



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если какие-то два числа равны: т.к. уравнения симметричны относительно переменных, то без ограничения общности мы можем предположить, что $x = y \Rightarrow$

$$\begin{aligned} x^2 &= -6z + z^2 & x(x-6-z) &= 0, \text{ т.к. } y \text{ нас интересует, } x=y \Rightarrow \\ xz &= -6x + x^2 & \Rightarrow & \\ xz &= -6x + x^2 & xz &= z^2 + 6z \Rightarrow \end{aligned}$$

$$(z+6)z = z^2 + 6z \Rightarrow (z+6)^2 = -6z + z^2 \Rightarrow z^2 + 12z + 36 = -6z + z^2 \Rightarrow$$

$$18z = -36 \Rightarrow z = -2 \Rightarrow x = y = 4 \Rightarrow$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (4-6)^2 + (4-6)^2 + (-2-6)^2 = 4 + 4 + 64 = 72$$

Если все числа разные $\Rightarrow$

$$xy = -6z + z^2 \Rightarrow x = \frac{z^2 - 6z}{y} \Rightarrow zx = -6y + y^2 \Rightarrow \frac{z(z^2 - 6z)}{y} = -6y + y^2$$

$$z^3 - 6z^2 = y^3 - 6y^2 \Rightarrow 0 = z^3 - y^3 + 6y^2 - 6z^2 \Rightarrow (z-y)(z^2 + zy + y^2) + 6(y-z)(zy) = 0$$

$$\Rightarrow (z-y)(z^2 + zy + y^2 - 6z - 6y) = 0 \text{ т.к. все числа разные } \Rightarrow$$

$$z^2 + zy + y^2 - 6z - 6y = 0 \text{ и, из-за того что все уравнения}$$

симметричны относительно переменных $\Rightarrow x$ и y нас есть аналогичные выражения как для пары x и y так и x и z :

$$x^2 + y^2 + xy - 6x - 6y = 0$$

$$x^2 + z^2 + xz - 6x - 6z = 0$$

По. парно вычитая из одного выражения другое



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$A = \frac{999999 \dots 999}{20001} = \frac{10000000000}{20001} - 1$$

$$A^3 = \left(\frac{10000 \dots 00}{20001} - 1 \right)^3 = \frac{10000 \dots 00^3}{20001^3} - 3 \cdot \frac{10000 \dots 00^2}{20001^2} + 3 \cdot$$

$$\frac{1000000}{20001} - 1 = \frac{10000 \dots 00}{60003} - \frac{3000 \dots 00}{40002} + \frac{3000 \dots 00}{20001} - 1$$

$$\begin{array}{r} 1000000 \\ - 10000000000 \\ \hline 3000000 \\ 9997000000 \end{array}$$

$$\frac{999 \dots 970000}{20000} + \frac{3000 \dots 0}{20001} - 1$$

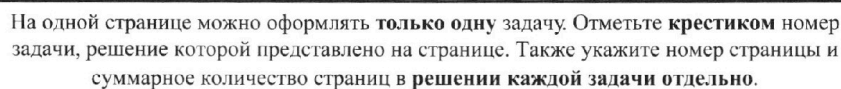
$$\begin{array}{r} 999 \dots 970000 \\ + 30000 \\ \hline 999 \dots 9600030000 \\ 20001 \end{array}$$

$$999 \dots 96999 \dots 700 \dots 0 - 1 = 999 \dots 96999$$

$$\frac{999 \dots 96000 \dots 030000}{20000} - 1 = \frac{999 \dots 960000 \dots 0}{20000} + \frac{29999}{20001}$$

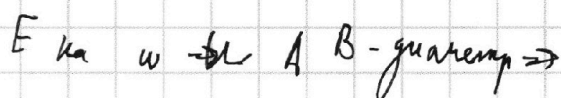
⇒ *геометр*: 40001

интер: 40001

7
□

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча OR-кода недопустима!**



$\angle AEB = 90^\circ$

$$AB \approx 10 \quad BE \approx 9 \Rightarrow$$

th Паралел

$$AE^2 = AB^2 - EB^2$$

$$AE = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$$

$\text{Zyomb } \angle EAB = \alpha \Rightarrow \angle EDB = 180^\circ - \alpha$

Весь $ABDE$ - вписан четырехугольник

$\Rightarrow \angle CDF = x$, then $\angle FDC + \angle FDB = 180^\circ$

$$\lg 2 - \frac{2}{19} \Rightarrow \lg 2 = \frac{2}{19} = \frac{20-x}{FD} \Rightarrow$$

$$FD = \frac{\sqrt{19}(20-x)}{9} \rightarrow$$

Pythag $\angle FAE = 90^\circ \Rightarrow \angle AEF = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle BED = \alpha \Rightarrow \angle EBD = 90^\circ - \alpha \Rightarrow$

$$\angle ABD = 90^\circ - B. \Rightarrow \angle DAB = B. \Rightarrow \triangle AFE \text{ и } \triangle ADB \text{ равны}$$

no 3. $\Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{10}{\sqrt{19}} \quad AD = \frac{10}{\sqrt{19}} \times$

