$ подходит.

Ответ: 20.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 0 + 6 = 6 \Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6.$$

$x^2 - 2x - 3 \geq 0$, т.к. из этого извлекаем корень $\Rightarrow (x-3)(x+1) \geq 0$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \vee 1 - 2x. \text{ При } x \in [3; +\infty) 1 - 2x < 0, \text{ а } \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$> 0 \Rightarrow \text{при } x \in [3; +\infty) \sqrt{x^2 - 2x - 3} > 1 - 2x \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 > 0.$$

$$\text{При } x \in (-\infty; -1]: \sqrt{x^2 - 2x - 3} \vee 1 - 2x. 1 - 2x > 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$\vee 1 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \vee 1 - 4x + 4x^2 \leq 0 \vee 4 - 2x + 3x^2, \text{ а } 3x^2 - 2x +$$

$$+ 4 \geq 0, \text{ т.к. } \Delta \text{ дискриминант} = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 4 - 48 = -44 < 0 \Rightarrow \text{при}$$

$$x \in (-\infty; -1] \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0. 7 - 2x \geq 0$$

$$\text{при } x \in (-\infty; 3\frac{1}{2}] \cup 7 - 2x < 0 \text{ при } x \in (3\frac{1}{2}; +\infty).$$

$$\text{Пусть } x \in (-\infty; -1]. \text{ Тогда } |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| = 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3},$$

$$|7 - 2x| = 7 - 2x \Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \cancel{\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1} + 7 - 2x \Rightarrow 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

$$+ 7 - 2x \Rightarrow 2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x, \text{ но при}$$

$$x \in (-\infty; -1] \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x \text{ (указана выше)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $x \in [3; 3\frac{1}{2}]$, тогда $|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1$,
 $|7 - 2x| = 7 - 2x \Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x \Rightarrow 6 \geq 7 - 1 = 6$, т.к.
 неравда $\Rightarrow x \in [3; 3\frac{1}{2}]$.

Пусть $x \in (3\frac{1}{2}; +\infty)$, тогда $|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$
 $+ 2x - 1$, $|7 - 2x| = 2x - 7 \Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| +$
 $+ |7 - 2x| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 7 \Rightarrow 14 \geq$
 $\geq 4x \Rightarrow 3\frac{1}{2} \geq x \Rightarrow x \in \emptyset$

Объединение всех подходящих x : $[3; 3\frac{1}{2}]$.

Ответ: $x \in [3; 3\frac{1}{2}]$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

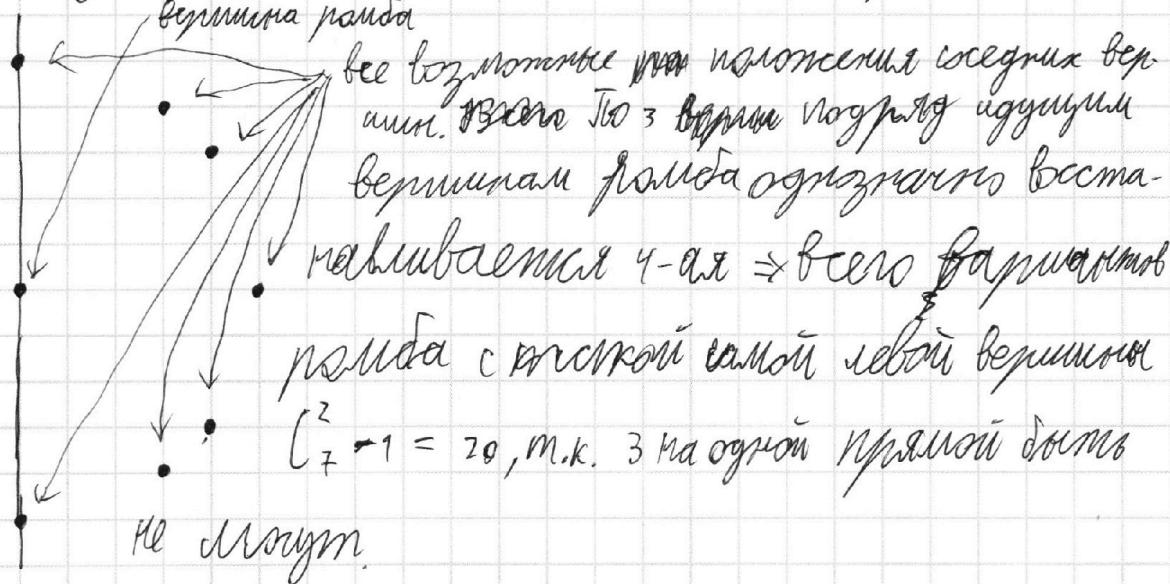
Отрезков длины 5 с концами в узлах сетки есть 4 пары: $(0; 5)$, ~~$(3; 4)$~~ , $(5; 0)$ и $(4; 3)$, т.к. если

