



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Если какие-то два числа равны: т.к. уравнение
с центром в эти пересечениях, то без ограничения однозначности
мы можем предположить, что $x = y \Rightarrow$

$$\begin{aligned} x^2 &= -6z + z^2 & x(x-6-z) &= 0, \text{ т.к. } y \text{ нас неизвестные числа} \Rightarrow \\ xz &= -6x + x^2 & \Rightarrow & \\ xz &= -6x + x^2 & x = z+6 \Rightarrow & \end{aligned}$$

$$(z+6)z = (z+6)^2 = -6z + z^2 \quad z^2 + 12z + 36 = -6z + z^2 \Rightarrow$$

$$18z = -36 \Rightarrow z = -2 \Rightarrow x = y = 4 \Rightarrow$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (4-6)^2 + (4-6)^2 + (-2-6)^2 = 4 + 4 + 64 = 72$$

Если все числа различны \Rightarrow

$$xy = -6z + z^2 \Rightarrow x = \frac{z^2 - 6z}{y} \Rightarrow zx = -zy + y^2 \quad \frac{z(z^2 - 6z)}{y} = -6y + y^2$$

$$z^3 - 6z^2 = y^3 - 6y^2 \Rightarrow z^3 - y^3 = 6z^2 - 6y^2 \Rightarrow (z-y)(z^2 + zy + y^2) + 6(y^2 - z^2) = 0$$

$$\Rightarrow (z-y)(z^2 + zy + y^2 - 6z - 6y) = 0. \text{ т.к. все числа различны} \Rightarrow$$

$z^2 + zy + y^2 - 6z - 6y = 0$ и, из-за того что все являются
центрами отнесимость пересечений \Rightarrow y нас есть

аналогичные выражения как другие пары x, y, x, z :

$$x^2 + y^2 + xy - 6x - 6y = 0$$

$$x^2 + z^2 + xz - 6x - 6z = 0$$

Поэтому формул из одного выражения другое



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| X | | | | | | |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 - z^2 + x(y - z) - 6y + 6z = 0$$

$$(y-z)(y+z+x-6) = 0 \quad \text{m.K} \quad y \neq z \rightarrow y+z+x=6$$

$$x = 6 - y - z$$

$$xy = z^2 - 6z \quad (6-y-z)yz = z^2 - 6z \quad \Rightarrow \quad y^2 + z^2 + yz - 6z - 6y = 0$$

$$z^2 + 4(z - 6) + (z^2 - 6z) = 0$$

$$z^2 - z - 6 = \sqrt{(z - 6)^2 - 4(z - 6)z}$$

$$xy = z^2 - 6z \Rightarrow xy = z(z - 6) \Rightarrow \boxed{xy + zy + zx - 0}$$

$$\Rightarrow (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 3 \cdot 36$$

$$\cdot z^2 + x^2 + y^2 = xy + yz + zx + 6(x+y+z) = 6 \cdot 6 = 36$$

$$36 - 12 \cdot 6 + 3 \cdot 36 = 36 - 2 \cdot 36 + 3 \cdot 36 = 2 \cdot 36 = 72$$

Ümber: 72

$$\begin{aligned}
 & \cos^2 \alpha - \cos \alpha \sin \beta - \cos \alpha \sin \beta - \sin^2 \beta \\
 & \cos^2 \alpha + \cos \beta \sin \alpha - \cos \beta \sin \alpha + \cos \beta \sin \alpha + \sin^2 \beta \sin \alpha \\
 & - \cos \beta - \sin \beta + 1 \\
 & 2 - 2 \cos \beta \sin \alpha - 2 \sin \beta - 2 \cos \beta \\
 & 4 \sin^2 \alpha \\
 & 1 - \cos \beta \sin \alpha \sin \beta - \cos \beta = \frac{1 - \cos^2 \beta}{\cos \beta} \\
 & 2 \sin^2 \alpha \\
 & a^2 = b^2 + (y - \cos \beta)^2 - 2 \cos \beta (y - \cos \beta) \\
 & a^2 = b^2 + (y - \sin \beta)^2 - 2 \cos \beta (y - \sin \beta) \\
 & (1 - \cos^2 \beta) + (-\sin \beta)^2 + 2 \cos \beta y \\
 & (1 - \cos^2 \beta) + (1 - \sin^2 \beta) + 2 \cos \beta y \\
 & 1 - \cos \beta \sin \beta - \sin \beta + 2 \sin^2 \beta \\
 & 1 - \cos \beta \sin \beta - \sin \beta + 2 \sin^2 \beta = \frac{b^2}{y^2} \\
 & \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \\
 & \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \\
 & 4 - 4\sqrt{2} + 4 = 2 - \sqrt{2} \\
 & 0 - 4\sqrt{2} = 2 - \sqrt{2} \\
 & \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 2(\sin \beta \cos \beta + \cos^2 \beta) - 1 = 2(\sin \beta \cos \beta + \cos^2 \beta)
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$\sqrt{2} = \sqrt{\frac{19999999\ldots999}{20001}} = \sqrt{\frac{100000000000}{20001}} - 1$$

