



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

8

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ? **30001**

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.

3

4. [4 балла] В теленгрипе ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока? **3,5**

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + (a^2 - a - 7) = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + (6 - a^5) = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 & (1) \\ yz = -2x + x^2 & (2) \\ zx = -2y + y^2 & (3) \end{cases}$$

Аналогично
(2)-(3) : $\begin{cases} y=x \\ x+y+z=2 \end{cases}$

$$(1)-(3) : \begin{cases} y=z \\ x+y+z=2 \end{cases}$$

Если $x=y=z$ не выполняется, то $x+y+z=2$.

Если $x=y=z$, тогда из (1): $x^2 = -2x + x^2 \Rightarrow x=0 = y = z$

~~$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$~~

Пр-е ст. 270
число недугливое.

Значит $x+y+z=1$.

Заметим, что если $N = (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$

$$N = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 = x^2 + y^2 + z^2 - (x+y+z) + 12 = x^2 + y^2 + z^2 - 1 + 12 = A + 11$$

$$A = x^2 + y^2 + z^2 - 11$$

Пусть $x^2 + y^2 + z^2 = A$.

$$\text{Сложим (1)+(2)+(3)} : xy + yz + zx = -2x - 2y - 2z + x^2 + y^2 + z^2$$

$$xy + yz + zx = -4 + A$$

Раскроем $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$.

$$2^2 = A + 2(A-4)$$

$$4 = 3A - 8$$

$$A = 4$$

Тогда $N = A + 11 = 8$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{99\dots9}_{30001} = 10^{30002} - 1.$$

$$\begin{aligned} n^3 &= (10^{30002} - 1) = 10^{30002 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{30002 \cdot 2} + 3 \cdot \cancel{10^{30002}} - 1 = \\ &= (10^{90006} - 3 \cdot 10^{60004}) + (3 \cdot 10^{30002} - 1) \end{aligned}$$

Числа в скобках не пересекаются, т.е. в тех разрядах, где у одного стоит ненулевая цифра у второго только нуль.

$$n^3 = 10^{60004} \underbrace{(10^{30002} - 3)}_{a_1} + \underbrace{(3 \cdot 10^{30002} - 1)}_{a_2}.$$

$$a_1 = \frac{-1000\dots0}{99\dots997} \quad \text{Посчитали столбиком } 10^{30002} - 3, \text{ в нем } 30000 \text{ небрток.}$$

$$a_2 = \frac{30\dots0}{29\dots99} \quad \text{Посчитали столбиком } 3 \cdot 10^{30002} - 3, \text{ в нем } 30000 \text{ небрток.}$$

$$n^3 = 10^{60004} \cdot a_1 + a_2. \quad \text{Т.к. слагаемые не пересекаются}$$

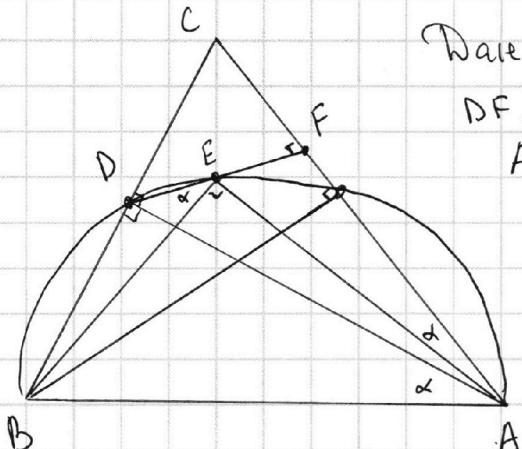
то количество небрток в их сумме это сумма количеств небрток у каждого, т.е. всего их 60000

Ответ: 60000.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Дано: ω , ΔABC , $D \in \omega$, $B \in \omega$

$DF \perp AC$, $F \in AC$, $E = \Delta EFA \perp \omega$.

$AB = 8$, $AC = 10$, $BE = 6$.

Найти: AF

Решение:

т.к. $E \in \omega \Rightarrow \angle BEA = 90^\circ$, т.к.
 AB -диам.

$\angle DEB + \angle BEA + \angle AEF = 180^\circ$, т.о.
 $\angle DEB + \angle AEF = 180^\circ - \angle AEF = 90^\circ$.

Пусть $\angle DEB = \alpha$, тогда $\angle AEF = 90^\circ - \alpha$.

т.к. $DE \parallel AB$ внс., т.о. $\alpha = \angle DEB = \angle DAB = \alpha$.

$\angle EFA + \angle FAE + \angle AEF = 180^\circ$

$\angle FAE + \cancel{\alpha} = 180^\circ - \angle EAF - \angle FEA = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$.
т.е $\angle FAE = \alpha$.