одно из чисел 1, то другое $\sqrt{24} = 2\sqrt{6} \notin \mathbb{Z}$, а если одно

из чисел 2, то другое $\sqrt{21}$, что $\notin \mathbb{Z}$. Пусть если

какой ряд. ~~Возьмём из вершину угла 580°~~

~~Известно что то, что на ряд будем делить~~
~~левыми в ^{матн} полукр., образуя вертикальной~~
~~прямой, проходящей через эту точку. Возьмём~~
~~одну из его самых левых вершин и проведём~~
~~прямую через эту вершину, которая вертикальна.~~



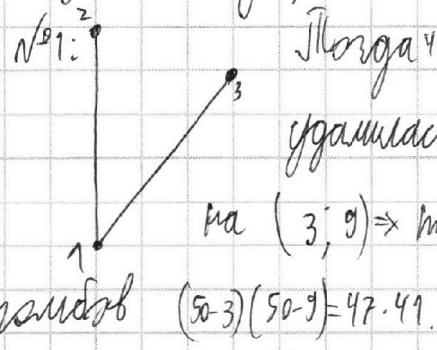
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Надо же стоят отметить, что если у ромба несколько таких точек, то их 2 и они соседние, а также мы посчитали некоторые ромбы дважды, когда считаем к-во ромбов для одной, а потом для другой вершины. \Rightarrow при таких случаях будем считать, что одна из вершин ромба сверху. Это убирает 5 вариантов. Остается 15.



Проверяя вершина №2:

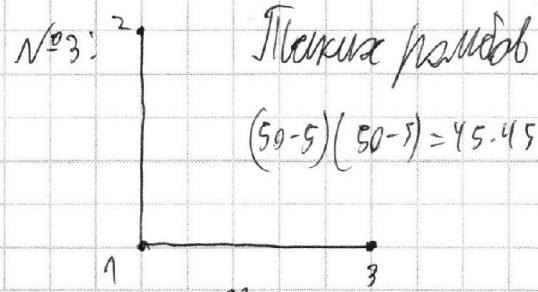
удалилась от 1-ой

на (3; 9) \Rightarrow таких

$$\text{ромбов } (50-3)(50-9)=47 \cdot 41.$$

Парных ромбов

$$(50-4)(50-3-5)=46 \cdot 42$$



Парных ромбов

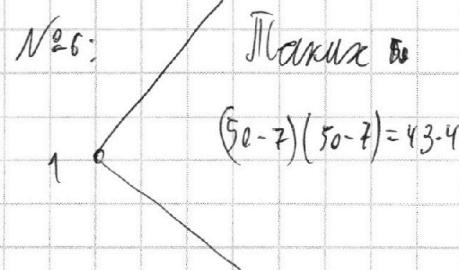
$$(50-5)(50-5)=45 \cdot 45$$

N°4:

$$\text{Парных } (50-4-3) \cdot (50-4-3)=43 \cdot 43$$

N°5:

$$\text{Парных } (50-5-3)- (50-4)=42 \cdot 46$$



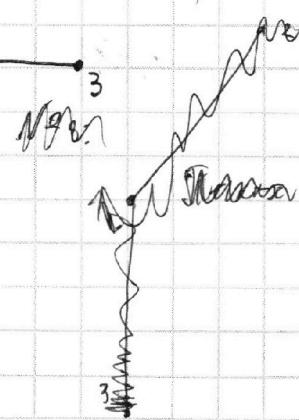
Парных 80

$$(50-7)(50-7)=43 \cdot 43$$

N°7:

Парных

$$(50-8)(50-8)=42 \cdot 44$$



I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{№8:}$$

$$\prod_{\text{верхних}} (50-9) \cdot (50-3) = 41 \cdot 47$$

№9:

$$\prod_{\text{верхних}} (50-8) \cdot (50-6) = 42 \cdot 44$$

№10:

$$(50-8) \cdot (50-6) = 42 \cdot 44$$

$$\prod_{\text{верхних}} (50-7) \cdot (50-5) = 43 \cdot 45$$

$$\text{№11:}$$

$$\prod_{\text{верхних}} (50-3) \cdot (50-9) = 47 \cdot 41$$

№12:

$$\prod_{\text{верхних}} (50-4) \cdot (50-8) = 46 \cdot 42$$

№13:

