

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E – точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a + 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 7.

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$| yz = \frac{-3 \pm \sqrt{9+4zx}}{2}$$

$$y = \frac{3z+z^2}{x}$$

$$\frac{3z+z^2}{x} \cdot z = 3x + x^2$$

$$3z^2 + z^3 = 3x^2 + x^3$$

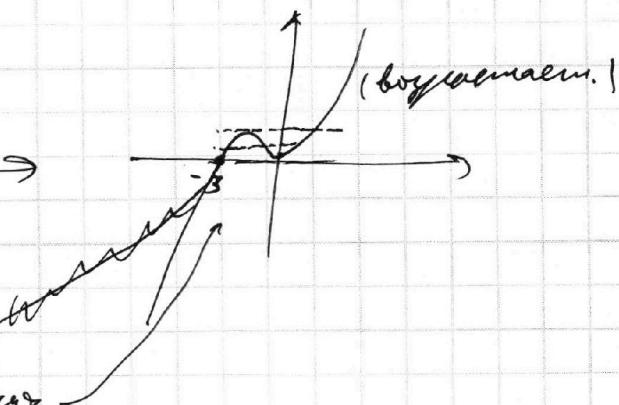
$$f(x) = 3x^2 + x^3$$

$$x^3 + 3x^2 = 0$$

$$x^2 = -3x$$

$$x^2(x) = -3(x)$$

$$x = -3 \text{ и } x = 0 - \text{ решения}$$



без комплексных замен для решения:

если $x = -3$ то $y = 0$

если $x < -3$: ~~то~~ $xy \geq 0$ - сопутствует - одно решение.

$$y = x + 3$$

но это не работает т.к. симметрия $y = x$

если $x = -3$: $y = 0$, но 0 - не решение т.к. $xy < 0$ неравенство.

~~$$(3x^2 + x^3)' = 3x^2 + 3x = 0$$~~

$$x(3x+3) = 0$$

$$x = -1 \rightarrow f(x) = 4; 3x^2 + x^3 = 4 \text{ при } x = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задачи наше-то решения быть в трех случаях
точка на $x \in (-3; 7)$; $x \neq 0$

напишем: $x = -2, y = -2, z = 1$:

$$\begin{cases} y = 9 \\ -2 = -2 \\ -2 = -2 \end{cases} \rightarrow \text{правильное.}$$

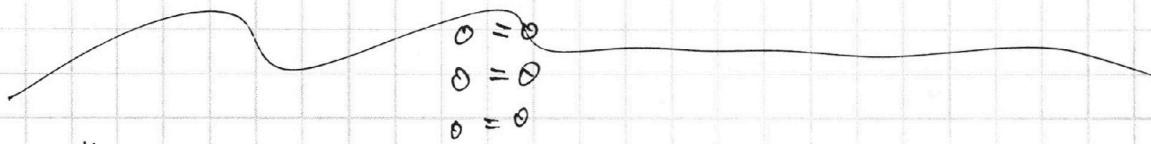
~~Найдем x для $y = 9$~~

$$g(x) = (x+3)^2 + (-y+3)^2 + (z+3)^2$$

~~Все виды решения должны быть вручную~~ \Rightarrow

~~Найдем $x = -2, y = -2, z = 1$ — это для максимума $g(x)$~~

~~минимум $g(x)$ в $(-3, 0, 0)$: $-3, 0, 0$ (это это висячая точка)~~



$\min g(x) = g(-3) = 9 + 9 = 18$

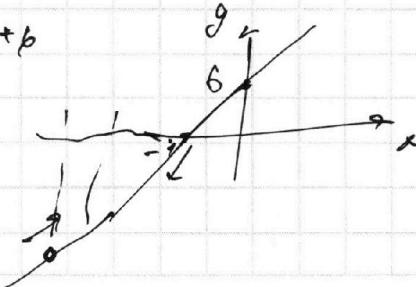
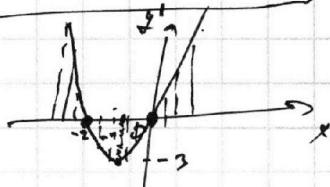
$\max g(x) = 1 + 1 + 16 = 18$