$\Delta BEA \sim \Delta ADC$ т.к. $\angle BEA = 90^\circ = \angle ADC$

$\underline{\angle BAE} = \angle BAD + \angle DAE = \alpha + \angle DAE = \angle DAE + \angle EAF =$
 $= \angle DAC$.

тогда $\frac{AC}{DC} = \frac{AB}{EB} \Rightarrow DC = \frac{EB \cdot AC}{AB} = \frac{6 \cdot 10}{8} = \frac{15}{2}$.

по т. Пифагора: $AC^2 = DC^2 + AD^2 \Rightarrow AD = \sqrt{AC^2 - DC^2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2}$
 $AD = \frac{5\sqrt{7}}{2}$. Аналогично: $BE^2 + AE^2 = AB^2 \Rightarrow AE = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$.

$\Delta BDA \sim \Delta EFA$ т.к. $\angle BDA = 90^\circ = \angle EFA$
 $\angle BAD = \alpha = \angle EAF$

тогда. $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow AF = \frac{AD \cdot AE}{AB} = \frac{\frac{5}{2}\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7}}{8} = \frac{5}{4}$.

Ответ: $\frac{5}{4}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем вероятность в первом случае. Всего исходов C_n^5 (зритель слушает ~~вторую~~ 5). Благоприятных: C_{n-3}^{5-3} (количество мн-в из пяти, из которых ~~ко~~^{кор.} ~~пять~~^{трех} ~~тре~~^{три} штуки. ~~все~~^{все} ~~один~~^{один}).

Тогда вероятность благоприятного события: $\frac{C_{n-3}^{5-3}}{C_n^5} = \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 5!} = \frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 5 \cdot 4 \cdot 3$

Аналогично во втором случае: всего C_n^7 благоприятных C_{n-3}^{7-3}

Вероятность: $\frac{C_{n-3}^{7-3}}{C_n^7} = \frac{(n-3)!}{(n-7)! \cdot 4!} = \frac{(n-3)!}{n!} = \frac{(n-3)!}{(n-7)! \cdot 7!}$

 $= \frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 6 \cdot 5$

Тогда отношение вероятностей: $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{7}{2} = 3,5$

Ответ: 3,5.

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + (a^2 - a - 7). \quad \text{Пусть корни } x_5 \text{ и } x_6$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + (6 - a^5) = 0 \quad \text{Пусть корни } x_3 \text{ и } x_8$$

По условию $b = 0$

$$x_5 = a_0 + 5d$$

$$x_6 = a_0 + 6d$$

$$x_3 = a_0 + 3d$$

$$x_8 = a_0 + 8d.$$

Для каких-то a_0 и d .

$$\text{По Т. Виета: } \begin{cases} x_5 + x_6 = a^2 - 2a & (1) \\ x_5 \cdot x_6 = a^2 - a - 7 & (2) \end{cases}$$

$$x_3 + x_8 = (a^3 - 2a^2) \cdot \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$x_3 \cdot x_8 = (6 - a^5) \cdot \frac{1}{3} \quad (4).$$

Получаем x_5, x_6, x_3, x_8 в (1) и (3).

$$(1): a_0 + 5d + a_0 + 6d = a^2 - 2a$$

$$(3): a_0 + 3d + a_0 + 8d = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$\text{Более: } 0 = \cancel{a^2} a^2 - 2a - \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$\text{т.е. } a^3 - 2a^2 = 3a^2 - 6a.$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 6) = 0 \Rightarrow a(a-2)(a-3) = 0$$

т.е 3 случая: I) $a=0$, II) $a=2$, III) $a=3$,

$$\text{I) случай: } \cancel{\text{такой } \text{вс}} \text{ из (1): из (1): } 2a_0 + \cancel{5} d = 0^2 - 2 \cdot 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{11}{2} d.$$

Получаем в (2).

$$(a_0 + 5d)(a_0 + 6d) = 0^2 - 0 - 7$$

$$d^2 \left(-\frac{11}{2} + 5 \right) \left(-\frac{11}{2} + 6 \right) = -7 \Rightarrow d^2 \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) = -7, \text{ т.е. } d^2 = 28.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поставим в (4):

$$(a_0 + 3d)(a_0 + 8d) = (6 - 2^5) \cdot \frac{1}{3}.$$

$$d^2 \left(-\frac{11}{2} + 3 \right) \left(-\frac{11}{2} + 8 \right) = 2. \Rightarrow d^2 \cdot \left(-\frac{5}{2} \right) \cdot \frac{5}{2} = 2 \\ d^2 = -\frac{8}{25}$$

т.е. $d \neq 0$.

∅ Пр-ие.

II). $a=2$.