$$(50-4) \cdot (50-8) = 46 \cdot 42$$

$$\prod_{\text{верхних}} (50-7) \cdot (50-7) = 43 \cdot 43$$

$$\text{№14:}$$

$$\prod_{\text{верхних}} (50-8) \cdot (50-4) = 42 \cdot 46$$

№15:

$$\prod_{\text{верхних}} (50-9) \cdot (50-3) = 41 \cdot 47$$

Всего: $47 \cdot 41 + 46 \cdot 42 + 45 \cdot 49 + 43 \cdot 45 + 42 \cdot 46 + 43 \cdot 43 + 41 \cdot 44 + 41 \cdot 47 + 42 \cdot 44 +$

$$+ 43 \cdot 43 + 47 \cdot 41 + 46 \cdot 42 + 43 \cdot 43 + 42 \cdot 46 + 41 \cdot 47 = 4 \cdot 41 \cdot 47 + 4 \cdot 42 \cdot 46 + 45 \cdot 45 + 4 \cdot 43 \cdot 43 + 2 \cdot 42 \cdot 44 = 28553$$

Ответ: 28553 памда.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$, так что найдём все пары с $y \geq 0$ и потом добавим пары, в которых y имеет другой знак (пару вида $(x; 0)$ будем раз добавлять не будем). $19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = y^2 - 2025^2 = y^2 - 45^2 = (y-45)(y+45)$.

Заметим, что $x \geq 0$, т.к. при $x < 0$ $19 \cdot 2^x + 2025 \notin \mathbb{Z}$, а $y^2 \in \mathbb{Z}$.

$x \neq 0$, т.к. $19 \cdot 2^0 + 2025 = 19 + 2025 = 2044$, а $45^2 < 2044 < 46^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^0 \neq 2$.

$\Rightarrow y-45$ или $y+45 \geq 2 \Rightarrow y-45 \geq 2$ и $y+45 \geq 2 \Rightarrow x \geq 2$. Тогда

если $y-45 \geq 4$, то $y+45 = y-45+90 \geq 4$, т.к. $90 \geq 4$. Аналогично, если $y+45 \geq 4$, то $y-45 \geq 4 \Rightarrow$ одна из скобок $\geq 4 \Rightarrow$ она $= 2$ или $= 2 \cdot 19 = 38$.

Небудет, что $y \geq 45$, иначе $(y-45)(y+45) < 0$.

$\Rightarrow y+45 \geq 90 > 38 > 2 \Rightarrow y-45 = 2$ или $y-45 = 38$. Если $y-45 = 2$, то $y =$

$= 47 \Rightarrow y = 92 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = 2 \cdot 92 \cdot 19 \Rightarrow y \neq 47 \Rightarrow y-45 = 38 \Rightarrow y = 83 \Rightarrow$

$\Rightarrow y+45 = 128 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = 38 \cdot 128 = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow$ пара $(8; 83)$ подходит.

Итого: при $y \geq 0$ подходит только $(8; 83) \Rightarrow$ при

$y < 0$ подходит только $(8; -83) \Rightarrow$ подходящие пары: $(8; 83)$

и $(8; -83)$.

Ответ: $(8; 83) \cup (8; -83)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

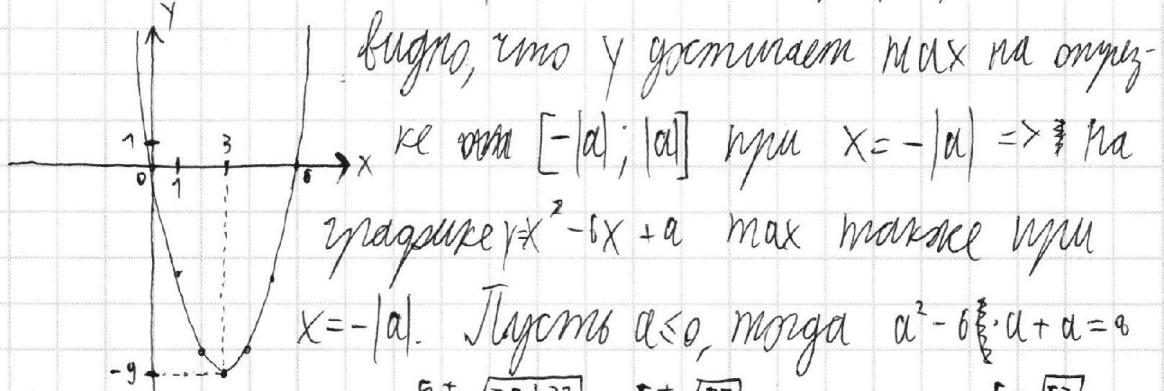
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6