$x^3 + 3x^2 = R$

$(x^3 + 3x^2)' = 3x^2 + 6x$

$3x^2 + 6x =$

$= 6x + 6$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

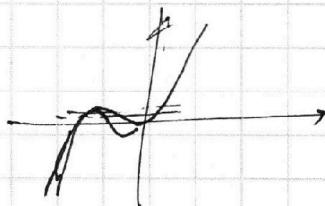
- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~составляющих дифференциал~~

$$y = x^3 + 3x^2$$



$$g(x) = (x+dx+2)^2 + (y+dy+3)^2 + (z+dz+2)^2 =$$

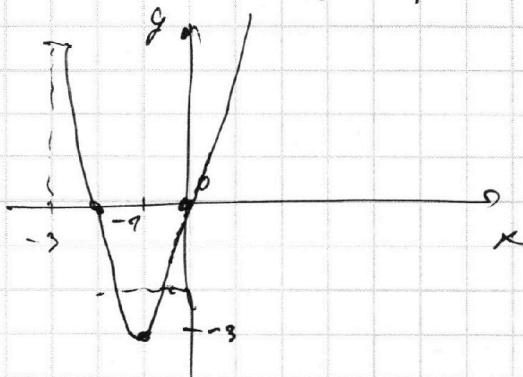
~~$$g(x) = x^2 + 6x + 9 + y^2 + dy + 9 \dots$$~~

~~$$g(x+dx) = x^2 + 2xdx + 6dx + \dots$$~~

$$dg = 2x dx + 2z dz - 2y dy + 6(dx + dz - dy)$$

$$dg = dx(2x+6) + dz(2z+6) - dy(2y+6)$$

$f(x)$ график:



$g(x)$; $g(z)$

асимптотический участок

$g(x): x:$ сдвигаем точки.

$g(z): z:$ меняем координаты

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

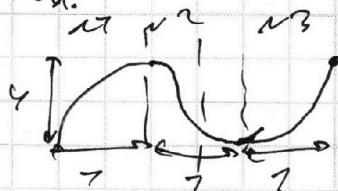


Построили что надо $f(x) = 2$ (также $f(x)$ где y)

$$x^3 + 3x^2 = 2$$

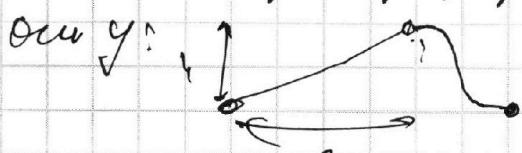
$x = -1$ - решение

найдя участок:



тк уравн $f'(x)$ симметрична относительно -1 ,

участки 2 и 3 симметричны в окрестности $x = -1$,
комплиментарном друг другу если симметричны относительно



$$x^2 + 2x + \frac{2}{3} = 0, x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - \frac{8}{3}}}{2} =$$

$$3x^2 + 6x = -2, x = -1 \pm \sqrt{1 - \frac{2}{3}} =$$

$$k = \frac{4}{2} = 2, \text{ макс } (x^3 + 3x^2)' = -2, x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$$

наибольшую правую $x_{1,2}$ м.б.
в первом макс, а во втором:

$$x_{1,2} = \begin{cases} -1 + \sqrt{\frac{7}{3}} \\ -1 - \sqrt{\frac{7}{3}} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

Число и может быть записано в виде:

$$n = 10^{40000} - 1$$

1 1
1 2 1
1 3 3 1

чтобы не пахать числа: $4_T \equiv 40000$

$$8_T \equiv 80000$$

наиболее $T \leq 10^4$

$$n^3 = (10^{4T} - 1)^3 = 10^{12T} - 3 \cdot 10^{8T} + 3 \cdot 10^{4T} - 1$$

числа полученного числа:

$$\begin{array}{r} 100\dots 000 \\ - 3000\dots 00 \\ \hline 999\dots 97000\dots 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999\dots 97000\dots 00 \\ + 3000\dots 00 \\ \hline 999\dots 97000\dots 0300\dots 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9999\dots 97000\dots 0300\dots 0 \\ - 1 \\ \hline 999\dots 97000\dots 0299\dots 9 \end{array}$$

$4_T - 1$

4_T

$$\text{Sum}(g) = 4_T - 1 + 4_T = 8_T - 1 = \underline{\underline{79999}}$$

Ответ: 79999 девяток.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4.