По Тогда из (1): $2a_0 + 11d = 2^2 - 2 \cdot 2 = 0$. т.е $a_0 = -\frac{11}{2}d$.

Поставим в (2): $(a_0 + 5d)(a_0 + 6d) = 2^2 - 2 \cdot 7$

$$d^2 \left(-\frac{11}{2} + 5 \right) \left(-\frac{11}{2} + 6 \right) = -5$$

$$d^2 = \cancel{\frac{5}{2}} \cdot \cancel{\frac{2}{2}} \cdot \cancel{\frac{2}{2}} \cdot \cancel{\frac{6}{2}} \cdot \cancel{\frac{1}{2}} \cdot (-\frac{2}{1}) \cdot \frac{2}{1} \cdot (-5) = 20$$

Поставим в (4): $(a_0 + 3d)(a_0 + 8d) = (6 - 2^5) \cdot \frac{1}{3}$

$$d^2 \left(-\frac{11}{2} + 3 \right) \left(-\frac{11}{2} + 8 \right) = \frac{6 - 2^5}{3}.$$

$$d^2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{2^5 - 6}{3}.$$

$$d^2 = \cancel{\frac{2^5 - 6}{3}} \cdot \frac{26 \cdot 4}{25 \cdot 3}.$$

Заметим, что $20 \neq \frac{26 \cdot 4}{25 \cdot 3}$. Пр-ие.

III) $a=3$ Тогда из (1) $2a_0 + 11d = 3^2 - 2 \cdot 3 \Rightarrow a_0 = -\frac{11}{2}d + \frac{3}{2}$.

Поставим в (2): $\left(-\frac{11}{2}d + \frac{5}{2}d + \frac{3}{2} \right) \left(-\frac{11}{2}d + \frac{6}{2}d + \frac{3}{2} \right) = -1$. |.ч.

$$(3 - \cancel{\frac{6}{2}}d)(3 + \cancel{\frac{5}{2}}d) = -4.$$

$$9 - \cancel{\frac{11}{2}}d^2 = -4$$

$$\cancel{\frac{13}{2}}d^2 = 13. \quad d^2 = 13$$

Поставим в (4). $\left(-\frac{11}{2}d + 5 \right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поставили 8 (4): $(-\frac{11}{2}d + 3d + \frac{3}{2})(-\frac{11}{2}d + 8d + \frac{9}{2}) = \frac{6-3^5}{3}$. | . 4.

$$(-5d + 3)(5d + 3) = 4 \cdot (2 - 3^4).$$

$$\begin{array}{r} 4 \times 73 \\ \times 4 \\ \hline 316 \end{array}$$

$$9 - 25d^2 = 4(-79)$$

$$316 + 3 = 325$$

$$13 \cdot 25 = 325$$

$$d^2 = 13.$$

Равенство
~~у~~
(1, (2), 6), 4)
заметим, что
если $d^2 = 13$
выполняется!

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ \times 25 \\ \hline 75 \\ 25 \\ \hline 325 \end{array}$$

$$2a_6 + 11d = 0.$$

$$x_3 = a_0 + 3d$$

$$x_8 = a_0 + 8d$$

$$x_5 = a_0 + 5d$$

$$x_6 = a_0 + 6d$$

Заметим, что при $a=3$, $d = \sqrt{13}$, $a_0 = -\frac{11}{2}\sqrt{13} + \frac{3}{2}$

x_3, x_8, x_5 и x_6 являются корнями

соответствующих уравнений (проверено), а
с помощью обратно к ТВЧР.

при других значениях параметра.

~~значит~~ это невозможно, т.е.

$$a=3.$$

Ответ: 3.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что условие означает $y \geq 0$.
Так что можно считать: $y \geq 0$.

Найдем максимум и минимум $x^2 + y^2$.

$$\text{Пусть } A = x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}, B = x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$A \geq B$. Если A, B одного знака, то

увеличение y не будет менять $|A| + |B|$, если они одного знака. Значит, то будем уменьшать y пока не станет нулем. ($|A| + |B|$ убывает)

Чем омет закончится: $|A| + |B| = 4$ (при этом $A \geq 0, B \leq 0$)
иначе будет прогр.).

~~Найдем~~ Тогда: $|A| + |B| = x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4$.

$$\frac{2y}{2\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow y = 4\sqrt{3} \quad \text{т.к. } x \text{ теперь максимизируется}$$

$x^2 + y^2$ достаточно максимизировать x^2 .

$$\begin{aligned} \text{т.к. } A \geq 0, B \leq 0, \text{ то } x - 10 + \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - 10 + \frac{-4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \leq 0 \end{aligned} \Rightarrow -2 \leq x - 10 \leq 2$$

$$8 \leq x \leq 12$$

x^2 макс, если $x = 12$

$$x^2 + y^2 \text{ макс } \text{т.к. } 12^2 + 16 \cdot 3 = 192$$

А если мы зокажем, что при движении x и y одновременно, то $x^2 + y^2$ будет максимально при $y = 4\sqrt{3}$.