$\Rightarrow$ B nalyz nalyz AFD: $AD = \frac{10}{\sqrt{10}} \times$ A F = x F D = $\frac{\sqrt{10}(20-x)}{9}$

$$\Rightarrow \frac{100}{19}x^2 = x^2 + \frac{19(400 - 40x + x^2)}{81} \quad \frac{81x^2}{19} = \frac{19(20-x)^2}{81} \quad 81x^2 = 19(20-x)^2$$

$$81x = 19(20 - x) \quad 81x = 380 - 19x \Rightarrow 100x = 380 \Rightarrow x = 3.8$$

Answer: $A \approx 3.8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть было x коробок.

Всего вариантов y из них — C_x^y вариантов.

Пусть среди выбранных есть те три, в

которых марки $\Rightarrow$ вариантов выбрать к ним

еще $y-3$, где нет марок из $x-3$ предметов

$$C_{x-3}^{y-3} \Rightarrow \text{вероятность выигрыша} = \frac{C_{x-3}^{y-3}}{C_x^y} =$$

$$\frac{\frac{(x-3)!}{(y-3)! (x-y)!}}{\frac{x!}{y! (x-y)!}} = \frac{(x-3)! \cdot y!}{x! \cdot (y-3)!}$$

Теперь подставляем вместо y 5 и 9

При $y=9$: $\frac{9! (x-3)!}{x! \cdot 6!}$

При $y=5$: $\frac{5! (x-3)!}{x! \cdot 2!}$

$$\Rightarrow \text{Возрасло в } \frac{\frac{9!}{6!}}{\frac{5!}{2!}} = \frac{9! \cdot 2!}{6! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{9 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 3} =$$

$$\frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5}$$

Ответ: $\frac{42}{5}$ раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть y нас групп прогрессия выглядят так:

$$\begin{array}{cccc} y-3b & y-b & y+b & y+3b \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 6 & 7 & 8 & 9 \end{array}$$

По мере без

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = (y+b)(y+b)d_1 \quad (x-y+b)(x-y-b)d_1$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = d_1(x^2 - xy - xb - yx + y^2 + yb + bx - by - b^2)d_1 =$$

$$d_1(x^2 - 2xy + y^2 - b^2)$$

$$x^2 = d_1 x^2 \quad d_1 = 1$$

$$-(a^2 - 4a)x = -d_1 \cdot 2xy \quad a^2 - 4a = 2y$$

$$a^2 - 6a + 4 = d_1(y^2 - b^2) \quad a^2 - 6a + 4 = y^2 - b^2$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = (x-y+3b)(x-y-3b)d_2 =$$

$$(x^2 - 2xy + y^2 - 9b^2)d_2$$

$$5x^2 = d_2 x^2 \quad d_2 = 5$$

$$-(a^3 - 4a^2)x = -2xyd_2 \quad a^3 - 4a^2 = 10y$$

$$-2a^3 - 6a - 15 = y^2 - 9b^2d_2 \quad 2a^3 + 6a + 15 = 45b^2 - 5y^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10y = a^3 - 4a^2 - 5a^2 - 20a \quad a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0 \quad a(a^2 - 5a - 4a + 20) = 0 \quad a(a(a-5) - 4(4-5)) = 0$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

Пусть $a = 0$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$5x^2 - 15 = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = \sqrt{3}$$

$$x_4 = -\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \quad 2 \quad -2 \quad -\sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3} \quad -2 \quad 2 \quad \sqrt{3}$$

прогрессия $4 \neq \sqrt{3} - 2$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