(нужна пойти, чтобы должны согласив
туре ожидать наилучшего согласия):

- 1) первый шаг в одном из выделенных коробок
- 2) второй шаг тоже
- 3) третий шаг тоже

$$p_1(5) = \frac{5}{N} : \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

$$p_2(5) = \frac{4}{(N-1)} : \begin{array}{c} \cancel{\text{---}} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

$$p_3(5) = \frac{3}{(N-2)} : \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

$$P(5) = p_1(5) \cdot p_2(5) \cdot p_3(5) = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{N(N-1)(N-2)}$$

$$p_1(6) = \frac{6}{N} : \text{аналогично}$$

$$p_2(6) = \frac{5}{N-1} : \nearrow$$

$$p_3(6) = \frac{4}{N-2} :$$

$$P(6) = p_1(6) \cdot p_2(6) \cdot p_3(6) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{N(N-1)(N-2)}$$

$$\frac{P(6)}{P(5)} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6}{3} = 2$$

Ответ: вероятность выигрыша в два раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

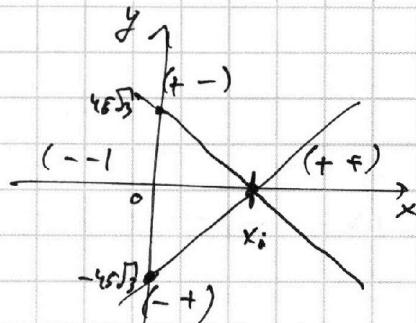
Задача № 6.

$$x - \frac{75}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$x - \frac{75}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$



$$x: 1 \quad 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} = 0$$

$$x = \frac{45}{6} = 7.5 \quad \underline{x = 7.5}$$

(--):

$$-2x + 15 \leq 3$$

$$2x \geq 12$$

$$x \geq 6$$

$$(+\sim): \frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

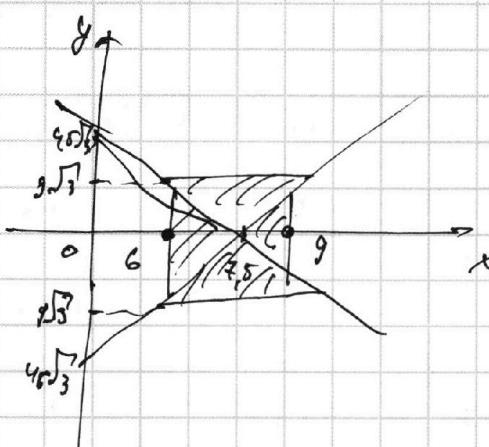
$$(-+): -\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \geq -9\sqrt{3}$$

$$(+\dagger): 2x - 15 \leq 3$$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$



проверки соединяются эти две прямые:

$$6 - \frac{75}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0 \quad | y \leq 9\sqrt{3} \Rightarrow \text{прямые соединяются и это правильное?}$$

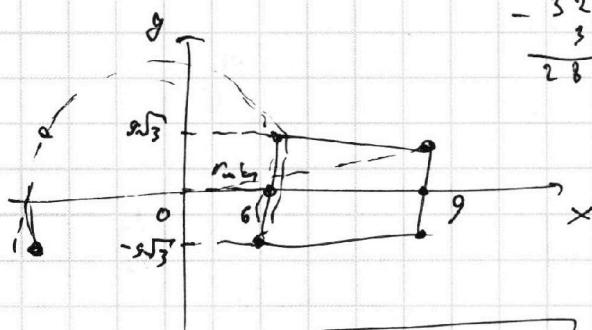


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} -324 \\ \times 75 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 75 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 73 \\ \hline 243 \end{array}$$