и минимума $x^2 + y^2$ аналогично. Будем уменьшать y

$|A| + |B|$ будет либо не меняться либо уменьшаться.

Тогда получим $|x - 10| \cdot 2 \leq 4$, т.к. $y = 0$.

$$\text{т.к. } |x - 10| \cdot 2 \leq 4$$

$$-2 \leq x - 10 \leq 2$$

$$8 \leq x \leq 12$$

$$\text{т.к. } x^2 + y^2 \text{ мин } \text{т.к. } 8^2 + 0^2 = 8^2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом. № 6 лежит внутри

такой области:

Заметим, что $x \geq 0$, т.к.

$$\text{Иногда } x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq -10$$

$$\text{т.е. } |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \geq 10 \quad \text{Пр.ие с усл. } |A| + |B| \leq 4.$$

т.е. ~~лежит~~ $(x, y) \in \Phi$ только в правой полуплоскости.

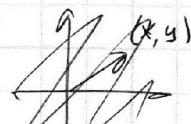
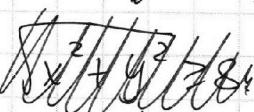
Так же при $y \neq 0$ x не получит

~~$\frac{y}{2\sqrt{3}} \leq x \leq 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}$~~

Радиус вектора

Значит

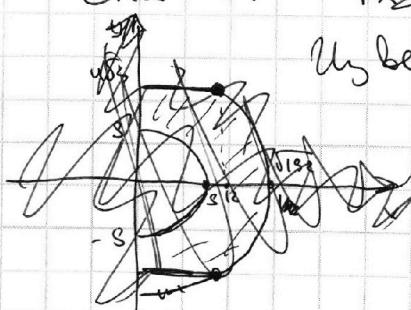
~~х~~



Известно, что Φ лежит в

если нет прямой,

~~(12, 4\sqrt{3})~~ ему приближает.
~~(12, -4\sqrt{3})~~ тоже.



Максимальный радиус вектор (x, y) это

~~182~~

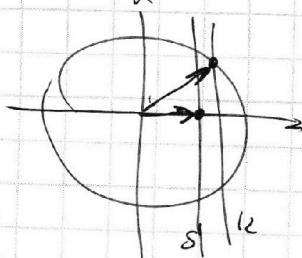
минимальный это 8.

Известно, что $|x - 10| \leq 4$.

Мы видели, что

$8 \leq x \leq 12$ и то

разность площадей секторов ограничен.





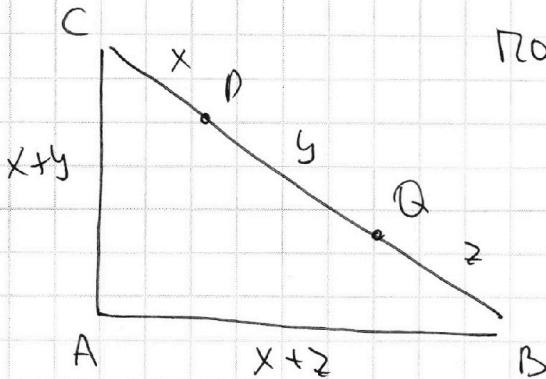
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№ 10 Т. Пи доказуем.

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 = (x+y+z)^2$$

$$\text{т.е. } y^2 = 2 \cdot x \cdot z !$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Top left diagram: A geometric construction with points A, B, C, D, E, F on a coordinate grid. A right-angled triangle is formed by points B, C, and D. A line segment connects A and E. A point P is on the line segment AE.

Equation: $AC = 10 \quad BA = 8 \quad BE = 6 \quad AF - ?$

Equation: $(x+y+z)^2 = 24$

Equation: $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 24$

Equation: $(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = ?$

Equation: $4 + x^2 + y^2 + z^2 = ?$

Equation: $N = x^2 + y^2 + z^2 = 24$

Equation: $xy = -2(z-x-y) \quad (z-x-y)^2$

Equation: $xy = 2x+2y-4 + x^2+y^2+4$

Equation: $\frac{AC}{DC} = \frac{AB}{BE}$

Equation: $\frac{10}{DC} = \frac{AB \cdot BE}{BE} = \frac{10 \cdot 6}{8} = \frac{60}{8} = \frac{15}{2} = 7,5$

Equation: $\frac{10}{DC} = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7,5$