Пусть $a = 4$

$$x^2 - (16 - 16)x + 16 - 24 + 4 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

$$x_3 = \sqrt{\frac{89}{5}}$$

$$x_4 = -\sqrt{\frac{89}{5}}$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ 39 \\ \hline 89 \end{array}$$

$$5x^2 - (4^3 - 4^3)x - 128 - 24 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 89 = 0$$

$$-\sqrt{\frac{89}{5}}$$

$$-2$$

$$2$$

$$\sqrt{\frac{89}{5}}$$

$$\sqrt{\frac{89}{5}}$$

$$2$$

$$-2$$

$$-\sqrt{\frac{89}{5}}$$

не ариф. прогрессия

Пусть $a = 5$

$$x^2 - 5x + 25 - 30 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0 = (x - x_1)(x - x_2)$$

$$5 = x_1 + x_2$$

$$-1 = x_1 x_2$$

$$5x^2 - 25x - 250 - 30 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 295 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$5 \pm \sqrt{25 + 4}$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{25 + 4}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{25 + 59 \cdot 4}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{261}}{2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{5 - 3\sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

ариф. прогрессия

Ответ: $5 = a$

$$\begin{array}{r} 59 \\ 4 \\ \hline 238 - 4 \\ 261 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

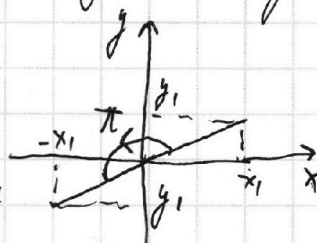
7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

То значит повернуть вокруг начала координат на угол π против часовой?

Точки с координатами (x_1, y_1) перейдут в $(-x_1, -y_1) \Rightarrow$ у нас получится биективное отображение.



$$\text{Равные } \left| y_1 - 20 + \frac{x_1}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y_1 - 20 - \frac{x_1}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$$

Мы можем заменить $y_1 \rightarrow -y_1$, а $x_1 \rightarrow -x_1$, и получить условие для новой фигуры

$$\left| (-y_1) - 20 + \frac{(-x_1)}{2\sqrt{3}} \right| + \left| (-y_1) - 20 - \frac{(-x_1)}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$$

$$\left| -20 - y_1 - \frac{x_1}{2\sqrt{3}} \right| + \left| -y_1 - 20 + \frac{x_1}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8 \quad \text{ответ}$$

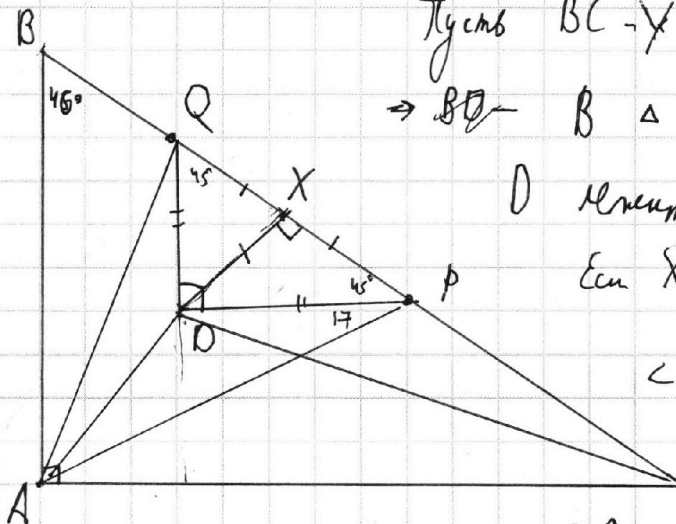
↑
уравнение для новой фигуры



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $BC = Y \Rightarrow AB = \cos(46^\circ)Y$ $AC = \sin(46^\circ)Y$
 $\Rightarrow BD = Y \Delta QPD \angle PQR = 90^\circ$ и

D лежит на середине QP $\Rightarrow$

Если X - середина QP $\Rightarrow$

$\angle DXP = 90^\circ \Rightarrow \Delta QPD -$

равнобедренный

$$\Rightarrow \angle DQP = \angle DPQ = \frac{180^\circ - \angle QDP}{2} = 45^\circ$$

$$\text{т.к. } \Delta DPQ - \text{прямой} \Rightarrow DX = XP = \frac{QP}{2} = \frac{BP + CQ - BC}{2} \\ = \frac{AB + AC - BC}{2} = \frac{Y(\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1)}{2}$$

$$\text{В треугольнике DPC } \angle DXC = 90^\circ \Rightarrow \text{если } \angle DCB = B \Rightarrow \\ \text{tg } B = \frac{DX}{XC} = \frac{Y(\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1)}{2 \sin(46^\circ) Y} = \frac{\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1}{2 \sin(46^\circ)}$$

$$\text{tg } B = \frac{\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1}{2 \sin(46^\circ)} = \frac{\text{ctg}(46^\circ) + 1 - \frac{1}{\sin(46^\circ)}}{2} \approx$$

$$B = \arctg\left(\frac{\cos(46^\circ) + \sin(46^\circ) - 1}{2 \sin(46^\circ)}\right) \approx \text{ответ}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у нас ариф. прогрессия выглядит так:

y $y+b$ $y+2b$ $y+3b$
 $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 5 мес 6 мес 7 мес 8 мес