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{100000\ldots00}{20001}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{1000000\ldots00}{20001}} - 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{10000\ldots00}{20001}} + 3 \cdot$$

$$\sqrt[3]{\frac{1000000}{20001}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{10000\ldots00}{60003}} - 3 \sqrt[3]{\frac{1000\ldots00}{40002}} + 3 \sqrt[3]{\frac{100\ldots00}{20001}} - 1$$

$$= \frac{1000000}{20000} - \frac{1000000}{40000} - \frac{1000000}{60000} - \dots$$

$$\sqrt[3]{\frac{1000000}{20000}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{1000000}{40002}} - 3 \sqrt[3]{\frac{1000000}{20001}} - 1$$

$$+ \frac{999\ldots970000}{20000} - \frac{3000000}{40002}$$

$$= 999\ldots96999 - 700\ldots0 - 1 = 999\ldots96999$$

$$\sqrt[3]{\frac{999\ldots96000}{20000}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{999\ldots96000}{20000}} - 2 \sqrt[3]{\frac{99999}{20001}}$$

\Rightarrow десяток: 40001

Одна: 40001

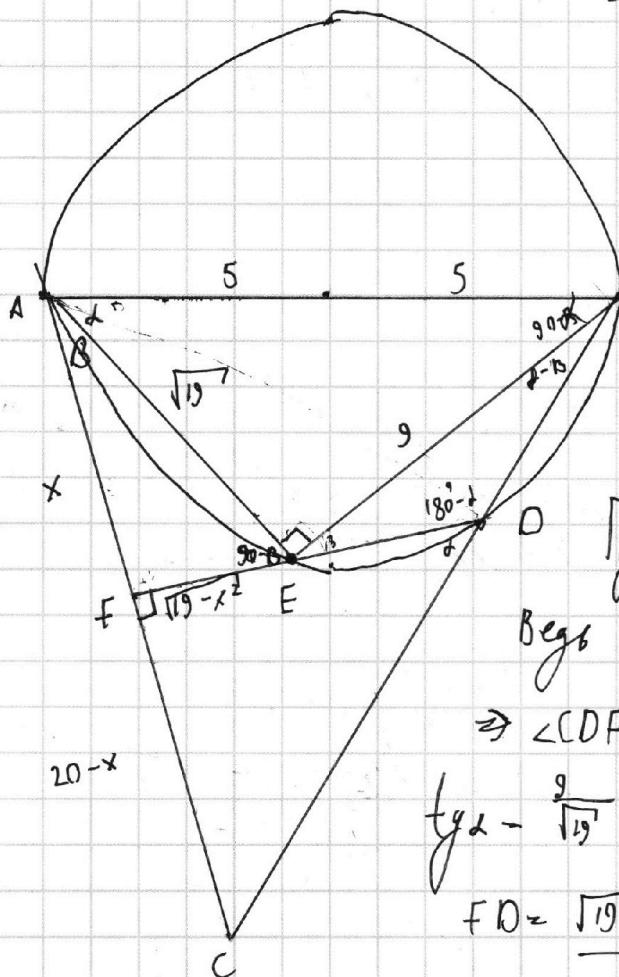


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Е как w \rightarrow A B - диаметр \Rightarrow

$$\angle AEB = 90^\circ,$$

$$AB = 10 \quad BE = 9 \Rightarrow$$

th Пифагора

$$AE^2 = AB^2 - EB^2$$

$$AE = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$$

Учеб $\angle EAB = \alpha \Rightarrow EDB = 180^\circ - \alpha$

Всё A B D E - вписанный четырехугольник

$$\Rightarrow \angle CDF = \alpha, \text{ т.к. } \angle FDC + \angle FDB = 180^\circ$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{9}{\sqrt{19}} \Rightarrow \text{tg} \alpha = \frac{9}{\sqrt{19}} = \frac{20-x}{FD} \Rightarrow$$

$$FD = \frac{\sqrt{19}(20-x)}{9} \Rightarrow$$

Пусть $\angle FAE = \beta \Rightarrow \angle AEF = 90^\circ - \beta \Rightarrow \angle BED = \beta \Rightarrow \angle EBD = 90 - \beta \Rightarrow$