Equation: $10^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 = AD^2$

Equation: $100 - 56,25 = 43,75$

Equation: $10^2 - 7,5^2 = n^2 \quad | \cdot 4$

Equation: $20^2 - 15^2 = (2n)^2$

Equation: $7 \cdot 5 \cdot 5 = 4n^2$

Equation: $\sqrt{7} \cdot \frac{5}{2} = n$

Equation: $B = 5 \cdot 35$

Equation: $x^2 + y^2 = 2x+2y-4 + x^2+y^2+4$

Equation: $+ 2xy - 2x - 2y$

Equation: $x^2 + y^2 + xy + 4 = 0$

Equation: $x^2 + y^2 + xy - 2x - 2y = 0$

Bottom left diagram: A geometric construction with points A, B, C, D, E, F, G, H. A circle passes through points A, B, C, D, E, F, G, H. A line segment connects A and E. A point P is on the line segment AE.

Equation: $100 - 56,25 = 43,75$

Equation: $z = kx + y - 2$

Equation: $x^2 + y^2 = 2x+2y-4 + x^2+y^2+4$

Equation: $+ 2xy - 2x - 2y$

Equation: $x^2 + y^2 + xy + 4 = 0$

Equation: $x^2 + y^2 + xy - 2x - 2y = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



1

2

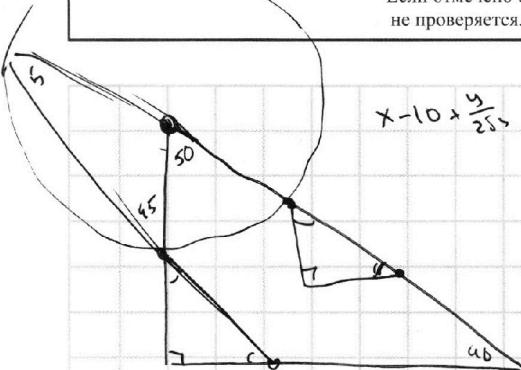
3

4

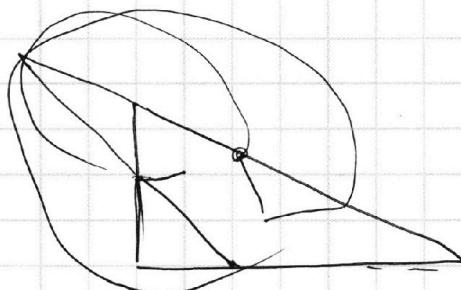
5

6

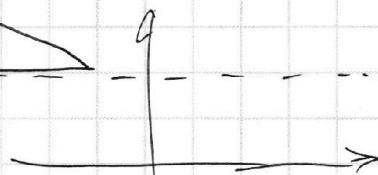
7



$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0.$$



$$x + y + z = 2.$$



$$(x+y)(x+z) = x^2 + xy + yz + yz + y^2 + yz.$$

$$x \leq 7.$$

$$x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0. \quad \star \quad y + yz + xz = -2x - 2y - 2z + x^2 + y^2 + z^2$$

$$\begin{aligned} 2x - 10 &> \frac{y}{2\sqrt{3}}. \\ x - 10 &+ \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0. \end{aligned}$$

$$xy + yz + xz + u = x^2 + y^2 + z^2.$$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0.$$

$$z(x-10) \geq -u.$$

$$2x \geq 18/6. \quad x \geq 3.$$

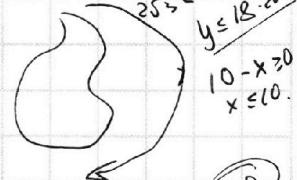
$$-3 \geq \frac{y}{2\sqrt{3}}. \quad (x+y+z)^2 =$$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0. \quad 4 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz - 2(x^2 + y^2 + z^2 - u).$$

$$x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0. \quad \text{Если } x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0. \quad \star \quad 2x \leq 14. \\ x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0. \quad x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0. \quad \star \quad x \leq 7.$$

$$2 \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq u. \quad x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0. \quad 4 \cdot 3 = 3A$$

$$4 = A. \quad \star \quad 2AD = \sqrt{20^2 - 15^2} = \sqrt{5 \cdot 35} = 5\sqrt{7}. \quad 7 - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}$$



$$\begin{aligned} 3 & \quad \frac{200-1}{2^2 \cdot 10^2 - 15^2} = \frac{20^2 - 15^2}{2^2} = \frac{5 \cdot 35}{2^2} = \frac{5^2}{2^2} \cdot 7 \\ x & \neq 0. \quad \star \quad 2 \cdot 35 = 2\sqrt{7}. \quad -(x-10 + x-10) \leq 4 \\ \frac{x-10}{316} & \leq \frac{4}{4\sqrt{35} + 10 - 10 + 2 + 1 + (4\sqrt{35} + 10 - 10)^2} \end{aligned}$$