$x^2 + y^2 = a^2$ - график окружности с центром в $(0; 0)$ и радиусом $|a| \Rightarrow$ все возможные значения x и тоже \in этой окружности это числа на отрезке $[-|a|; |a|]$. Построим график $y = x^2 - 6x$ - это парабола с ветвями вверх и вершиной в $x = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$ и $y = 3^2 - 6 \cdot 3 = -9$. Из графика



$$\Rightarrow a^2 - 5a - 8 = 0 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25+32}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}, \text{ но } a < 0 \Rightarrow a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}.$$

если $a > 0$, то $(-a)^2 - 6(-a) + a = a^2 + 6a + a = 8 \Rightarrow a^2 + 7a - 8 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (x+8)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ или } x = -8, \text{ но } a > 0 \Rightarrow a = 1. \Rightarrow$ нет значений $a \in \{1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2}\}$.

Ответ: $\{1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2}\}$.

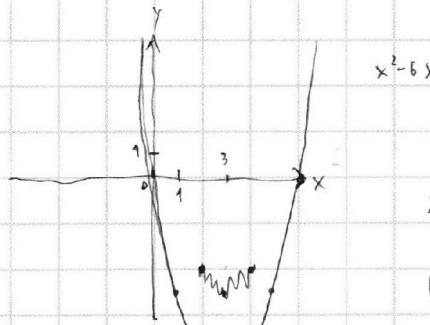


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$x-a \quad x = -a \quad x = -a + 2$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 1927 \\ \hline 47 \\ 297 \\ \hline 7708 \\ 184 \\ \hline 168 \\ \hline 1932 \end{array}$$

2025

$$a \geq 0 : (-a)^2 - 6(-a) + a \geq 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0 \Rightarrow (a+8)(a-1) = 0 \Rightarrow a = 1$$

$\frac{43}{43}$

$$a < 0 : a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0 \Rightarrow$$

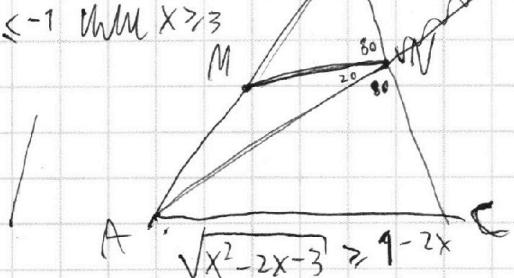
$$\frac{5 \pm \sqrt{25+32}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$\frac{1849}{7396}$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0$$

$$x \leq -1 \text{ или } x \geq 3$$



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$BN \cdot (AB - BM) = 2BM \cdot (BC - BN)$$

$$BN \cdot AB - BN \cdot BM = 2BM \cdot BC - 2BM \cdot BN$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 7 - 2x \geq$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 \geq 0$$

$$\frac{BN}{2BM} =$$

$$BN \cdot AB + BN \cdot BM = 2BM \cdot BC$$

$$\frac{BN}{BC} \leq \frac{2BM}{AB + BM}$$

2500

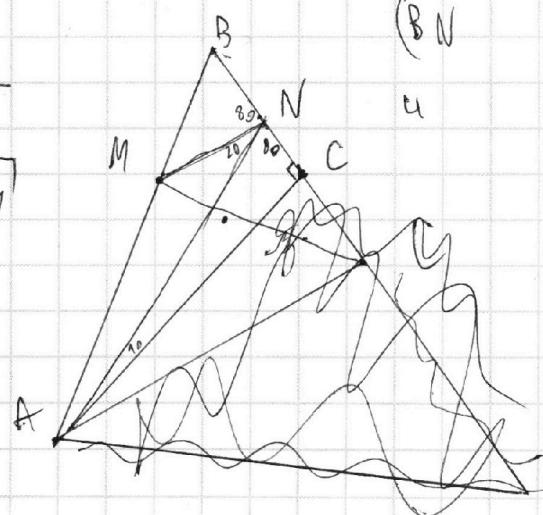
$$NC = AM = BN = 2BM$$

(BN)

(AB - BM)