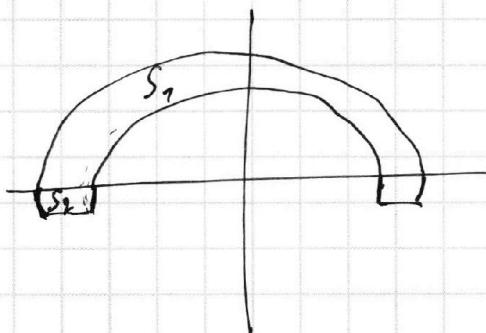
$$\begin{array}{r} 240 \\ + 24 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 77 \\ \hline 719 \\ 72 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 78 \\ \hline 794 \\ 78 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$V_{min} = 6 ; V_{max} = \sqrt{g^2 + (g\sqrt{3})^2} = \sqrt{87 + 243} = 18$$

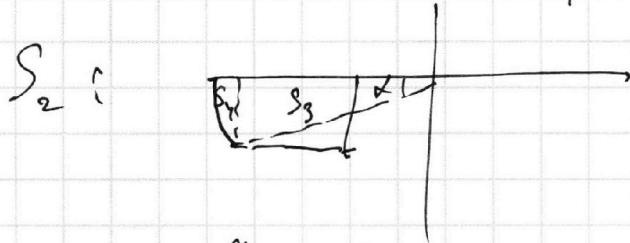
Задача №1 находит площадь фигуры как:



$$S_1 : S_1 = \pi R^2 / 2 = \frac{\pi}{2} (288) = 144\pi$$

~~$$S_2 : S_2 = S_1 - S_3$$~~

~~$$S_3 = (9\sqrt{3} \cdot 3) = 27\sqrt{3}$$~~



$$d : \cos \alpha = \frac{g}{18} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$S_4 = \frac{1}{2} \cdot 18 V_{max}^2 - 9\sqrt{3} \cdot 9/2 = \frac{18^2}{6} - 81\sqrt{3}/2 = \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{18^2}{3} - 81\sqrt{3} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$S_1 = \frac{1}{2} (\pi \cdot 6 \cdot 98 - 87\sqrt{3}) = 54\pi - \frac{87\sqrt{3}}{2}$$

$$S_3 = 9\sqrt{3} \cdot (9-6) = 27\sqrt{3}$$

4

$$S_2 = S_1 + S_3 = 54\pi - \sqrt{3}(40,5 - 27) = \\ = 54\pi - \sqrt{3} \cdot 13,5$$

5

$$S_{общ} = 2S_2 + S_1 = 144\pi + 108\pi - 27\sqrt{3} = \\ = 252\pi - 27\sqrt{3}$$

Ответ: площадь фигуры, которую замени φ :

$$\underline{252\pi - 27\sqrt{3}}.$$

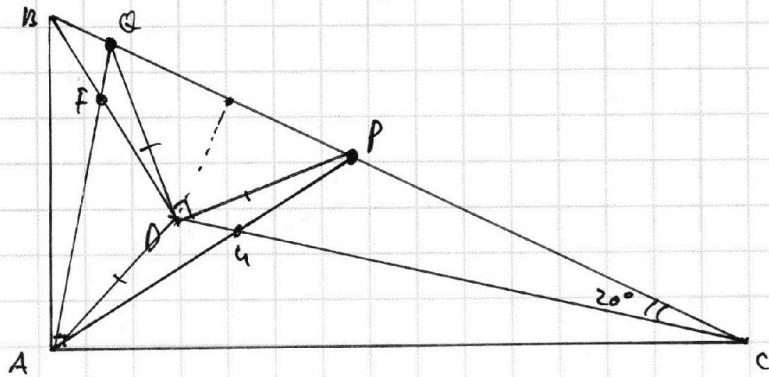
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 7.



$$\text{Таким } \angle BAC = \alpha : \angle BCA = 20^\circ$$

$$\angle BAP; \angle BPA = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle CAQ; \angle CQA = \frac{180^\circ - 20^\circ - \alpha}{2} = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