$$2x - 20 \geq -4. \quad 2x \geq 18. \quad x \geq 9.$$

$$\frac{3}{316}$$

$$\frac{5}{325}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 25 \\ \hline 25 \\ + 75 \\ \hline 100 \\ \end{array}$$

$$\text{Если } x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0. \quad y \geq 0.$$

$$2 \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq u. \quad y \leq u\sqrt{3}$$

$$S + 7S. \quad 4 = 25/13.$$

$$|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4.$$

$$x \geq 8.$$

$$y(10 - x) \geq 0.$$

$$x^2 + y^2 \text{ max.} \quad \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 10 - x.$$

$$x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0.$$

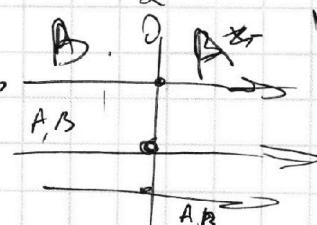
$$x, y \geq 0.$$

$$x - 10 = \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$y \geq 0.$$

$$2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \geq y.$$

$$y \geq 0.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \triangle BDA \sim \triangle EFA$

$$\frac{BA}{DA} = \frac{EA}{FA}$$

Diagram illustrating the geometric setup:

Given: $AB = 6$, $AD = 10$, $AE = 8$.
Find: $h = EC$.

Using the similarity of triangles BDA and EFA :

$$\frac{BA}{DA} = \frac{EA}{FA}$$

Diagram of a right triangle BEC with hypotenuse $BC = 10$ and legs $EC = h$ and $EB = 8$.

$$10^2 = h^2 + x_1^2$$
$$8^2 = h^2 + x_2^2$$
$$6^2 = x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$$
$$4^2 + 4^2 - 2\cos u^2 = 6^2$$
$$2 \cdot 4^2 (1 - \cos u) = \frac{6^2}{\frac{3^2 \cdot 2^2}{2 \cdot 2^2}} = \frac{3^2}{8}$$
$$1 - \cos u = \frac{3^2}{2 \cdot 2^2} = \frac{9}{16}$$
$$\cos u = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

Geometric interpretation: $h = EC$ is the height from vertex E to the base BC .

There are 5 ways to choose 3 points from n points.

Number of ways to choose 3 points from n points: C_n^3

Number of ways to choose 3 points from $n-3$ points: C_{n-3}^3

Probability: $\frac{C_{n-3}^3}{C_n^3} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{n(n-1)(n-2)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n(n-1)(n-2)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$

Number of ways to choose 3 points from $n-2$ points: C_{n-2}^3

Probability: $\frac{C_{n-2}^3}{C_n^3} = \frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{n(n-1)(n-2)} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{7 \cdot 6 \cdot 5} = 1$

Solving the quadratic equation:

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + (a^2 - a - 7) = 0$$
$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

Solutions:

$$x_1 = a + 6d$$
$$x_2 = a + 5d$$
$$y_1 = a + 3d$$
$$y_2 = a + 8d$$

Equations:

$$1) x_1 + x_2 = a^2 - 2a$$
$$2) x_1 x_2 = a^2 - a - 7$$
$$3) y_1 + y_2 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$
$$4) y_1 y_2 = \frac{6 \cdot a^2}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}xy &= -2z + z^2 \\yz &= -2x + x^2 \\zx &= -2y + y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n &= 10^{\frac{300002}{90006}-1} \\n^3 &= 10^{30001}\end{aligned}$$

$$n^{\infty} = 10^{\frac{x+1}{3x+3}-1}$$

$$n^{\infty} = 10^{-3 \cdot 10^x + 3 \cdot 10^x - 1}.$$

$$\begin{array}{r} 10 \dots 0 \\ \times 3x+3 \\ \hline 3x+3 \dots 0 \\ - 3 \quad 0 \dots 0 \\ \hline 2x+2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 0 \dots 0 \\ \times 2 \\ \hline 6 \dots 0 \\ - 9 \dots 9 \\ \hline 9 \dots 9 \end{array}$$

$$x+1-1+1 = x+1$$

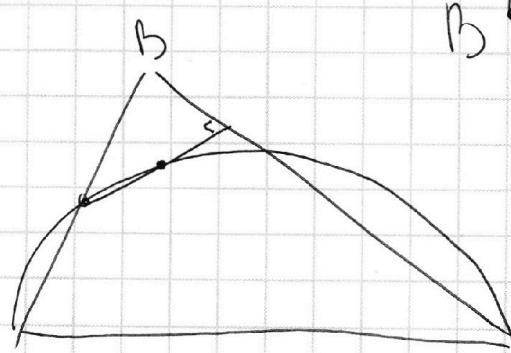
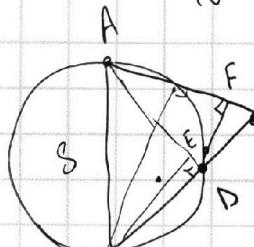
$$3x+3-x-4+1 = 2x$$