$\angle ABD = 90 - \beta \Rightarrow \angle DAB = \beta \Rightarrow \triangle AFE \sim \triangle ADB$ подобны

$$\text{по 3 углам} \Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{10}{\sqrt{19}} \Rightarrow AD = \frac{10}{\sqrt{19}} x$$

\Rightarrow В треугольнике AFD: $AD = \frac{10}{\sqrt{19}} x \quad AF = x \quad FD = \frac{\sqrt{19}(20-x)}{9}$

$$\Rightarrow \frac{100}{19} x^2 = x^2 + \frac{19(400 - 40x + x^2)}{81} \Rightarrow \frac{81x^2}{19} = \frac{19(20-x)^2}{81} \Rightarrow 81x^2 = 19^2(20-x)^2$$

$$81x^2 = 19(20-x)^2 \Rightarrow 81x^2 = 380 - 19x \Rightarrow 100x = 380 \Rightarrow x = 3.8$$

Ответ: AF = 3.8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть было x карточек.

Всего выбрали y из них - C^y_x вариантов.

Пусть среди выделенных есть не три, а

которые марки \Rightarrow вариантов выбрать к ним

быть $y-3$, где нет маркированы $y-3$ простих карточек

$C^{y-3}_{x-3} \Rightarrow$ возможных вариантов

$$\frac{C^{y-3}_{x-3}}{C^y_x} =$$

$$\frac{\frac{(x-3)!}{(y-3)!(x-y)!}}{\frac{x!}{y!(x-y)!}} = \frac{(x-3)! \cdot y!}{x! \cdot (y-3)!}$$

Теперь подставим вместо y 5 и 9

$$\text{При } y=9 : \frac{9! \cdot (x-3)!}{x! \cdot 6!}$$

$$\text{При } y=5 : \frac{5! \cdot (x-3)!}{x! \cdot 2!}$$

$$\Rightarrow \text{Возможно в } \frac{\frac{9!}{6!}}{\frac{6!}{2!}} = \frac{9! \cdot 2!}{6! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{9 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 3} =$$

$$\frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{42}{5} \text{ раз}$$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть y час артил прогрессия начнёт так:

$\begin{matrix} & \\ & \\ & \end{matrix}$

$$y-3b$$

$$\begin{matrix} 1 \\ | \\ 6 \end{matrix}$$

$$y-b$$

$$\begin{matrix} 1 \\ | \\ 7 \end{matrix}$$

$$y+b$$

$$\begin{matrix} 1 \\ | \\ 8 \end{matrix}$$

$$y+3b$$

$$\begin{matrix} 1 \\ | \\ 9 \end{matrix}$$

По теореме Bezout

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = (x+y+b)(x+y-b) \text{ и } (x-y+b)(x-y-b) \text{ и } \dots$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = (x^2 - xy - x^2 - yx + y^2 + yb - bx - by - b^2) \text{ и } \dots =$$

$$d_1(x^2 - 2xy + y^2 - b^2)$$

$$x^2 = d_1 x^2 \quad d_1 = 1$$

$$-(a^2 - 4a)x = -d_1 \cdot 2xy \quad a^2 - 4a = 2y$$

$$a^2 - 6a + 4 = y^2 - b^2$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = (x-y+3b)(x-y-3b)d_2 =$$

$$(x^2 - 2xy + y^2 - 9b^2)d_2$$

$$5x^2 = d_2 x^2 \quad d_2 = 5$$

$$-(a^3 - 4a^2)x = -2xyd_2 \quad a^3 - 4a^2 = 10y$$

$$-2a^3 - 6a - 15 = y^2 - 9b^2d_2 \quad 2a^3 + 6a + 15 = 45b^2 - 5y^2$$

L

L

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10y = a^3 - 9a^2 = 5a^2 - 20a \quad a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0 \quad a(a^2 - 5a - 4a + 20) = 0 \quad a(a(a-5) - 4(4-a)) = 0$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