△ AQP:

$$\angle QAP = 180^\circ - \angle CAQ - \angle BPA = 45^\circ$$

$$\angle QAV = \frac{\angle QAP}{2}, \text{ опускается на } QP \Rightarrow$$

в △ AQP можно провести окружность, D - её центр

$$\Rightarrow AD = QD = DP.$$

$$\angle CPQ = 180^\circ - \angle BPA < 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PUC = 180^\circ - \angle CPA - \angle DCB = 70^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PCA = \angle PUC = 70^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PUD = 180^\circ - \angle UAD = 110^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PDC = 180^\circ - (180^\circ - 45^\circ) - 20^\circ = 25^\circ$$

$$\angle PDC = 180^\circ - \angle PDC - \angle PUD = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle DQA = 45^\circ + \frac{\alpha}{2} - 45^\circ = \frac{\alpha}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Также $\angle DBC = \beta$:

$$\angle QDB = 180^\circ - (180^\circ - 45^\circ) - \beta = 45^\circ - \beta$$

$$\angle BDF = 180^\circ - 45^\circ - \frac{\alpha}{2} = 135^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle BFAQ = 180^\circ - (180^\circ - 45^\circ + \frac{\alpha}{2}) - \beta = 45^\circ + \frac{\alpha}{2} - \beta$$

$$\angle QDA = 180^\circ - (\frac{\alpha}{2}) \cdot 2 = 180^\circ - \alpha$$

$$\angle BDA = 180^\circ - \alpha - (45^\circ - \beta) = (180^\circ - 45^\circ) + \beta - \alpha$$

$$\angle AFD = \angle BFAQ = 45^\circ + \frac{\alpha}{2} - \beta$$

$$\angle DAU = \angle DPCU = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PAC = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) - (180^\circ - 90^\circ + \frac{\alpha}{2}) = \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle DAC = \frac{\alpha}{2} + 45^\circ - \frac{\alpha}{2} = 45^\circ$$

ДД - биссектриса угла BAC .

$$\angle ADC = 180^\circ - 45^\circ - 20^\circ + \alpha = 65^\circ + \alpha$$

$\triangle BPA$ и $\triangle DAP$ - подобные, на основании основания

→ Вспоминаем биссектрису угла BAC , аналогично
Доказ. $\angle ACB$.

$$\angle = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\angle QDA = 360^\circ - 65^\circ - \alpha - 70^\circ - 45^\circ = 180^\circ - \alpha = 73^\circ$$

$$\text{а си. } \angle CDB = \frac{\alpha}{2} \text{ (см. док.)} \Rightarrow \angle DBC = 25^\circ \text{ Отвтв! } 25^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{xy}{z} = 3 + z \\ \frac{yz}{x} = 3 + x \\ \frac{zx}{y} = 3 + y \end{array} \right.$$