$$10 | x-10| + |x-10| \leq 4.$$

$$-2 \leq x-10 \leq 2$$

$$8 \leq x \leq 12.$$

$$6u.$$



Алгебра

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4.$$

$$(x^2 - 2x + y^2 - 2y + z^2 - 2z) + (-2x - 2y - 2z) + 4 \cdot 3$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 4 \cdot 3 \\ (x - \sqrt{2})(y - \sqrt{2})(z - \sqrt{2}) = xy^2 + xz^2 + yz^2$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3ab^2 + 3a^2b - b^3$$

$$(a^2 - 2ab + b^2)(a - b) =$$

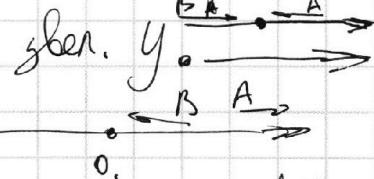
$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 =$$

$$x^2 + y^2 \max = a^3 - 3a^2b + 3a^2b - b^3 \rightarrow BA$$

$$x^2 + y^2 \min ?$$

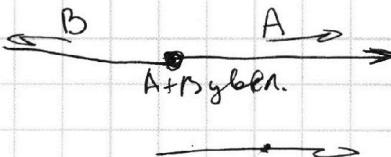
$$\geq 0 \quad \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ \leq 0. & & a \dots b \end{matrix}$$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| = 4.$$



y yber.

$$\begin{array}{l} \frac{y}{\sqrt{3}} = u \\ y = 4\sqrt{3}. \end{array}$$



90004

$$AC = 10. \quad \begin{matrix} 6u - 3b \\ -3b \\ \hline 2b \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} * (12 - 10 + 2) + \\ 1 (12 - 10 - 2) = \\ = 4 + 0. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} x^2 + y^2 \max \\ 3Tb \\ \hline 444 + 16 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{y}{2\sqrt{3}} = t \\ 3x + 1. \end{array}$$

$$\text{обрат.}$$

$$90004$$

$$AC = 10.$$

$$\begin{matrix} 6u - 3b \\ -3b \\ \hline 2b \end{matrix}$$

$$* (12 - 10 + 2) +$$

$$1 (12 - 10 - 2) =$$

$$= 4 + 0.$$

$$x^2 + y^2 \max$$

$$3Tb$$

$$444 + 16 \cdot 3$$

$$\hline 192$$

$$x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0.$$

$$x - 10 - 2 \leq 0$$

$$x - 10 + 2 \geq 0,$$

$$-8 \leq x \leq 12$$

$$+ \frac{144}{48}$$

$$\hline 192$$

$$36 \cdot 28 = 6u.$$

$$x^2 \max$$

$$x = 12,$$

$$y = 4\sqrt{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

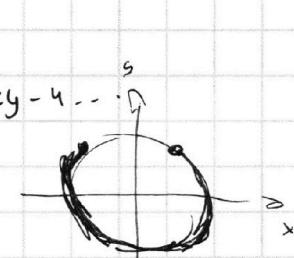
$$n = -\frac{11}{2}d.$$

$$\left(-\frac{11}{2}d + 6d\right) \left(-\frac{11}{2}d + 5d\right) = 4 - 2 - 7 = -5.$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) - 2xy - 4z = 0$$

$$d^2 \left(\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{1}{2}\right) = -5 \quad (x, y) = (12, 0)$$

$$\begin{array}{l} 45s \\ 16 \cdot 3 \\ 16 \cdot 164 \end{array} \quad d^2 = 20$$

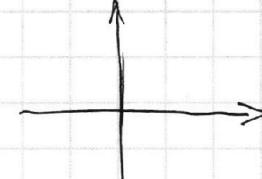


$$\left(-\frac{11}{2}d + 3d\right) \left(-\frac{11}{2}d + 8d\right) = \frac{6-2^5}{3}.$$

$$d^2 \left(-\frac{5}{2}\right) \left(\frac{5}{2}\right) = \frac{6-2^5}{3}.$$

$$d^2 = \frac{(6-2^5) \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 5 \cdot 5}$$

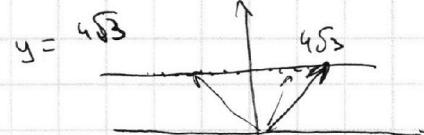
$$|x+y| + |x-y| \leq 4.$$



$$\left|x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4.$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

$$\left|x_1 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x_2 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4.$$