При $a = 0$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 2$$

$$5x^2 - 15 = 0$$

$$x_3 = \sqrt{3} \quad x_4 = -\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \quad 2 \quad -2 \quad -\sqrt{3}$$

Упорядочка

$$4 \neq \sqrt{3} - 2$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

При $a = 4$

$$x^2 - (16 - 16)x + 16 - 24 + 4 = 0 \quad x^2 - 4 = 0 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \quad -128$$

$$x_3 = \sqrt{\frac{89}{5}}$$

$$\frac{39}{89}$$

$$5x^2 - (4^3 - 4^3)x - 128 - 24 - 15 = 0 \quad 5x^2 - 89 = 0 \quad x_4 = -\sqrt{\frac{89}{5}}$$

$$-\sqrt{\frac{89}{5}} \quad -2 \quad 2 \quad \sqrt{\frac{89}{5}} \quad \text{не ариф} \\ \sqrt{\frac{89}{5}} \quad 2 \quad -2 \quad -\sqrt{\frac{89}{5}} \quad \text{упорядочка}$$

При $a = 5$

$$x^2 - 5x + 25 - 30 + 4 = 0 \quad x^2 - 5x - 1 = 0 = (x-x_1)(x-x_2) \quad x_1 + x_2 = 5 \quad -1 = x_1 \cdot x_2$$

$$5x^2 - 25x - 250 - 30 - 15 = 0 \quad 5x^2 - 25x - 295 = 0 \quad x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$5 \pm \sqrt{25+4 \cdot 59}$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{25+4 \cdot 59}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{261}}{2}$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{25+3 \sqrt{29}}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{261}}{2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{29}}{2}$$

Ответ: $5 \pm a$

$$\begin{array}{r} 59 \\ 4 \\ \hline 240-4 \\ 241 \end{array}$$

$$\frac{59}{4}$$

$$240-4$$

$$241$$

$$\frac{59}{4}$$

$$240-4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

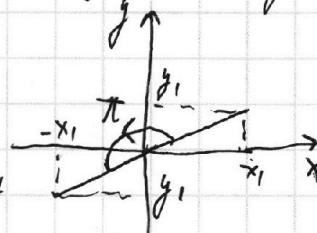
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Что получим повернув вокруг начала координат на угол π против часовой?

Точки с. координатами (x_1, y_1) перешли в $(-x_1, -y_1)$ нас получилось бисективное отображение.



$$\text{Раньше } \left| y_1 - 20 + \frac{x_1}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y_1 - 20 - \frac{x_1}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$$

Но теперь учтем, что $y_1 \rightarrow -y_1$, а $x_1 \rightarrow -x_1$, и получим условие для новой фигуры

$$\left| (-y_1) - 20 + \frac{(-x_1)}{2\sqrt{3}} \right| + \left| (-y_1) - 20 - \frac{(-x_1)}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$$

$$\boxed{\left| -20 - y_1 - \frac{x_1}{2\sqrt{3}} \right| + \left| -y_1 - 20 + \frac{x_1}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8} \text{ симметрия}$$

условие для новой фигуры

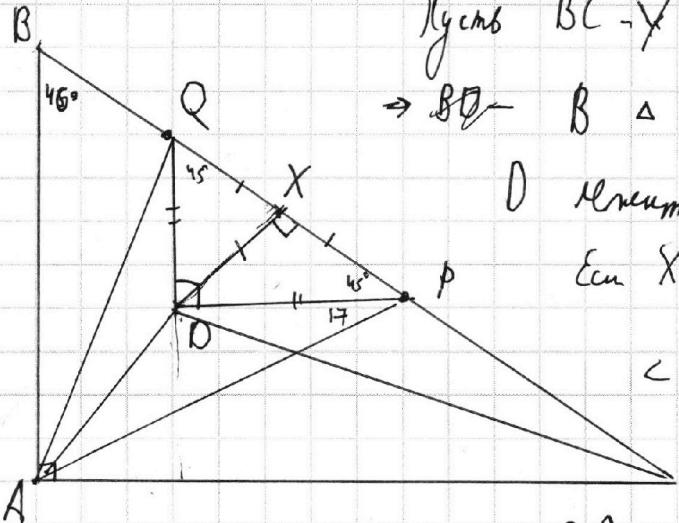


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $BC \perp X \Rightarrow AB - \cos(46^\circ) \neq AC - \sin(46^\circ)$