$$y = \frac{3x + z^2}{x}$$

$$\frac{3z + z^2}{x} \cdot z = 3x^2 + x^2$$

$$3z^2 + z^3 = 8x^2 + x^2$$

$$9 = -9 + 9$$

$$3 \cdot 9 + 2z = 3 \cdot 9 + 2z$$

$$y = 3 + z = 0$$

$$x = -2$$

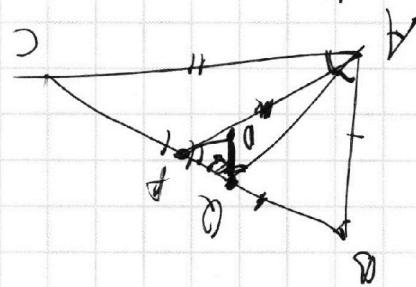
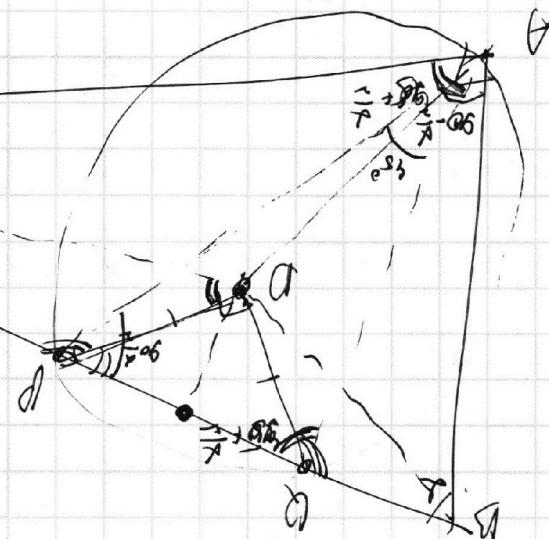
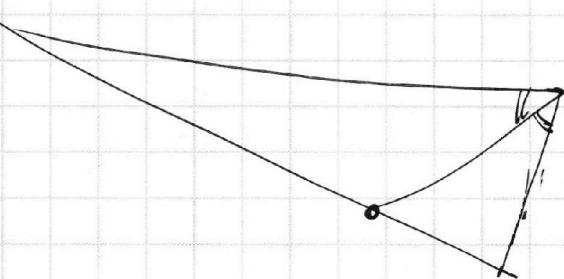
$$y = -2$$

$$z = 1$$

$$\boxed{\begin{array}{l} u = 9 \\ -2 = -6 + 4 \end{array}}$$

$$\left(\frac{xy}{z} \right)^2 + \left(\frac{yz}{x} \right)^2 + \left(\frac{zx}{y} \right)^2 =$$

$$\frac{(xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2}{(xy)^2} =$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5.

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

y

для 1:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = a - 5 \\ x_1 + x_2 = a^2 - a^4 \end{cases}$$

~~$x_5 = a^2 - a^4$~~

~~$x_6 = a^2 - a^4 x_1$~~

~~$x_6 (a^2 - a^4) = a - 5 \Rightarrow$~~

~~$x_6 (a^2 - a^4) x_6$~~

~~$x_6^2 (a^2 - a^4)^2 = 15$~~

~~$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$~~

~~$y \geq 7,5 \cdot 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \cdot x$~~

~~$y \geq 45 \cdot \sqrt{3} - 6\sqrt{3} \cdot x$~~

$$(x^2 - 1)(x + 2) \in x^3 - x - 7$$

$$(x^2 - x - 2)(x + 2) = x^3 - x^2 - 2x + x^2 - x - 2$$

$$(x^2 - 2x - 2)(x + 2) = x^3 - 2x^2 - 2x + 2x^2 - 2x - 2$$

$$(x^2 - 2x - 2)(x - 2) =$$

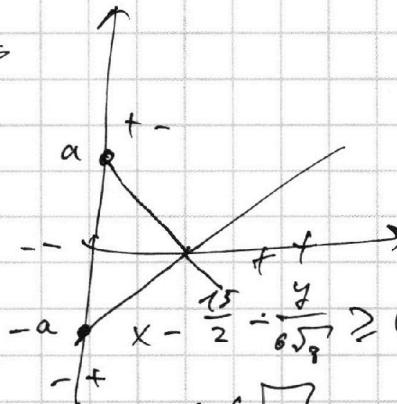
$$= x^3 - 2x^2 - 2x - 2x^2 + 4x + 4 =$$

для 2:

$$\begin{cases} x_3 \cdot x_8 = (-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4)/4 \\ x_3 + x_8 = (a^3 - a^2)/4 \end{cases}$$

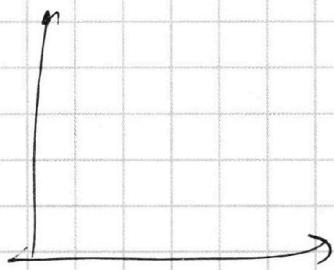
$$\begin{cases} x_3 \cdot x_8 = (-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4)/4 \\ x_3 + x_8 = (a^3 - a^2)/4 \end{cases}$$

$$(-(a^2)^2 + 2(a^2)^2 + 2(a^2)^2 - 4)/4$$



$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$y \leq 6\sqrt{3}x - 45 \cdot \sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