$\begin{array}{r} 7799 \\ + 7728 \\ + 2025 \\ + 7396 \\ + 3696 \\ \hline 28553 \end{array}$

$$-\sqrt{4x^2 - 4x + 1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19^2 = 361 \quad n! + (n+1)! + (n+2)! = n!(1+n+1+n^2+3n+2) = n!(n^2+4n+4) = n!(n+2)^2$$

$$1+18+18+19$$

$$n=17$$

$$a^2 + (a^2+2a+1) + a^2 + 4a+4 + a^2 + 6a+9 + a^2 + 8a+16 = 5a^2 + 20a + 30 \Rightarrow 5a^2 + 20a + 30 = N^3 \Rightarrow 5(a^2+4a+6) = N^3 \Rightarrow 5(a+2)^2 = N^3$$

$$a+2 \geq 9 \quad a \geq 7 \Rightarrow (a+2)^2 = 5^2 \cdot b^3 \quad N^3 = 5^3 \cdot 2^6 \Rightarrow N = 5 \cdot 2^2 = 20$$

$$\begin{array}{r} 36^2 + 34^2 + 40^2 + 41^2 + 42^2 \\ \times 36 \quad \times 34 \quad \times 40 \quad \times 41 \quad \times 42 \\ \hline 30^2 \quad 35^2 \quad 38^2 \quad 42^2 \quad 46^2 \\ 114 \quad 1521 \quad 1444 \quad 1681 \quad 1764 \\ \hline 1444 \end{array}$$

$$5 \cdot 8 = 40$$

$$\begin{array}{r} 1600 \cdot 6 \\ 8000 \\ \hline 1600 \end{array} \quad a^2 + 4a + 6 = 5^2 b^3$$

$$200 \quad 25 \cdot 8$$

$$200$$

$$144 + 48 + 6$$

$$25$$

$$25 \cdot 27$$

$$a^2 - a + 1 = 0 \quad 4 + 8 +$$

$$144 + 48 + 6$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 2 \end{array}$$

$$1-2^x \quad 2025 \quad x-1 \quad x-6x+a = 0 \quad [a; a]$$

$$a^2 - a + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 2 \end{array}$$

$$X \quad X-6x+a = 0 \quad x-6x = a$$

$$-2^x$$

$$x^2 - 6x - 9 + a \leq 0$$

$$x^2 - 6x - 9 + a = 0$$

$$14 \cdot 2^x + 34 \cdot 5^2 = y^2$$

$$-2^x$$

$$a > 3$$

$$4 \quad (a=17)$$

$$2025 \quad 405 \quad 81$$

$$-2^x$$

$$a > 3$$

$$4 \quad (a=17)$$

$$2 \quad \underline{\underline{4}} \quad \underline{\underline{3}} \quad \underline{\underline{1}}$$

$$-2^x$$

$$a > 3$$

$$4 \quad (a=17)$$

$$2025$$

$$1 \quad 5 \times 5$$

$$43 \times 43 + 45 \times 45$$

$$a > 3$$

$$4 \quad (a=17)$$

$$2 \cdot 49 \cdot 42 + 1 \cdot 45 \cdot 45 + 2 \cdot 43 \cdot 43 + 2 \cdot 43 \cdot 43 + 4 \cdot 45 \cdot 42 + 4 \cdot 47 \cdot 41$$

$$19 \cdot 4 = 76$$

$$-2^x$$

$$a > 3$$

$$4 \quad (a=17)$$

$$2101 \quad 11$$

$$(11) 191$$

$$-2^x$$

$$a > 3$$

$$4 \quad (a=17)$$

$$40 \cdot 40 \cdot 60 +$$

$$79 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$39 \quad 128$$

$$83$$

$$-2^x$$

$$a > 3$$

$$4 \quad (a=17)$$

$$-2025 \quad 19$$

$$-19 \quad 16$$

$$-17 \quad 8$$

$$-6 \quad 2$$

$$-5 \quad 1$$

$$-4 \quad 0$$

$$-3 \quad 8$$

$$-2 \quad 9$$

$$-1 \quad 8$$

$$0 \quad 7$$

$$1 \quad 6$$

$$2 \quad 5$$

$$3 \quad 4$$

$$4 \quad 3$$

$$5 \quad 2$$

$$6 \quad 1$$

$$7 \quad 0$$

$$8 \quad 9$$

$$9 \quad 8$$

$$10 \quad 7$$

$$11 \quad 6$$

$$12 \quad 5$$

$$13 \quad 4$$

$$14 \quad 3$$

$$15 \quad 2$$

$$16 \quad 1$$

$$17 \quad 0$$

$$18 \quad 9$$

$$19 \quad 8$$

$$20 \quad 7$$

$$21 \quad 6$$

$$22 \quad 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x \quad (-\infty; -1] \quad 3,5$$

$$x^2 - 2x - 3 = 1 - 4x + 4x^2 \Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4}}{6} < 1 - 2x$$

$$(-\infty; -1]: \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 4x + 4x^2$$

$$[3; 3,5] \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$17/6$$

$$(3,5; +\infty) \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$4x \leq 14 \Rightarrow x \leq 3,5$$