$\Rightarrow BD \perp BQ \perp PD \quad \angle PDQ = 90^\circ \text{ и}$

D лежит на середине QP \Rightarrow

Если X - середина QP \Rightarrow

$\angle DXP = 90^\circ \Rightarrow \triangle QPD -$

R равнобедренный

$$\Rightarrow \angle DQP = \angle DPQ = \frac{180^\circ - \angle QDP}{2} = 45^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{T.k } \triangle DPQ - \text{прямой} \Rightarrow DX = XP = \frac{QP}{2} &= \frac{BP + CP - BC}{2} \\ &= \frac{AB + AC - BC}{2} = \frac{\sqrt{(\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1)}}{2} \end{aligned}$$

B трехугольнике DPC $\angle DXP = 90^\circ \Rightarrow \text{так } \angle DCB = B \Rightarrow$

$$\operatorname{tg} B = \frac{DX}{XC} = \frac{\sqrt{(\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1)}}{\sqrt{(\sin(46^\circ))}} = \frac{\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1}{2 \sin(46^\circ)}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1}{2 \sin(46^\circ)} = \frac{\operatorname{ctg}(46^\circ) + 1 - \frac{1}{\sin(46^\circ)}}{2} \approx$$

$$B = \arctg \left(\frac{\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1}{2 \sin(46^\circ)} \right) \leftarrow \text{Омбес.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & xy = -6z + z^2 \quad a = (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 \quad 15.39 \quad \frac{19 \cdot 9 \cdot 9}{100} \quad \sqrt{25-3 \cdot 1^2} \quad , 3.1 \\
 & y^2 = -6x + x^2 \quad 2a = 2(x-6)^2 + 2(y-6)^2 + 2(z-6)^2 \quad \frac{9}{10} \sqrt{19} \quad -25 \quad \frac{3.1}{31} \\
 & zx = -6y + y^2 \quad 2a - 2(x-6)(y-6) - 2(z-6)(z-6) - 2(y-6)(z-6) = \frac{9.61}{\sqrt{15.39}} \quad \frac{93}{9.61} \\
 & \quad (x-6)^2 - 2(x-6)(y-6) + (y-6)^2 + (y-6)^2 - 2(y-6)(z-6) + (z-6)^2 \\
 & \quad + (x-6)^2 - 2(x-6)(z-6) + (z-6)^2 = (x-6-y+6)^2 + (y-6-z+6)^2 + (z-6) \\
 & \quad (a-1)^3 = (a-1)(a^2-2a+1) \\
 & \frac{xy}{z^2} = z-6 \quad x = \frac{(z-6)z}{y} \quad a^3 - 2a^2 + a - a^2 + 2a - 1 \quad y^3 - 6y^2 = z^3 - 6z \quad \frac{x}{z^2} - \frac{3}{2} \quad \frac{2}{2} + 12 \quad \frac{2}{2} + 36 \\
 & \frac{yz}{x} = x-6 \quad y = \frac{(z-6)z}{(z-6)-6} \quad z^3 - y^3 - 6(z-y) = 0 \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & \frac{zx}{y} = y-6 \quad \cancel{y(y-6)} = \frac{z^2(z-6)}{y} \quad (z-y)(z^2 + zy + y^2 - 6) = 0 \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & x^2 = -6z + z^2 \quad x^2 + 6z + z^2 = 0 \quad x-6-z=0 \quad x=z+6 \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & xz = -6x + x^2 \quad x^2 - 6x - xz = 0 \quad x-6-z=0 \quad x=z+6 \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & \cancel{xz} \quad (z+6)^2 - 6z + z^2 = 0 \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & 2y^2 + 2z^2 + 2x^2 + 2xy + 2xz + 2zy \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & z^2 + x^2 + y^2 = \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & 2z^2 + 2x^2 + 2y^2 = 12z + 12x + 12y + 2xy + 2xz + 2zy \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & 4(xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z) = 12z + 12x + 12y + 2xy + 2xz + 2zy \quad z-6 = \frac{-y^2}{y+2} \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & (6-y-z)y = z^2 - 6z \quad 6-z \pm \sqrt{z^2 - 12z + 36 + 4(y+2)yz} \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & 6y - y^2 - 2y = z^2 - 6z \quad (6-z-y)y = -6z + z^2 \quad \frac{x}{z^2} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + 12 \quad \frac{1}{2} + 36 \\
 & x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y - 12z + 36 = 0 \quad y^2 + z^2 + y^2 - 6z - 6y = 0 \\
 & (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2zy \quad y^2 + y(z-6) + 2(z-6) = 0
 \end{aligned}$$