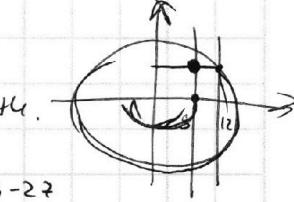
$$\beta \quad |x_1 + y_1| + |x_2 - y_1| \leq 4.$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 = (x+y+z)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

$$y^2 = 2xz$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 4y + 4z^2 - 4z + 4 = 0.$$



$$xy + yz + xz = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z$$

$$xy + 1 = (z+1)^2.$$

$$xy + yz + xz - 2x - 2y - 2z = 0$$

$$yz + 1 = (x+1)^2$$

$$(x+1)(y+1)(z+1) = 0$$

$$xz + 1 = (y+1)^2$$

$$= xy^2 + xy + yz + xz + 2xyz + x + y + z + 1$$

A $y+z$. C

$$xy + yz + xz =$$

$$y^2 - xy = x^2 - 2x - z^2 + 2z$$

$$y(z-x) = (x-z)(x+z) - 2(x-z)$$

$$-y = x+z - 2.$$

$$x+z = 2-y.$$

$$-x-z = y-2.$$

$$x+y = 2-z$$

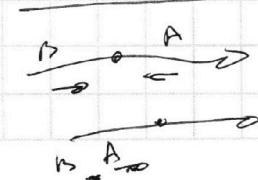
$$y+z = 2-z$$

$$(x+y+z)2 = 2 \cdot 3 - (x+y+z)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy +$$

$$(x+y+z)^3 = 2 \cdot 3$$

$$x+y+z = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I) n+6d + n+5d = a^2 - 2a \quad (y \geq 45)$$

$$2n+11d = a^2 - 2a$$

$$3) n+3d + n+8d = \frac{a^2 - 2a}{3}$$

$$2n+11d = \frac{a^2 - 2a}{3}$$

$$II) \cancel{2n+11d=0}, \quad 45, 12.$$

$$(n+6d)(n+5d) = -7.$$

$$(n+3d)(n+8d) = 2.$$

$$n = -\frac{11}{2}d.$$

$$d^2 \left(-\frac{11}{2} + 3\right) \left(-\frac{11}{2} + 8\right) = 2.$$

$$d^2 \left(-\frac{11}{2} + 6\right) \left(-\frac{11}{2} + 11\right) = 2.$$

$$d^2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = 2.$$

$$III) 2n+11d = 3^2 - 2 \cdot 3 = 3.$$

$$n = -\frac{11}{2}d + \frac{3}{2}.$$

$$(n+6d)(n+5d) = 9 - 3 - 7 = -1$$

$$\left(-\frac{11}{2}d + \frac{3}{2} + 6d\right) \left(-\frac{11}{2}d + 5d + \frac{3}{2}\right) = -1. \quad = 2 - 81 = -78.$$

$$\left(\frac{1}{2}d + \frac{3}{2}\right) \left(-\frac{1}{2}d + \frac{3}{2}\right) = -1.$$

$$\frac{(\frac{3}{2})^2 - (\frac{1}{2}d)^2}{4}$$

$$(3+d)(3-d) = -4.$$

$$9 - d^2 = -4$$

$$13 = d^2$$

$$d = \sqrt{13}.$$

$$3(a^2 - 2a) = a^3 - 2a^2$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 6) = 0,$$

$$a(a-2)(a-3) = 0.$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$a = \frac{5 \pm 1}{2} \rightarrow 3, 2$$

$$a(a-3)(a-2) = 0. \quad a=2.$$

$$\cancel{\frac{a-0}{a-3} = 0} \Rightarrow a=0 \quad 2n+11d = 4-4=0$$

$$n = -\frac{11}{2}d.$$

$$n = -\frac{4}{2} \sqrt{13} + \frac{3}{2}.$$

$$(n+3d)(n+8d) = \frac{6-3^2}{3} = 2-3^2$$

$$\cancel{(-\frac{11}{2}d + \frac{3}{2} + 3d)(-\frac{11}{2}d + \frac{3}{2} + 8d)} =$$

$$(-\frac{11}{2}d + 6d)(-\frac{11}{2}d + 11d) = -78.$$

$$(-\frac{5}{2}d + \frac{3}{2})(\frac{5}{2}d + \frac{3}{2}) = -78. \quad 1 \cdot 4$$

$$(3-5d)(3+5d) = -78 \cdot 4.$$

$$9 - 25d = -78 \cdot 4.$$

$$9 + 78 \cdot 4 = 25 \sqrt{13}.$$

✗