$\Rightarrow$ по методу безъ

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = (x - y - b)(x - y - 2b) d_1$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = x^2 d_1 + x d_1(-y - 2b - y - b) + (y + b)(y + 2b) d_1$$

$$(x^2 - xy - 2bx - yx + y^2 + 2yb + bx + by + 2b^2) d_1 =$$

$$x^2 d_1 - x(2y + b) d_1 + (y^2 + 3yb + 2b^2) d_1$$

$$\Rightarrow x^2 = x^2 d_1$$

$$d_1 = 1$$

$$a^2 - 4a = 2y + b$$

$$-(a^2 - 4a)x = -x d_1 (2y + b)$$

$$a^2 - 6a + 4 = y^2 + 3yb + 2b^2$$

$$a^2 - 6a + 4 = d_1 (y^2 + 3yb + 2b^2)$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = (x - y - 3b) d_2$$

$$= (x^2 - xy - 3xb - yx + y^2 + 3yb) d_2$$

$$5x^2 = x^2 d_2$$

$$d_2 = 5$$

$$a^3 - 4a^2 = (-3y - 3b - 3b) 5$$

$$-(a^3 - 4a^2)x = -d_2 (xy + 3xb + yx) \Rightarrow -2a^3 - 6a - 15 = d_2 (y^2 + 3yb) 5$$