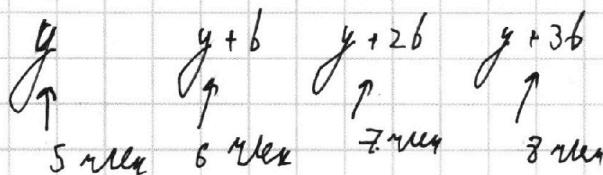
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи** отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть y нас ариф. прогрессия включит так:
 $N/5$



\Rightarrow по первому безу

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = (x - y - b)(x - y - 2b) \quad d_1$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = x^2 d_1 + (x - y - b)(x - y - 2b) d_1 + (y + b)(y + 2b) d_1$$

$$(x^2 - xy - 2bx - yx + y^2 + 2yb + bx + by + 2b^2) d_1 =$$

$$x^2 d_1 - x(2y + b)d_1 + y^2 + 3yb + 2b^2 d_1 \quad d_1 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 = x^2 d_1 \quad a^2 - 4a = 2y + b$$

$$-(a^2 - 4a)x = -x d_1 (2y + b) \quad a^2 - 6a + 4 = y^2 + 3yb + 2b^2$$

$$a^2 - 6a + 4 = d_1 (y^2 + 3yb + 2b^2)$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = (x - y - 3b)(x - y - 2b) \quad d_2$$

$$5x^2 = x^2 d_2 \quad d_2 = 5$$

$$a^3 - 9a^2 = (-3y - 3 - b - y) 5$$

$$-(a^3 - 4a^2)x = -d_2(xy + 3xb + yx) \Rightarrow -2a^3 - 6a - 15 = (y^2 + 3yb) 5$$

$$-2a^3 - 6a - 15 = d_2(y^2 + 3yb)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