7290 (1111.)³

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 77 \\ \hline 77 \\ 77 \\ \hline 721 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 & \times 7777 \\
 & \overline{7777} \\
 7777 & \overline{\underline{7777}} \\
 7777 & \overline{7777} \\
 1111 & \overline{1111} \\
 7777 & \overline{\underline{7777}} \\
 7777 & \overline{7234321}
 \end{array}$$

8 7 7 7 7 7
7 9 7 7 7

77777

ANSWER

$$999 = 10^3 - 1$$

72 3456 2898765432, -gldg 197..

$$\begin{array}{r} 11111 \\ \hline 123454827 \end{array}$$

$$(10^{40000} - 1)(10^{40000} - 1)(10^{40000} - 1)$$

$$\left(\begin{matrix} 10 & 80000 \\ -2 & 10 & 40000 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 10 & 40000 \\ -2 & ? \end{matrix} \right)$$

700000 - 2.70 + 70 - 70 + 2.70 - 7

$$S = \frac{3}{39 + 92} = 0.25$$

$$Q = 8 - x_1^2 + x_2^2$$

$$h - s - l = (\sum_{i=1}^n a_i + b_i) - (\sum_{i=1}^n p_i - q_i)$$

$$a^6 - 2a^5 + a^3 - 32a^2 - 52a + 76a^6 + 48a^2 - 72a^6 - 2a^5 - 37a^4 + 64$$

$$\frac{a_3 - a_2^2 + \sqrt{(a_3 - a_2^2)^2 - 276(a_1^3 + 2a_1^2 - a_1 - 9)}}{2} = X_7^{1/2}$$

$$x^2 - ax - a = 0$$

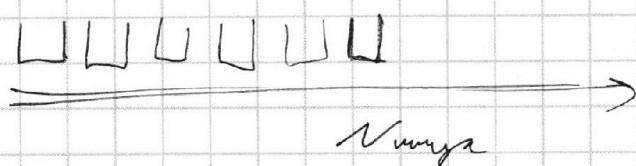
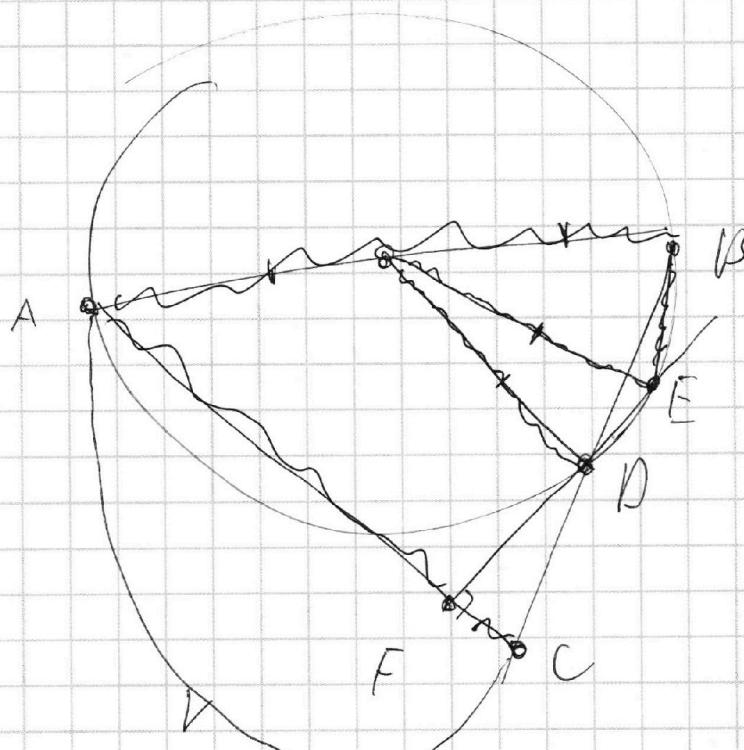


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Л Л Л Л Л

$$P_0 = \frac{5}{N}, P_1 = \frac{4}{N-1}, P_2 = \frac{3}{N-2}$$

$$P = \frac{15}{N}, P = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{5}$$

$$P_0 = \frac{1}{N}, P_1 = \frac{5}{N-1}, P_2 = \frac{4}{N-2}$$

$$P = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