$$-2a^3 - 6a - 15 = d_2 (y^2 + 3yb)$$

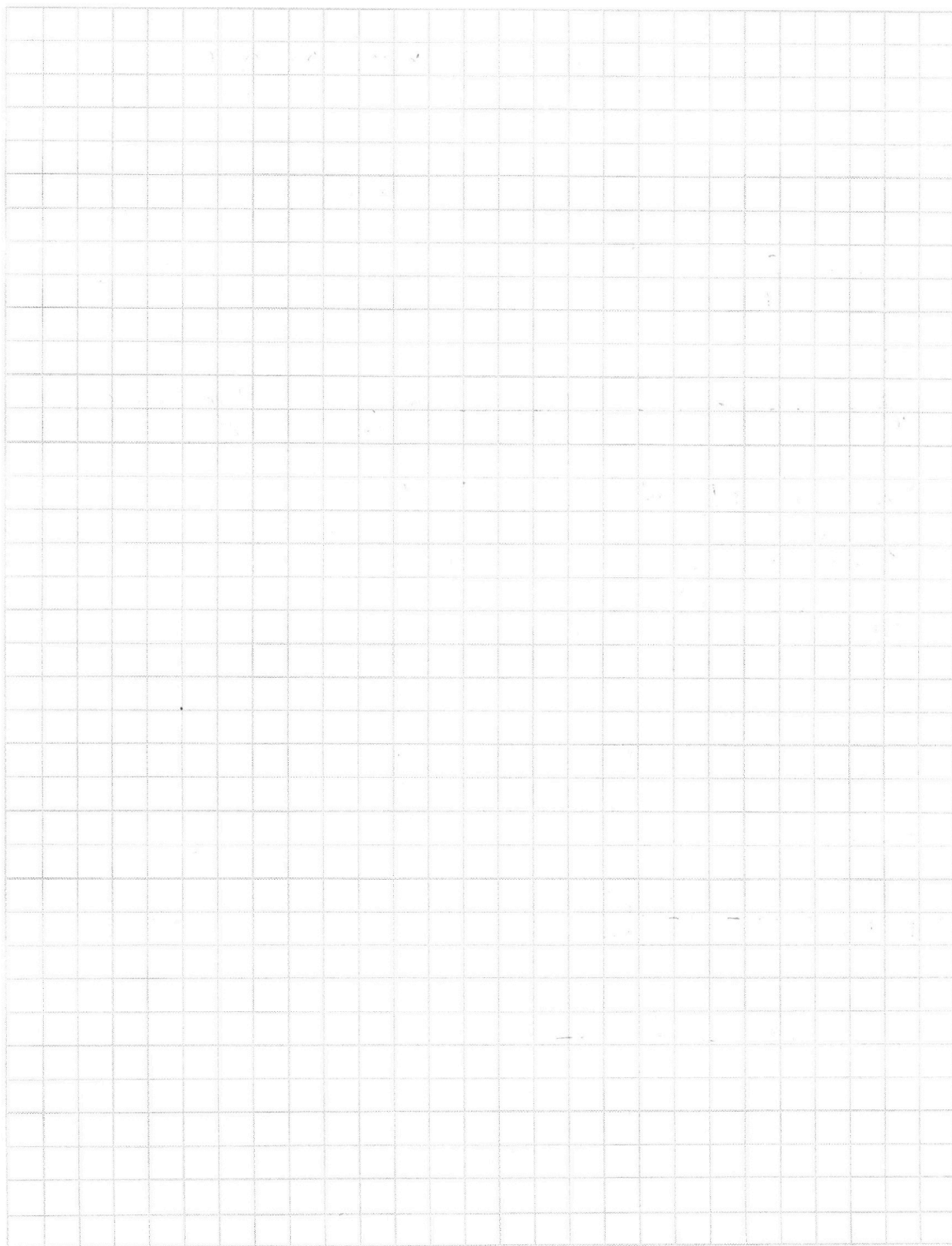


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



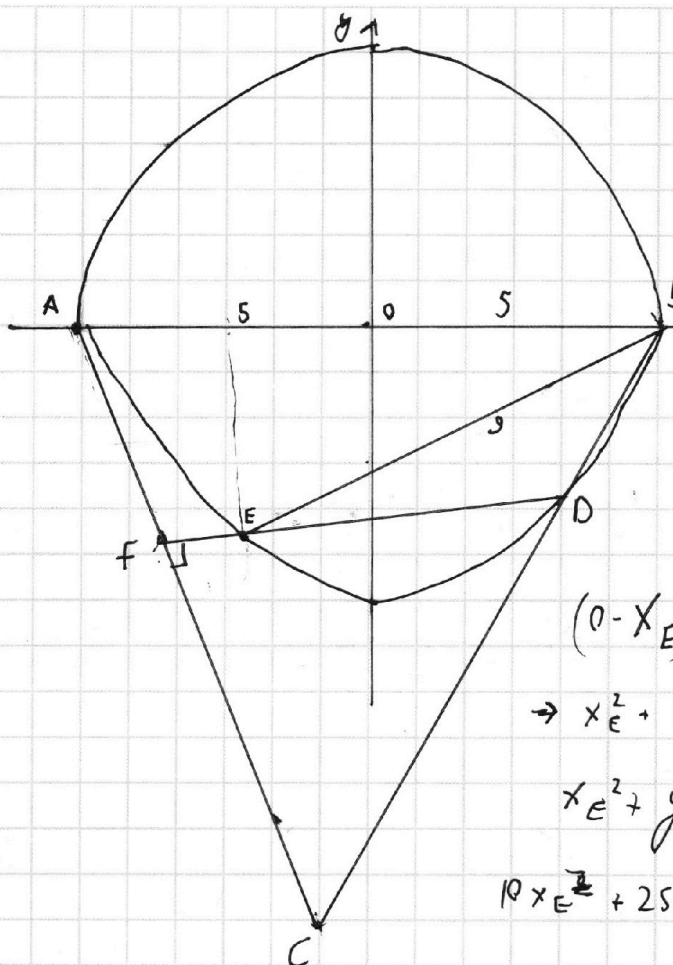


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Введем систему координат
через центр окружности
оси x перпенд. AB

$$x \rightarrow B(5, 0) \quad A(-5, 0)$$

$$E(x_E, y_E)$$

$$(x_E + 5)^2 + y_E^2 = 81 \quad EB$$

$$(0 - x_E)^2 + (y_E - 0)^2 = 25 \quad \text{в уравнение}$$

$$\rightarrow x_E^2 + 10x_E + 25 + y_E^2 = 81$$

$$x_E^2 + y_E^2 = 25$$

$$10x_E + 25 + 25 = 81 \quad 10x_E = 31 \quad x_E = 3.1$$

$$\begin{array}{r} \overset{6}{\curvearrowright} x-3 \\ \hline \underset{9}{\curvearrowright} x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{2}{\curvearrowright} x-3 \\ \hline \underset{5}{\curvearrowright} x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{3}{\curvearrowright} \quad \overset{2}{\curvearrowright} \quad \overset{3}{\curvearrowright} x-5 \\ \hline \underset{3}{\curvearrowright} \quad \underset{6}{\curvearrowright} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (x-3)! \\ \hline 6! (x-9)! \\ \hline x! \\ \hline 9! \cdot (x-9)! \end{array}$$