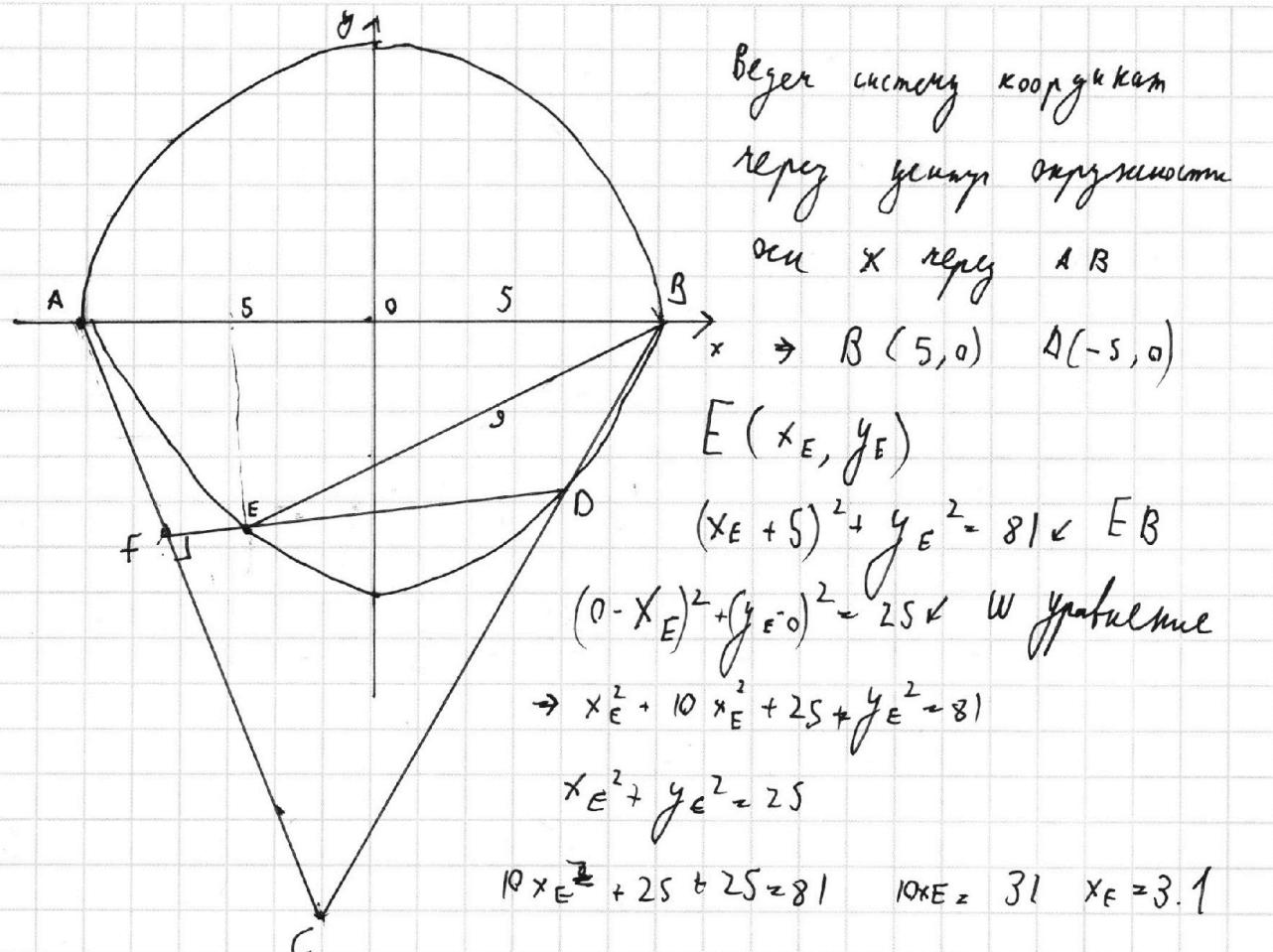


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{C^6}{C^9} \cdot x^{-3}$$

$$\frac{C^2}{C^5} \cdot x^{-3}$$

$$\underbrace{3}_{3} \underbrace{2}_{6} \underbrace{x-5}_{x-5}$$

$$\frac{(x-3)!}{6! (x-9)!} \cdot x! \cdot 9! \cdot (x-9)!$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - 4a = 2y + 6$$

$$a^2 - 6a + 4 = y^2 - 3yb + 2b^2$$

$$a^3 - 4a^2 = (-2y - 3b)S$$

$$-2a^3 - 6a^2 - 15 = (y^3 + 3yb^2)S$$

$$-8a^2 - 6a - 15 = 5y^3 + 15yb^2$$

$$-8a^2 - 6a - 15 = 5y^3 + 15yb^2$$

$$-8a^2 - 6a - 15 = 5y^3 + 15yb^2 - 20y - 30b$$

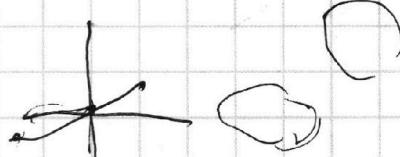
~~$$a^2 - 4a = 2y + 6$$~~

~~$$a^2 - 6a + 4 = y^2 - 3yb + 2b^2$$~~

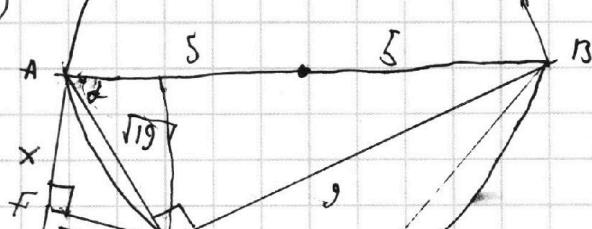
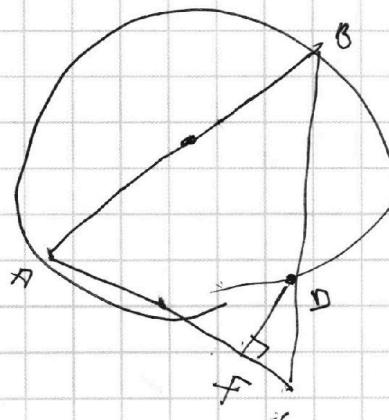
~~$$a^3 - 4a^2 = -10y - 15b$$~~

~~$$-2a^3 - 6a^2 - 15 = 5y^3 + 15yb^2$$~~

~~$$(a^2 - 4a - 6)^2$$~~



1 2 6



$$\angle B = 20 - x$$

